

EQUILIBRIO EN TRES DIMENSIONES

5.5 Diagramas de cuerpo libre

El primer paso para resolver problemas tridimensionales de equilibrio, como en el caso de los bidimensionales, es trazar un diagrama de cuerpo libre. Sin embargo, antes de mostrar esto, es necesario analizar los tipos de reacción que pueden presentarse en los soportes.

Reacciones de soporte. En la tabla 5-2, se muestran las fuerzas y los momentos de par reactivos que actúan en varios tipos de soportes y conexiones, cuando los elementos se ven en tres dimensiones. Es importante reconocer los símbolos usados para representar cada uno de esos soportes y entender claramente cómo se desarrollan las fuerzas y los momentos de par. Igual que en el caso bidimensional:

- Una fuerza se desarrolla mediante un soporte que restringe la traslación de su elemento conectado.
- Un momento de par se desarrolla cuando se evita la rotación del elemento conectado.

Por ejemplo, en la tabla 5-2, la junta (4) de rótula esférica impide cualquier traslación del elemento conectado; por lo tanto, una fuerza debe actuar en el elemento en el punto de conexión. Esta fuerza tiene tres componentes con magnitudes desconocidas F_x , F_y , F_z . Si esas componentes son conocidas, se puede obtener la magnitud de la fuerza $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$, y la orientación de la fuerza está definida por los ángulos directores coordenados α , β , γ , ecuaciones 2-7*. Dado que el elemento conectado puede girar libremente con respecto a *cualquier* eje, ninguna junta de rótula esférica resiste momento alguno de par.


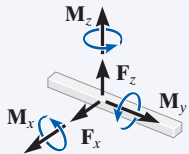

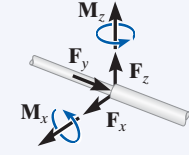

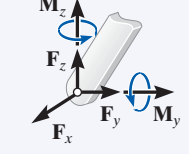

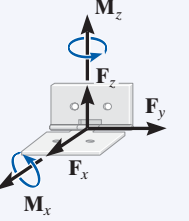

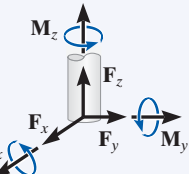
Debe observarse que en los soportes de chumacera (5) y (7), se muestra que *cada* pasador (8) y la articulación *única* (9) deben resistir componentes tanto de fuerza como de momento de par. Sin embargo, si esos soportes se usan junto con *otras* chumaceras, pasadores, o articulaciones para mantener un cuerpo rígido en equilibrio y los soportes están *alineados adecuadamente* cuando se conectan al cuerpo, entonces las *reacciones de fuerza* en esos soportes pueden *por sí solas* ser adecuadas para soportar el cuerpo. En otras palabras, los momentos de par resultan redundantes y no se muestran en el diagrama de cuerpo libre. La razón de esto se aclara después de estudiar los ejemplos que siguen.

*Las tres incógnitas también se pueden representar como una magnitud de fuerza desconocida F y dos ángulos directores coordenados. El tercer ángulo director se obtiene con la identidad $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$, ecuación 2-8.

TABLA 5-2 Soportes para cuerpos rígidos sometidos a sistemas de fuerzas tridimensionales

Tipos de conexión	Reacción	Número de incógnitas
<div>(1)</div> <div></div> <div>cable</div>	<div></div>	Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa alejándose del elemento en la dirección conocida del cable.
<div>(2)</div> <div></div> <div>Soporte superficial liso</div>	<div></div>	Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa perpendicularmente a la superficie en el punto de contacto.
<div>(3)</div> <div></div> <div>rodillo</div>	<div></div>	Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa perpendicularmente a la superficie en el punto de contacto.
<div>(4)</div> <div></div> <div>rótula esférica</div>	<div></div>	Tres incógnitas. Las reacciones son tres componentes rectangulares de fuerza.
<div>(5)</div> <div></div> <div>chumacera simple</div>	<div></div>	Cuatro incógnitas. Las reacciones son dos fuerzas y dos componentes de momento de par que actúan perpendicularmente al eje. <i>Nota:</i> por lo general, los momentos de par no se aplican si el cuerpo está soportado en cualquier otro punto. Vea los ejemplos.

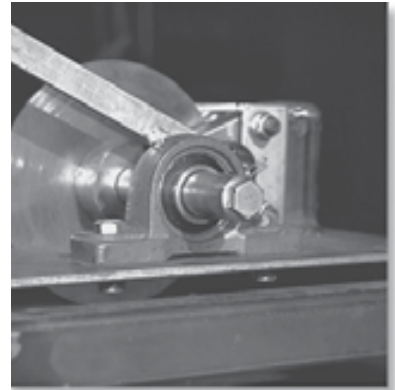
TABLA 5-2 Continuación

Tipos de conexión	Reacción	Número de incógnitas
<p>(6)</p>  <p>chumacera simple con flecha cuadrada</p>		<p>Cinco incógnitas. Las reacciones son dos fuerzas y tres componentes de momento de par. <i>Nota:</i> por lo general, los momentos de par no se aplican si el cuerpo está soportado en cualquier otro punto. Vea los ejemplos.</p>
<p>(7)</p>  <p>chumacera de empuje simple</p>		<p>Cinco incógnitas. Las reacciones son tres fuerzas y dos componentes de momento de par. <i>Nota:</i> en general, los momentos de par no se aplican si el cuerpo está soportado en cualquier otro punto. Vea los ejemplos.</p>
<p>(8)</p>  <p>pasador liso simple</p>		<p>Cinco incógnitas. Las reacciones son tres fuerzas y dos componentes de momento de par. <i>Nota:</i> por lo general, los momentos de par no se aplican si el cuerpo está soportado en cualquier otro punto. Vea los ejemplos.</p>
<p>(9)</p>  <p>bisagra simple</p>		<p>Cinco incógnitas. Las reacciones son tres fuerzas y dos componentes de momento de par. <i>Nota:</i> por lo general, los momentos de par no se aplican si el cuerpo está soportado en cualquier otro punto. Vea los ejemplos.</p>
<p>(10)</p>  <p>soporte fijo</p>		<p>Seis incógnitas. Las reacciones son tres fuerzas y tres componentes de momento de par.</p>

