

MÁQUINAS DE TURING III

VARIANTES DE MT



101

05 Modelos de Computación

Máquinas de Turing III

Variantes del Modelo de Máquina de Turing

Abordaremos:

- Máquinas de Turing de dos o mas Cintas (Multicinta)
- Máquinas de Turing No Deterministas
- Autómata de Dos Pilas ?
- Máquinas de Turing 2D ?
- Aplicaciones
- Coste Computacional



102

Máquinas de Turing de Dos Cintas

La misma estructura que una MT convencional, pero...

- *Tiene dos cintas y sus respectivos cabezales*
- *Pueden operar de forma independiente*

Implica cambios en el funcionamiento

Las transiciones de la MT definen:

- *Un cambio de estado*
- *Para cada cabezal:*
 - *Una Lectura*
 - *Una Escritura*
 - *Un Desplazamiento*



Máquinas de Turing de Dos Cintas

Las transiciones de la MT definen:

- *Un cambio de estado*
- *Para cada cabezal:*
 - *Una Lectura*
 - *Una Escritura*
 - *Un Desplazamiento*

Las operaciones de cada cabezal son independientes entre si

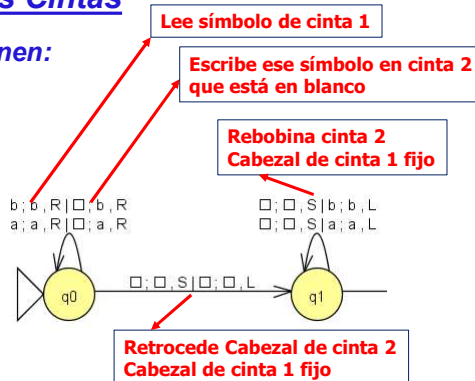
Pero están vinculados en cada transición.



Máquinas de Turing de Dos Cintas

Las transiciones de la MT definen:

- Un cambio de estado
- Para cada cabezal:
 - Una Lectura
 - Una Escritura
 - Un Desplazamiento



Las operaciones de cada cabezal son independientes entre si
Pero están vinculados en cada transición.

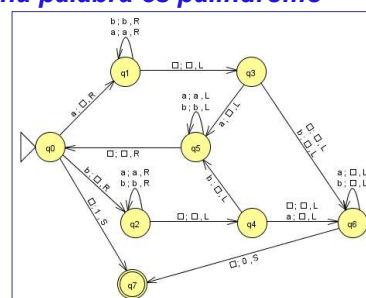
Máquinas de Turing de Dos Cintas

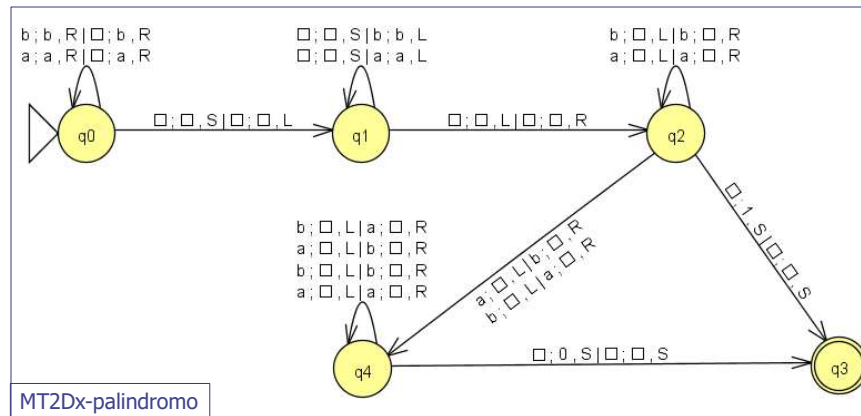
Ejemplo: Máquina para determinar si una palabra es palíndromo

$$\Sigma = \{a, b\}$$

Dada $x \in \Sigma^*$, $|x| = 2k$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$\exists w \mid x = w \cdot w^{-1}$$



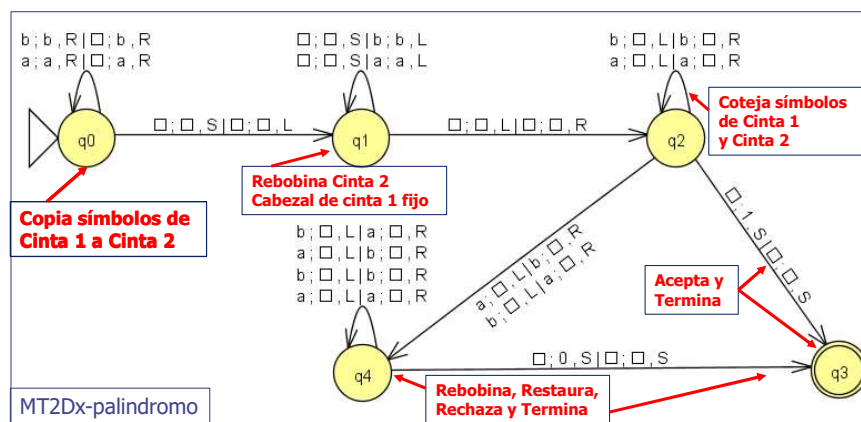
Máquinas de Turing de Dos Cintas**Ejemplo:** Máquina para determinar si una palabra es palíndromo

