

# Informe de Laboratorio 3:

## Modelo Diferencial de Primer Orden

CUESTAS IBÁÑEZ, Christian Camilo  
Ingeniería Mecatrónica  
cccuestasi@unal.edu.co

GIL ROJAS, Nicolás  
Ingeniería Mecatrónica  
nccilro@unal.edu.co

REINA JARA, Jorge Luis  
Ingeniería Mecatrónica  
jolareinaja@unal.edu.co

Robótica  
Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional de Colombia  
Bogotá D.C., Colombia

**Abstract**—This paper tries to show how to plan different trajectories in a 6-DOF serial manipulator, using the interpolation in the work space method, and the interpolation in the joint space method as well. It is also an introduction to the use of the Jacobian matrix as a part of the description of the end effector pose motion in space.

**Keywords**—inverse kinematics, manipulator, jacobian matrix, angular velocity, linear velocity.

### I. INTRODUCCIÓN

Este documento presenta la implementación de la teoría de la planeación y ejecución de una ruta y trayectoria para el efector final de un manipulador industrial, el robot de KUKA con referencia KR 340 R3330. El proceso incluye el análisis de la geometría y ubicación de la ruta propuesta en el espacio de trabajo, así como la verificación de que las tramas de cada punto de esta ruta se ubiquen dentro del espacio diestro del manipulador. Se completa además el análisis con la programación y simulación de este procedimiento en MATLAB usando los *toolboxes* de análisis de sistemas robóticos RST y RVC.

Una mayor información se encuentra en el repositorio: <https://github.com/JorgeLuis-RJ/Lab3Robotica.git>

### II. RUTA

#### A. Selección de la ruta

La ruta elegida es la presente en la figura 1. Dado que el valor de  $L$  debe ser aproximadamente de 0.4 veces el alcance máximo del robot, nos da una longitud de 1330 mm. Esta trayectoria debe estar contenida en un plano cuyo vector normal es  $[-1,0,1]$ .

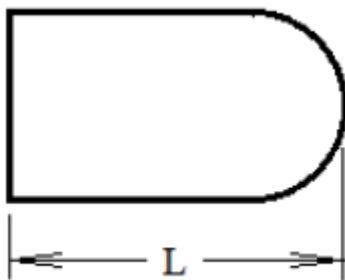


Figura 1. Trayectoria escogida.

#### B. Cálculo del plano y puntos de la trayectoria

Para calcular el plano en el cual se ubica la trayectoria se inició ubicando un punto dentro del espacio diestro del robot. Con este punto y el vector normal calculamos el plano, dado por la ecuación 1. Una vez obtenido el plano, utilizamos el primer punto ubicado como una de las esquinas de la trayectoria, luego ubicamos el punto con el que completamos la longitud de la trayectoria.

$$-x + z + 17.5 = 0 \quad (1)$$

Seguimos ubicando puntos relevantes en la trayectoria, como las esquinas de los ángulos rectos y los puntos donde inicia el arco. Después colocamos los puntos del arco usando funciones trigonométricas para conocer su posición. Por ejemplo, como la distancia  $L$  es de 1330 mm, en el eje  $x$  solo se recorren 940 mm al igual que en el eje  $z$ . En la figura 2 se puede ver el plano trabajado, así como los puntos mientras el sistema coordinado representa la base del robot. Se debe resaltar que las unidades de la gráfica son dm.

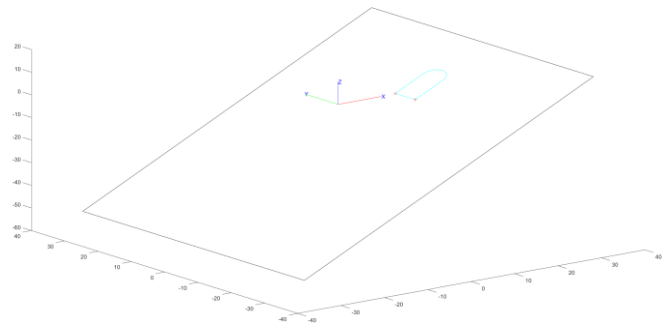
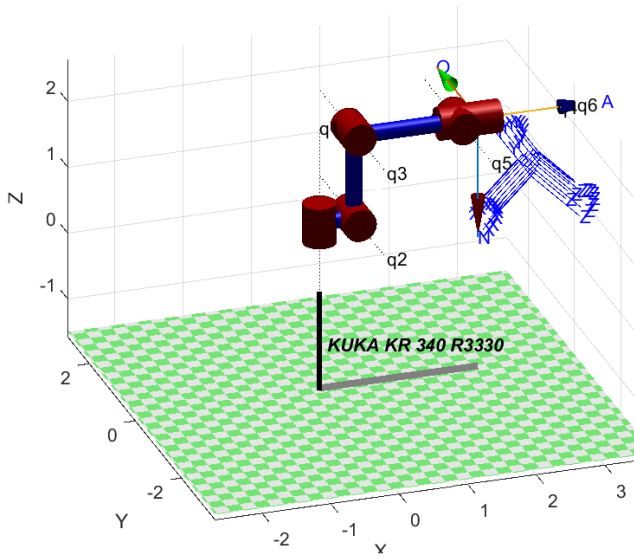


Figura 2. Plano con la trayectoria a realizar.

