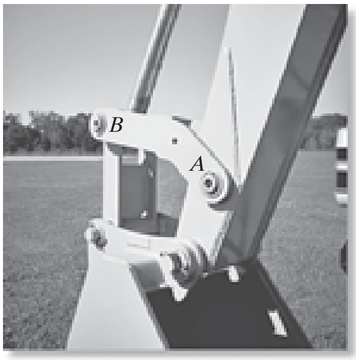
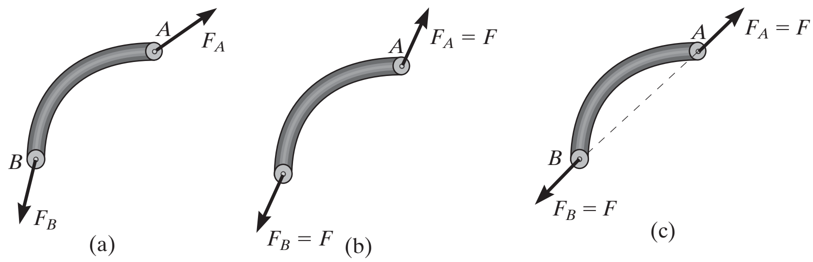
5.4 Elementos de dos y tres fuerzas

Las soluciones de algunos problemas de equilibrio pueden simplificarse al identificar los elementos que están sometidos a sólo dos o tres fuerzas.

Elementos de dos fuerzas Como lo indica su nombre, un *elemento de dos fuerzas* tiene fuerzas aplicadas en sólo dos puntos sobre el elemento. Un ejemplo se muestra en la figura 5-20*a*. Para satisfacer el equilibrio de fuerzas, $\mathbf{F}_A$ y $\mathbf{F}_B$ deben tener la misma magnitud, $F_A = F_B = F$, pero dirección opuesta ($\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{0}$), figura 5-20*b*. Además, el equilibrio de momentos requiere que $\mathbf{F}_A$ y $\mathbf{F}_B$ compartan la misma línea de acción, lo cual sólo puede ocurrir si están dirigidas a lo largo de la línea que une a los puntos A y B ($\Sigma\mathbf{M}_A = \mathbf{0}$ o bien $\Sigma\mathbf{M}_B = \mathbf{0}$), figura 5-20*c*. Por lo tanto, para que cualquier elemento de dos fuerzas esté en equilibrio, las dos fuerzas que actúan sobre él *deben tener la misma magnitud, actuar en direcciones opuestas y tener la misma línea de acción, dirigida a lo largo de la línea que une los puntos donde actúan estas fuerzas*.

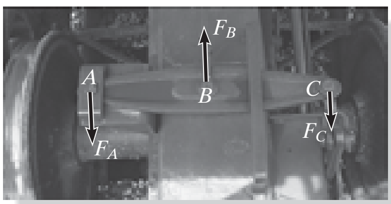


El eslabón AB del cucharón de la retroexcavadora es un ejemplo típico de un elemento de dos fuerzas, ya que está conectado mediante pasadores en sus extremos y, si no se toma en cuenta su peso, ninguna otra fuerza actúa sobre este elemento.



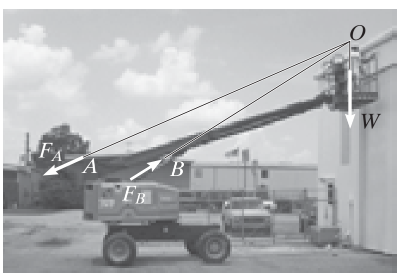
Elemento de dos fuerzas

Fig. 5-20

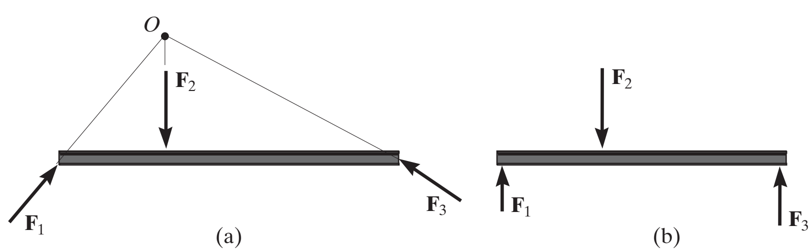


El eslabón que se usa para frenar este vagón de ferrocarril es un elemento de tres fuerzas. Como la fuerza $\mathbf{F}_B$ en la barra B y $\mathbf{F}_C$ desde el eslabón en C son paralelas, para lograr el equilibrio la fuerza resultante $\mathbf{F}_A$ en el pasador A también debe ser paralela a estas dos fuerzas.

