Análisis estructural

Universidad Politécnica de Guanajuato

Mecánica de cuerpo rígido

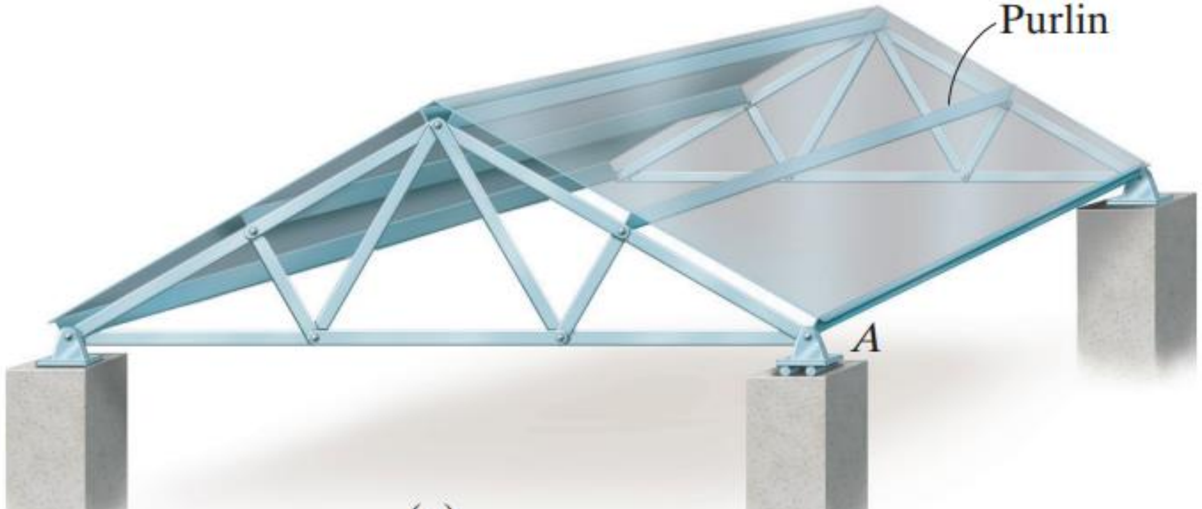
Pedro Jorge De Los Santos

Versión 0.1.2

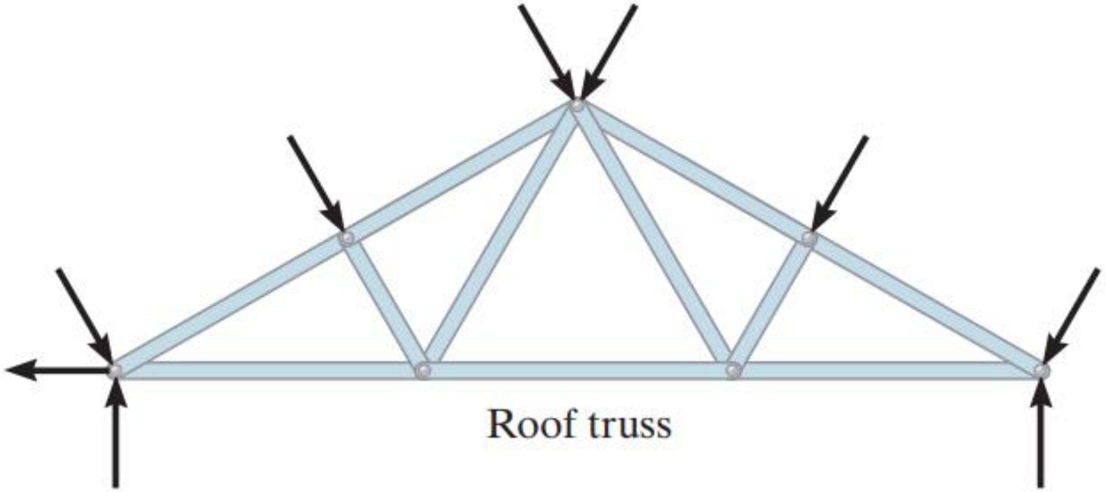
Introducción a las armaduras

Armaduras

- Una armadura es una estructura compuesta de elementos esbeltos unidos entre sí en sus puntos extremos (nodos).
- En particular, las armaduras planas se sitúan en un solo plano y con frecuencia se usan para soportar techos y puentes.

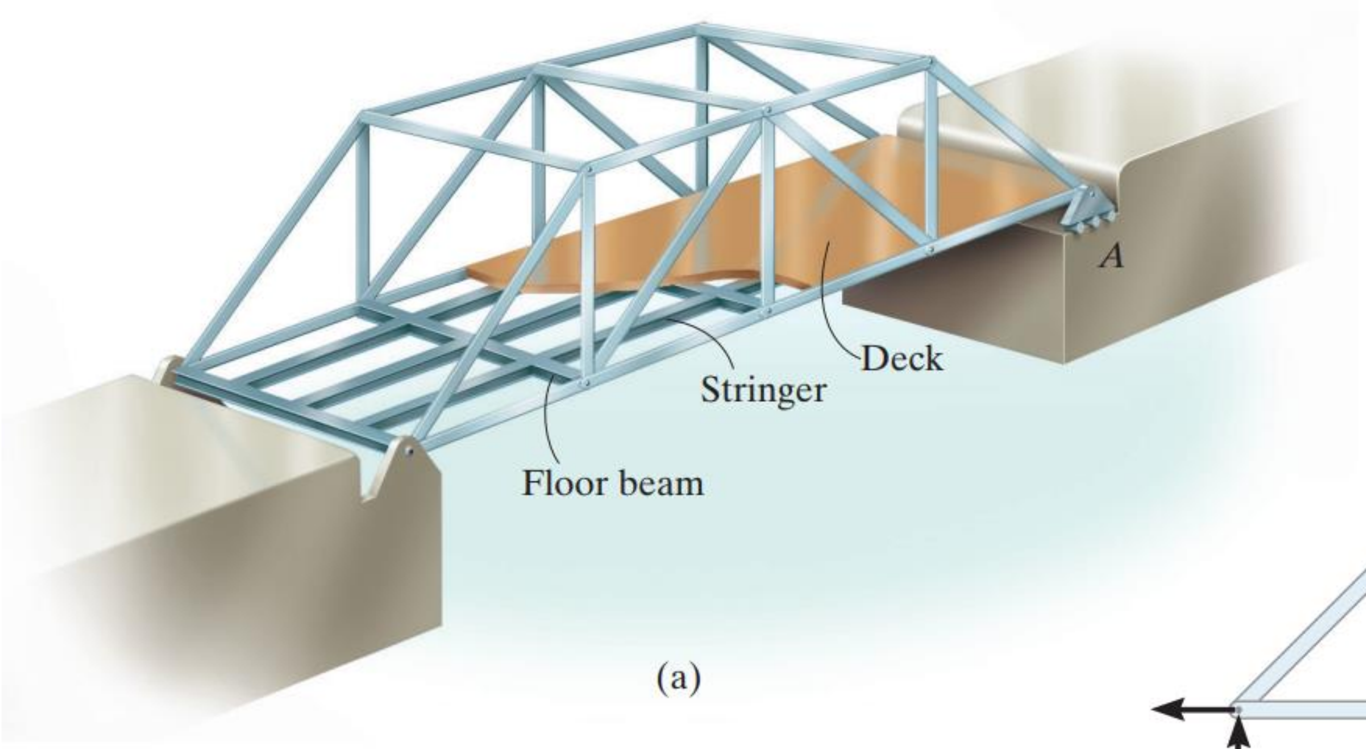


(a)

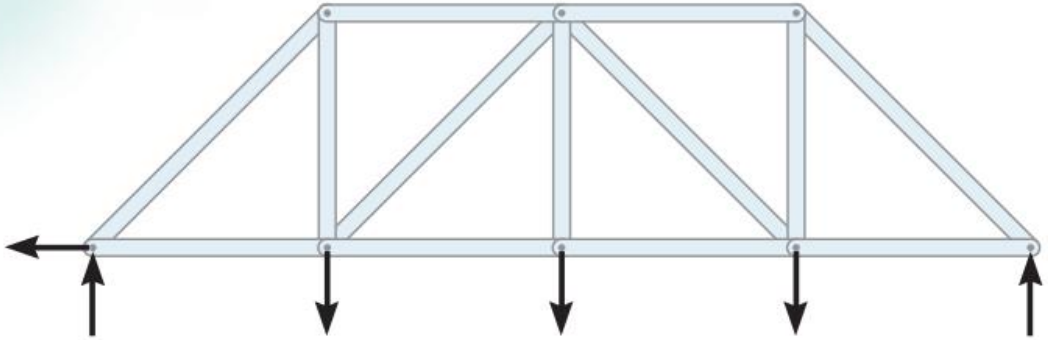


(b)

Armaduras



(a)



Bridge truss

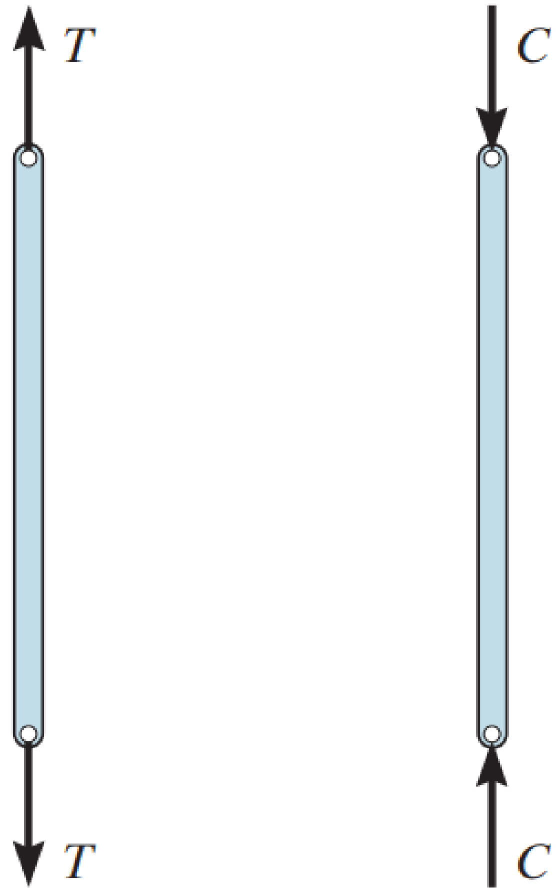
Supuestos para el diseño

Para diseñar los elementos y las conexiones de una armadura, es necesario determinar primero la fuerza desarrollada en cada elemento cuando la armadura está sometida a una carga dada. Para esto, haremos dos supuestos importantes:

- **Todas las cargas se aplican en los nodos.**
- **Los elementos están unidos entre sí mediante pasadores lisos.**

Supuestos para el diseño

- Debido a estos dos supuestos, cada elemento de la armadura actuará como un elemento de dos fuerzas, y por lo tanto, la fuerza que actúe en cada extremo del elemento debe estar dirigida a lo largo del eje del elemento.
- Si la fuerza tiende a alargar el elemento, es una fuerza de tensión (T), mientras que, si tiende a acortar el elemento, es una fuerza de compresión (C).

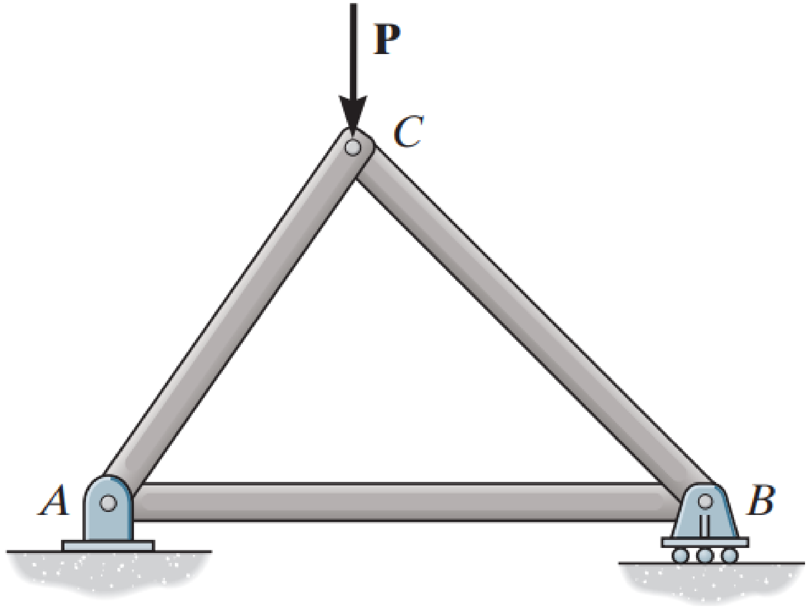


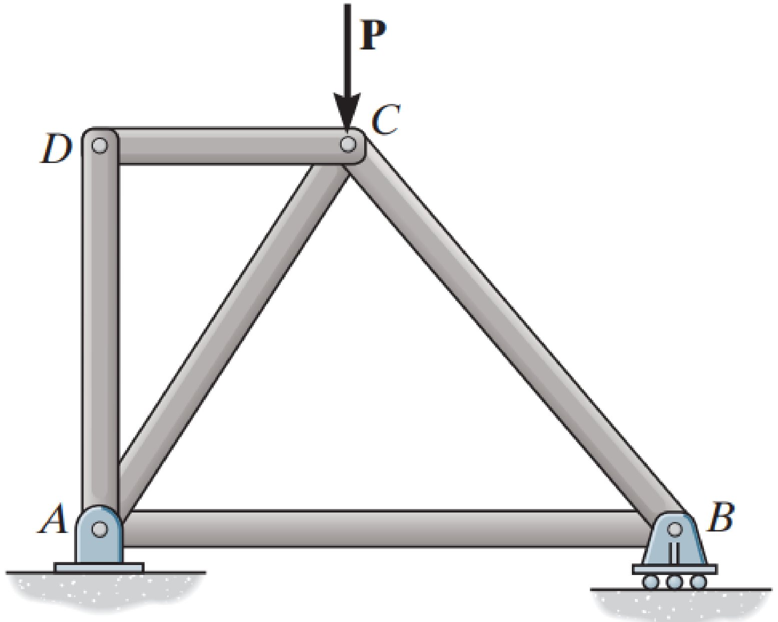
Tension
(a)

Compression
(b)

Armaduras simples

- Si tres elementos se conectan entre sí mediante pasadores en sus extremos, forman una armadura triangular que será rígida.
- Al unir dos elementos más y conectar estos elementos a una nueva junta D se forma una armadura más grande.
- Este procedimiento puede repetirse todas las veces que se desee para formar una armadura aún más grande.
- Si una armadura se puede construir expandiendo de este modo la armadura triangular básica, se denomina una **armadura simple**.

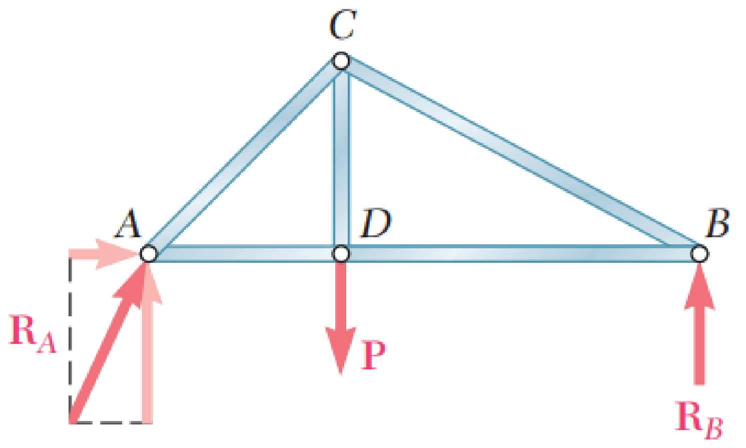




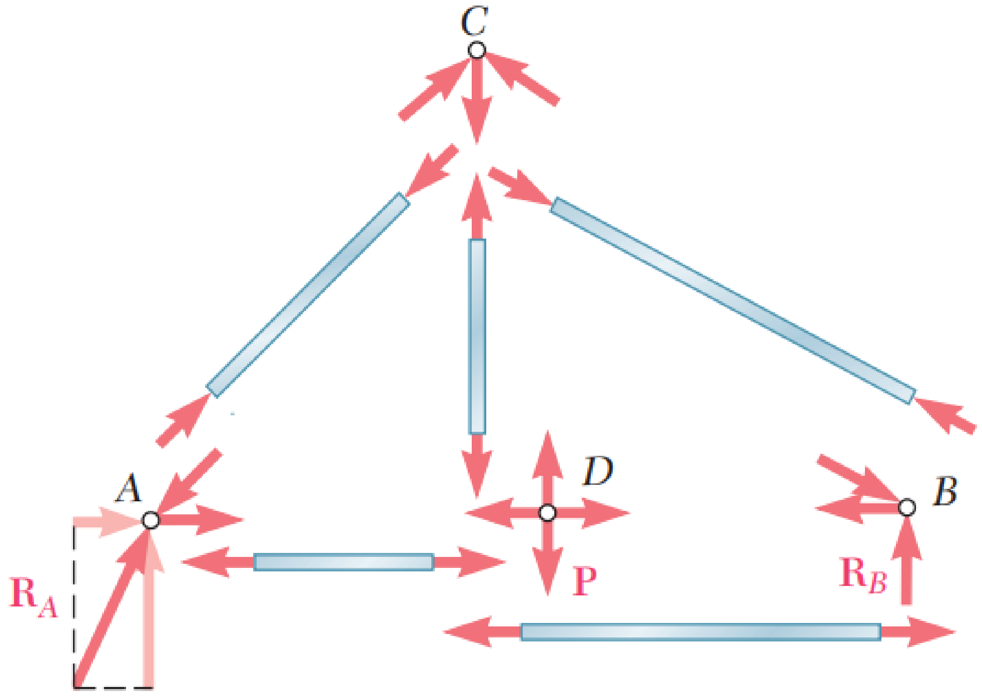
Análisis de armaduras: método de nodos.

Método de nodos

- Para analizar o diseñar una armadura, es necesario determinar la fuerza en cada uno de sus elementos.
- Una forma de hacer esto consiste en emplear el **método de nodos**. Este método se basa en el hecho de que toda la armadura está en equilibrio, entonces cada uno de sus nodos también está en equilibrio.



