Tarea 3
Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería
FI3104

Jorge Gacitúa Gutiérrez

08 de Octubre 2015

Problema 1

EL oscilador de van der Pool describe la dinámica de algunos circuitos eléctricos y su ecuación corresponde a:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \mu(x^2 - a^2)\frac{dx}{dt} \tag{1}$$

haciendo el cambio de variable $t = \frac{s}{sqrtk}$ y $x = ay$

$$\frac{d}{dt}\left(a\frac{dy}{dt}\right) = -aky - a^2\mu(y^2 - 1)a\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d}{ds}\frac{ds}{dt}\left(\frac{dy}{ds}\frac{ds}{dt}\right) = -ky - a^2\mu(y^2 - 1)\frac{dy}{ds}\frac{ds}{dt}$$

$$k\frac{d^2y}{ds^2} = -ky - \sqrt{k}a^2\mu(y^2 - 1)\frac{dy}{ds}$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} = -y - \mu^*(y^2 - 1)\frac{dy}{ds} \tag{2}$$

Donde $\mu^* = \frac{a^2}{\sqrt{k}}\mu$

Para resolver la ecuación (2) se utilizó el método Runge-Kutta de orden 3, el cual se implementó mediante 4 funciones que contenían todas la variables del problema:

- get_k1(f,h,g,g_prima)
- get_k2(f,h,g,g_prima)
- get_k3(f,h,g,g_prima)
- rk3(f,h,g,g_prima)

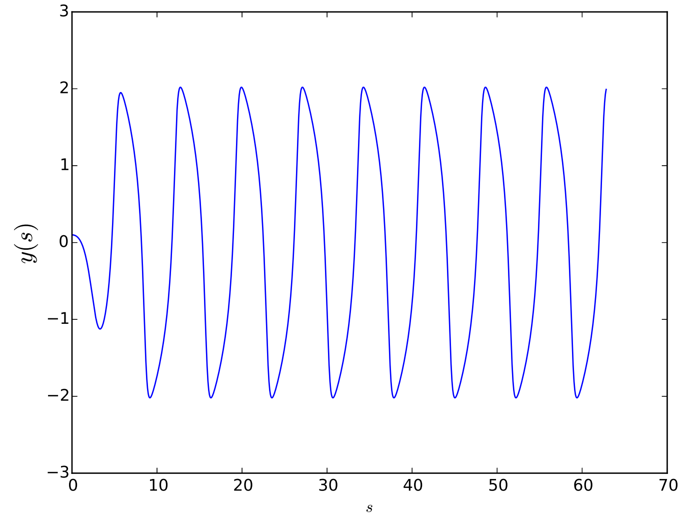

Figure 1: Caption

f correspondía a la función del lado derecho de la edo de orden uno, h corresponde al paso variable, g es la función original del problema y g_prima la derivada de la misma.

Como el problema correspondía a una edo de segundo orden y se necesita de una deo de primer onden, se procedió a separar el problema en dos ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d}{ds}\begin{pmatrix} y \\ \frac{dy}{ds} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dy}{ds} \\ -y - \mu^*(y^2-1)\frac{dy}{ds} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Es decir:

- $g = y$
- g_prima $= \frac{dy}{ds}$
- $f = -y - \mu^*(y^2-1)\frac{dy}{ds}$

En la solución del problema se utilizó $\mu^* = 1.560$ y se integro durante un tiempo de 20π.

Con las condiciones iniciales $y = 0.1$ y $\frac{dy}{ds} = 0$, tal como se observa en la imagen 1, al inicio al sistema se le inyecta energía y luego alcanza un estado estacionario.

Con la condiciones iniciales $y = 4.0$ y $\frac{dy}{ds} = 0$, se observa que al sistema se le quita energía hasta que alcance nuevamente el estado estacionario.