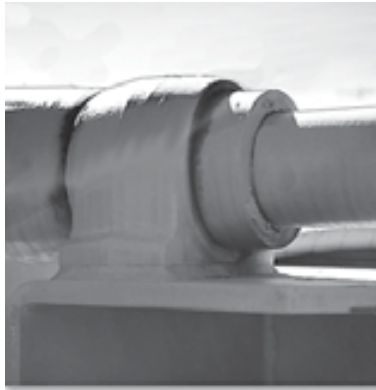
En la siguiente serie de fotografías se muestran ejemplos típicos de soportes reales, cuyas referencias están en la tabla 5-2.



Esta junta de rótula esférica proporciona una conexión para la caja de una máquina niveladora de tierra con su bastidor. (4)



Esta chumacera simple soporta el extremo de la flecha. (5)



Esta chumacera de empuje se usa para soportar la flecha impulsora de una máquina. (7)



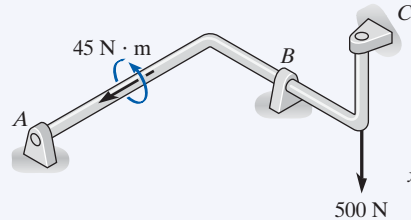
Este pasador se usa para soportar el extremo de un tirante usado en un tractor.

Diagramas de cuerpo libre. El procedimiento general para establecer el diagrama de cuerpo libre de un cuerpo rígido se bosquejó en la sección 5.2. En esencia, se requiere primero “aislar” el cuerpo por medio del delineado de su contorno. A esto sigue una cuidadosa *rotulación* de *todas* las fuerzas y momentos de par con referencia a un sistema coordenado x, y, z establecido. Se sugiere mostrar las componentes de reacción con magnitud desconocida en cuanto actúan en el diagrama de cuerpo libre en *sentido positivo*. De este modo, si se obtienen valores negativos, esto indicará que las componentes actúan en las direcciones coordenadas negativas.

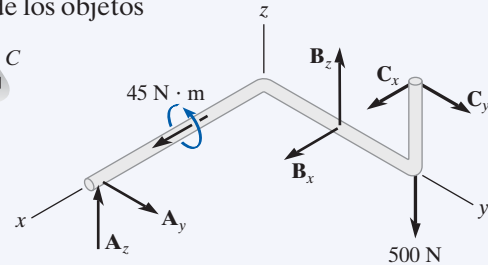
EJEMPLO 5.14

Considere las dos barras y la placa, junto con sus diagramas de cuerpo libre asociados que se muestran en la figura 5-23. Los ejes x , y , z se establecen en el diagrama y las componentes de reacción desconocidas están indicadas con *sentido positivo*. El peso de los objetos no se considera.

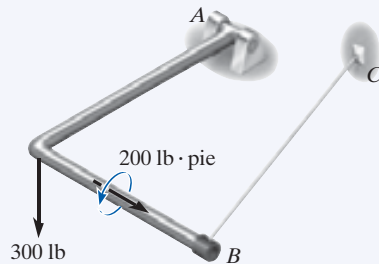
SOLUCIÓN



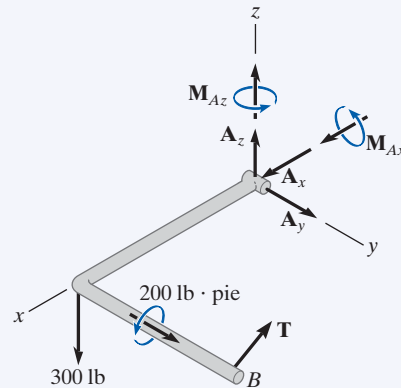
Chumaceras en A , B , C , alineadas apropiadamente.



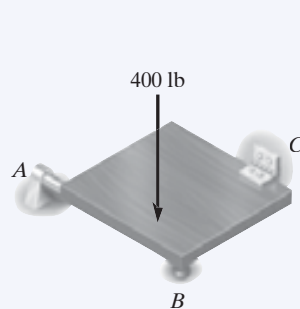
Las reacciones de fuerza desarrolladas mediante las chumaceras son suficientes para obtener el equilibrio ya que impiden que la flecha gire con respecto a cada uno de los ejes coordenados.



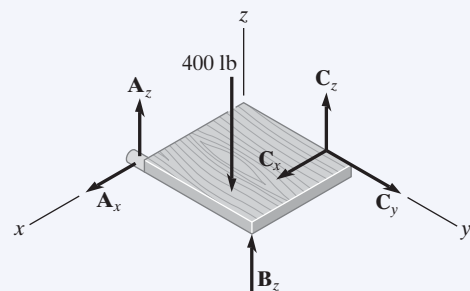
Pasador en A y cable en BC .



Mediante el pasador colocado sobre la barra, se desarrollan componentes de momento para impedir rotaciones con respecto a los ejes x y z .



Chumacera alineada apropiadamente en A y bisagra en C . Rodillo en B .



Mediante la chumacera y la visagra colocada sobre la placa, se desarrollan sólo reacciones de fuerza para impedir rotaciones con respecto a cada eje coordenado. En la bisagra no se desarrolla ningún momento.

Fig. 5-23