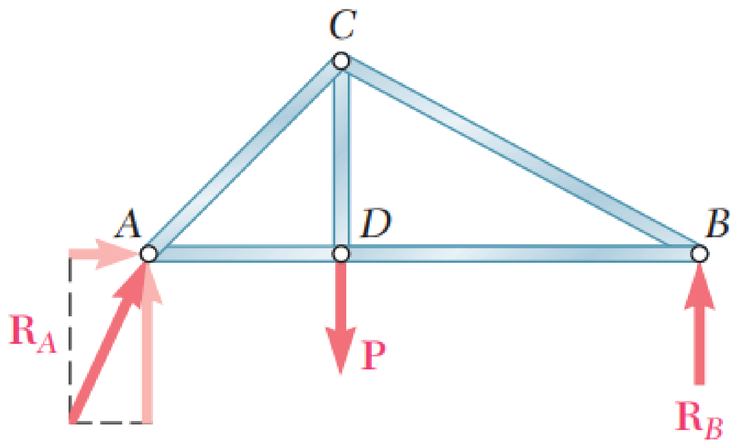
a)



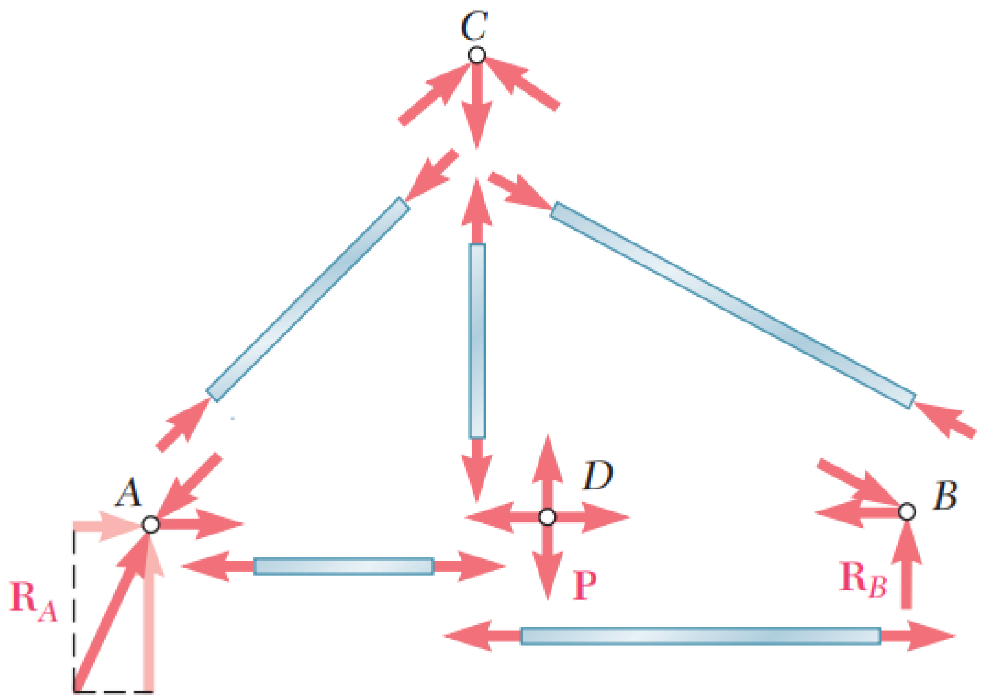
b)

Método de nodos

- Por lo tanto, si se traza el diagrama de cuerpo libre de cada nodo, se pueden usar las ecuaciones de equilibrio de fuerzas para obtener las fuerzas de los elementos que actúan sobre cada nodo.
- Como los elementos de una armadura plana son elementos rectos de dos fuerzas que se encuentran en el mismo plano, cada nodo está sometido a un sistema de fuerzas que es *coplanar* y *concurrente*. En consecuencia, sólo es necesario satisfacer $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ para garantizar el equilibrio.



a)



b)

Procedimiento para el análisis

A continuación, se describe un procedimiento para analizar armaduras utilizando el método de nodos:

1. Trace el diagrama de cuerpo libre de un nodo que tenga por lo menos una fuerza conocida y cuando mucho dos fuerzas desconocidas.
2. Establezca el sentido de las fuerzas desconocidas. Se recomienda suponer que las fuerzas desconocidas actúan siempre en tensión (saliendo del nodo). De esta manera, la solución numérica de las ecuaciones de equilibrio dará escalares positivos para elementos en tensión y escalares negativos para elementos a compresión.

Procedimiento para el análisis

3. Oriente los ejes x y y de manera que las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre puedan descomponerse fácilmente en sus componentes x y y.
4. Aplique las dos ecuaciones de equilibrio de fuerzas $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$. Despeje las dos fuerzas de elemento desconocidas y verifique su sentido correcto.
5. Con los resultados obtenidos, continúe con el análisis de cada uno de los otros nodos, hasta completar el análisis de todos los elementos que conforman la armadura.

Ejemplo

6.2 Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza en cada elemento de la armadura que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

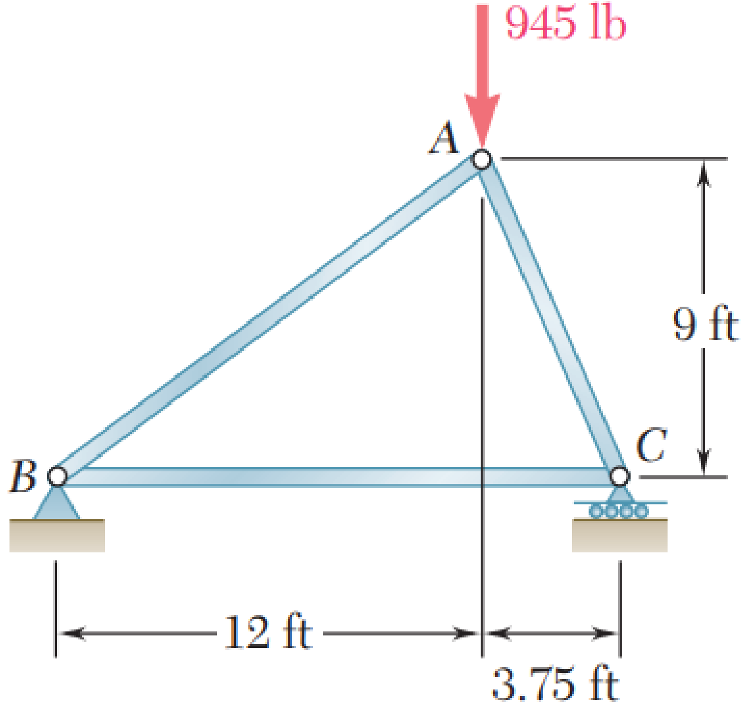
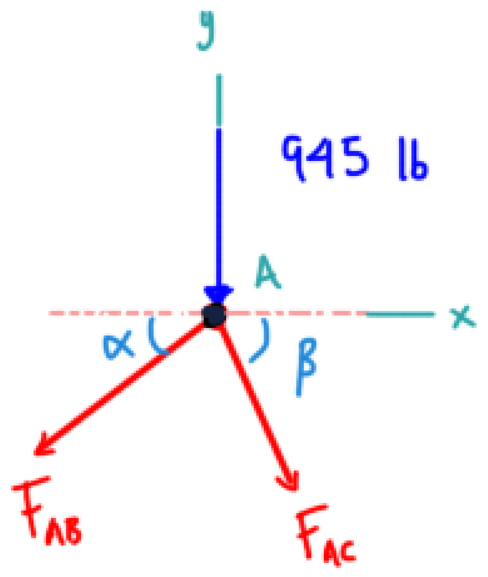


Figura P6.2

Ejercicio resuelto: https://www.youtube.com/watch?v=Rd42bgAtNYY

Ejemplo



Calculando los ángulos α y β:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{9}{12}\right) = 36.87°$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{9}{3.75}\right) = 67.38°$$

Analizando el nodo A:

$$\Sigma F_x = 0; \quad -F_{AB}\cos\alpha + F_{AC}\cos\beta = 0$$

$$-0.8F_{AB} + 0.3846F_{AC} = 0 \quad \ldots(i)$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad -945 - F_{AB}\operatorname{sen}\alpha - F_{AC}\operatorname{sen}\beta = 0$$

$$-945 - 0.6F_{AB} - 0.9231F_{AC} = 0 \quad \ldots(ii)$$

Despejando F_{AC} de (i) y (ii) e igualando:

$$\frac{0.8F_{AB}}{0.3846} = \frac{-945 - 0.6F_{AB}}{0.9231}$$

$$2.08F_{AB} = -1023.7 - 0.65F_{AB}$$

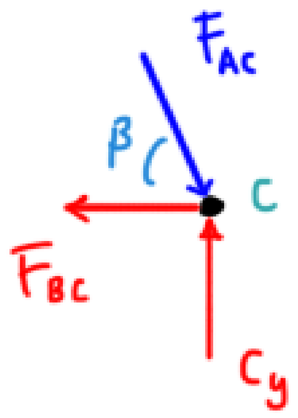
$$\therefore \; F_{AB} = -375 \text{ lb} = 375 \text{ lb (C)}$$

De la ecuación (i):

$$F_{AC} = -780 \text{ lb} = 780 \text{ lb (C)}$$

Ejemplo

Analizando el nodo C:



$$\Sigma F_x = 0; \quad F_{AC}\cos\beta - F_{BC} = 0$$

$$F_{BC} = F_{AC}\cos\beta = 300 \text{ lb (T)}$$

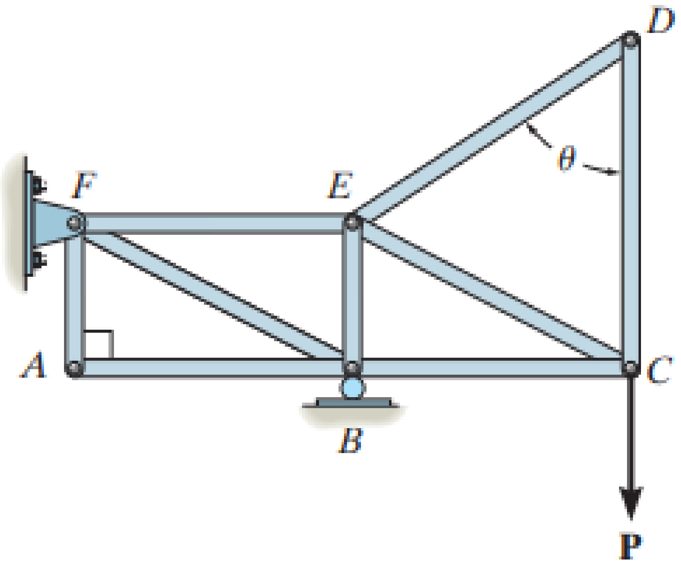
Elementos de fuerza cero

El análisis de armaduras por el método de nodos se simplifica de manera considerable si podemos identificar primero aquellos elementos que no soportan carga. Esos **elementos de fuerza cero** se usan para incrementar la estabilidad de la armadura durante la construcción y proporcionar soporte adicional si se modifica la carga aplicada.

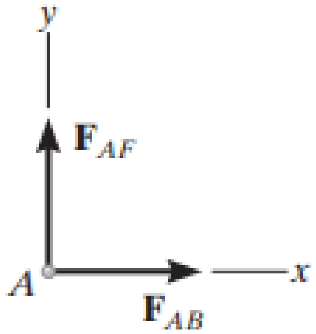
Por lo general, los elementos de fuerza cero de una armadura se pueden encontrar por inspección de cada uno de sus nodos.

¿Cómo identificar elementos de fuerza cero?

- Si sólo dos elementos forman el nodo de una armadura y no se aplica ninguna carga externa o reacción de soporte al nodo, los dos elementos deben ser elementos de fuerza cero.
- Si tres elementos forman un nodo de armadura en el cual dos de los elementos son colineales, el tercer miembro es un elemento de fuerza cero siempre que no se aplique ninguna fuerza exterior o reacción de soporte al nodo.



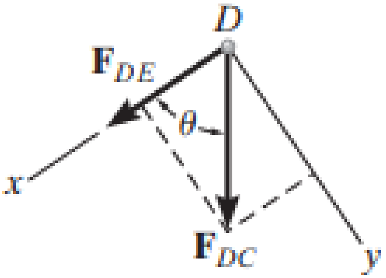
(a)



$\overset{+}{\rightarrow}\ \Sigma F_x = 0;\ \ F_{AB} = 0$

$+\uparrow\ \Sigma F_y = 0;\ \ F_{AF} = 0$

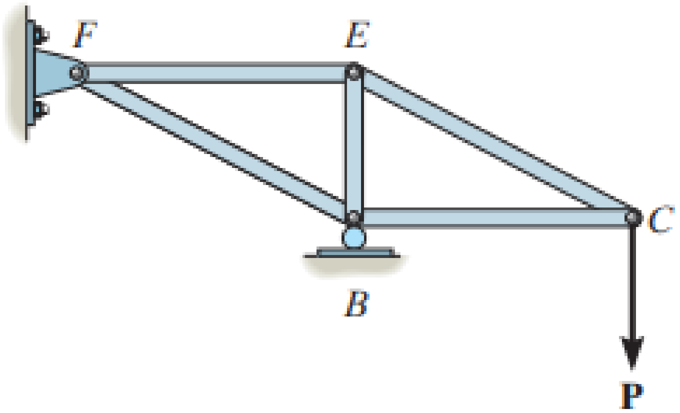
(b)



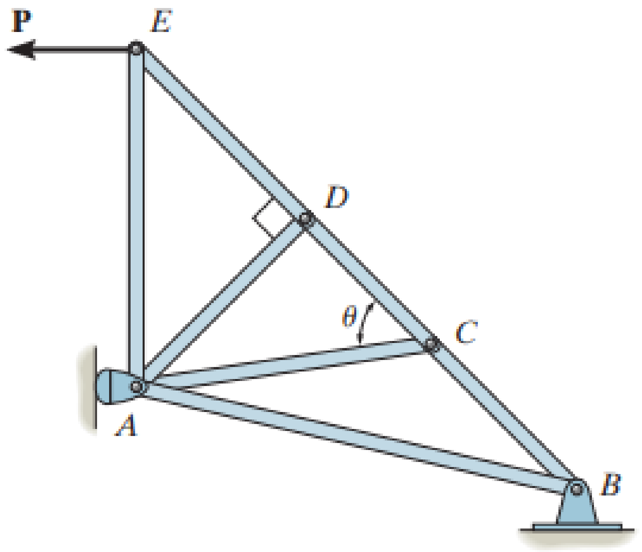
$+\searrow \Sigma F_y = 0;\ F_{DC}\sin\theta = 0;\quad F_{DC} = 0 \text{ since } \sin\theta \neq 0$

$+\swarrow \Sigma F_x = 0;\ F_{DE} + 0 = 0;\quad F_{DE} = 0$

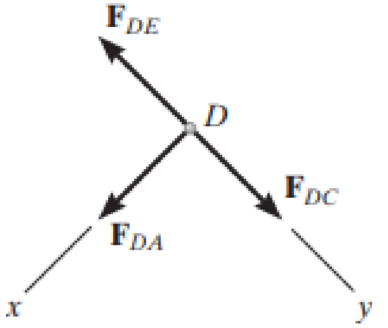
(c)



(d)



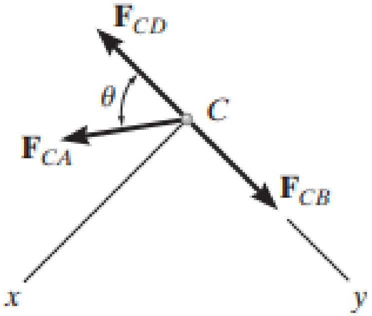
(a)



$+\swarrow \Sigma F_x = 0; \quad F_{DA} = 0$

$+\searrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{DC} = F_{DE}$

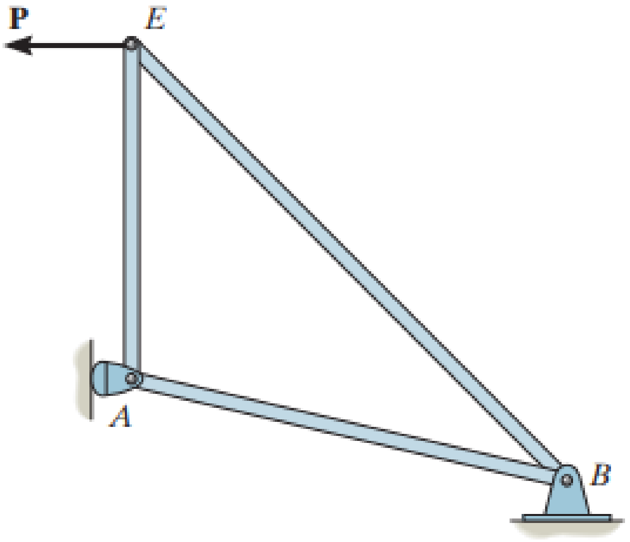
(b)



$+\swarrow \Sigma F_x = 0; \quad F_{CA} \sin\theta = 0; \quad F_{CA} = 0 \text{ since } \sin\theta \neq 0;$

$+\searrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{CB} = F_{CD}$

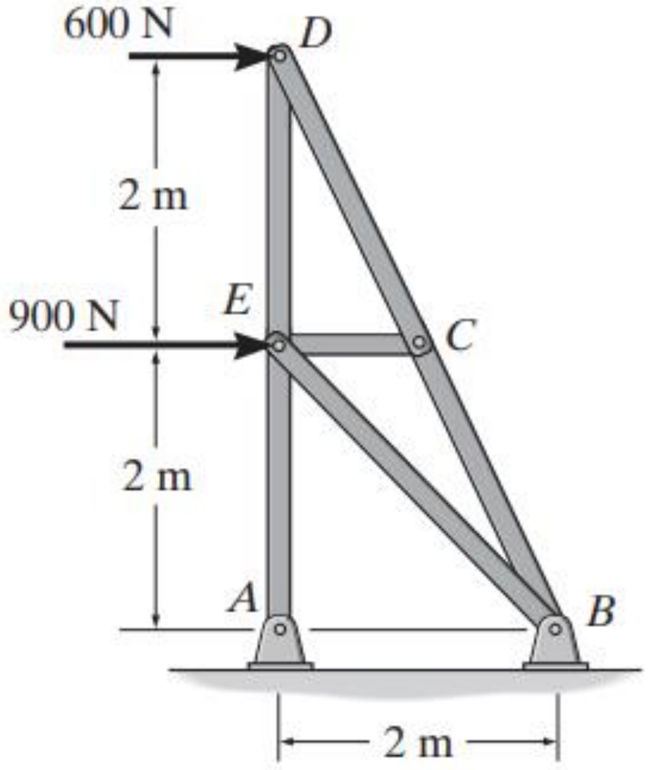
(c)



(d)