Teoría Avanzada de la Computación

uc3m

107

107

Máquinas de Turing de Dos Cintas**Ejemplo:** Máquina para determinar si una palabra es palíndromo

Teoría Avanzada de la Computación

uc3m

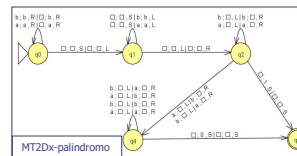
108

108

Máquinas de Turing de Dos Cintas

Ejemplo: Máquina para determinar si una palabra es palíndromo

Coste Computacional:



La MT2D realiza tres recorridos:

1. Copia de Cinta 1 a Cinta 2 $\rightarrow n+1$
2. Rebobina Cinta 2 $\rightarrow n+1$
3. Coteja Cinta 1 con Cinta 2 en reverso $\rightarrow n+1$

En caso de fallo, termina de borrar ambas

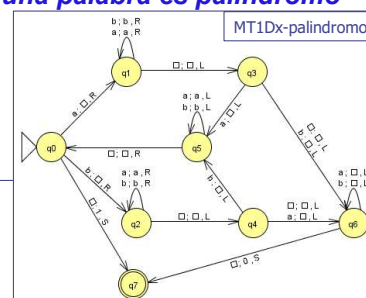
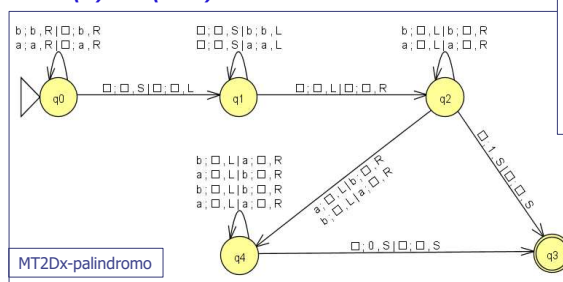
$$\rightarrow T(n) = 3(n+1)$$

Máquinas de Turing de Dos Cintas

Ejemplo: Máquina para determinar si una palabra es palíndromo

Coste Computacional:

$$T(n) = 3(n+1)$$



$$T(n) = n^2/2 + 3n/2 + 1$$



Máquinas de Turing de Dos Cintas

Ejemplo: Máquina para determinar si una palabra es palíndromo

Coste Computacional:

$$T(n) = n^2/2 + 3n/2 + 1$$

vs

$$T(n) = 3(n+1)$$

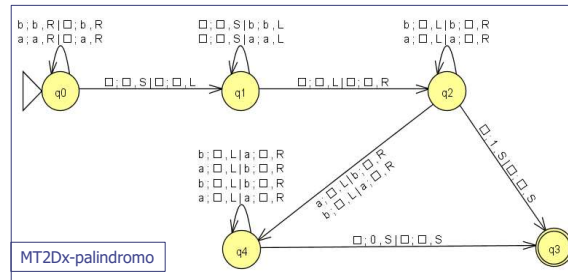
Cuestión de eficiencia?

Estos diseños se basan en:

Cinta2 actúa como estructura de datos auxiliar, a modo de pila o cola

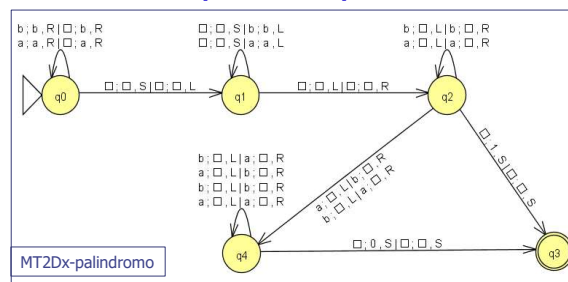
Facilita los procesamientos

Sería interesante encontrar un aprovechamiento más sofisticado

Máquinas de Turing de Dos Cintas

Ejemplo: Máquina para determinar si una palabra es palíndromo

Coste Computacional:



MT2Dx-palíndromo tiene un fallo:

Máquinas de Turing de Dos Cintas**Tareas:**

- *Diseñar una MT de una cinta para determinar palíndromos que sean de tamaño par o impar*
- *Diseñar una MT de dos cintas para determinar palíndromos que sean de tamaño par, rechazando los de tamaño impar*
- *Evaluar la dificultad de diseño, y el Coste Computacional de ambos casos*

Máquinas de Turing de Dos Cintas**Tareas:**

- *Implementar la suma de dos números con MTs de dos cintas*
 - *En base uno*
 - *En base dos, con el algoritmo de sumar el bit LSB propagando acarreo*
- *¿Qué coste computacional se obtiene?*
- *Comparar con los de MTs de una cinta*
- *¿Sirve de algo implementar la suma binaria con una MT de 3 cintas?*



Máquinas de Turing No Deterministas

La misma estructura que una MT convencional, pero...

