

Fig 4-16

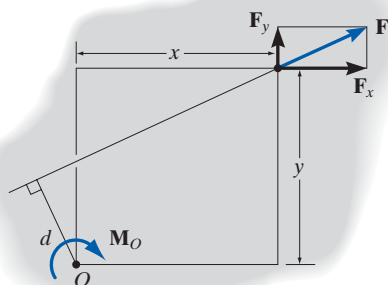
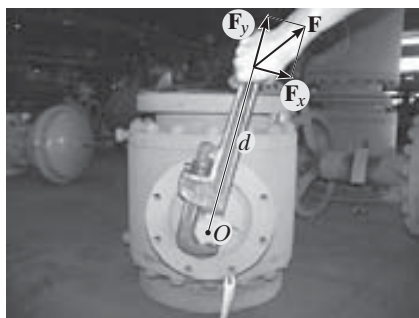


Fig. 4-17



El momento de la fuerza aplicada \mathbf{F} con respecto al punto O es fácil de determinar si utilizamos el principio de momentos. Éste es simplemente $M_O = F_x d$.

4.4 Principio de momentos

Un concepto que se usa a menudo en mecánica es el *principio de momentos*, al cual también se le llama a veces *teorema de Varignon* puesto que originalmente lo desarrolló el matemático francés Varignon (1654-1722). El principio establece que *el momento de una fuerza con respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de las componentes de la fuerza con respecto al punto*. Este teorema puede probarse fácilmente por el producto cruz, puesto que dicho producto obedece la *ley distributiva*. Por ejemplo, considere los momentos de la fuerza \mathbf{F} y dos de sus componentes respecto del punto O , figura 4-16. Como $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$, tenemos

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r} \times \mathbf{F}_2$$

Para problemas en dos dimensiones, figura 4-17, podemos usar el principio de momentos para descomponer la fuerza en sus componentes rectangulares y después determinar el momento con un análisis escalar. Así,

$$M_O = F_x y - F_y x$$

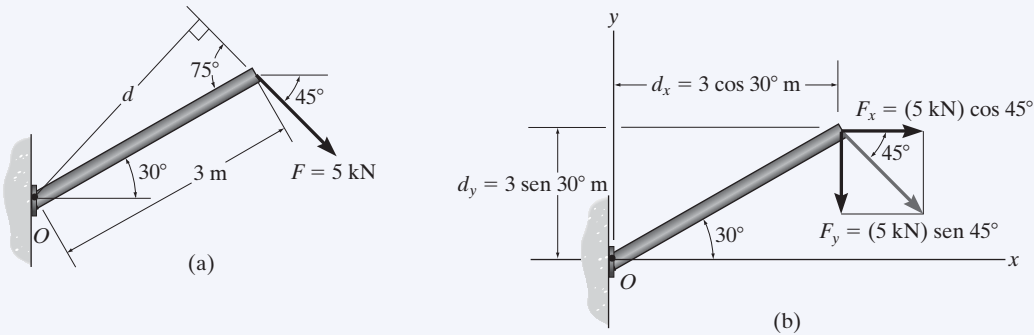
Por lo general, este método es más sencillo que determinar el mismo momento con $M_O = Fd$.

Puntos importantes

- El momento de una fuerza crea la tendencia de un cuerpo a girar con respecto a un eje que pasa por un punto específico O .
- Mediante la regla de la mano derecha, el sentido de rotación está indicado por la flexión de los dedos y el pulgar se dirige a lo largo del eje de momento, o línea de acción del momento.
- La magnitud del momento se determina mediante $M_O = Fd$, donde d se denomina brazo de momento y representa la distancia perpendicular más corta desde el punto O hasta la línea de acción de la fuerza.
- En tres dimensiones, se usa el producto cruz para determinar el momento, es decir, $\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$. Recuerde que \mathbf{r} está dirigido desde el punto O hacia cualquier punto sobre la línea de acción de \mathbf{F} .
- El principio de momentos establece que el momento de una fuerza con respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de las componentes de la fuerza con respecto al punto. Éste es un método muy conveniente para usarlo en dos dimensiones.

EJEMPLO 4.5

Determine el momento de la fuerza que se muestra en la figura 4-18a respecto del punto O .

