

Entrenamiento combinatoria 15 de julio de 2021

- Sea M el conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 2020\}$. Encuentre el menor entero positivo k tal que cualquier subconjunto A de M con k elementos tiene tres elementos distintos a, b, c tal que $a + b, b + c$ y $c + a$ están todos en A .
- Sea $N \geq 4$ un entero positivo. Dos jugadores, Alicio y Bernarda están construyendo una secuencia, añadiendo elementos de forma alternada. En el primer turno Alicio puede añadir 1 o -1 , en el siguiente turno Bernarda puede añadir 2 o -2 , después Alicio puede añadir 3 o -3 etc. El ganador es el primero en hacer que la suma sea un múltiplo de N . Encuentre quien es el ganador en términos de N .

- Determine el mayor entero positivo N tal que cada arreglo de 5×5 con los enteros del 1 al 25 (sin repetir) contiene un subtablero de 2×2 con suma el menos N .
- Alicio y Bernarda juegan un juego. Inicialmente se coloca un montón de i piedras sobre cada entero i del 1 al n . Inicialmente Alicio permuta los montones de alguna forma. Después Bernardo selecciona un entero y quita una piedra de ese montón. En cada turno un jugador puede elegir un entero adyacente al anterior y retirar una piedra de ese montón. El primer jugador que no pueda hacer un movimiento pierde. Encuentre quien tiene la estrategia ganadora.

- Se colorea las aristas de la gráfica p -partita completa $K_{n,n,\dots,n}$ con p colores distintos. Para cada color i sea c_i el tamaño de la componente conexa más grande cuando consideramos las aristas de color i . Encuentre el menor valor que puede tener $\max_{i=1}^n c_i$
- Sea S un conjunto de enteros positivos tal que cada uno tiene exactamente 100 dígitos en base 10. Decimos que un elemento de S es atómico si no es divisible entre la suma de dos elementos (no necesariamente distintos) de S . Si S contiene a lo más 10 átomos, cual es la mayor cantidad de elementos que puede haber en S ?