

5.2 Diagramas de cuerpo libre

La aplicación exitosa de las ecuaciones de equilibrio requiere de una especificación completa de *todas* las fuerzas externas conocidas y desconocidas que actúan *sobre* un cuerpo. La mejor manera de tomar en cuenta esas fuerzas es trazar el diagrama de cuerpo libre del cuerpo, el cual lo representa *aislado* o “libre” de su entorno, esto es, un “cuerpo libre”. Sobre este bosquejo es necesario mostrar *todas* las fuerzas y los momentos de par que ejerce el entorno *sobre el cuerpo*, de manera que cuando se apliquen las ecuaciones de equilibrio se puedan tener en cuenta estos efectos. *Para resolver problemas en mecánica, es de primordial importancia tener un entendimiento total de cómo trazar un diagrama de cuerpo libre.*

Reacciones en soportes. Antes de presentar un procedimiento formal sobre cómo trazar un diagrama de cuerpo libre, primero consideraremos los diversos tipos de reacciones que ocurren en soportes y puntos de contacto entre cuerpos sometidos a sistemas coplanares de fuerza. Como regla general,

- Si un soporte evita la traslación de un cuerpo en una dirección dada, entonces se desarrolla una fuerza sobre el cuerpo en esa dirección.
- Si se evita una rotación, se ejerce un momento de par sobre el cuerpo.

Por ejemplo, consideremos tres maneras en que un elemento horizontal, como una viga, está soportado en su extremo. Un método es por medio de un *rodillo* o cilindro, figura 5-3a. Como este soporte sólo evita que la viga se *traslade* en dirección vertical, el rodillo puede ejercer una *fuerza* sobre la viga únicamente en esta dirección, figura 5-3b.

La viga puede ser soportada de una forma más restrictiva con un *pasador*, como se muestra en la figura 5-3c. El pasador liso atraviesa un orificio localizado en la viga y en dos placas que están fijas al suelo. Aquí, el pasador puede evitar la *traslación* de la viga en *cualquier dirección* ϕ , figura 5-3d, por lo que debe ejercer una *fuerza* \mathbf{F} sobre la viga en esta dirección. Por lo general, para fines de análisis es más fácil representar esta fuerza resultante \mathbf{F} por medio de sus dos componentes rectangulares \mathbf{F}_x y \mathbf{F}_y , figura 5-3e. Si se conocen F_x y F_y , entonces se pueden calcular F y ϕ .

La manera más restrictiva de soportar la viga sería con un *soporte fijo* como se muestra en la figura 5-3f. Este soporte impedirá la *traslación* y la *rotación* de la viga. Para ello deben desarrollarse una *fuerza* y un *momento de par* sobre la viga en su punto de conexión, figura 5-3g. Como en el caso del pasador, la fuerza se suele representar mediante sus componentes rectangulares \mathbf{F}_x y \mathbf{F}_y .

En la tabla 5-1 se presentan otros tipos comunes de soportes para cuerpos sometidos a sistemas coplanares de fuerzas. (En todos los casos se supone que se conoce el ángulo θ). Estudie cuidadosamente cada uno de los símbolos usados para representar esos soportes y los tipos de reacciones que éstos ejercen sobre sus elementos en contacto.

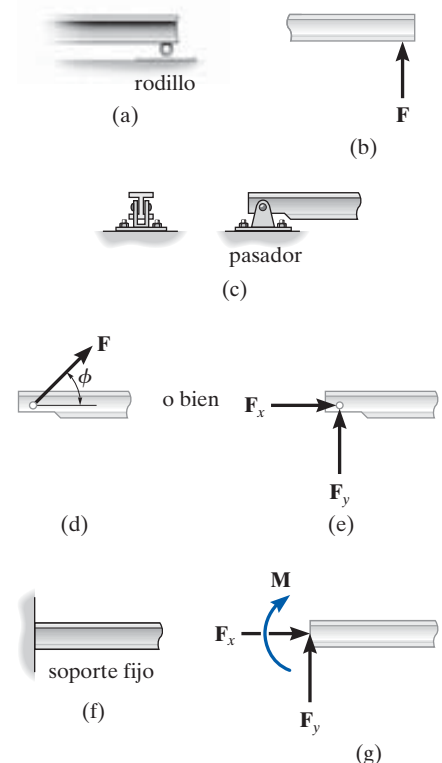


Fig. 5-3

TABLA 5-1 Soportes para cuerpos rígidos sometidos a sistemas de fuerzas bidimensionales

