

Problema 1. Sea G una gráfica conexa, demuestre que cualesquiera dos caminos de longitud máxima en G comparten vértices.

Problema 2. Durante los días $1, \dots, k$ se pintan los enteros del 1 al $(n(n+1))/2$ de tal forma que hay i enteros de color i para $1 \leq i \leq n$. Encuentre el mayor valor de k tal que es posible que no haya dos enteros i, j y dos días a, b tal que i y j fueran del mismo color en el día a y i y j fueran del mismo color en el día b .

Problema 3. Un tablero de 10×10 se llena con los números del 1 al 100. Prueba que hay dos casillas que comparten un lado y tal que la diferencia de sus números es mayor estrictamente a 10.

Problema 4. Los números a_1, a_2, \dots, a_n y b_1, \dots, b_n son permutaciones de los números $1, 1/2, \dots, 1/n$. Se sabe que $a_i + b_i \geq a_{i+1} + b_{i+1}$ para $1 \leq i \leq n-1$. Demuestre que $a_i + b_i \leq 4/i$ para $1 \leq i \leq n$.