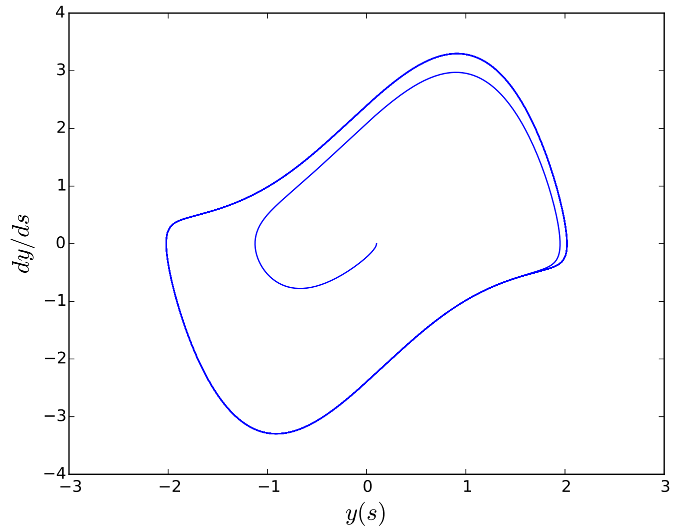

Figure 2: Caption

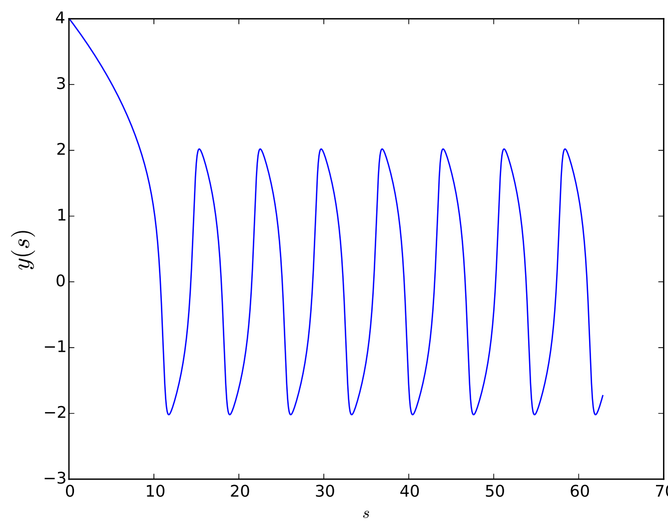

Figure 3: Caption

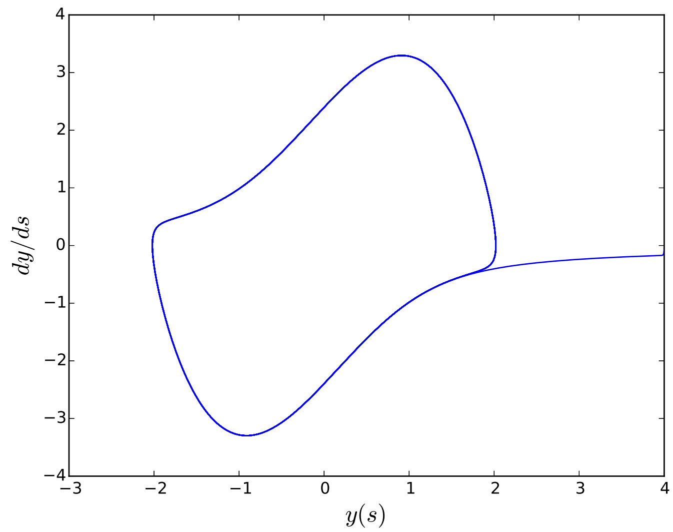

Figure 4: Caption

Problema 2

El atractor de Lorenz es un caso particular del sistema de Lorenz donde $\sigma = 10$, $\beta = 8/3$ y $\rho = 28$

$$\frac{dy}{ds} = \sigma(y - x)$$
$$\frac{dy}{ds} = x(\rho - z) - y$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z$$

Para resolver este sistema se utilizo el método Runge$_kuttadeorden4$

Al graficar los resultados en 3D se observa que las soluciones oscilan entorno a 2 núcleos (figura 8). Esto se puede ver mas claramente en las figuras 5,6 y 7 donde graficaron los planos 2D

