

Computación Gráfica y Modelación para Ingenieros/as

Primavera 2022

Iván Sipirán y Eduardo Graells-Garrido

EXAMEN

Dispone de dos horas para realizar este examen. Entregue cada respuesta en una hoja separada. Incluya su nombre en cada una. Puede utilizar apuntes manuscritos.

P1. Transformaciones (2 puntos)

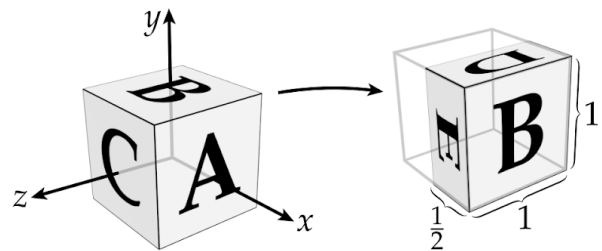
1.1. (0.5) De las cinco secuencias de transformaciones 3D listadas abajo, dos pares son equivalentes. ¿Qué pares son la misma transformación y cuál transformación es diferente de las otras?

- (a) Rotar 90 grados alrededor del eje Z, luego trasladar 2 unidades en el eje Y, finalmente escalar por un factor de 2.
- (b) Rotar 90 grados alrededor del eje Z, luego escalar por un factor de 2, finalmente trasladar -2 unidades en el eje X.
- (c) Trasladar 2 unidades en el eje Y, luego rotar 90 grados alrededor del eje Z, finalmente escalar por un factor de 2.
- (d) Rotar -270 grados alrededor del eje Z, luego trasladar dos unidades en el eje X, luego escalar por un factor de 2, finalmente trasladar -8 unidades en el eje X.
- (e) Escalar por un factor de 2, luego rotar 90 grados alrededor del eje Z, finalmente trasladar 4 unidades en el eje Y.

1.2. (1.0) Escriba una matriz de 4x4 que represente la transformación (a) de la pregunta anterior, en coordenadas homogéneas. Aplicar esta matriz a los tres puntos

$p = (0, 0, 0)$, $q = (1, 0, 0)$, $r = (0, 1, 0)$ y al vector normal N del triángulo conformado por los puntos p, q, r . Asumir que el vector normal apunta en la misma dirección que el vector $(q - p) \times (r - p)$.

1.3. (0.5) Describa en palabras cualquier secuencia de transformaciones cuya composición produzca la transformación final de la figura al costado. La forma inicial es un cubo alineado a los ejes centrado en el origen con todos los lados de longitud uno. Las líneas grises en la derecha indican la ubicación del cubo original relativo al nuevo cuboide.



P2. Estructuras de mallas (1 punto)

Supongamos que tenemos un vértice v en una estructura Half-Edge y queremos dibujar el polígono indicado en la figura; es decir, un polígono cuyos vértices son los centros de los triángulos adyacentes a triángulos que contienen a v (en algún orden consistente, no importa si está a favor o en contra de las agujas del reloj). ¿Cuál de los siguientes códigos no extraen correctamente los vértices blancos marcados?

(a)

```
P = []
he = v.he
P.append(he.next.twin.face.center)
he = he.twin.next

while(he != v.he):
    P.append(he.next.twin.face.center)
    he = he.twin.next
```

(b)

```
P = []
he = v.he.next.next
P.append(he.next.next.twin.face.center)
he = he.twin.next.next

while(he != v.he.next.next):
    P.append(he.next.next.twin.face.center)
    he = he.twin.next.next
```

(c)

```
P = []
he = v.he.next
P.append(he.twin.face.center)
he = he.next.twin.next

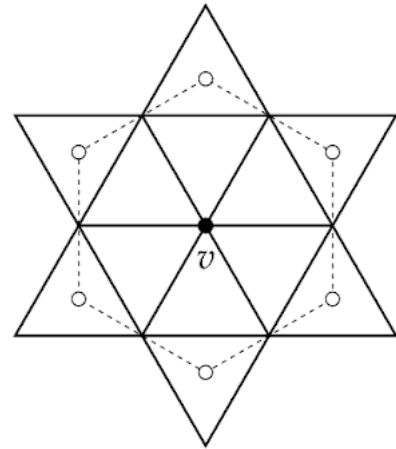
while(he != v.he):
    P.append(he.twin.face.center)
    he = he.next.twin.next
```

(d)

```
P = []
he = v.he.next.twin
P.append(he.face.center)
he = he.twin.next.twin.next.twin

while(he != v.he.next.twin):
    P.append(he.face.center)
    he = he.twin.next.twin.next.twin
```

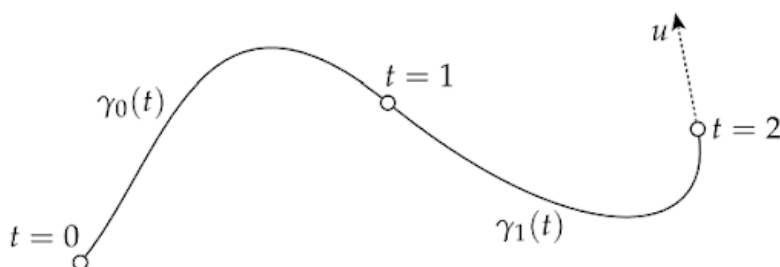
(e) Todas las anteriores



P3. Curvas de Bézier (1 punto)

3.1. (0.75) Supongamos que tenemos una curva cúbica de Bézier $\gamma_0: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ y queremos encontrar otra curva cúbica de Bézier $\gamma_1: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que:

- (a) los puntos $\gamma_0(1)$ y $\gamma_1(1)$ concuerden
- (b) primeras derivadas $\gamma_0'(1)$ y $\gamma_1'(1)$ concuerden
- (c) segundas derivadas $\gamma_0''(1)$ y $\gamma_1''(1)$ concuerden
- (d) La primera derivada $\gamma_1'(2) = u$ es conocida



En qué consiste la solución? Describa en palabras por qué elige alguna opción.

- (a) Resolver un sistema lineal de 8×8
- (b) Resolver dos sistemas lineales de 3×3
- (c) Resolver un sistema lineal de 3×3
- (d) Hay más variables que ecuaciones lineales
- (e) Hay más ecuaciones lineales que variables

3.2. (0.25) Realice un diagrama donde aproxime con curvas paramétricas un trompo como los de la imagen a continuación.



P4. Ray Tracing (2 puntos)

Imagine que tiene el grafo de escena del sistema solar de su tarea, incluyendo las naves espaciales, y que debe hacer un render de la escena utilizando *ray tracing*.

1. (1 punto) Describa el proceso de rendering completo, desde la especificación de la escena, hasta la determinación del color de cada pixel de la imagen. Para cada etapa del proceso indique las transformaciones que deben aplicarse y los nombres de los sistemas de coordenadas respectivos.
2. (0.5 puntos) Describa cómo puede pre-procesar la escena para que el rendering utilizando Ray Tracing se realice de la manera más eficiente posible.
3. (0.5 puntos) Asuma que los anillos de Saturno están hechos de hielo púrpura semitransparente. Haga un diagrama donde se observe un rayo trazado desde una de sus naves hacia la superficie de Saturno. Este rayo debe atravesar los anillos. Su diagrama debe contener todos los vectores importantes y los rayos recursivos que surjan desde su rayo principal.