Ejemplo

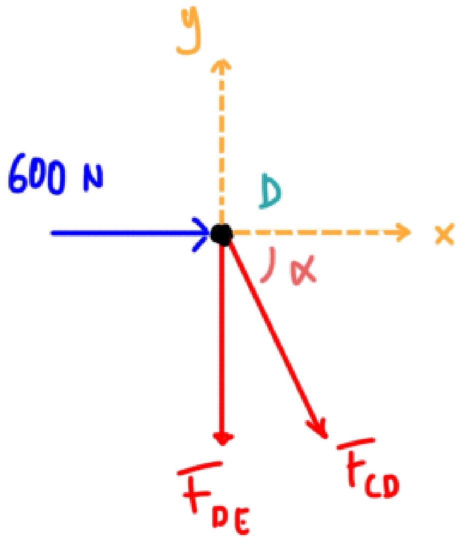
•6-1. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-1

Ejercicio resuelto: https://www.youtube.com/watch?v=UzlhLTwlAsU

Ejemplo



Analizando el nodo D:

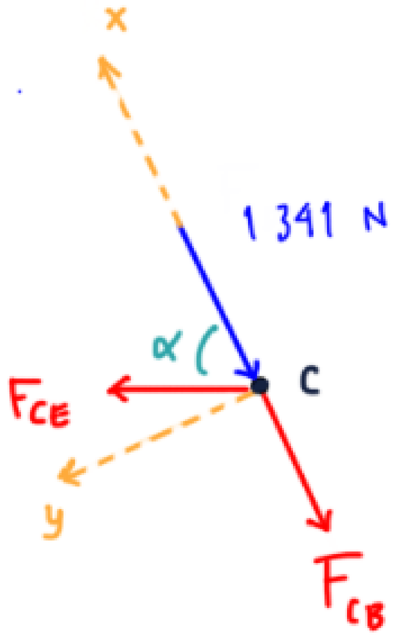
$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right) = 63.43°$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad 600 + F_{CD}\cos\alpha = 0$$

$$F_{CD} = -\frac{600}{\cos\alpha} = -1341.4 = 1341\text{ N (C)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -F_{DE} - F_{CD}\,\text{sen}\,\alpha = 0$$

$$F_{DE} = -F_{CD}\,sen\,\alpha = 1200\text{ N (T)}$$



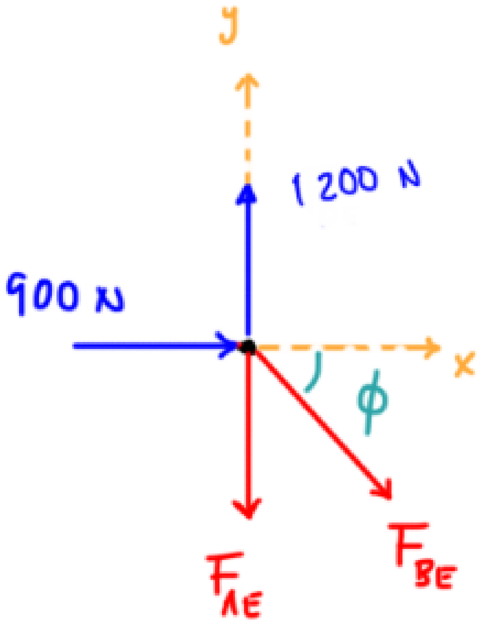
Analizando el nodo C:

$$+\swarrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_{CE}\,sen\,\alpha = 0 \qquad \rightarrow \qquad F_{CE} = 0$$

$$+\nwarrow \Sigma F_x = 0; \qquad -1341 - F_{CB} + F_{CE}\cos\alpha = 0$$

$$F_{CB} = -1341 + F_{CE}\cos\alpha = -1341\text{ N} = 1341\text{ N (C)}$$

Ejemplo



Analizando el nodo E:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = 45°$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad 900 + F_{BE}\cos\phi = 0$$

$$F_{BE} = -\frac{900}{\cos\phi} = -1272.8\ N = 1273\ \mathrm{N\ (C)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 1200 - F_{AE} - F_{BE}\,\mathrm{sen}\,\phi = 0$$

$$F_{AE} = 1200 - (-1272.8)\,\mathrm{sen}\,\phi = 2\,100\ \mathrm{N\ (T)}$$

Ejemplo

6.11 Determine la fuerza en cada elemento de la armadura Howe para techo que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

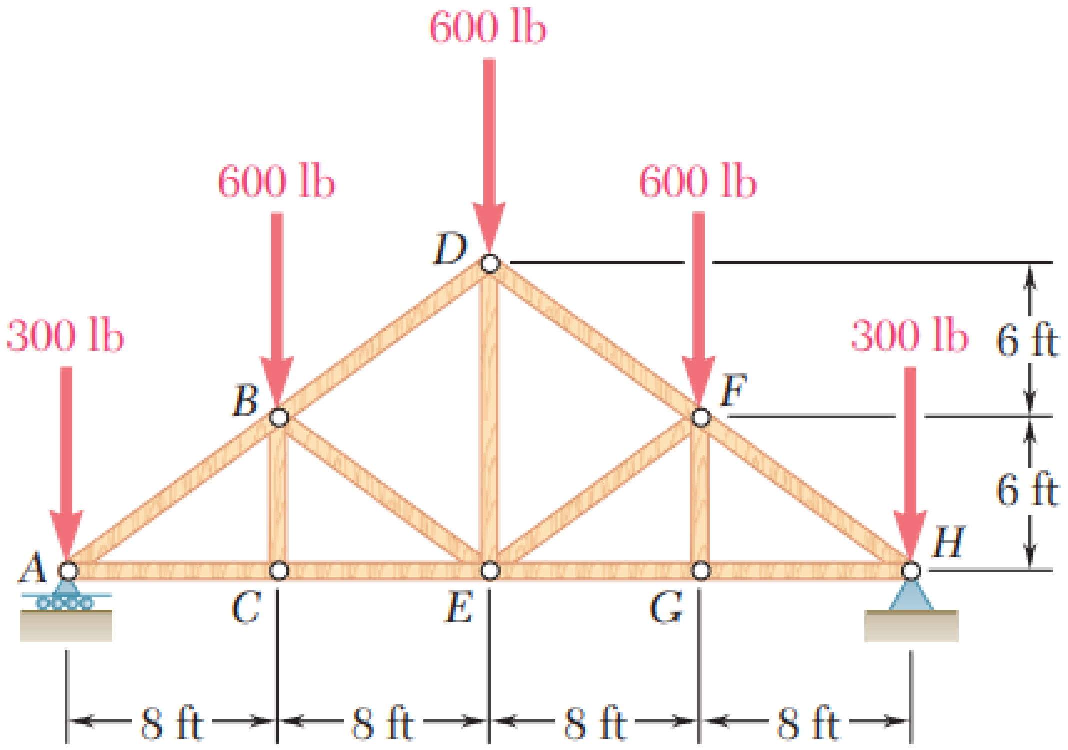
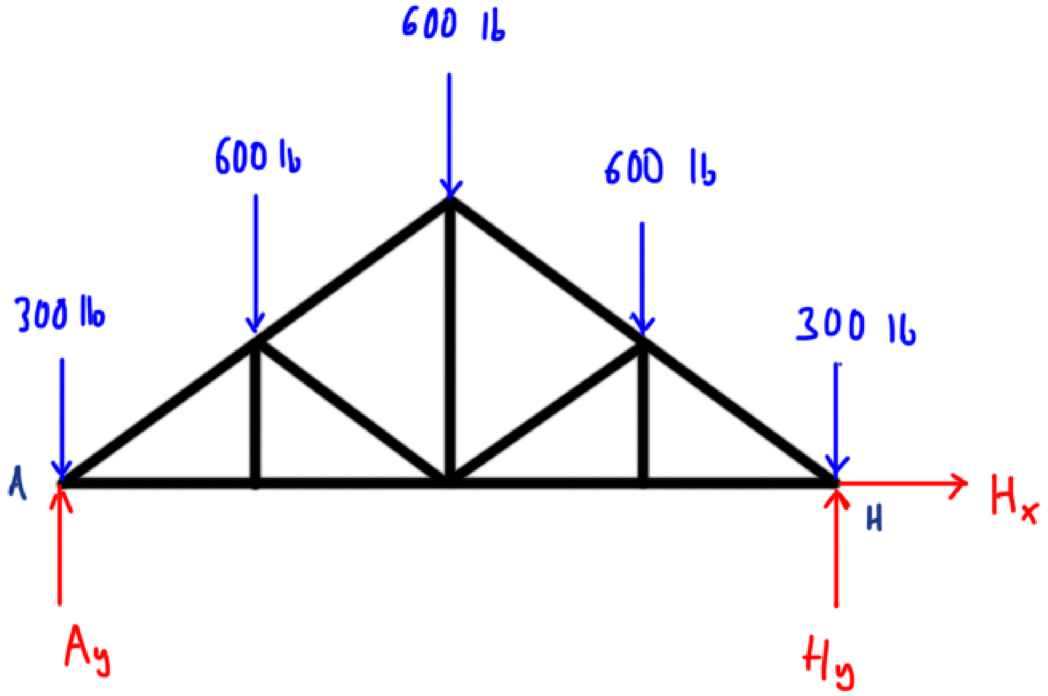


Figura P6.11

Ejercicio resuelto: https://www.youtube.com/watch?v=M2RFh9bD9hA

Ejemplo



Analizando la armadura completa:

$$\Sigma F_x = 0; \quad H_x = 0$$

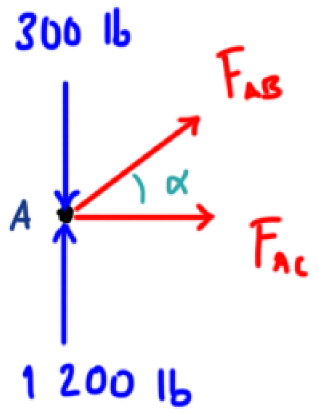
$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0; \quad -600(8) - 600(16) - 600(24) - 300(32) + H_y(32) = 0$$

$$H_y = 1200 \text{ lb}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y - 300 - 600 - 600 - 600 - 300 + 1200 = 0$$

$$A_y = 1200 \text{ lb}$$

Ejemplo



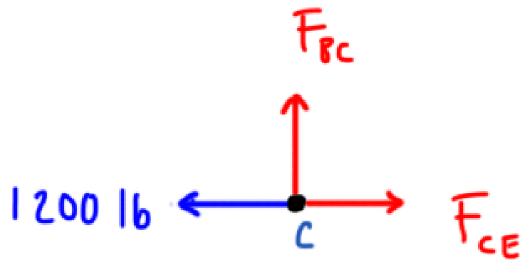
Analizando el nodo A:

$$\Sigma F_y = 0; \quad -300 + 1200 + F_{AB}\, sen\, \alpha = 0$$

$$F_{AB} = \frac{-1200 + 300}{sen\, \alpha} = -1\,500\ \mathrm{lb} = 1500\ \mathrm{lb\ (C)}$$

$$\Sigma F_x = 0; \quad F_{AB} \cos\alpha + F_{AC} = 0$$

$$F_{AC} = -F_{AB}\cos\alpha = -(-1500)\cos\alpha = 1200\ \mathrm{lb\ (T)}$$



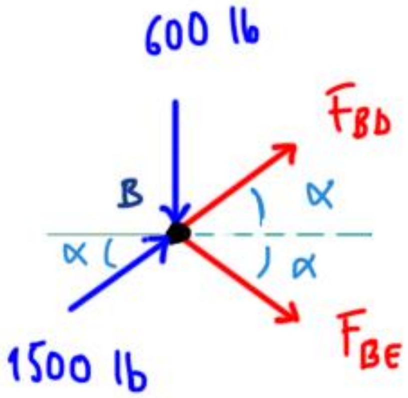
Analizando el nodo C:

$$\Sigma F_x = 0; \quad -1200 + F_{CE} = 0$$

$$F_{CE} = 1200\ \mathrm{lb\ (T)}$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad F_{BC} = 0$$

Ejemplo



Analizando el nodo B:

$$\Sigma F_x = 0; \quad 1500 \cos\alpha + F_{BD} \cos\alpha + F_{BE} \cos\alpha = 0$$

$$1200 + 0.8\, F_{BD} + 0.8\, F_{BE} = 0 \qquad \ldots (i)$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad 1500\, sen\, \alpha - 600 + F_{BD}\, sen\, \alpha - F_{BE}\, sen\, \alpha = 0$$

$$300 + 0.6\, F_{BD} - 0.6\, F_{BE} = 0 \qquad \ldots (ii)$$

Despejando F_{BD} de (i) y (ii) e igualando:

$$\frac{-0.8F_{BE} - 1200}{0.8} = \frac{0.6\, F_{BE} - 300}{0.6}$$

$$-F_{BE} - 1500 = F_{BE} - 500$$

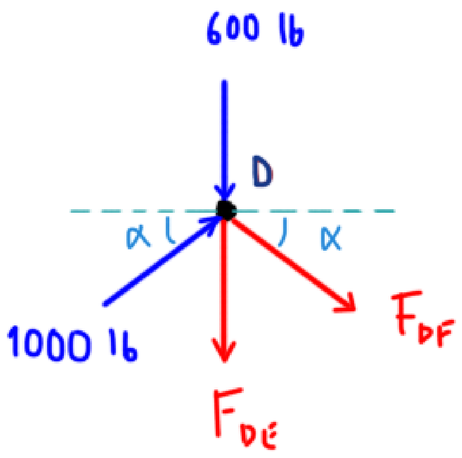
$$2F_{BE} = -1500 + 500$$

$$F_{BE} = -500 \text{ lb} = 500 \text{ lb (C)}$$

De la ecuación (i):

$$F_{BD} = -F_{BE} - 1500 = -(-500) - 1500 = -1000 \text{ lb} = 1000 \text{ lb (C)}$$

Ejemplo



Analizando el nodo D:

$$\Sigma F_x = 0; \quad 1000\cos\alpha + F_{DF}\cos\alpha = 0$$

$$800 + 0.8\,F_{DF} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{DF} = -\frac{800}{0.8} = -1000\,lb = 1000\text{ lb (C)}$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad 1000\,sen\,\alpha - 600 - F_{DE} - F_{DF}\,sen\,\alpha = 0$$

$$600 - 600 - F_{DE} - (-1000)(0.6) = 0$$

$$F_{DE} = 600\text{ lb (T)}$$

Por la simetría de la armadura y de las cargas:

$$F_{EF} = F_{BE} = 500\text{ lb (C)}$$

$$F_{FG} = F_{BC} = 0$$

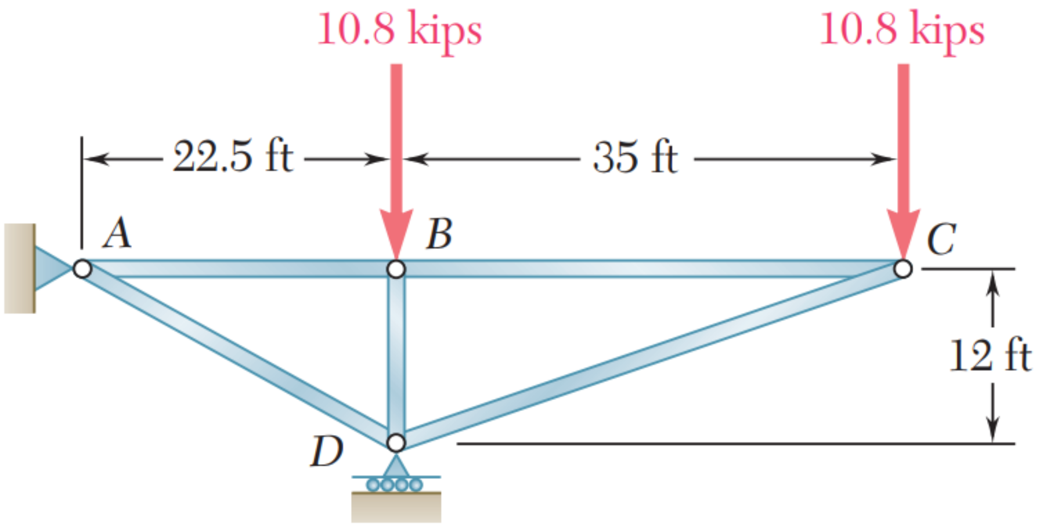
$$F_{EG} = F_{CE} = 1200\text{ lb (T)}$$

$$F_{FH} = F_{AB} = 1500\text{ lb (C)}$$

$$F_{GH} = F_{AC} = 1200\text{ lb (T)}$$

AC

Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza en cada elemento de la armadura que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Ejemplo

6.6 Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza en cada elemento de la armadura que se muestra en la figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