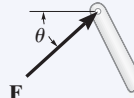

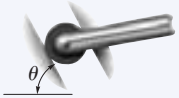
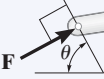
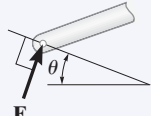
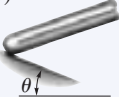
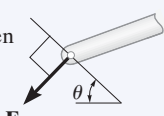
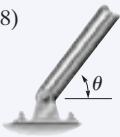


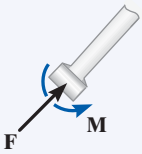

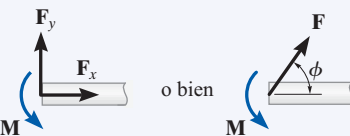
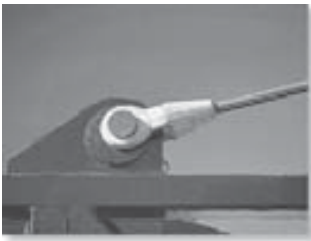
Tipos de conexión	Reacción	Número de incógnitas
(1)  cable		Una incógnita. La reacción es una fuerza de tensión que actúa alejándose del elemento en la dirección del cable.
(2)  eslabón sin peso	 o bien 	Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa a lo largo del eje del eslabón.
(3)  rodillo		Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa perpendicularmente a la superficie en el punto de contacto.
(4)  rodillo o pasador confinado en una ranura lisa	 o bien 	Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa perpendicularmente a la ranura.
(5)  soporte mecedora		Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa perpendicularmente a la superficie en el punto de contacto.
(6)  superficie de contacto lisa		Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa perpendicularmente a la superficie en el punto de contacto.
(7)  elemento conectado mediante un pasador a un collar sobre una barra lisa	 o bien 	Una incógnita. La reacción es una fuerza que actúa perpendicularmente a la barra.

TABLA 5-1 Continuación		
Tipos de conexión	Reacción	Número de incógnitas
(8)  pasador liso o articulación lisa	 o bien	Dos incógnitas. Las reacciones son dos componentes de fuerza, o la magnitud y la dirección ϕ de la fuerza resultante. Observe que ϕ y θ no son necesariamente iguales [no suelen serlo, a menos que la barra mostrada sea un eslabón como en (2)].
(9)  elemento con conexión fija a un collar sobre una barra lisa		Dos incógnitas. Las reacciones son el momento de par y la fuerza que actúa perpendicularmente a la barra.
(10)  soporte fijo	 o bien	Tres incógnitas. Las reacciones son el momento de par y las dos componentes de fuerza, o el momento de par y la magnitud y la dirección ϕ de la fuerza resultante.

5

En la siguiente serie de fotografías se presentan ejemplos típicos de soportes reales. Los números indican los tipos de conexión a que se hace referencia en la tabla 5-1.



El cable ejerce una fuerza sobre la ménsula, o soporte, en la dirección del cable. (1)



El soporte de mecedora para esta trabe de puente permite el movimiento horizontal de manera que el puente pueda dilatarse y contraerse por cambios en la temperatura. (5)

Esta trabe de concreto descansa sobre el borde que supuestamente actúa como una superficie de contacto lisa. (6)



Esta instalación de edificio está soportada por un pasador en la parte superior de la columna. (8)

Las vigas del piso de este edificio se sueldan entre sí para formar conexiones fijas. (10)