Elementos de tres fuerzas Si un elemento está sometido a sólo *tres fuerzas*, se denomina *elemento de tres fuerzas*. El equilibrio de momento se puede satisfacer sólo si las tres fuerzas forman un sistema de fuerzas *concurrentes* o *paralelas.* Para ilustrar esto, considere el elemento sometido a las tres fuerzas $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$, que se muestra en la figura 5-21*a*. Si las líneas de acción de $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ se intersecan en el punto O, entonces la línea de acción de $\mathbf{F}_3$ *también* debe pasar por el punto O, de modo que las fuerzas satisfagan $\Sigma\mathbf{M}_O = \mathbf{0}$. Como caso especial, si las tres fuerzas son paralelas, figura 5-21*b*, la ubicación del punto de intersección, O, se aproximará al infinito.



La pluma de este elevador es un elemento de tres fuerzas, sin tomar en cuenta su peso. Aquí, las líneas de acción del peso del trabajador, $\mathbf{W}$, y la fuerza del elemento de dos fuerzas (cilindro hidráulico) en B, $\mathbf{F}_B$, se intersecan en O. Para el equilibrio de momento, la fuerza resultante en el pasador A, $\mathbf{F}_A$, también debe estar dirigida hacia O.



Elemento de tres fuerzas

Fig. 5-21

EJEMPLO 5.13

La palanca ABC está articulada en A y conectada a un eslabón corto BD, como se muestra en la figura 5-22*a*. Si el peso del elemento es insignificante, determine la fuerza del pasador sobre la palanca en A.

SOLUCIÓN

Diagramas de cuerpo libre. Como se ve en la figura 5-22*b*, el eslabón corto BD es un *elemento de dos fuerzas*, por lo que las *fuerzas resultantes* en los pasadores D y B deben ser iguales, opuestas y colineales. Aunque la magnitud de la fuerza es una incógnita, la línea de acción es conocida ya que pasa por B y D.

La palanca ABC es un *elemento de tres fuerzas*, por lo tanto, para satisfacer el equilibrio de momento, las tres fuerzas no paralelas que actúan sobre la palanca deben ser concurrentes en O, figura 5-22*c*. En particular, observe que la fuerza $\mathbf{F}$ sobre la palanca en B es igual pero opuesta a la fuerza $\mathbf{F}$ que actúa en B sobre el eslabón. ¿Por qué? La distancia CO debe ser de 0.5 m ya que las líneas de acción de $\mathbf{F}$ y la fuerza de 400 N son conocidas.

Ecuaciones de equilibrio. Como se requiere que el sistema de fuerzas sea concurrente en O, y ya que $\Sigma M_O = 0$, el ángulo θ que define la línea de acción de $\mathbf{F}_A$ puede determinarse por trigonometría,

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.7}{0.4}\right) = 60.3^\circ$$

Con los ejes x, y y la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas,

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad F_A \cos 60.3^\circ - F \cos 45^\circ + 400\text{ N} = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_A \operatorname{sen} 60.3^\circ - F \operatorname{sen} 45^\circ = 0$$

Al despejar, obtenemos

$$F_A = 1.07\text{ kN} \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$

$$F = 1.32\text{ kN}$$

NOTA: también podemos resolver este problema por la representación de la fuerza en A mediante sus dos componentes $\mathbf{A}_x$ y $\mathbf{A}_y$ y la aplicación de $\Sigma M_A = 0$, $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ a la palanca. Una vez determinadas A_x y A_y, podemos obtener F_A y θ.

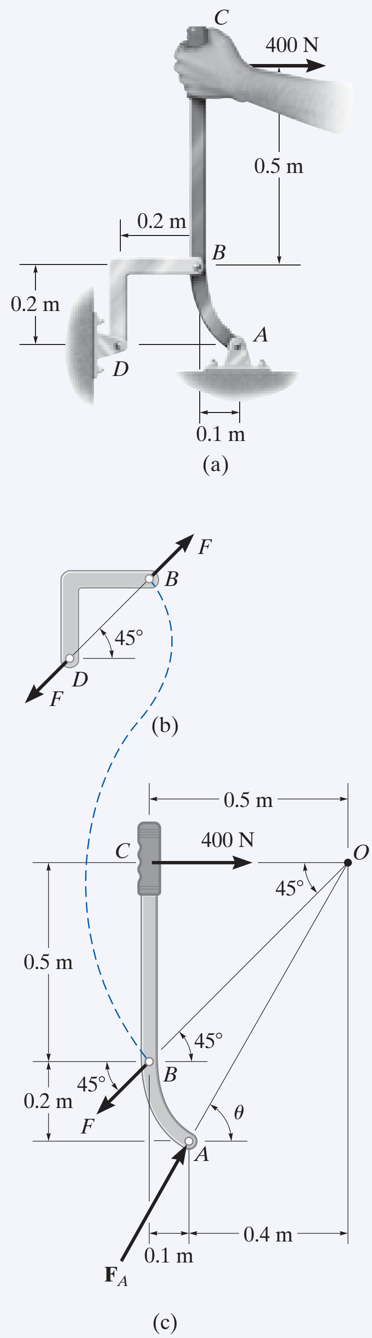


Fig. 5-22