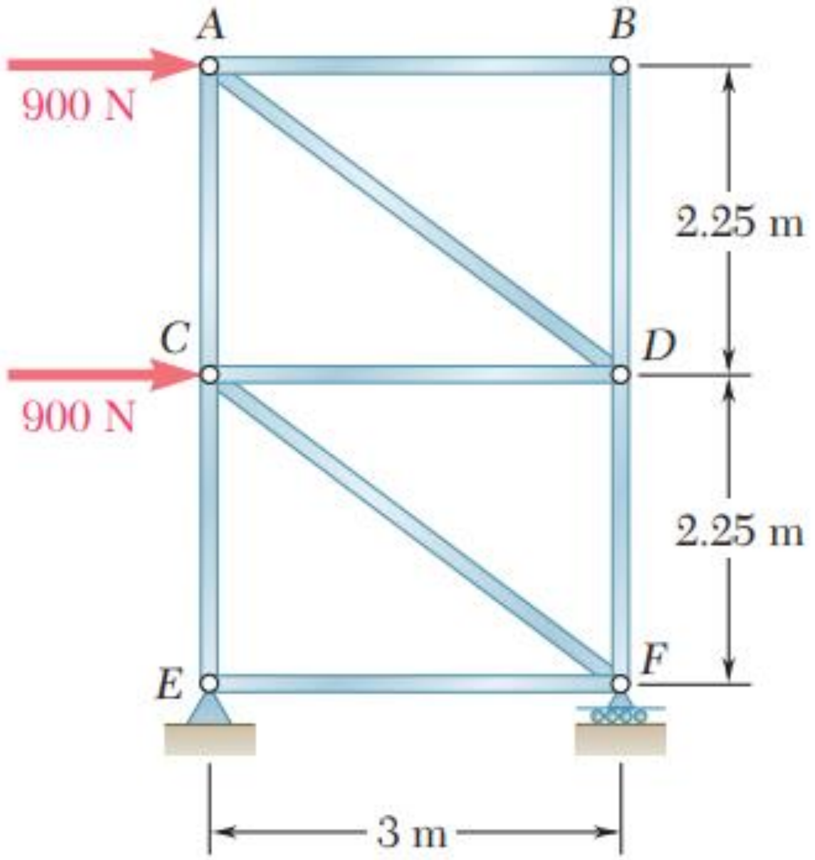


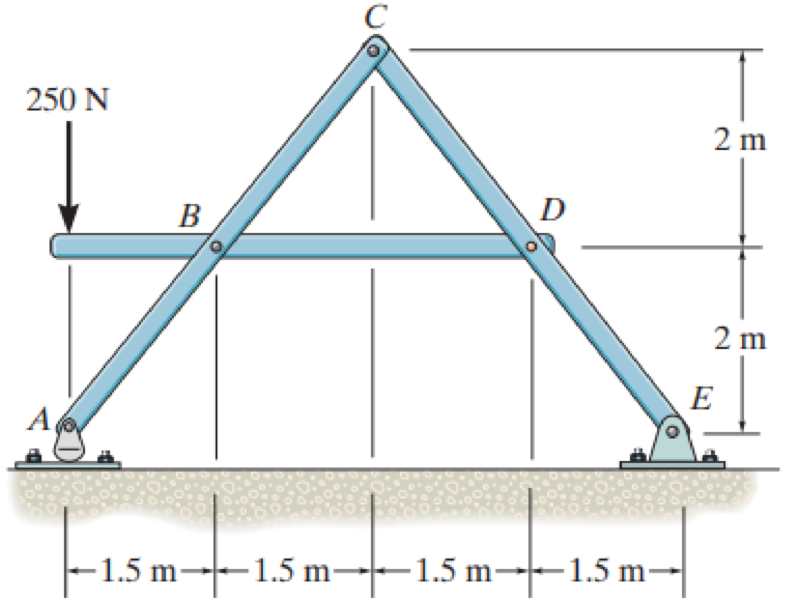
Figura P6.6

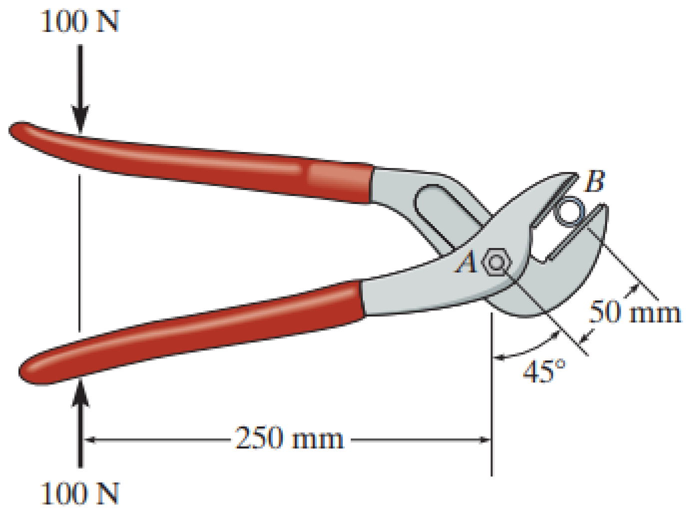
Bastidores y máquinas

Bastidores y máquinas

Los bastidores y las máquinas son dos tipos comunes de estructuras que a menudo están compuestas por elementos de varias fuerzas conectados mediante pasadores.

Los bastidores se usan para soportar cargas, mientras que las máquinas contienen partes móviles y están diseñadas para transmitir y modificar el efecto de las fuerzas.





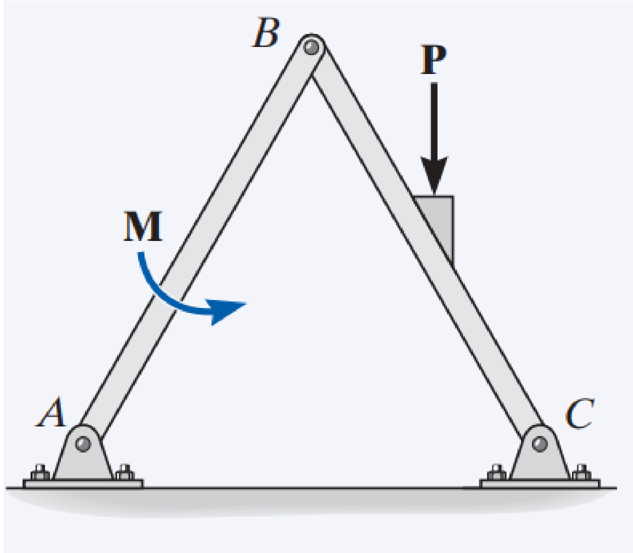
Procedimiento para el análisis

1. Traza el diagrama de cuerpo libre de todo el bastidor o toda la máquina, de una porción de éste o ésta, o de cada uno de sus elementos. La selección debe hacerse para que conduzca a la solución más directa del problema
2. Considera que las fuerzas de conexión entre dos elementos en contacto son de la misma magnitud, pero de sentido opuesto. Habitualmente, las fuerzas en las conexiones serán valores desconocidos, y, por lo tanto, tendrás que suponer su dirección.
3. Antes de dibujar los DCL, procura identificar los elementos de dos fuerzas, esto te ahorrará significativamente el número de ecuaciones a escribir y resolver. Recuerda que estos elementos tienen fuerzas iguales pero opuestas que actúan colinealmente en los extremos del elemento.

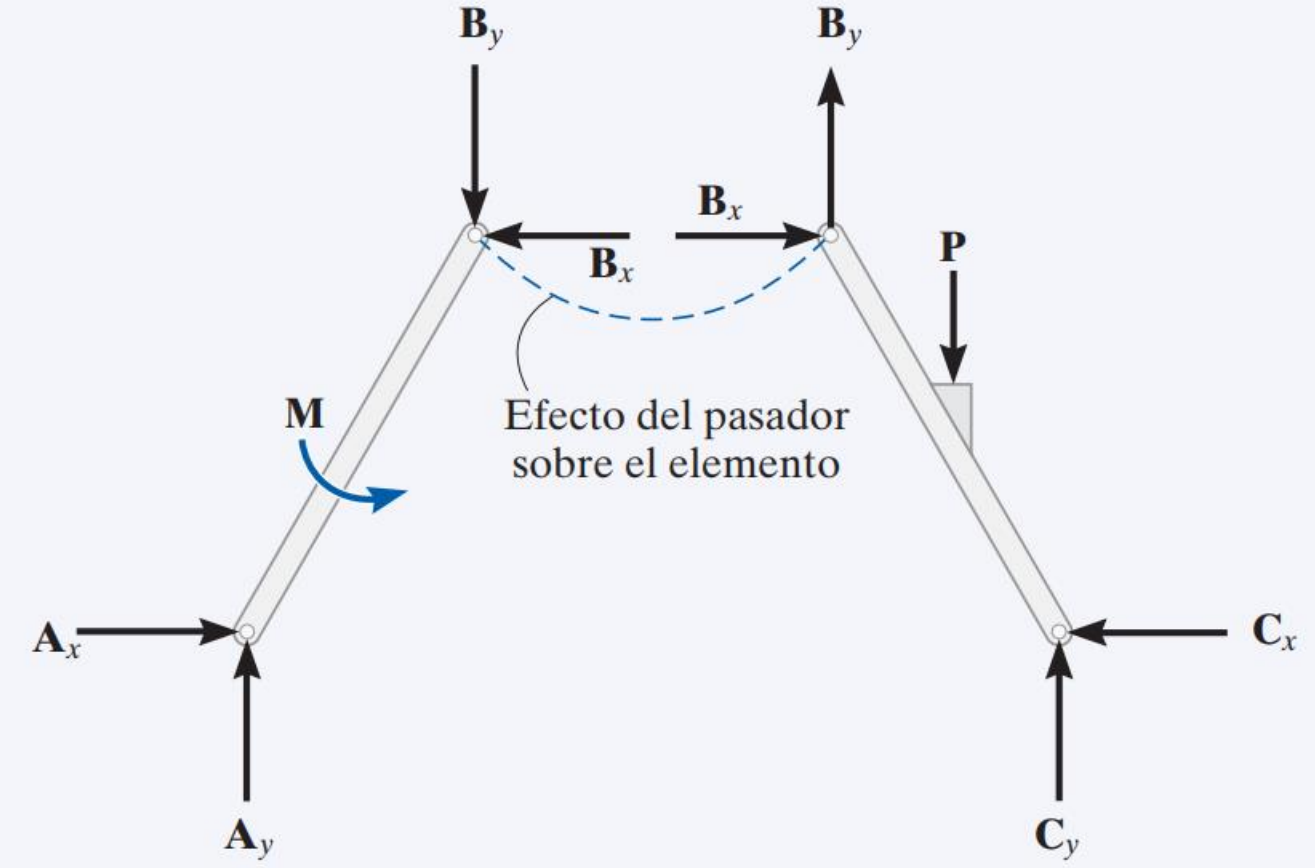
Procedimiento para el análisis

4. No en todos los casos es necesario que *desmenuces* elemento por elemento a la estructura, en algunas situaciones puede ser conveniente manejar porciones compuestas. Y en estos casos, si hay una conexión de pasador que no se quita, entonces no debes exhibir las fuerzas en esa conexión, puesto que en este escenario fungirán como fuerzas internas del conjunto.
5. Aplica las ecuaciones de equilibrio en el plano a cada uno de los componentes. Resuelve con respecto a los valores desconocidos. Comienza con un elemento del cuál conozcas más información acerca de las fuerzas que actúan sobre él. Seguramente necesitarás ir resolviendo de forma progresiva, tal que el resultado calculado en un elemento lo necesitarás en otro.
6. Ten cuidado al momento de calcular y verificar tus resultados, recuerda que un valor negativo como resultado, implica que la suposición en el sentido de la fuerza fue incorrecta, y entonces deberás hacer la corrección tanto en ese elemento como en los otros donde esa fuerza aparezca.

Ejemplo de DCL

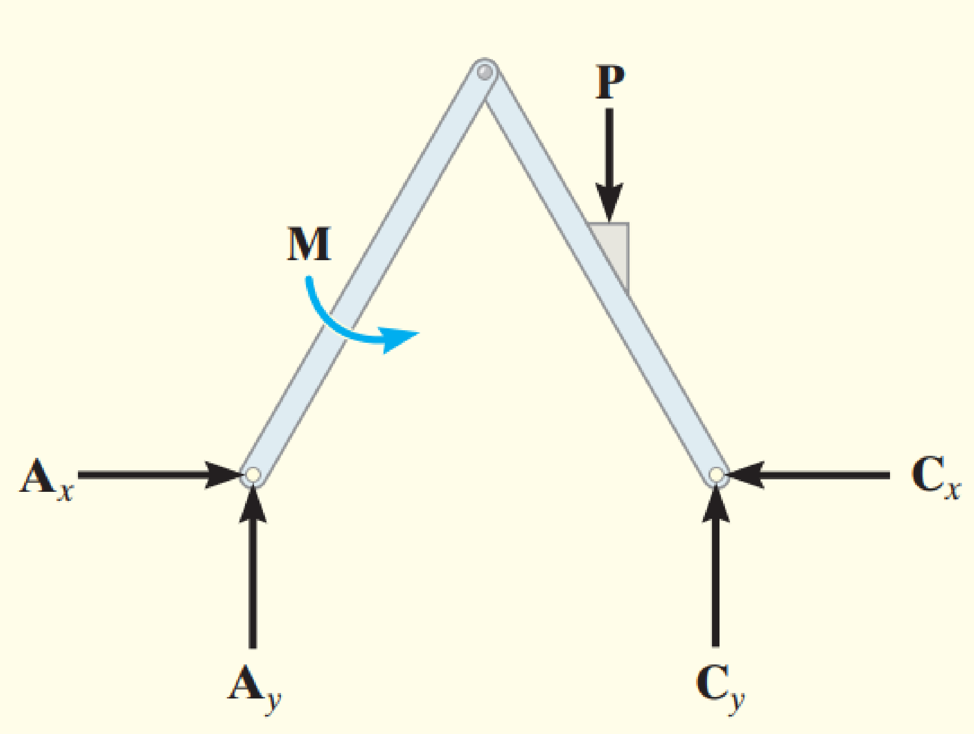


(a)

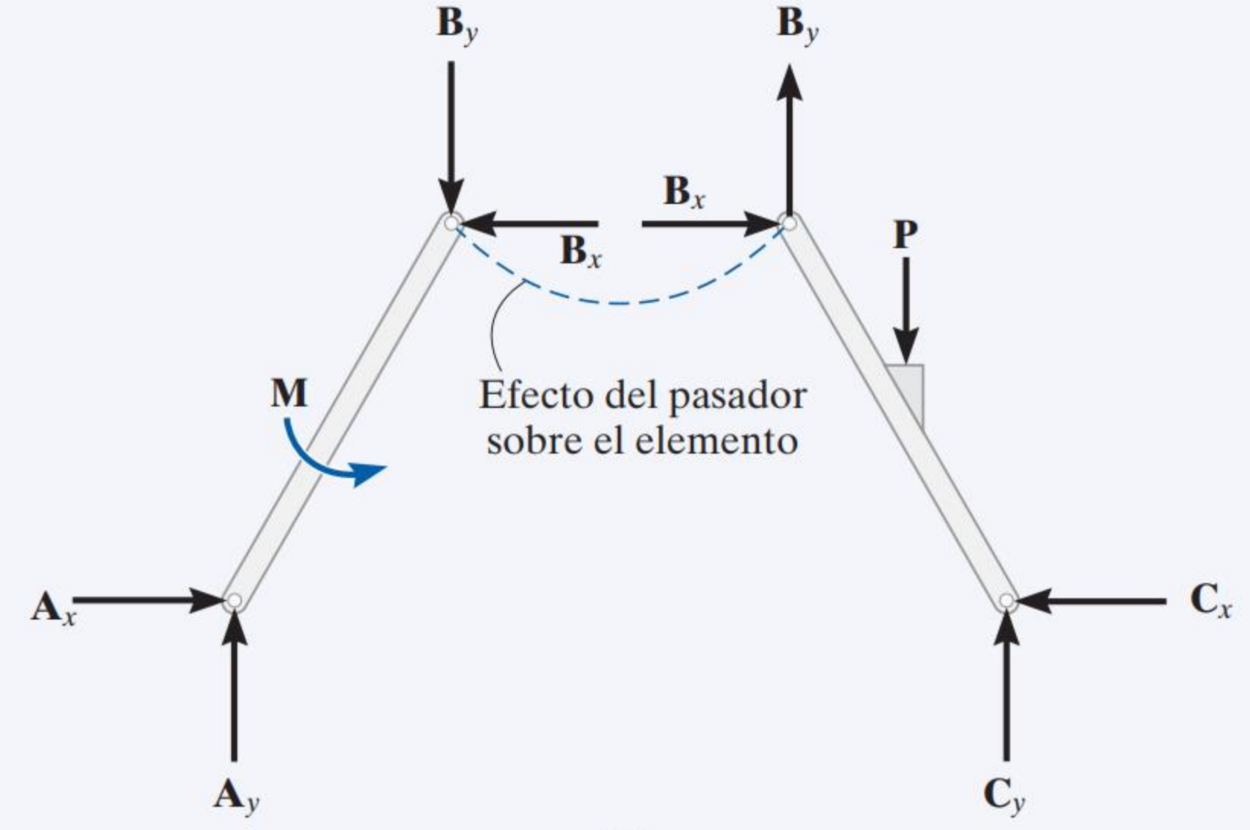


(b)

Ejemplo de DCL

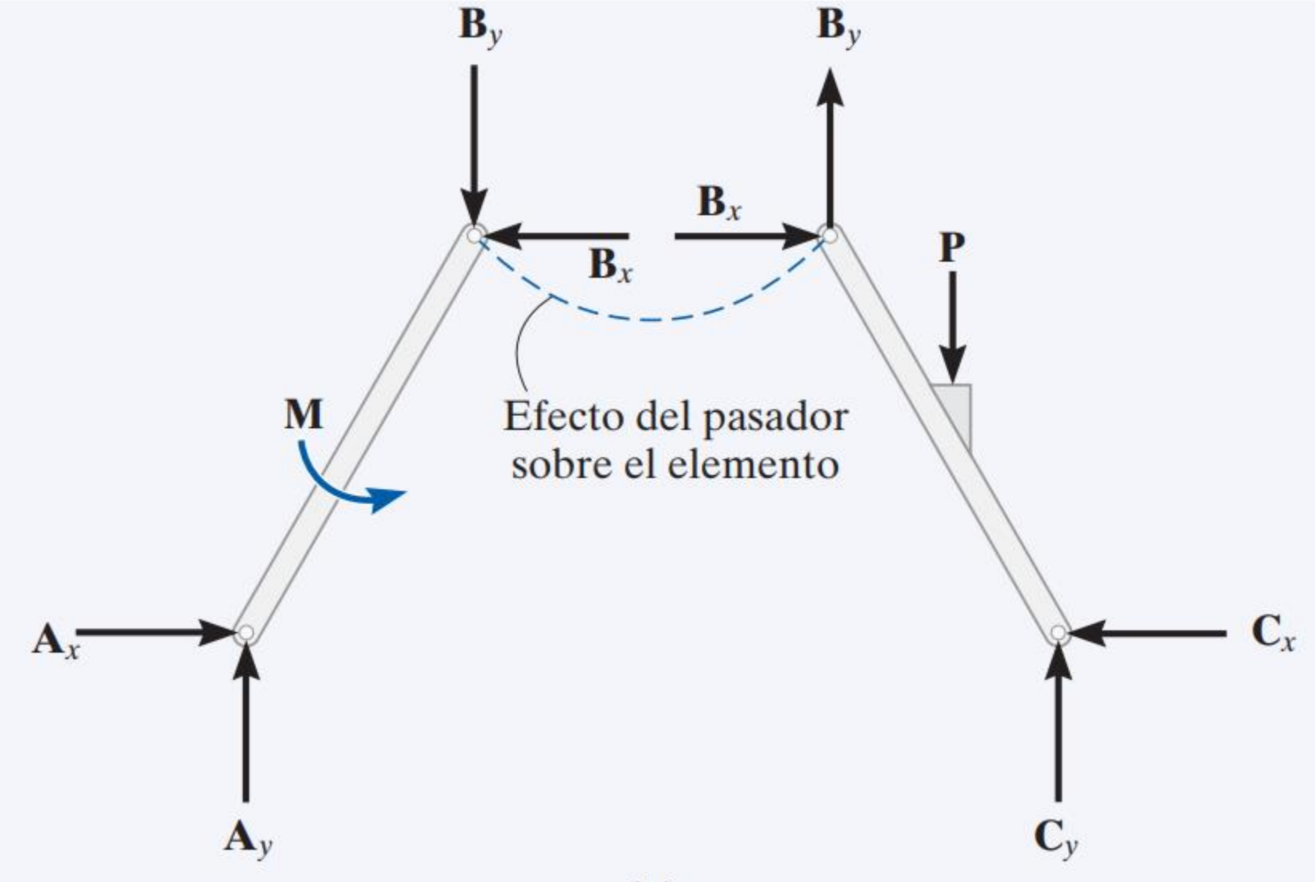


(e)