Fuerzas internas. Como mencionamos en la sección 5.1, las fuerzas internas que actúan entre partículas adyacentes en un cuerpo siempre se presentan en parejas colineales que tienen la misma magnitud pero que actúan en direcciones opuestas (tercera ley de Newton). Como estas fuerzas se cancelan entre sí, no crearán un *efecto externo* sobre el cuerpo. Por esta razón, las fuerzas internas no deben incluirse en el diagrama de cuerpo libre si se toma en cuenta todo el cuerpo. Por ejemplo, el motor que se muestra en la figura 5-4a tiene un diagrama de cuerpo libre que aparece en la figura 5-4b. Las fuerzas internas entre todas sus partes conectadas, a saber tornillos y tuercas, se cancelarán porque forman parejas colineales y opuestas. En el diagrama de cuerpo libre sólo se muestran las fuerzas externas T_1 y T_2 , que ejercen las cadenas y el peso W del motor.

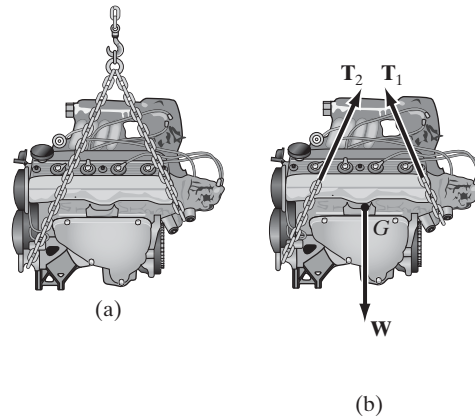


Fig. 5-4

Peso y centro de gravedad. Cuando un cuerpo está sometido a un campo gravitatorio, cada una de sus partículas tiene un peso específico. En la sección 4.8 se mostró que dicho sistema se puede reducir a una sola fuerza resultante que actúa a través de un punto específico. Nos referimos a esta fuerza resultante como al *peso* W del cuerpo, y a la posición de su punto de aplicación como al *centro de gravedad*. Los métodos usados para su determinación se desarrollarán en el capítulo 9.

En los ejemplos y problemas que siguen, si el peso del cuerpo es importante para el análisis, esta fuerza resultante se indicará en el enunciado del problema. También, cuando el cuerpo sea *uniforme*, o esté hecho de material homogéneo, el centro de gravedad se localizará en el *centro geométrico* o *centroide* del cuerpo; sin embargo, si el cuerpo no es homogéneo o tiene una forma poco común, entonces se dará la ubicación de su centro de gravedad G .

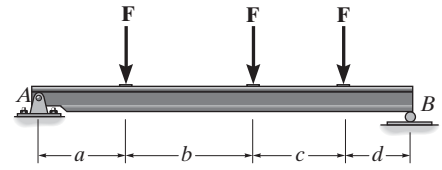
Modelos idealizados. Cuando un ingeniero realiza un análisis de fuerzas de cualquier objeto, debe considerar un modelo analítico correspondiente o modelo idealizado que dé resultados que se aproximen lo más posible a la situación real. Para ello, tiene que hacerse una selección cuidadosa de manera que el tipo de soportes, el comportamiento del material y las dimensiones del objeto queden justificados. De esta manera es posible confiar en que cualquier diseño o análisis dará

resultados seguros. En casos complejos, este proceso puede requerir el desarrollo de varios modelos diferentes del objeto que debe analizarse. En cualquier caso, este proceso de selección requiere tanto habilidad como experiencia.

Los siguientes dos casos ilustran lo que se requiere para desarrollar un modelo apropiado. Como se ve en la figura 5-5a, se va a utilizar la viga de acero para soportar los largueros del techo de un edificio. En un análisis de fuerza, es razonable suponer que el material (acero) es rígido puesto que sólo ocurrirán muy pequeñas deflexiones cuando se cargue la viga. Una conexión con pernos en A permitirá cualquier rotación que ocurra cuando se aplique la carga, por lo que para el soporte puede considerarse un *pasador liso*. En B puede considerarse un *rodillo*, puesto que ahí el soporte no ofrece resistencia al movimiento horizontal. Para especificar la carga de techo A se usa el código de construcción a fin de poder calcular las cargas F de los largueros. Estas fuerzas serán mayores que cualquier carga real sobre la viga ya que toman en cuenta los casos extremos de carga para efectos dinámicos o de vibración. Finalmente, el peso de la viga por lo general se pasa por alto cuando es pequeño comparado con la carga que soporta la viga. Por consiguiente, el modelo idealizado de la viga se muestra con dimensiones promedio a , b , c y d en la figura 5-5b.