Admiten transiciones No Deterministas:

Para un mismo símbolo leído define al menos dos transiciones que:

- *Escriben símbolos diferentes*
- *Desplazan el cabezal de distinta forma*
- *Transitan a estados diferentes*

(Una o ambas opciones a la vez)

Cuando se encuentra una transición ND, entendemos que la MT bifurca en dos o más instancias de la misma que adoptarán estados diferentes.

Si alguna de las instancias alcanza un Estado Final → MT acepta

Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s

Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.

La MT Determinista de 1 cinta tendrá que copiar uno a uno cada uno de los bits en orden inverso mientras marca los originales para borrarlos

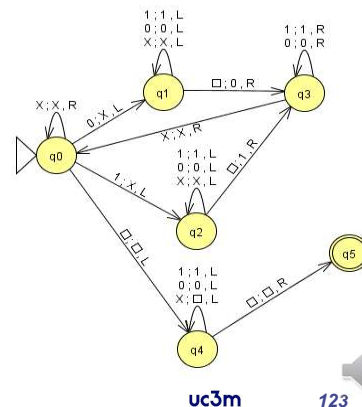
El coste computacional será cuadrático (o algo inferior)

Con dos Cintas se puede organizar mejor, saldrá Coste lineal



Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s
Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.



Teoría Avanzada de la Computación

uc3m

123

123

Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s
Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.

Vamos a proponer un diseño con dos Cintas que puede parecer absurdo.
Pero será efectivo.

1. Por cada bit que lea la MT2ND de la Cinta 1:
 - a. Lo copia a la Cinta 2
 - b. Cambia de forma "aleatoria" el bit leído en la Cinta 1
2. Al terminar Rebobina la Cinta 2
3. Coteja la Cinta 2 con el reverso de la Cinta 1
4. Si coinciden → Cinta 1 contiene la secuencia invertida

Teoría Avanzada de la Computación

uc3m

124

124

Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s

Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.

Vamos a aclarar que el proceso de cambiar cada bit de forma aleatoria lo realizaremos aprovechando el No Determinismo. Es decir, dado un valor b , tendremos dos transiciones:

1. Sustituye b por $1-b$ -- invierte el bit
2. Sustituye b por b -- sin cambios

En cada una de estas transiciones, la MTND bifurcará en dos instancias.

Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s

Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.

Copia bits de Cinta 1 a Cinta 2

Cambia los bits de forma arbitraria (ND)

1;0;R;□;1;R
1;1;R;□;1;R
0;1;R;□;0;R
0;0;R;□;0;R

□;□;S;1;1;L
□;□;S;0;0;L

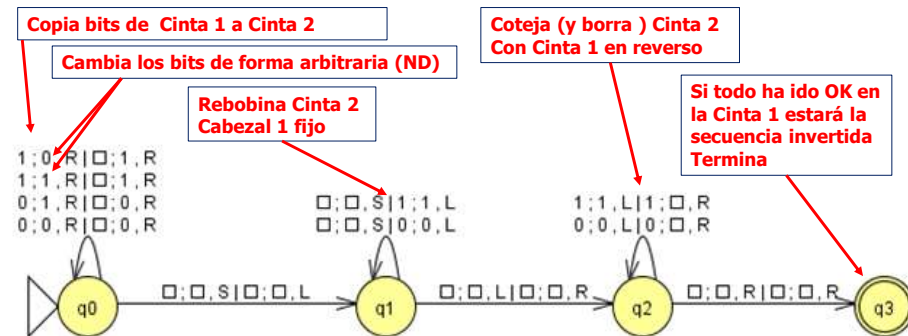
1;1;L;1;□;R
0;0;L;0;□;R



Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s

Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.



Teoría Avanzada de la Computación

uc3m

127

127

Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s

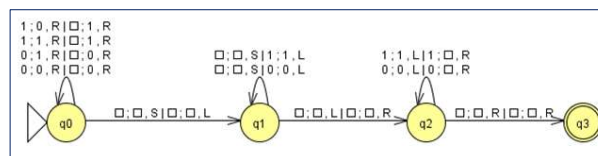
Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.

Esto funciona porque:

Q0 va a bifurcar en dos instancias para cada bit de los n leídos

Se van a generar 2^n instancias de MT2ND

Sólo una será correcta y terminará en q3 con la secuencia invertida



Teoría Avanzada de la Computación

uc3m

128

128

Máquinas de Turing No Deterministas

Ejemplo: Diseñar una MTND que invierta una cadena 0s y 1s

Dada una secuencia binaria, se pide invertirla.

Coste Computacional:

$$3n + 3$$

Pero Ojo!

Estamos tratando con una MTND. El coste en el mundo real sería 2^n

Hay formas más eficientes de invertir una secuencia binaria