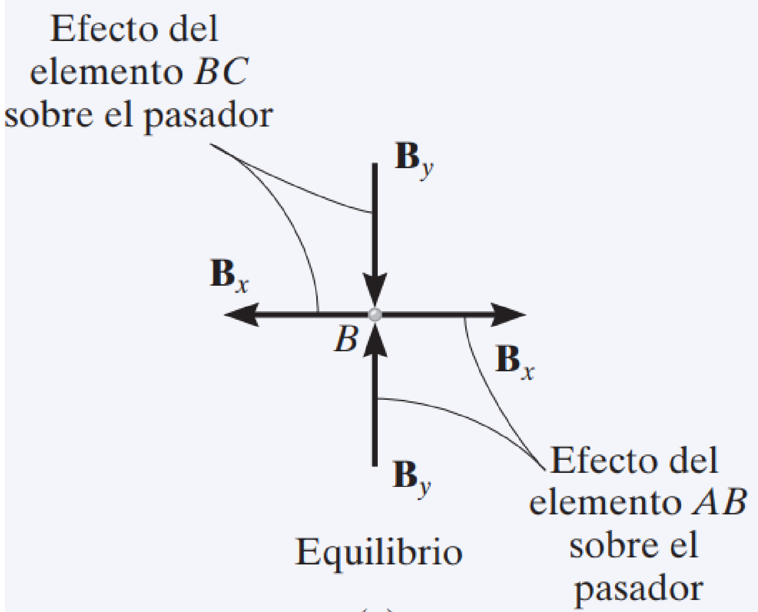


(b)

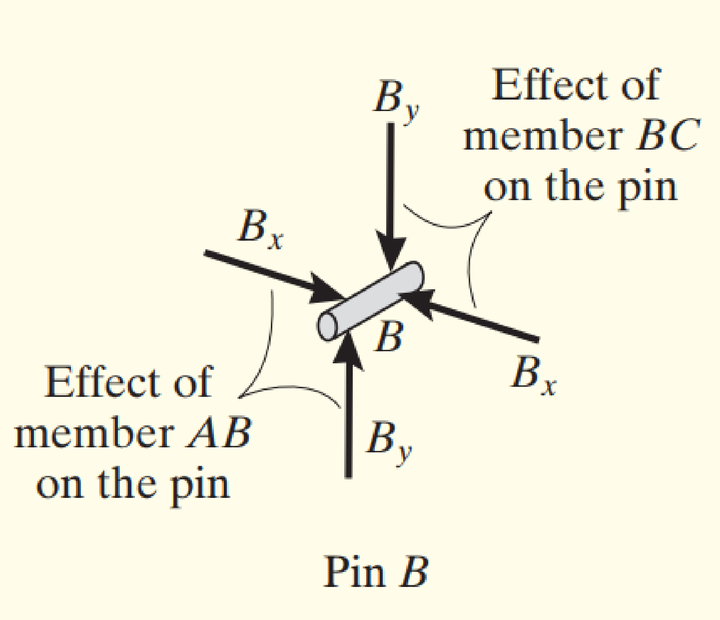
Ejemplo de DCL



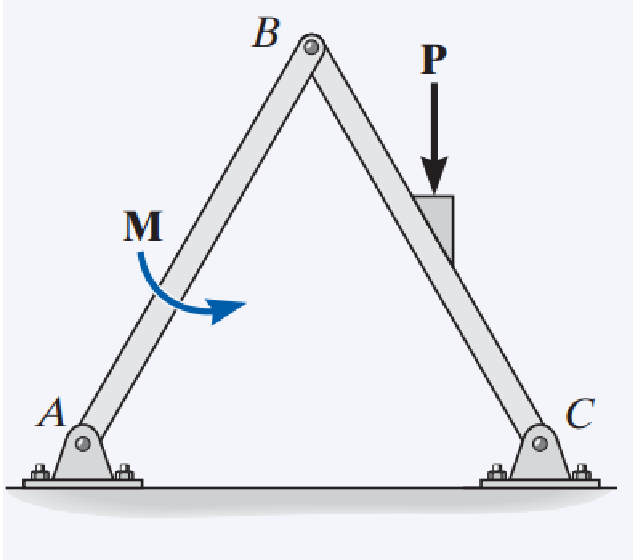
(b)



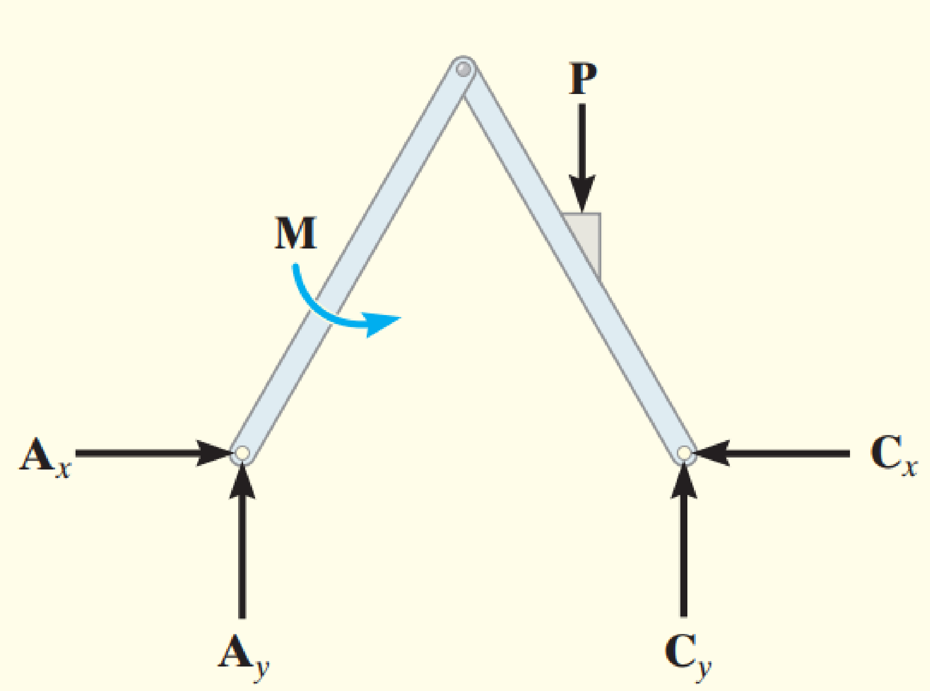
(c)



Ejemplo de DCL



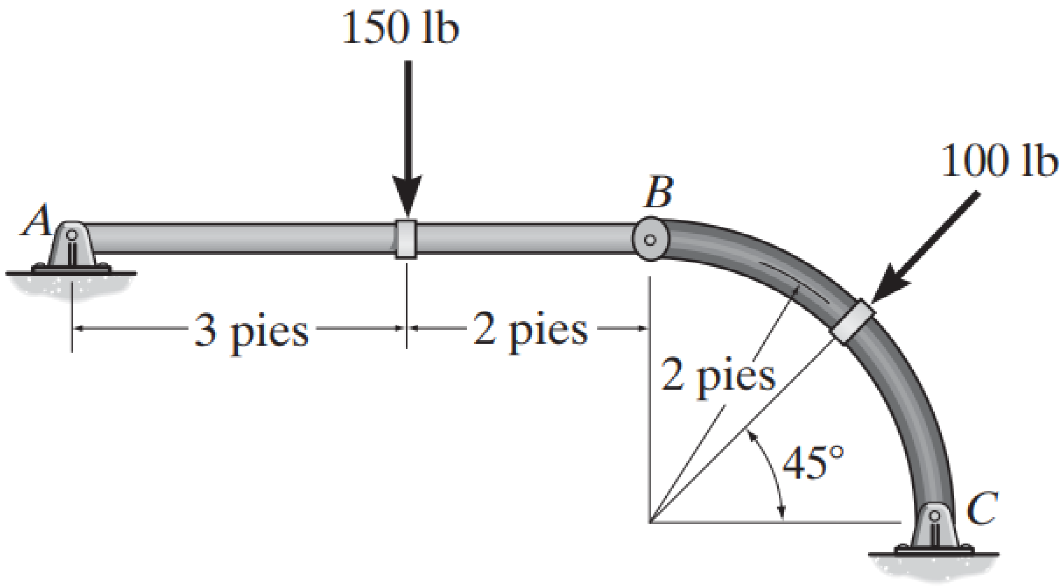
(a)



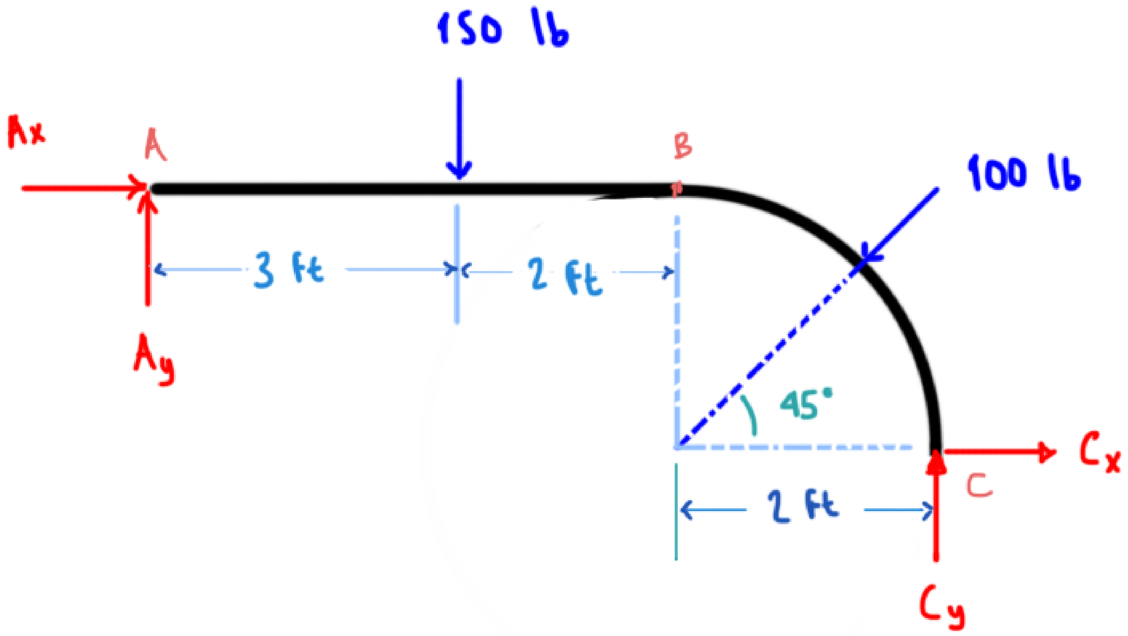
(e)

Ejemplo

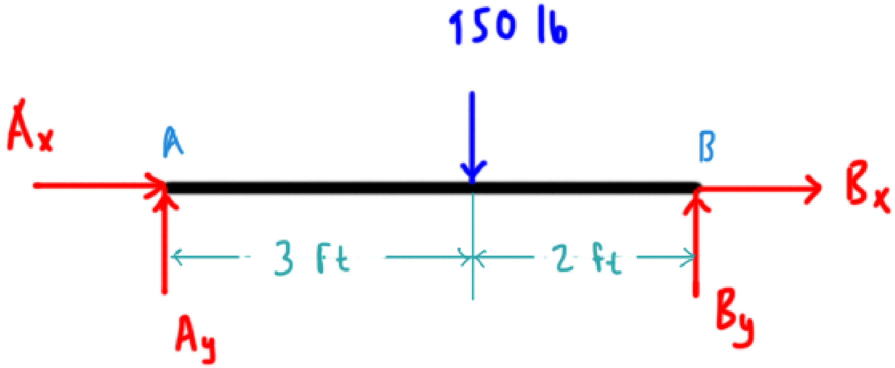
6-74. Determine las componentes horizontal y vertical de las reacciones en los pasadores *A* y *C*.



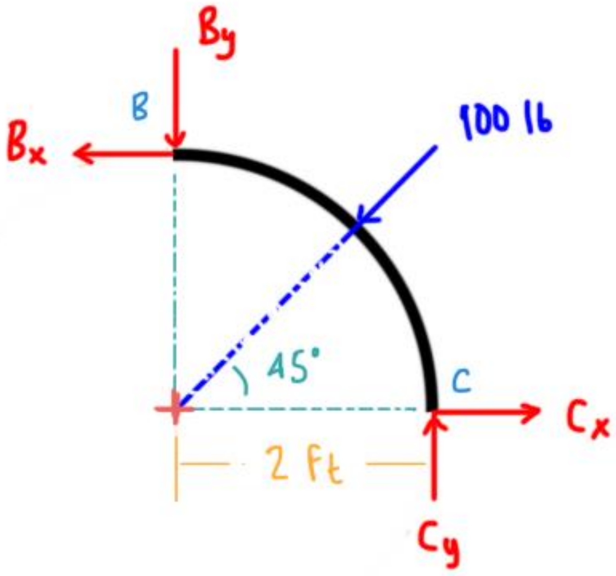
Ejemplo



150 lb
Ax
A
B
100 lb
3 ft
2 ft
Ay
45°
Cx
C
2 ft
Cy

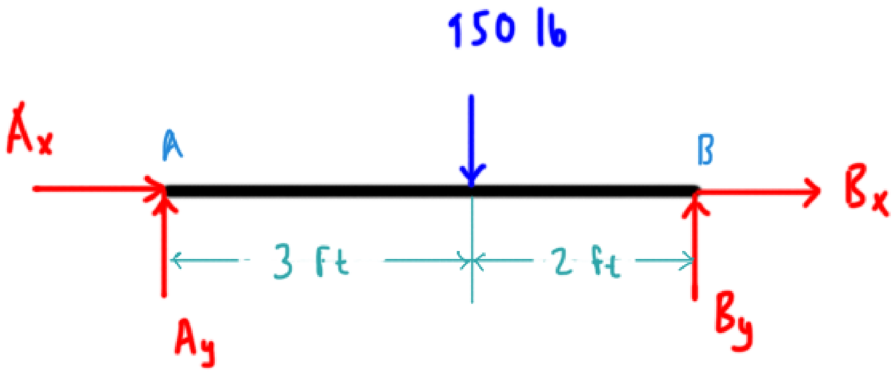


150 lb
Ax
A
B
Bx
3 ft
2 ft
Ay
By



By
B
Bx
100 lb
45°
C
Cx
2 ft
Cy

Analizando el componente AB



Realizando sumatoria de momentos en B:

$$\Sigma M_B = 0; \qquad -A_y(5) + 150(2) = 0$$

$$A_y = \frac{150(2)}{5} = 60 \text{ lb}$$

Haciendo sumatoria de fuerzas en y:

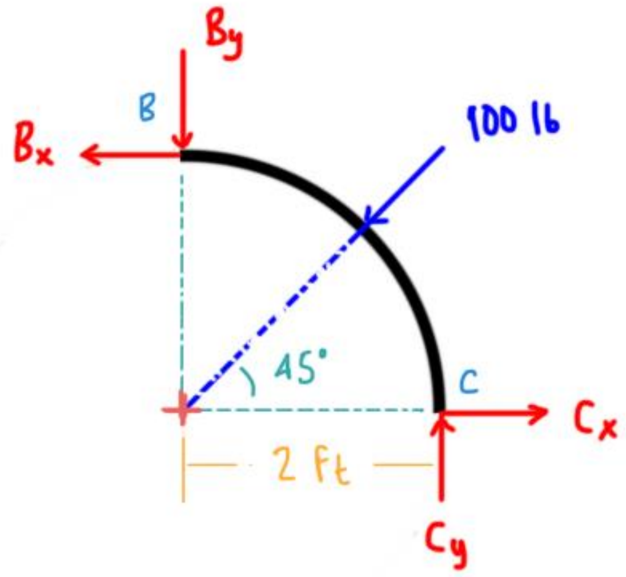
$$\Sigma F_y = 0; \qquad A_y + B_y - 150 = 0$$

$$B_y = 150 - A_y = 150 - 60 = 90 \text{ lb}$$

Haciendo sumatoria de fuerzas en x:

$$\Sigma F_x = 0; \qquad A_x + B_x = 0 \quad \dots (i)$$

Analizando el componente BC



Haciendo sumatoria de momentos en C:

$$\Sigma M_C = 0; \qquad B_y(2) + B_x(2) + 100 \text{ sen } 45°(2) = 0$$

$$B_x = \frac{-B_y(2) - 100\ sen\ 45°(2)}{2} = -160.71 \text{ lb}$$

De la sumatoria de fuerzas en x:

$$\Sigma F_x = 0; \qquad -B_x + C_x - 100 \cos 45° = 0$$

$$C_x = B_x + 100 \cos 45° = -160.71 + 70.71 = -90 \text{ lb}$$

De la sumatoria de fuerzas en y:

$$-B_y + C_y - 100 \text{ sen } 45° = 0$$

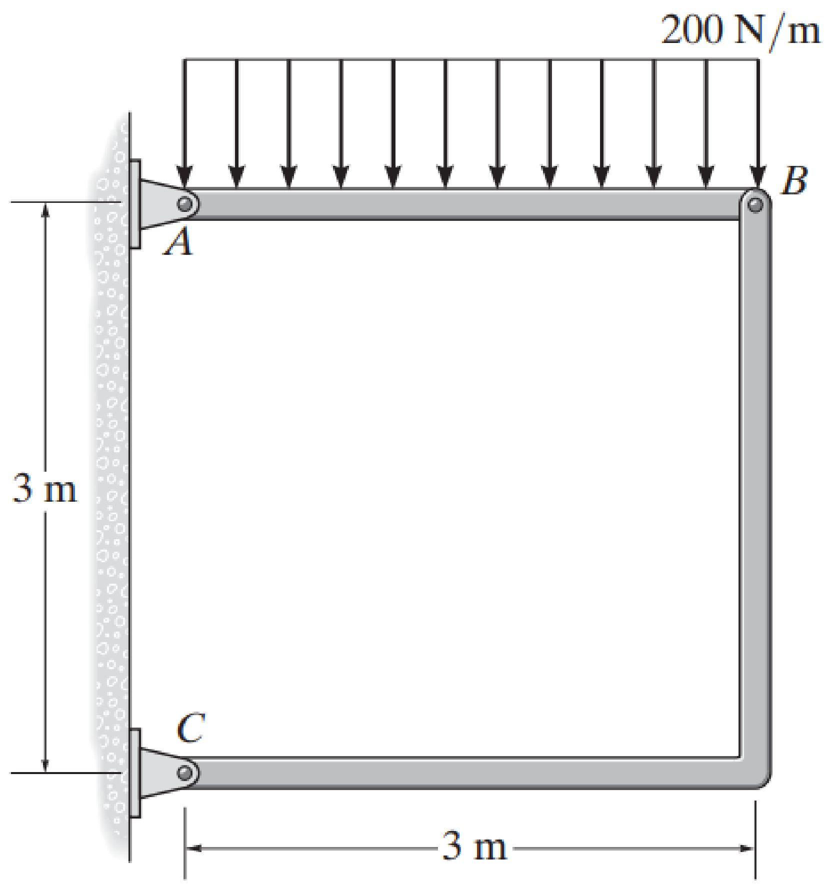
$$C_y = B_y + 100\ sen\ 45° = 90 + 100\ sen\ 45° = 160.71 \text{ lb}$$

De la ecuación (i):

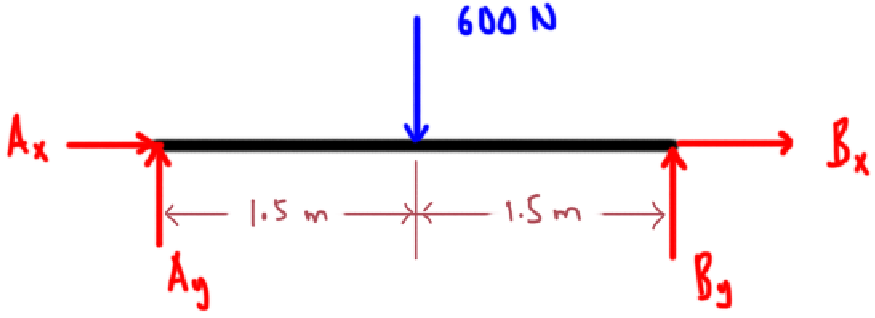
$$A_x = -B_x = -(-160.71) = 160.71 \text{ lb}$$

Ejemplo

6-78. Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en los pasadores A y C del bastidor de dos elementos.