#### C. Ejecución de la trayectoria

Se establecen los siguientes procedimientos para la ejecución de la trayectoria con el modelo de alambres del robot KUKA KR 340 R3330 que se presenta a continuación.

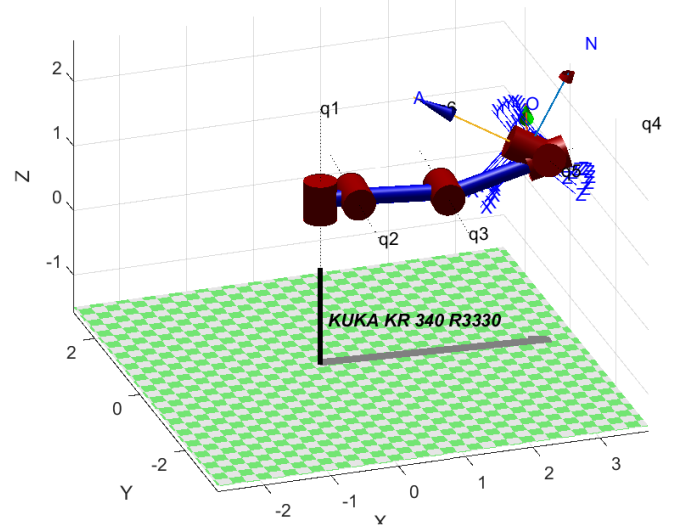
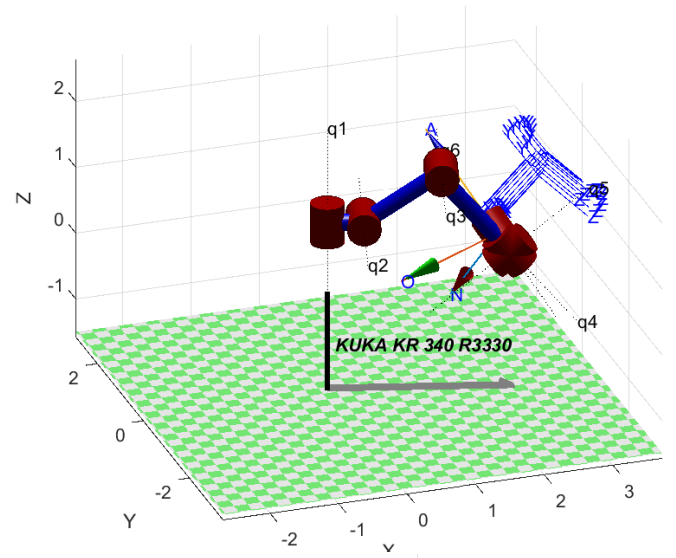


La imagen comprende la posición de home del robot y las gráficas de los sistemas de referencias para algunos puntos (via points), aquellos que se establecieron cuando se planeó la trayectoria.

Una vez obtenidas las matrices de transformación homogéneas con cada una de las poses de la trayectoria, se realiza el método de cinemática inversa para hallar una matriz de valores  $q$ , es decir, las diferentes configuraciones para cada punto y orientación en el espacio perteneciente a la trayectoria. Para este caso, 40 puntos.

Se pueden emplear, a partir de aquí, dos caminos distintos, uno, usando el método de interpolación en los ángulos de articulación, usando el arreglo matricial recién obtenido, para hacer que el manipulador vaya desde una configuración  $q1$  hasta una  $q2$  usando una transición suave, esto es, una ecuación de quinto orden. Esta es la función *jttraj* dentro del toolbox de Peter Corke.

Por otro lado, se emplea la función *ctrtraj* con el fin de ubicar mejor cada uno de los marcos de referencias pertenecientes a los puntos intermedios, de manera que se logra una recta entre punto y punto sin importar los cambios en los ángulos articulares. Este método de interpolación cartesiana emplea la matriz tridimensional de poses obtenida inicialmente, es decir, sin hacer la operación de cinemática inversa.



### III. MODELO DIFERENCIAL DE PRIMER ORDEN

#### A. Obtención del jacobiano

Se aprovechó el modelo del robot creado con el uso del Toolbox de Peter Corke y con los parámetros de Denavit-Hartenberg modificado. De allí se extrajo simbólicamente las funciones de posición de la cinemática directa. Se ignoraron las 3 ultimas articulaciones. Trabajando solo con posición de la muñeca. Con ellas se creó una función que calculaba las derivadas parciales que componen el jacobiano.

Para un delta de 0.001 una configuración articular:

$$Q = [q1, q2, q3] = [0, \frac{\pi}{6}, 0]$$

El jacobiano correspondiente es:

$$\begin{bmatrix} -0.0004 & -19.707 & -13.206 \\ -8.633 & 0 & 0 \\ 0 & -3.632 & 7.626 \end{bmatrix}$$

Luego se halló la inversa del Jacobiano para multiplicarlo por  $V_H$ , y así obtener el siguiente vector de velocidades articulares:

$$V_q = \begin{bmatrix} -23.1660 \\ -7.1769 \\ 3.1382 \end{bmatrix}$$

## REFERENCES