Tarea 1
Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería
FI3104

Jorge Gacitúa Gutiérrez

24 de Septiembre 2015

1 Introducción

2 Problema 1

A partir de los datos medidos del espectro del sol se requiere graficar los datos del flujo solar versus la longitud de onda usando la convención astronómica de expresar el flujo en unidades cgs y la longitud de onda en Angstrom.

2.1 Metodología

Se utilizo el archivo sun_AMO.dat que contenía en la primera columna los valores de longitud de onda (en nm) y en la segunda el flujo solar (en $Wm^{-2}nm^{-1}$), los valores al no estar en la convención requerida se tuvieron que transformar de la siguiente forma:

- $nm \rightarrow \mathring{A}$

$$1[nm] = 10^{-9}[m]$$
$$1[\mathring{A}] = 10^{-10}[m]$$

$$\Rightarrow 1[nm] = 10[\mathring{A}]$$

- $Wm^{-2}nm^{-1} \rightarrow ergs \cdot s^{-1} \cdot cm^{-2} \cdot \mathring{A}^{-1}$

$$1[Wm^{-2}nm^{-1}] = 10^{7}[ergs{\cdot}s^{-1}]10^{-4}[cm]10^{-1}[\mathring{A}] = 100[ergs{\cdot}s^{-1}{\cdot}cm^{-2}{\cdot}\mathring{A}^{-1}]$$

Una vez realizadas las conversiones se procedió a graficar el espectro solar tal como se puede apreciar en la figura 1.

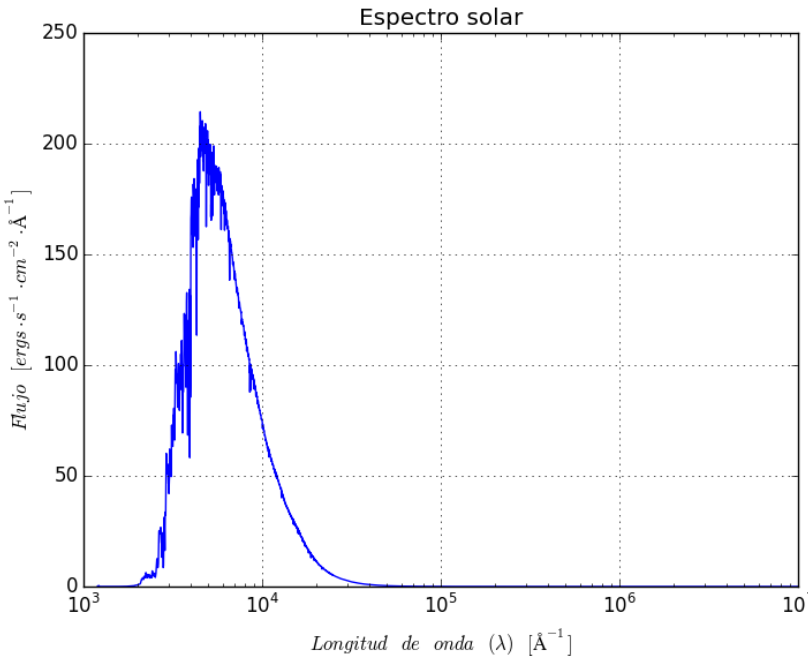

Figure 1: Gráfico del espectro solar

2.2 Resultados

3 Problema 2

Se desea calcular la luminosidad solar a partir de los datos del espectro solar.

3.1 Metodología

Primero se integró usando el método del trapecio, con esto obtemumos la constante solar, la cual se define de la siguiente forma:

$$K = \sigma \cdot T^4 \cdot \left(\frac{r_s}{a_0}\right)^2$$

donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann, T es la temperatura efectiva del sol que consideraremos como $T = 5778K$, r_s el radio solar y a_0 la distancia entre la tierra y el sol.

Por otro lado tenemos que la luminosidad se define como:

$$L_s = 4\pi \cdot r_s^2 \cdot \sigma \cdot T^4$$

Esta ultima formula podemos expresarla en función de la la constante solar de la forma:

$$L_s = 4\pi \cdot a_0^2 K$$

3.2 Resultados

usando la ultima formula encontramos que $L_s = 3.84605417552e + 26[W]$

4 Problema 3

se pide que a partir de la función de Planck se obtenga la energía total por unidad de área emitida por el sol:

$$B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

4.1 metodología

haciendo cambios de variable a la función de plan podemos llegar a que equivale:

$$\int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda = P = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}$$

Sea:

$$I = \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

La integral I es una integral impropia, por lo que no se puede calcular numéricamente, para eso realizamos otro cambio de variables $y = tan(x)$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{tan(y)^3(1 + tan(y)^2)}{e^{tan(y)} - 1} dy$$

El problema ahora es que en los extremos la integral tiende a infinito, por lo tanto se debe aproximar a esos valores, pero nunca alcanzarlos. Se separó el intervalo en tres sub-intervalos

$$I_1 = \int_0^{0.25} \frac{tan(y)^3(1 + tan(y)^2)}{e^{tan(y)} - 1} dy$$

$$I_2 = \int_{0.25}^{\frac{\pi}{2} - 0.25} \frac{tan(y)^3(1 + tan(y)^2)}{e^{tan(y)} - 1} dy$$

$$I_3 = \int_{\frac{\pi}{2} - 0.25}^{\frac{\pi}{2}} \frac{tan(y)^3(1 + tan(y)^2)}{e^{tan(y)} - 1} dy$$

Luego $I = I_1 + I_2 + I_3$

para calcular las integrales I_1 e I_3 se usó el método del punto medio y para I_2 se usó el método de Simpson.

4.2 resultados

Usando el método anterior se obtuvo que la energía era de $64295913.9444[W]$ y tardo 0.873862028122 segundos. El resultado analítico es de $63156938.4356[W]$

A partir de este resultado se calculó el radio del sol, obteniéndose:

$$r_s = 689939611.284 \ [metros]$$

5 Problema 4

5.1 metodología

Finalmente calculamos la integrales anteriores usando métodos ya programados

5.2 resultados

La luminosidad calculada es $L_s = 3.84184866671e{+}26[W]$ y tardó 0.000109910964966 segundos. La energía total calculado es de $E = 63156938.4356[W]$ y tardó 0.000703096389771