# Calentamiento

- Sea $G$ una gráfica con grado máximo $\Delta$, demuestre que admite una coloración propia con a lo más $\Delta + 1$ colores.
- Demuestre que una gráfica con grado mínimo $\delta$ contiene todos los árboles de tamaño $\delta + 1$ como subgráfica.
- Demuestre que en una gráfica con grado mínimo $\delta$ existe un camino de longitud $\delta + 1$.
- Demuestra que toda gráfica $G$ admite una partición en dos conjuntos $U, V$ tal que cada vértice tiene al menos tantos vecinos en el conjunto que no lo contiene como en el suyo.
- Demuestre que cada torneo tiene un camino hamiltoniano.

# Calentamiento

- Decimos que un subconjunto $D$ de los vértices de $G$ es dominante si cada vértice está en $D$ o tiene un vecino en $D$.
- Demuestre que si $G$ tiene $n$ vértices y no tiene vértices aislados entonces $G$ tiene un conjunto dominante de tamaño a lo más $\frac{n}{2}$.

# Primera Lista

- Sea $G$ una gráfica dirigida en la que cada vértice tiene ingrado 2 y exgrado 2. Demuestre que se puede particionar en tres conjuntos tal que no haya un conjunto que contenga a un vértice y los dos vecinos a los que apunta.
- En una empresa hay $2n+1$ personas tal que en cada grupo de $n$ personas existe una persona no en el grupo que conoce a todas esas personas. Demuestre que existe una persona que conoce a todo el mundo. (la gráfica no es dirigida).
- Dada una gráfica completa con $n$ vértices se permite tomar un ciclo de longitud 4 y borrar una de las aristas. Si este proceso se puede aplicar la cantidad de veces que se quiera ¿Cuál es la menor cantidad de aristas que se puede dejar en la gráfica.
- Demuestre que si las aristas de $K_n$ se colorean tal que ningún color tenga más de $n-2$ aristas, entonces existe un triángulo en el que cada arista tiene un color distinto.

# Un Teorema Interesante

- Demuestre el teorema de Barayai para el caso $r = 2$.