Analizando el elemento AB



Reemplazamos la carga distribuida por su resultante que actúa en el centroide de la carga. La magnitud de la resultante se obtiene multiplicando la intensidad de la carga (200 N/m) por la longitud sobre la cual actúa la carga distribuida (3 m), es decir:

$$R_w = 200(3) = 600\ N$$

Haciendo sumatoria de momentos en A se tiene que:

$$\Sigma M_A = 0; \qquad -600(1.5) + B_y(3) = 0$$

$$B_y = \frac{600(1.5)}{3} = 300\ N$$

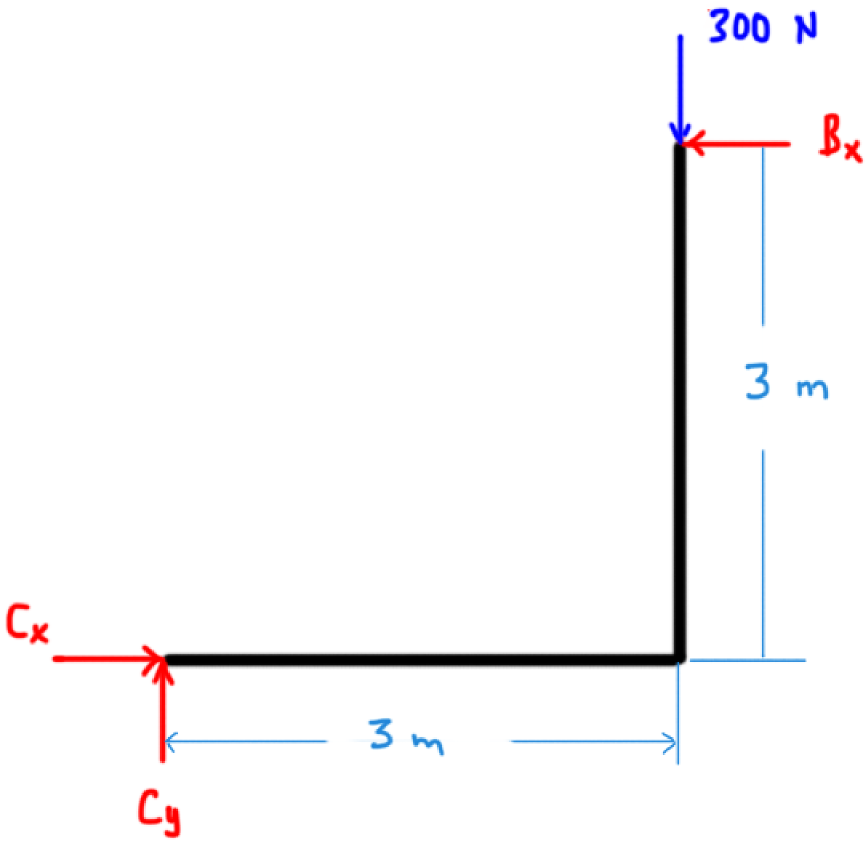
De la sumatoria de fuerzas en x y y:

$$\Sigma F_y = 0; \qquad A_y + B_y - 600 = 0$$

$$A_y = 600 - B_y = 300\ \mathrm{N}$$

$$\Sigma F_x = 0; \qquad A_x + B_x = 0 \quad \ldots (i)$$

Analizando el elemento BC



Calculando momentos con respecto al punto C:

$$\Sigma M_C = 0; \qquad -300(3) + B_x(3) = 0$$

$$B_x = \frac{300(3)}{3} = 300\ N$$

Haciendo sumatoria de fuerzas en x:

$$\Sigma F_x = 0; \qquad C_x - B_x = 0$$

$$C_x = B_x = 300\ N$$

Haciendo sumatoria de fuerzas en y:

$$\Sigma F_y = 0; \qquad C_y - 300 = 0$$

$$C_y = 300\ N$$

De la ecuación (i) del DCL del elemento AB:

$$A_x = -B_x = -300\ \mathrm{N}$$

Ejemplo

6.92 Determine las componentes de las reacciones en *D* y *E* si se sabe que cada polea tiene un radio de 250 mm.

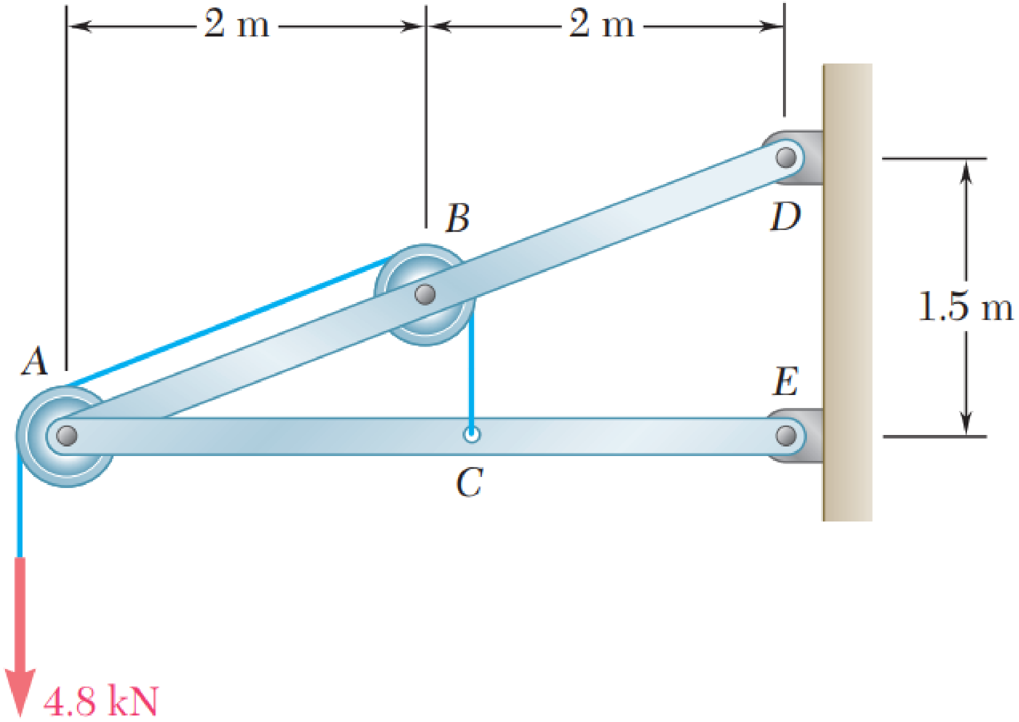
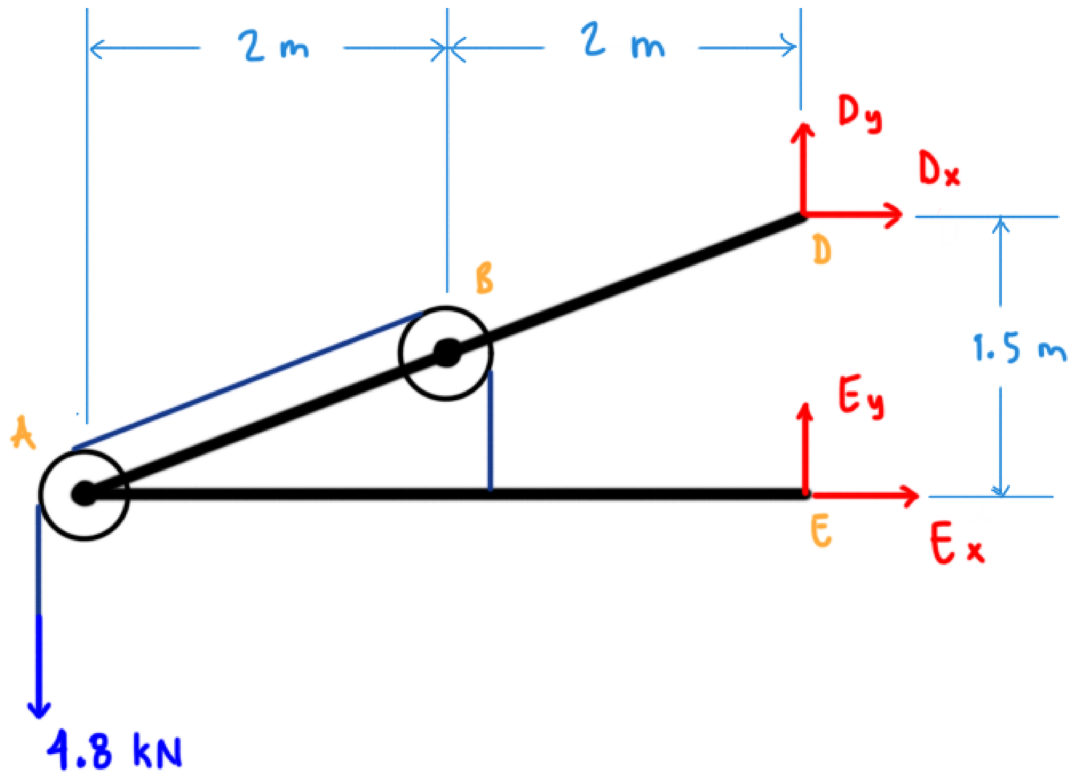


Figura P6.92

Ejercicio resuelto: https://www.youtube.com/watch?v=eEdOGDYDuSk

Analizando el bastidor completo



Haciendo sumatoria de momentos en el punto E:

$$\Sigma M_E = 0; \qquad -D_x(1.5) + 4.8(4.25) = 0$$

$$D_x = \frac{4.8(4.25)}{1.5} = 13.6\ \text{kN}$$

Realizando sumatoria de fuerzas en x:

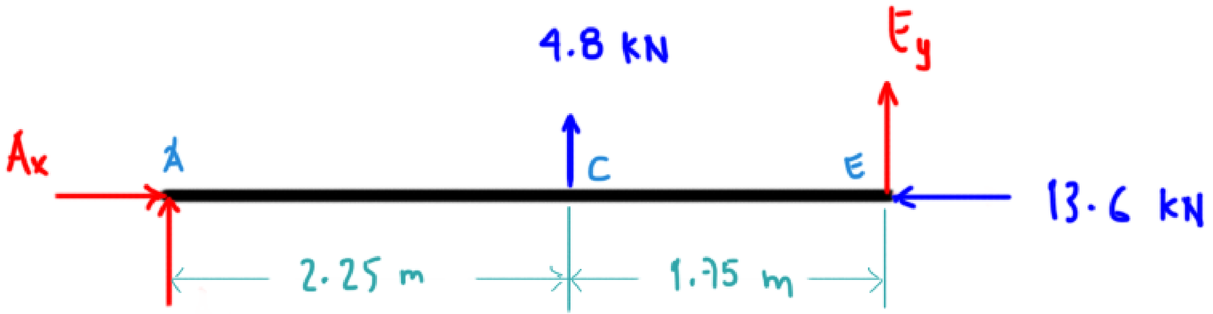
$$\Sigma F_x = 0; \qquad D_x + E_x = 0$$

$$E_x = -D_x = -13.6\ \text{kN}$$

De la sumatoria de fuerzas en y:

$$\Sigma F_y = 0; \qquad D_y + E_y - 4.8 = 0 \quad \dots(i)$$

Analizando el componente ACE



Haciendo sumatoria de momentos en el punto A:

$$\Sigma M_A = 0; \qquad 4.8(2.25) + E_y(4) = 0$$

$$E_y = \frac{-4.8(2.25)}{4} = -2.7 \text{ kN}$$

De la ecuación (i):

$$D_y = 4.8 - E_y = 4.8 - (-2.7) = 7.5 \text{ kN}$$

ADC

6.81 Para el armazón y la carga que se muestran en la figura, determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento ABC.

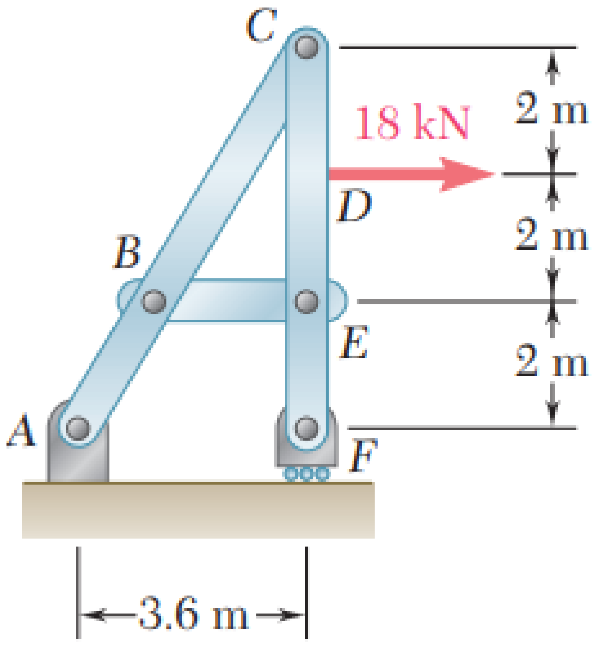


Figura P6.81

ADC

6.81 Para el armazón y la carga que se muestran en la figura, determine las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento ABC.

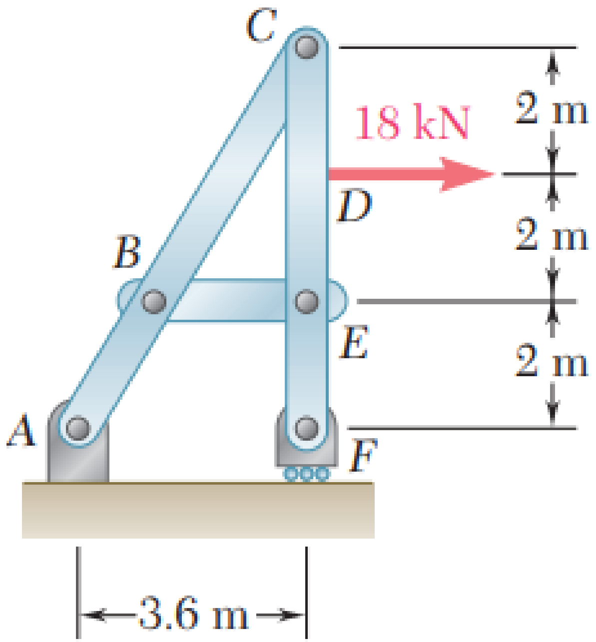
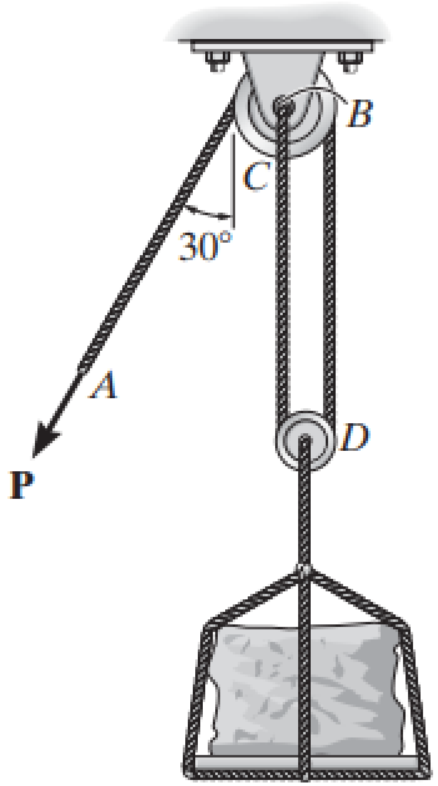


Figura P6.81

6.81 $\mathbf{A}_x = 18.00$ kN $\leftarrow$; $\mathbf{A}_y = 20.0$ kN $\downarrow$; $\mathbf{B} = 9.00$ kN $\rightarrow$; $\mathbf{C}_x = 9.00$ kN $\rightarrow$, $\mathbf{C}_y = 20.0$ kN $\uparrow$.