(a)

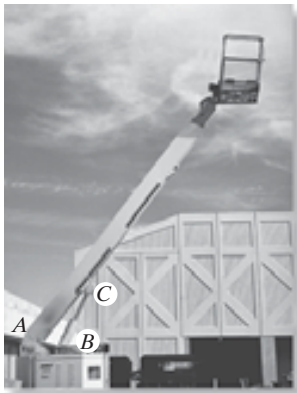


(b)

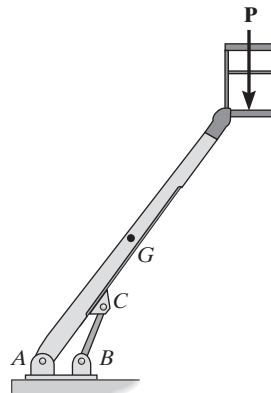
Fig. 5-5

Como un segundo caso, considere la pluma de ascenso de la figura 5-6a, la cual está soportada por un pasador colocado en A y por el cilindro hidráulico BC , que puede aproximarse como un eslabón sin peso. Podemos suponer que el material es rígido, y con su densidad conocida, se determinan el peso de la pluma y la ubicación de su centro de gravedad G . Cuando se especifica una carga de diseño P , el modelo idealizado que se muestra en la figura 5-6b puede usarse para un análisis de fuerza. Para especificar la ubicación de las cargas y soportes, se usan dimensiones promedio (no se muestran aquí).

En algunos de los ejemplos presentados en el texto se darán modelos idealizados de objetos específicos. Sin embargo, es necesario tener en mente que cada caso representa la reducción de una situación práctica mediante supuestos simplificados como los que se ilustran aquí.



(a)



(b)

Fig. 5-6

Procedimiento para el análisis

Para construir el diagrama de cuerpo libre de un cuerpo rígido o cualquier grupo de cuerpos considerados como un solo sistema, deben darse los siguientes pasos:

Trace el contorno.

Imagine el cuerpo *aislado* o recortado “libre” de sus restricciones y conexiones, y delimite (en un bosquejo) su contorno.

Muestre todas las fuerzas y momentos de par.

Identifique todas las *fuerzas externas* conocidas y desconocidas y los momentos de par que *actúan sobre el cuerpo*. Las que por lo general se encuentran se deben a (1) cargas aplicadas, (2) reacciones que ocurren en los soportes o en puntos de contacto con otros cuerpos (vea la tabla 5-1), y (3) el peso del cuerpo. Para tomar en cuenta todos estos efectos, puede servir hacer trazos sobre los límites, y señalar cuidadosamente cada fuerza o momento de par que actúa en el cuerpo.

Identifique cada carga y las dimensiones dadas.

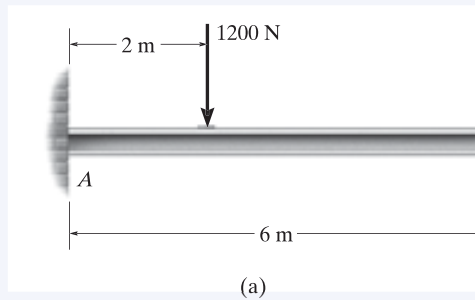
Las fuerzas y los momentos de par que se conocen deben marcarse con sus propias magnitudes y direcciones. Se usan letras para representar las magnitudes y los ángulos de dirección de fuerzas y momentos de par que sean desconocidos. Establezca un sistema coordenado x , y de manera que se puedan identificar estas incógnitas, A_x , A_y , etcétera. Indique las dimensiones del cuerpo necesarias para calcular los momentos de las fuerzas.

