



HIDRÁULICA COMPUTACIONAL EN CANALES ABIERTOS TRAPEZOIDALES MEDIANTE USO DE MÉTODOS DE PASO ESTÁNDAR

Felipe Elgueta Larraín
e-mail: felgueta@miuandes.cl
José Tomás Toledo Jaureguiberry
e-mail: jttoledo@miuandes.cl
Jorge Salas Garrido
e-mail: jjsalas@miuandes.cl
Jaime Contardo Raczynski
e-mail: jcontardo@miuandes.cl

RESUMEN: En el siguiente trabajo se implementó el método de paso estándar para calcular los perfiles de la superficie del agua, en particular se hizo uso del método de Newton-Raphson, además de derivar una expresión para el cálculo de altura normal y altura crítica del canal abierto a estudiar, lo anterior se realizó a través de modelos de simulación en 1D. El canal estudiado es de tipo trapezoidal con un s_0 de 0.001, el cual transporta un caudal de 30 [m³/s]. El ancho es de 10 [mts], posee un ss igual a 2 [H/V] y un n de Manning igual a 0.013. De lo anterior se obtuvo una altura normal de 1.0913 [mts] y una altura crítica de 0.9115 [mts] con un número de Froude de 0.93, esto asegura que con la tolerancia de diseño (10^{-6}) se obtiene una correcta altura crítica.

PALABRAS CLAVE: Altura Crítica, Altura Normal, Canales Abiertos, Hidraulica Computacional, Represas.

1 INTRODUCCIÓN

Este trabajo incluye un análisis del uso del método de paso estándar para poder realizar hidráulica computacional en un canal abierto de tipo trapezoidal. Para lo anterior se hace uso del método de Newton-Raphson, además de la derivación de cálculos de altura normal y altura crítica, valores que son de gran importancia para poder diseñar una represa en dichas condiciones.

2 DESARROLLO

2.1 ALTURA CRÍTICA

Para poder determinar la altura crítica para el canal trapezoidal donde se ubica la represa, se derivaron las siguientes expresiones a partir de la ecuación de energía específica:

$$E = y + \frac{v^2}{2 * g} \quad (1)$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2 * A^2 * g} \quad (2)$$

donde A es el área para un canal trapezoidal, la cual se define de la siguiente manera:

$$A = B * y_c + ss * y_c^2 \quad (3)$$

tanto B como ss son parámetros del canal a estudiar, los cuales toman valores de 10 [mts] y 2 [H/V] respectivamente.

Luego derivando parcialmente con respecto a "y" la Ec.(2) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial E}{\partial y} = 1 - \frac{Q^2}{g * A^3} \frac{\partial A}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial A}{\partial y_c} = T_c = B + 2 * ss * y_c \quad (5)$$

que en combinación con la Ec. (5), resulta:

$$f(y_c) = \frac{A^3}{T_c} - \frac{Q^2}{g} \quad (6)$$

La expresión anterior representa la función evaluada en y, siempre teniendo en cuenta el supuesto de que se está en la altura crítica (y_c) y en la energía mínima.

Para utilizar Newton-Raphson en el algoritmo, faltaría determinar $f'(y_c)$, para desarrollar este término se deriva la Ec.(6) con lo que se obtiene:

$$f'(y_c) = 3T_c^{-1}A^2 \frac{dA}{dy_c} - A^3T_c^{-2} \frac{dT_c}{dy} \quad (7)$$

$$\frac{dT_c}{dy} = 2 * ss \quad (8)$$

Por medio de las Ec. (5) y Ec. (8), se obtiene la expresión final para $f'(y_c)$:

$$f'(y_c) = 3A^2 - A^3 T_c^{-2} 2ss \quad (9)$$

Con lo obtenido anteriormente se usó un algoritmo iterativo que incluye el método de Newton-Raphson escrito en lenguaje Python 2.7, el cual permite hacer uso de las expresiones derivadas anteriormente y obtener la altura crítica del canal a estudiar. (Toledo, et al., 2018). Dicho método se detalla en la Ec. (10).

$$y_{i+1} = y_i - \frac{f(y_i)}{f'(y_i)} \quad (10)$$

3 RESULTADOS

Luego de ejecutado el análisis con modelos iterativo en 1D, para un canal trapezoidal que transporta un caudal de 30 [m³/s], se obtiene una altura crítica de 0.9115 [mts]. A modo de verificación de lo obtenido en el cálculo de altura crítica por medio de un método de Newton-Raphson y con las expresiones derivadas previamente, se utiliza el número de Froude como un parámetro de qué tan cercano al valor exacto está el resultado obtenido. Al realizar esta verificación se obtiene un número de Froude de 0,93. Por otra parte la altura natural determinada es de 1.0913 [mts]. (Toledo, et al., 2018).

4 CONCLUSIONES

Que el número de Froude obtenido sea igual a 0,93 indica que con la tolerancia ocupada, se plantea un buen modelo para predecir alturas críticas en canales de este tipo. El valor exacto del número de Froude para y_c debería ser 1. Por último, se determina que es correcta esta altura crítica ya que la altura normal del río es superior, lo que indica que naturalmente es un régimen subcrítico.

5 REFERENCIAS

- [1] Toledo, Elgueta, Salas & Contardo, 2018. [En línea]
Available at:
<https://github.com/JorgeSalasG/MCOC-Proyecto-3>