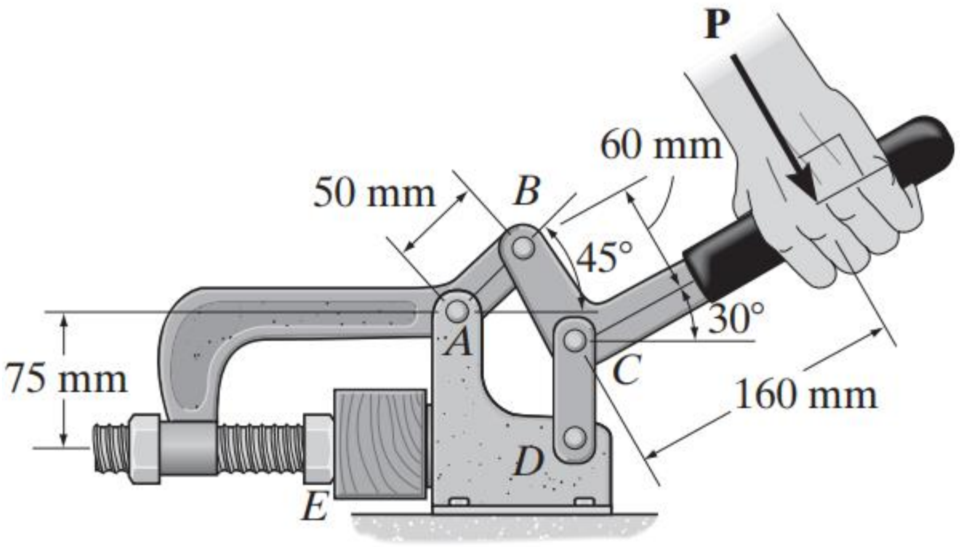
Ejemplo

***6-72.** El cable y las poleas se usan para elevar la piedra de 600 lb. Determine la fuerza que debe ejercerse sobre el cable en *A* y la magnitud correspondiente de la fuerza resultante que ejerce la polea en *C* sobre el pasador *B* cuando los cables están en la posición mostrada.

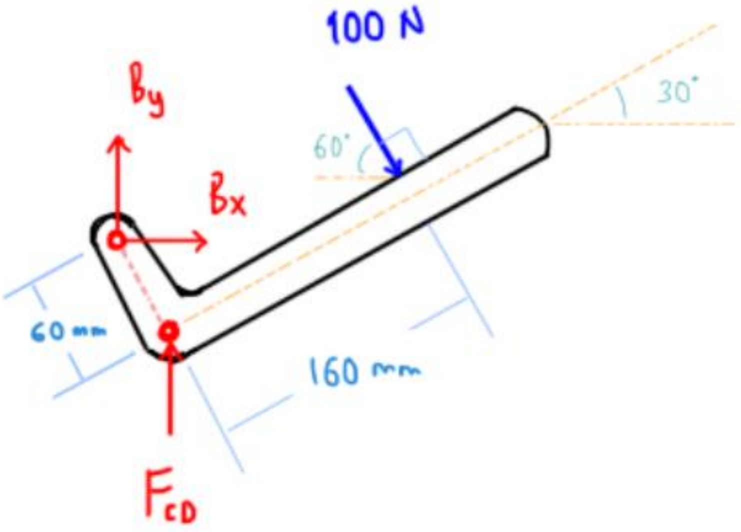


Ejemplo

6-115. Si se aplica una fuerza de $P = 100$ N sobre el mango de la tenaza de fijación, determine la fuerza N_E de apriete horizontal que ejerce la tenaza sobre el bloque liso de madera ubicado en E.



Analizando el mango de la tenaza:



Haciendo sumatoria de momentos en el punto B:

$$\Sigma M_B = 0; \qquad F_{CD}(60 \text{ sen } 30°) - 100(160) = 0$$

$$F_{CD} = \frac{100(160)}{60 \text{ sen } 30°} = 533.3\ N$$

De la sumatoria de fuerzas en x:

$$\Sigma F_x = 0; \qquad B_x + 100 \cos 60° = 0$$

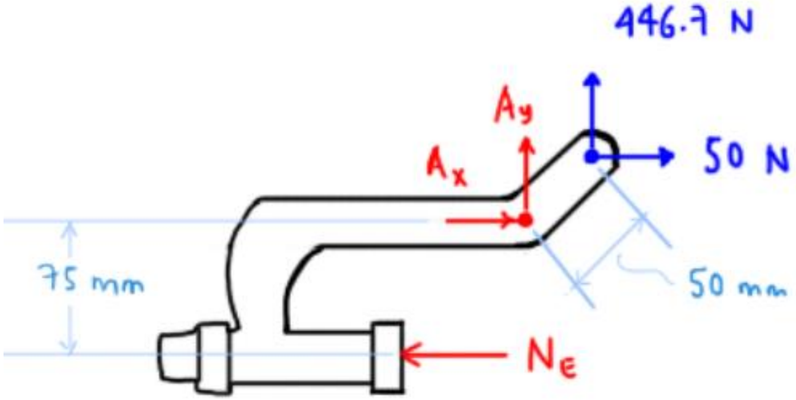
$$B_x = -100 \cos 60° = -50\ N$$

De la sumatoria de fuerzas en y:

$$\Sigma F_y = 0; \qquad B_y + F_{CD} - 100 \text{ sen } 60° = 0$$

$$B_y = -F_{CD} + 100\ sen\ 60° = -533.3 + 86.6 = -446.7\ N$$

Analizando el elemento BAE:



Haciendo sumatoria de momentos con respecto al punto A:

$$\Sigma M_A = 0; \qquad 446.7(50\cos 45°) - 50(50 \text{ sen } 45°) - N_E(75) = 0$$

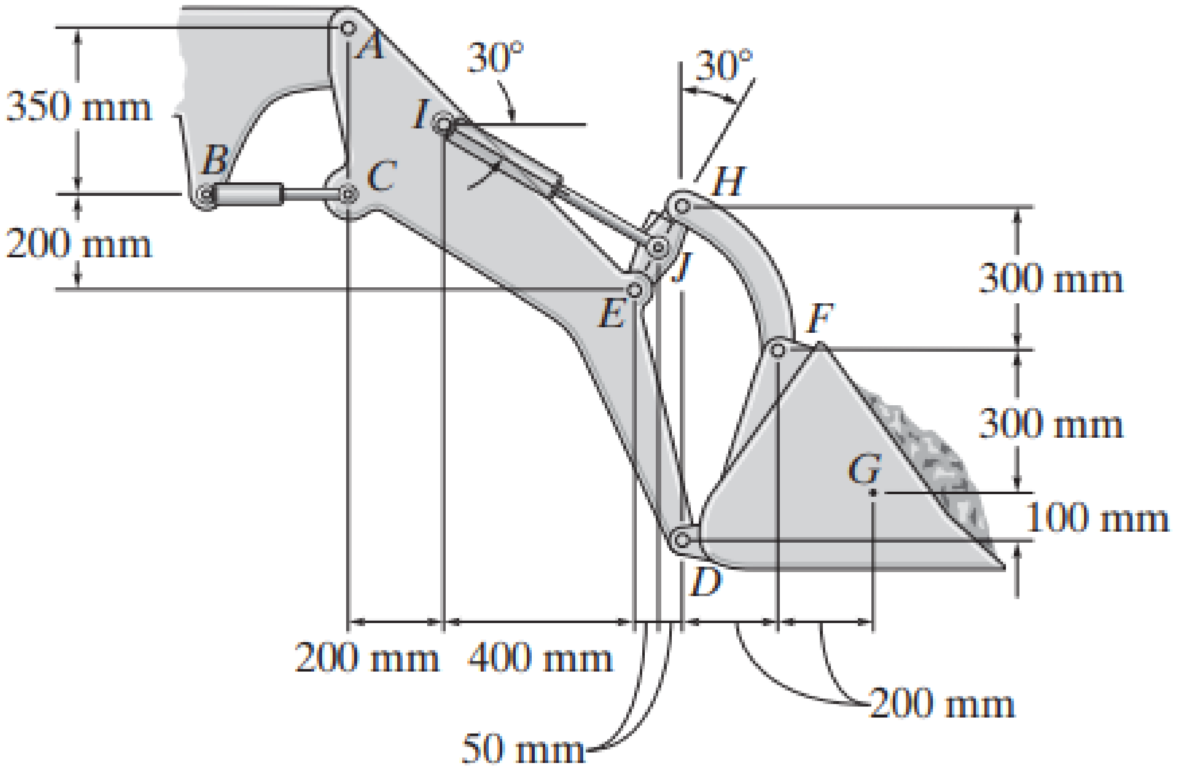
$$N_E = \frac{446.7(50\cos 45°) - 50(50 \text{ sen } 45°)}{75} = 187 \text{ N}$$

Por lo tanto, la fuerza de apriete N_E está dada por:

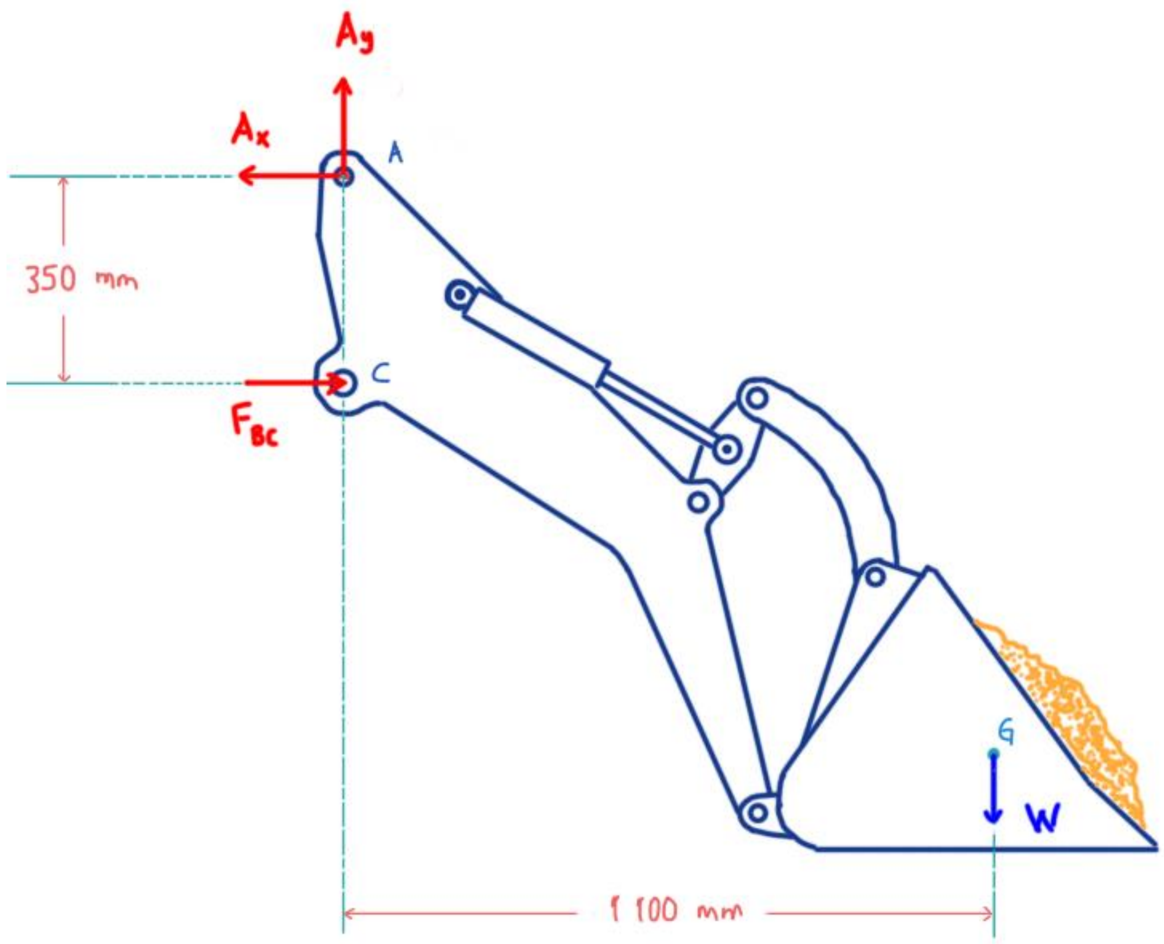
$$N_E = 187 \text{ N}$$

Ejemplo

6-114. La pala de la excavadora contiene una carga de tierra de 500 kg, con un centro de masa en G. Calcule las fuerzas desarrolladas en los cilindros hidráulicos IJ y BC debido a esta carga.



Analizando el sistema completo:



Calculando W:

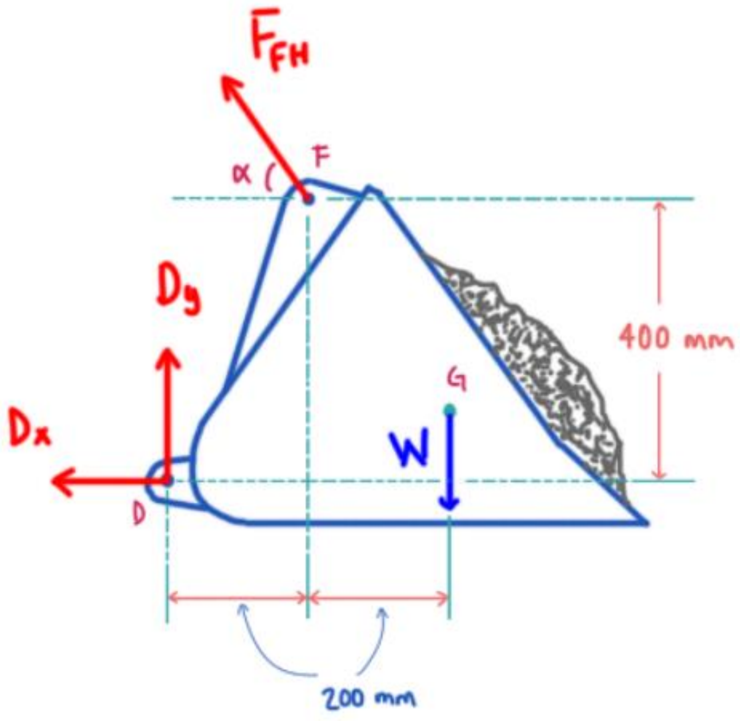
$$W = 500(9.81) = 4905 \text{ N}$$

Haciendo sumatoria de momentos con respecto al punto A:

$$\Sigma M_A = 0; \quad -W(1100) + F_{BC}(350) = 0$$

$$F_{BC} = \frac{4905(1100)}{350} = 15\,416 \text{ N}$$

Analizando la pala:



Haciendo sumatoria de momentos con respecto al punto D:

$$\Sigma M_D = 0; \qquad -W(400) + F_{FH}\cos\alpha\,(400) + F_{FH}\,\mathrm{sen}\,\alpha(200) = 0$$

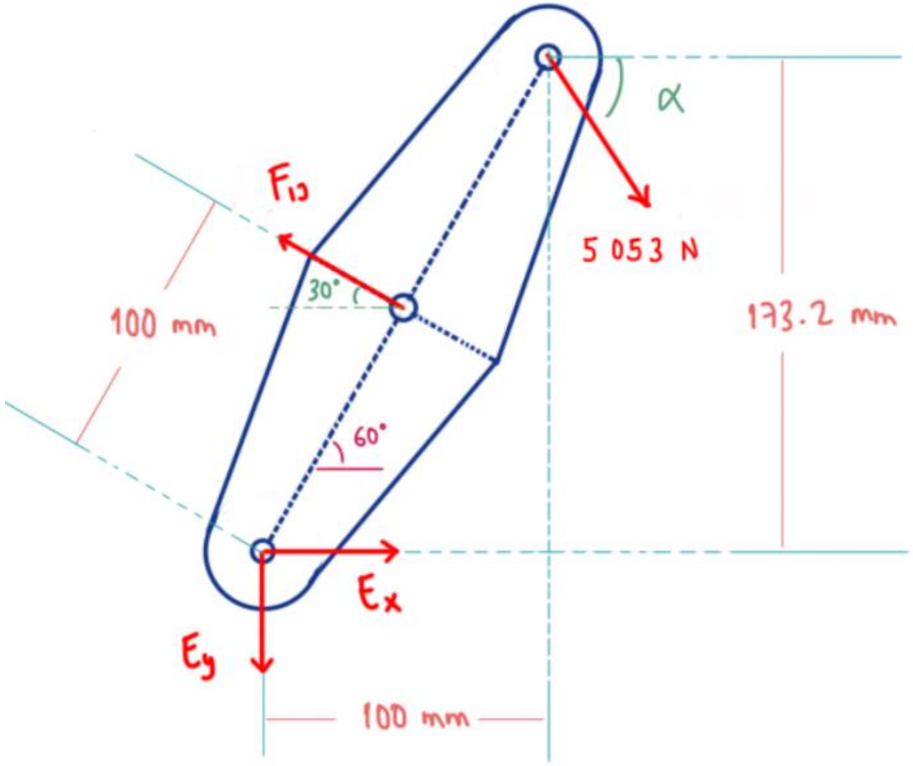
$$-1\,962\,000 + 221.88\,F_{FH} + 166.41\,F_{FH} = 0$$

$$F_{FH} = \frac{1\,962\,000}{388.29} = 5\,053\ \mathrm{N}$$

Calculando el ángulo α:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{300}{200}\right) = 56.31°$$

Analizando el elemento EJH:



Haciendo sumatoria de momentos con respecto al punto E:

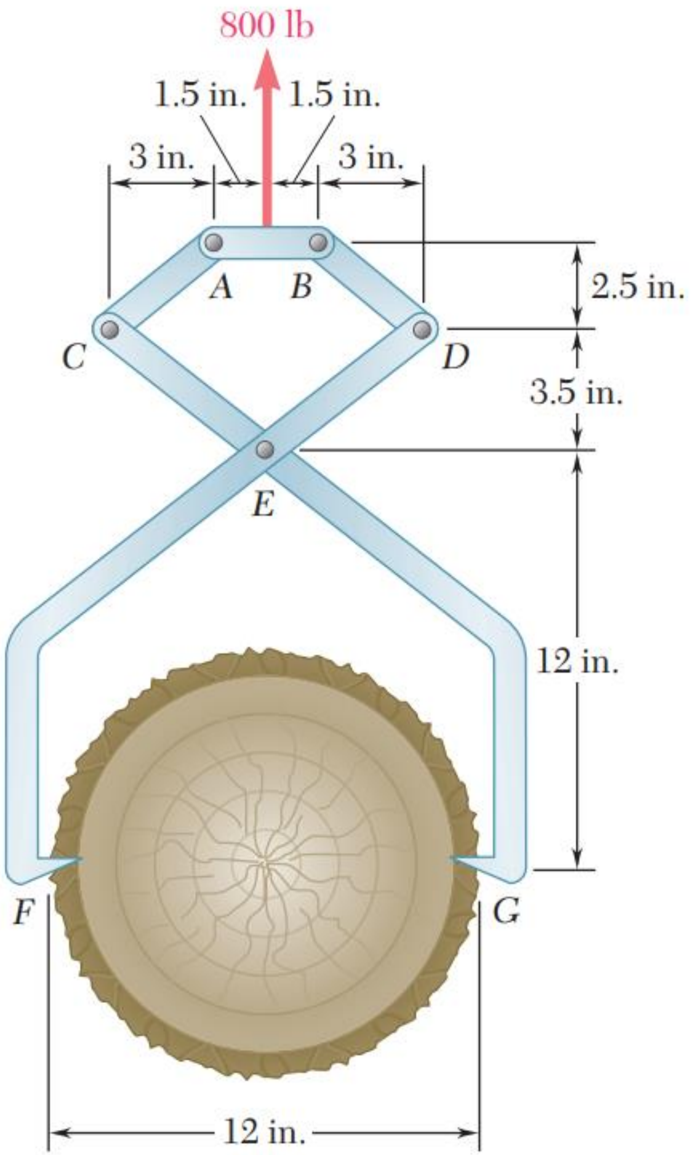
$$\Sigma M_E = 0; \quad F_{IJ}(100) - 5053\cos\alpha\,(173.2) - 5053\,\text{sen}\,\alpha(100) = 0$$

$$F_{IJ} = \frac{5053\cos\alpha\,(173.2) + 5053\,\text{sen}\,\alpha(100)}{100} = 9058.97\,N$$

$$F_{IJ} = 9\,059\ \text{N}$$

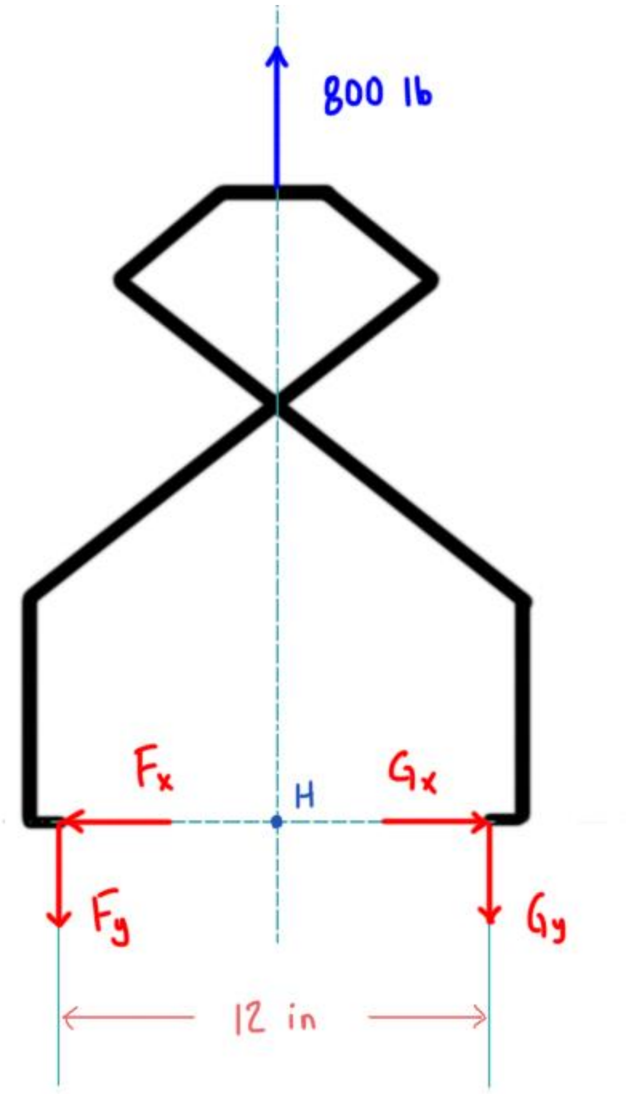
Ejemplo

6.141 Un tronco que pesa 800 lb de peso se levanta mediante un par de tenazas como se muestra en la figura. Determine las fuerzas ejercidas sobre la tenaza *DEF* en *E* y en *F*.



Ejercicio resuelto: https://www.youtube.com/watch?v=9ZLa5GXuYD8

Analizando el sistema completo:



Calculando momentos con respecto a F:

$$\Sigma M_F = 0 \, ; \qquad 800(6) - G_y(12) = 0$$

$$G_y = \frac{800(6)}{12} = 400 \text{ lb}$$

Haciendo sumatoria de fuerzas en x:

$$\Sigma F_x = 0; \qquad -F_x + G_x = 0$$

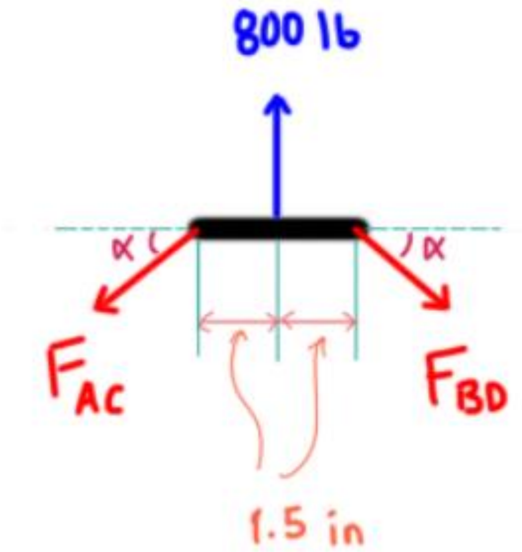
$$F_x = G_x \;\; \dots (ii)$$

Haciendo sumatoria de fuerzas en y:

$$\Sigma F_y = 0; \qquad 800 - F_y - G_y = 0$$

$$F_y = 800 - G_y = 800 - 400 = 400 \text{ lb}$$

Analizando el elemento AB:



Haciendo sumatoria de momentos en A:

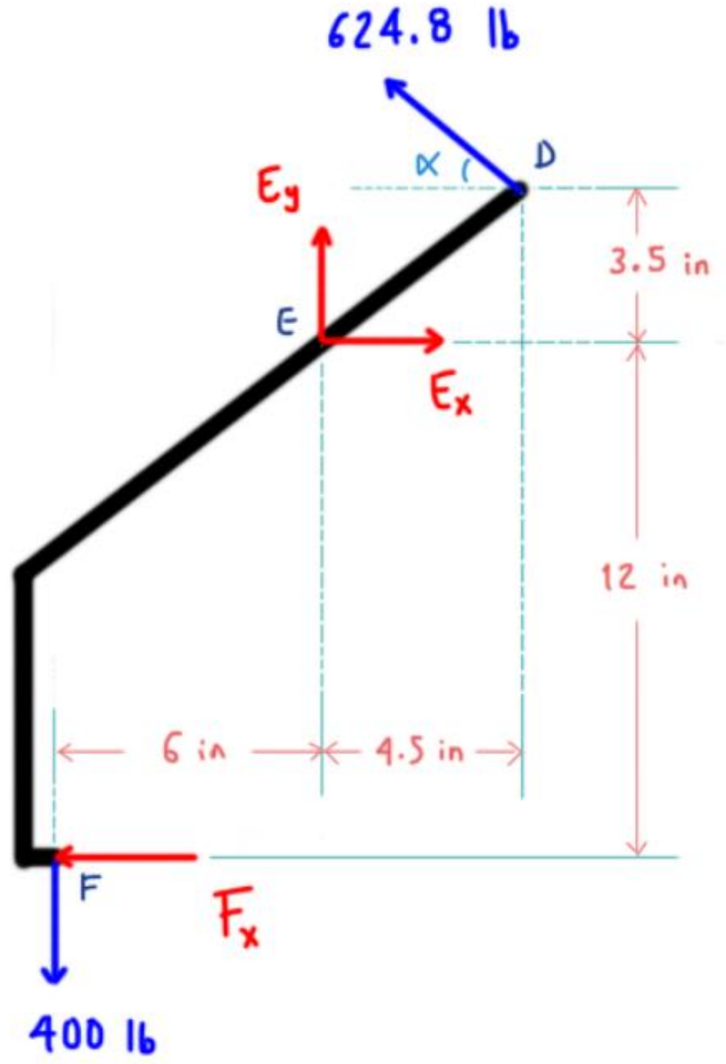
$$\Sigma M_A = 0; \quad 800(1.5) - F_{BD}\,\text{sen}\,\alpha\,(3) = 0$$

$$F_{BD} = \frac{800(1.5)}{3\,\text{sen}\,\alpha} = 624.8\ lb$$

Calculando α:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2.5}{3}\right) = 39.81°$$

Analizando el elemento DEF:



Calculando las componentes horizontal y vertical de la fuerza de 624.8 lb (F_{BD}):

$$F_{BD_x} = 624.8 \cos 39.81° = 480 \text{ lb}$$

$$F_{BD_y} = 624.8 \text{ sen } 39.81° = 400 \text{ lb}$$

Haciendo sumatoria de momentos en E:

$$\Sigma M_E = 0; \qquad 400(6) - F_x(12) + 480(3.5) + 400(4.5) = 0$$

$$F_x = 490 \text{ lb}$$

Haciendo sumatoria de fuerzas en x:

$$\Sigma F_x = 0; \qquad -F_x + E_x - 480 = 0$$

$$E_x = F_x + 480 = 970\ lb$$

$$E_x = 970 \text{ lb}$$

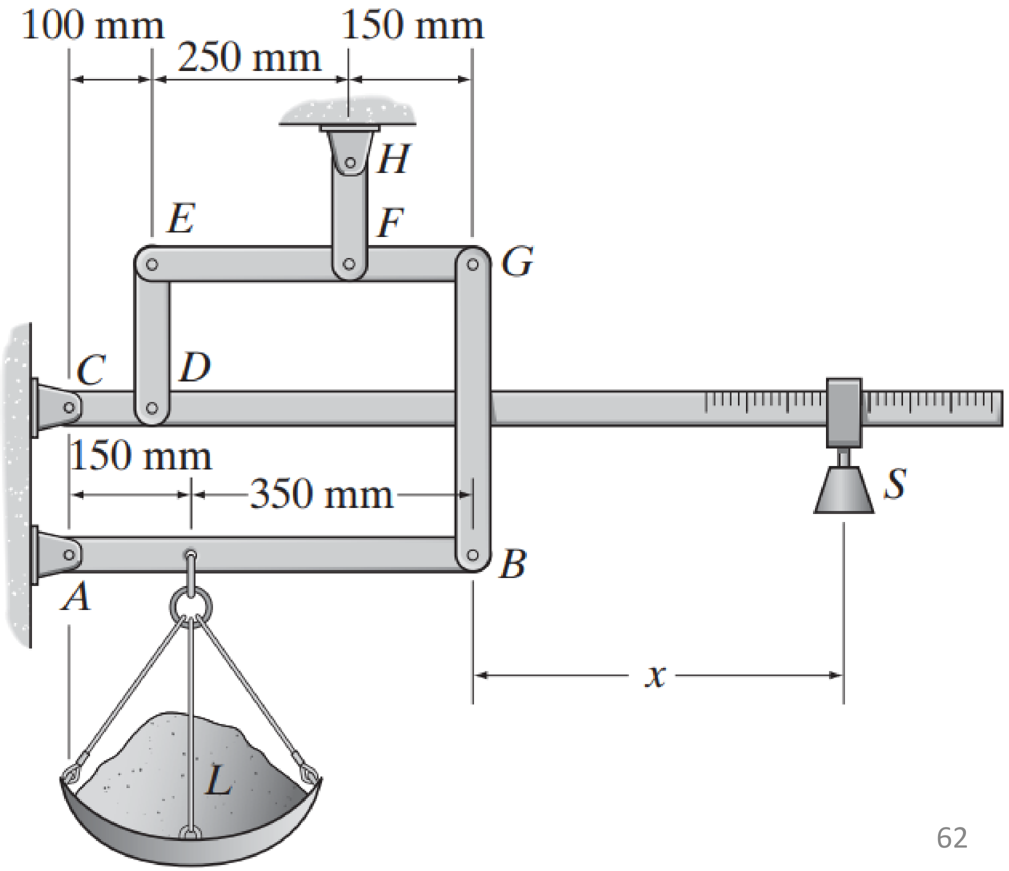
Haciendo sumatoria de fuerzas en y:

$$\Sigma F_y = 0; \qquad -400 + E_y + 400 = 0$$

$$E_y = 0$$

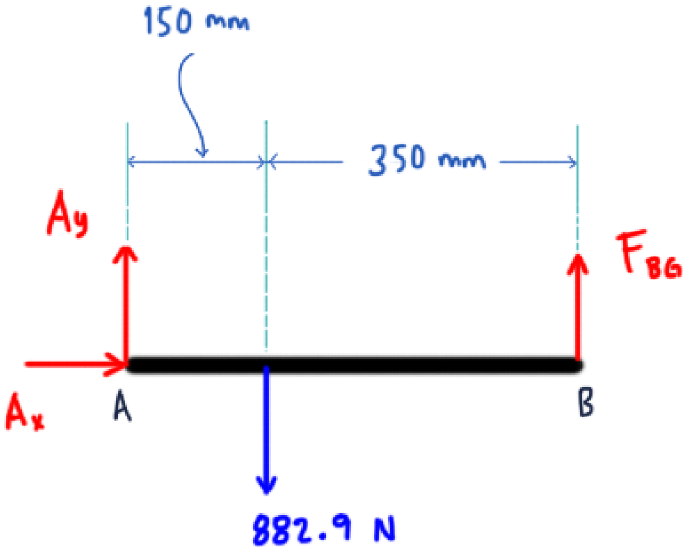
Ejemplo

•6-85. La balanza de plataforma consiste en una combinación de palancas de tercera y primera clase de manera que la carga sobre una palanca se convierte en el esfuerzo que mueve la siguiente palanca. A través de este arreglo, un peso pequeño puede equilibrar un objeto grande. Si $x = 450$ mm, determine la masa requerida del contrapeso S para balancear una carga L de 90 kg.



Ejercicio resuelto: https://www.youtube.com/watch?v=bsRXUigKcCo

Analizando el elemento AB

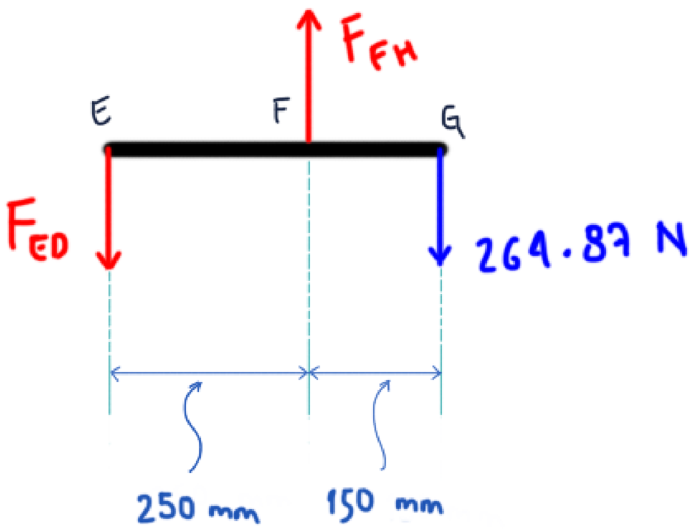


Calculando momentos con respecto al punto A:

$$\Sigma M_A = 0; \quad 882.9(150) + F_{BG}(500) = 0$$

$$F_{BG} = \frac{882.9(150)}{500} = 264.87 \text{ N}$$

Analizando el elemento EFG:

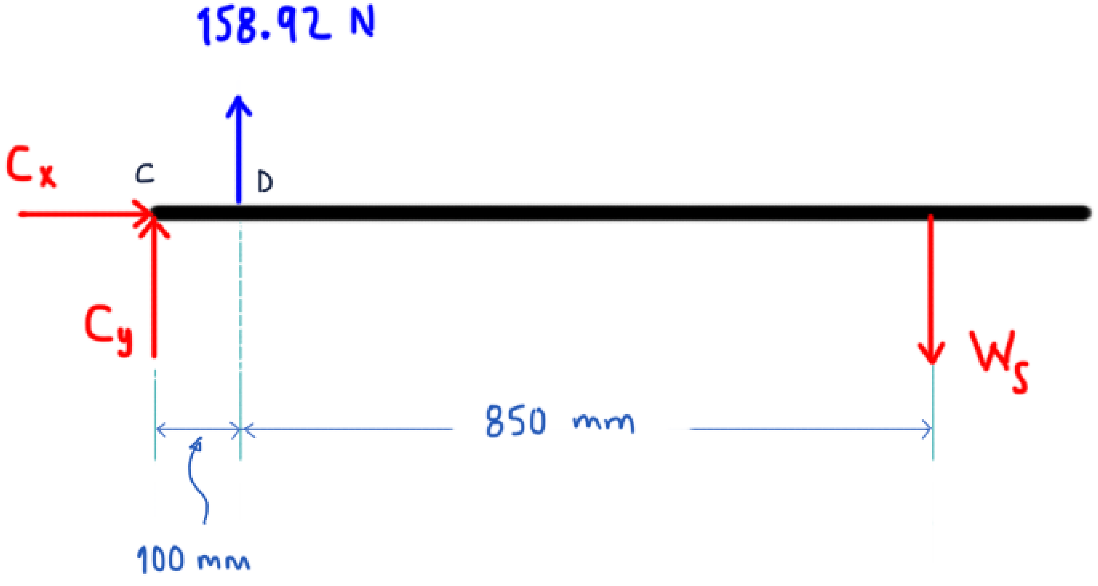


Calculando momentos con respecto al punto F:

$$\Sigma M_F = 0; \quad -264.87(150) + F_{ED}(250) = 0$$

$$F_{ED} = \frac{264.87(150)}{250} = 158.92 \text{ N}$$

Analizando el elemento CD:



Calculando momentos con respecto al punto C:

$$\Sigma M_C = 0; \qquad 158.92(100) - W_S(950) = 0$$

$$W_S = \frac{158.92(100)}{950} = 16.728\ N$$

Por lo tanto, la masa del contrapeso S está dada por:

$$m_S = \frac{W_S}{g} = \frac{16.728}{9.81} = 1.705\ \text{kg}$$

Referencias

Toda la información (texto y figuras, exceptuando los DCL) en estas diapositivas ha sido obtenida de las referencias listadas enseguida.

- Hibbeler, R.C. (2010). *Ingeniería mecánica – Estática*. Pearson Educación.
- Beer, F.P., Johnston, E.R., Mazurek, D.F. y Eisenberg, E.R. (2010). *Mecánica vectorial para ingenieros, estática*. McGraw-Hill.