Puntos importantes

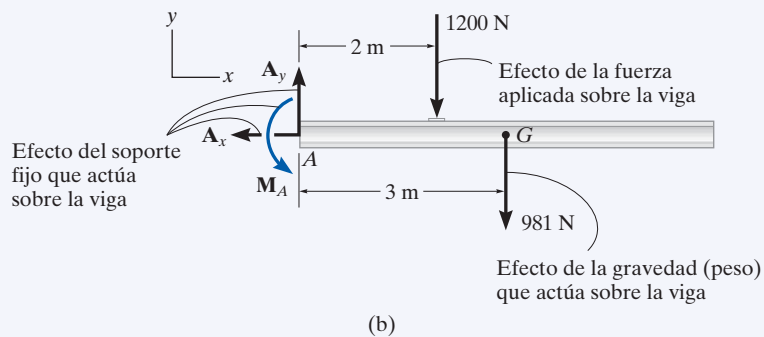
- Ningún problema de equilibrio debe resolverse sin *trazar primero el diagrama de cuerpo libre*, de manera que se tomen en cuenta todas las fuerzas y los momentos de par que actúan sobre el cuerpo.
- Si un soporte *evita la traslación* de un cuerpo en una dirección particular, entonces el soporte ejerce una *fuerza* sobre el cuerpo en esa dirección.
- Si se *evita la rotación*, entonces el soporte ejerce un *momento de par* sobre el cuerpo.
- Estudie la tabla 5-1.
- Las fuerzas internas nunca se muestran en el diagrama de cuerpo libre puesto que se presentan en parejas colineales iguales pero opuestas, y por consiguiente, se cancelan.
- El peso de un cuerpo es una fuerza externa, y su efecto se representa mediante una sola fuerza resultante que actúa a través del centro de gravedad G del cuerpo.
- Los *momentos de par* pueden colocarse en cualquier parte del diagrama de cuerpo libre puesto que son vectores libres. Las fuerzas pueden actuar en cualquier punto a lo largo de sus líneas de acción ya que son *vectores deslizantes*.

EJEMPLO 5.1

Trace el diagrama de cuerpo libre de la viga uniforme que se muestra en la figura 5-7a. La viga tiene una masa de 100 kg.

**SOLUCIÓN**

El diagrama de cuerpo libre de la viga se muestra en la figura 5-7b. Como el soporte en A es fijo, la pared ejerce tres reacciones que actúan *sobre la viga*, identificadas como A_x , A_y y M_A . Las magnitudes de estas reacciones son *desconocidas*, y sus sentidos son *supuestos*. El peso de la viga, $W = 100(9.81) \text{ N} = 981 \text{ N}$, actúa a través del centro de gravedad G de la viga, que está a 3 m de A puesto que la viga es uniforme.

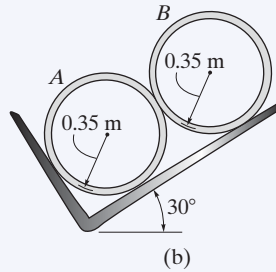
**Fig. 5-7**

EJEMPLO 5.3

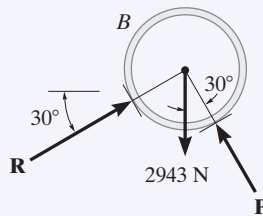
Dos tubos lisos, cada uno con masa de 300 kg, están soportados por la horquilla del tractor en la figura 5-9a. Dibuje los diagramas de cuerpo libre para cada tubo y para los dos tubos juntos.