**SOLUCIÓN I**

El brazo de momento d en la figura 4-18a puede encontrarse por trigonometría.

$$d = (3 \text{ m}) \sen 75^\circ = 2.898 \text{ m}$$

Así,

$$M_O = Fd = (5 \text{ kN})(2.898 \text{ m}) = 14.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright \quad \text{Resp.}$$

Como la fuerza tiende a rotar u orbitar en el sentido de las manecillas del reloj respecto del punto O , el momento está dirigido hacia dentro de la página.

SOLUCIÓN II

En la figura 4-18b se indican las componentes x y y de la fuerza. Si consideramos los momentos en sentido contrario al de las manecillas del reloj como positivos, y aplicamos el principio de momentos, tenemos

$$\begin{aligned} \zeta + M_O &= -F_x d_y - F_y d_x \\ &= -(5 \cos 45^\circ \text{ kN})(3 \sen 30^\circ \text{ m}) - (5 \sen 45^\circ \text{ kN})(3 \cos 30^\circ \text{ m}) \\ &= -14.5 \text{ kN} \cdot \text{m} = 14.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright \quad \text{Resp.} \end{aligned}$$

SOLUCIÓN III

Los ejes x y y pueden establecerse paralelos y perpendiculares al eje de la varilla como se muestra en la figura 4-18c. Aquí \mathbf{F}_x no produce momento con respecto al punto O puesto que su línea de acción pasa a través de este punto. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \zeta + M_O &= -F_y d_x \\ &= -(5 \sen 75^\circ \text{ kN})(3 \text{ m}) \\ &= -14.5 \text{ kN} \cdot \text{m} = 14.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright \quad \text{Resp.} \end{aligned}$$

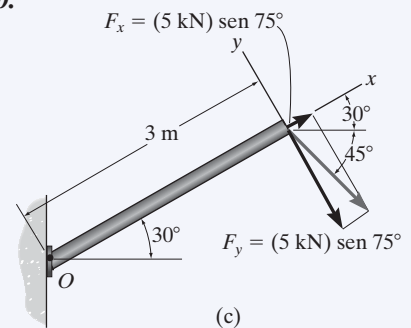


Fig. 4-18

EJEMPLO 4.6

La fuerza \mathbf{F} actúa en el extremo de la ménsula de la figura 4-19a. Determine el momento de la fuerza con respecto al punto O .

SOLUCIÓN I (ANÁLISIS ESCALAR)

La fuerza se descompone en sus componentes x y y como se muestra en la figura 4-19b, entonces

$$\begin{aligned}\zeta + M_O &= 400 \sin 30^\circ \text{ N}(0.2 \text{ m}) - 400 \cos 30^\circ \text{ N}(0.4 \text{ m}) \\ &= -98.6 \text{ N} \cdot \text{m} = 98.6 \text{ N} \cdot \text{m} \curvearrowright\end{aligned}$$

o bien

$$\mathbf{M}_O = \{-98.6\mathbf{k}\} \text{ N} \cdot \text{m}$$

Resp.

SOLUCIÓN II (ANÁLISIS VECTORIAL)

Si aplicamos un método vectorial cartesiano, los vectores de fuerza y posición mostrados en la figura 4-19c son

$$\mathbf{r} = \{0.4\mathbf{i} - 0.2\mathbf{j}\} \text{ m}$$

$$\mathbf{F} = \{400 \sin 30^\circ \mathbf{i} - 400 \cos 30^\circ \mathbf{j}\} \text{ N}$$

$$= \{200.0\mathbf{i} - 346.4\mathbf{j}\} \text{ N}$$

Por lo tanto, el momento es

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_O &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.4 & -0.2 & 0 \\ 200.0 & -346.4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 0\mathbf{i} - 0\mathbf{j} + [0.4(-346.4) - (-0.2)(200.0)]\mathbf{k} \\ &= \{-98.6\mathbf{k}\} \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

Resp.

Fig. 4-19

NOTA: observe que el análisis escalar (solución I) proporciona un *método más conveniente* que la solución II, puesto que la dirección del momento y el brazo de momento para cada componente de fuerza son fáciles de establecer. Por consiguiente, suele recomendarse el uso de este método para resolver problemas bidimensionales, en tanto que el análisis vectorial cartesiano se recomienda sólo para resolver problemas tridimensionales.