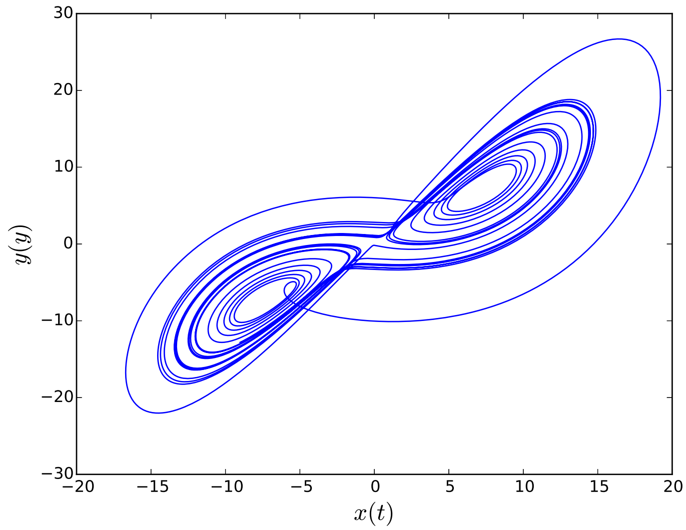

Figure 5: Caption

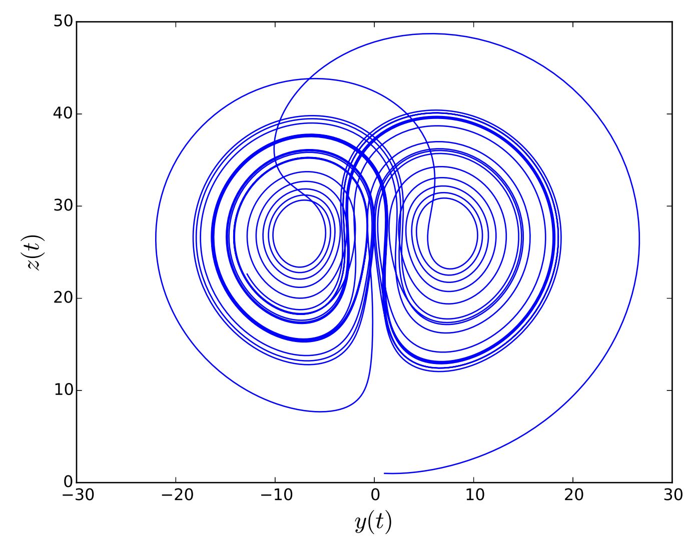

Figure 6: Caption

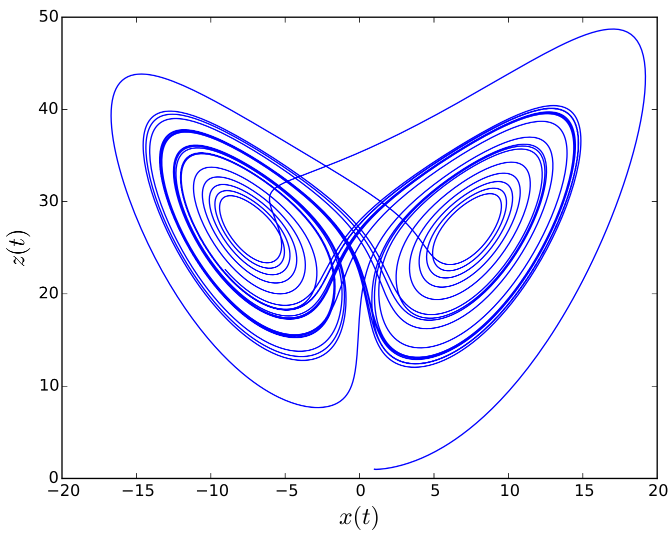

Figure 7: Caption

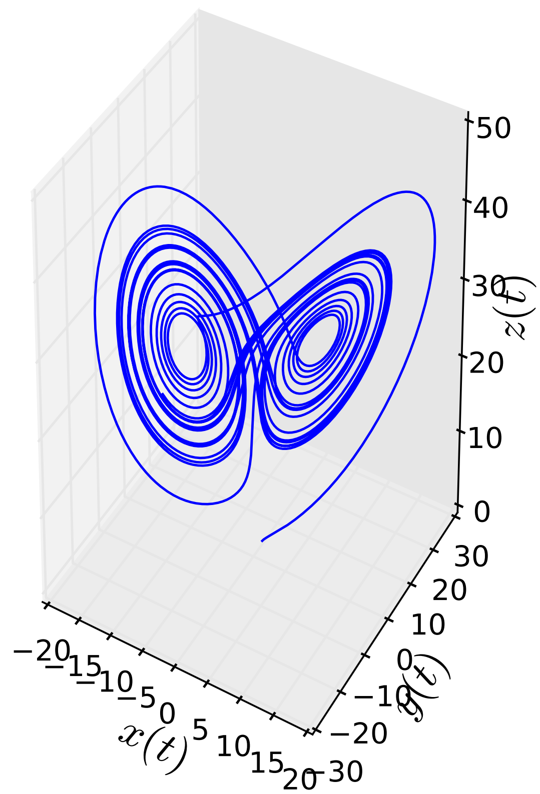

Figure 8: Caption