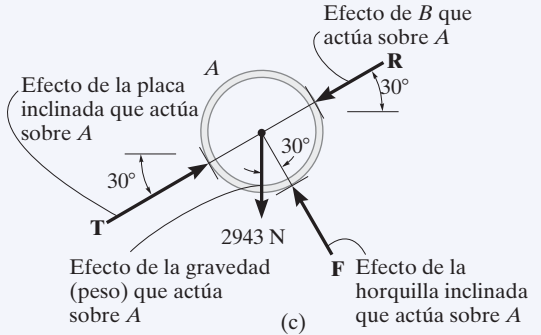
(a)



(b)



(d)



(c)

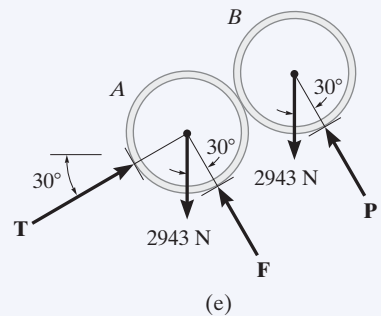
SOLUCIÓN

El modelo idealizado a partir del cual debemos dibujar los diagramas de cuerpo libre se muestra en la figura 5-9b. Aquí los tubos están identificados, se han agregado las dimensiones, y la situación física se redujo a su forma más simple.

En la figura 5-9c se muestra el diagrama de cuerpo libre para el tubo A. Su peso es $W = 300(9.81) = 2943 \text{ N}$. Suponiendo que todas las superficies de contacto son *lisas*, las fuerzas reactivas \mathbf{T} , \mathbf{F} , \mathbf{R} actúan en una dirección *normal* a la tangente en sus superficies de contacto.

El diagrama de cuerpo libre del tubo B se muestra en la figura 5-9d. ¿Puede identificar cada una de las tres fuerzas que actúan *sobre este tubo*? En particular, observe que \mathbf{R} , que representa la fuerza de A sobre B, figura 5-9d, es igual y opuesta a \mathbf{R} que representa la fuerza de B sobre A, figura 5-9c. Esto es una consecuencia de la tercera ley del movimiento de Newton.

El diagrama de cuerpo libre de ambos tubos combinados (“sistema”) se muestra en la figura 5-9e. Aquí, la fuerza de contacto \mathbf{R} , que actúa entre A y B, está considerada como una fuerza *interna* y por ello no se muestra en el diagrama de cuerpo libre. Es decir, representa un par de fuerzas colineales iguales pero opuestas que se cancelan entre sí.



(e)

Fig. 5-9

EJEMPLO 5.4

Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la plataforma sin carga que está suspendida del borde de la torre petrolera, figura 5-10a. La plataforma tiene una masa de 200 kg.

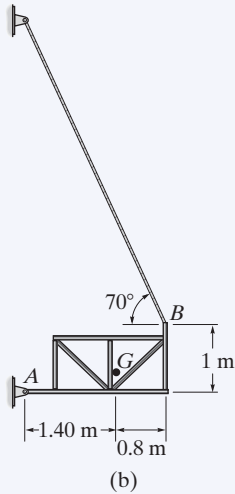
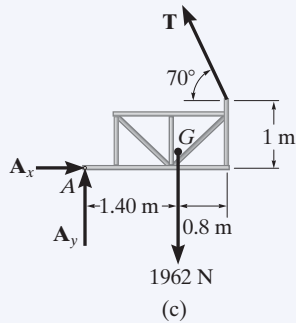


Fig. 5-10



SOLUCIÓN

El modelo idealizado de la plataforma se considerará en dos dimensiones ya que, por observación, la carga y las dimensiones son simétricas con respecto a un plano vertical que pasa por su centro, figura 5-10b. Se considera que la conexión en A es un pasador y que el cable soporta la plataforma en B. La dirección del cable y las dimensiones promedio de la plataforma están indicadas, y se determinó el centro de gravedad G. A partir de este modelo hemos dibujado el diagrama de cuerpo libre que se muestra en la figura 5-10c. El peso de la plataforma es de $200(9.81) = 1962$ N. Las componentes de fuerza A_x y A_y junto con la fuerza del cable T representan las reacciones que *ambos* pasadores y *ambos* cables ejercen sobre la plataforma, figura 5-10a. En consecuencia, y de acuerdo con la solución para estas reacciones, la mitad de la magnitud de esas reacciones se desarrolla en A y la mitad se desarrolla en B.