

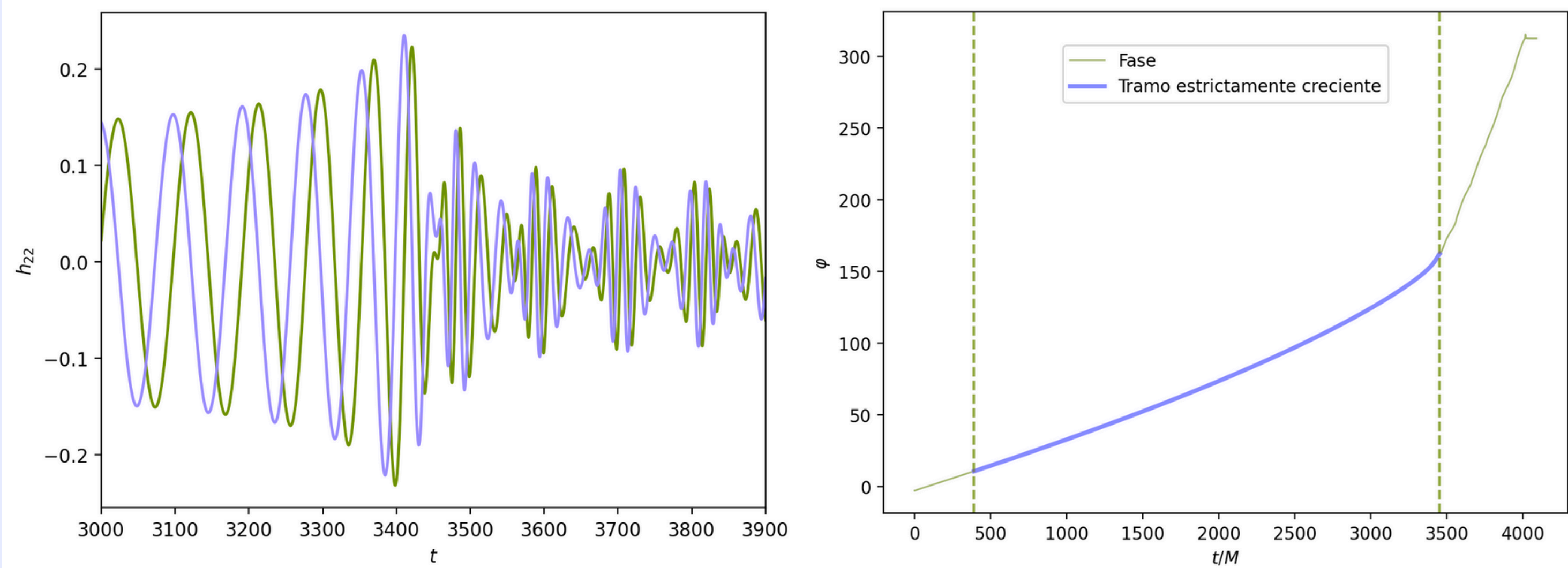
Evolución de un sistema binario de estrellas de neutrones

Autores: Sharith Pinzón, Angie Sandoval, Jorge Silva, Ingri Díaz.



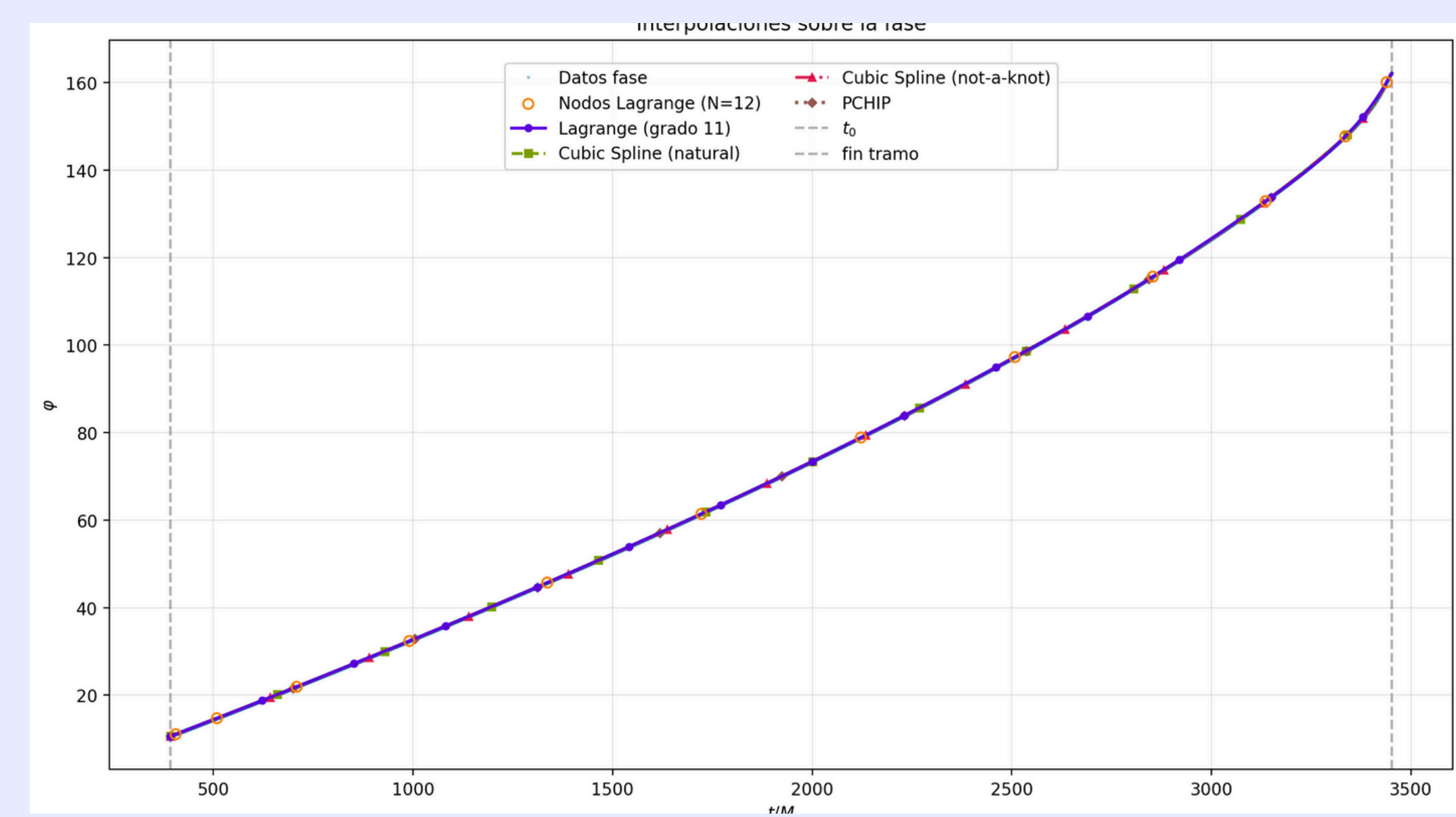
Análisis de una señal de ondas gravitacionales con métodos numéricos.

Se estudió la señal de ondas gravitacionales generada por la fusión de un sistema binario de estrellas de neutrones, a partir de datos numéricos del catálogo SXS. Para esto se aplicaron herramientas de análisis numérico para procesar la fase de la onda: interpolación y suavizado de los datos, cálculo de derivadas e integrales, y resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.



Interpolación de los datos.

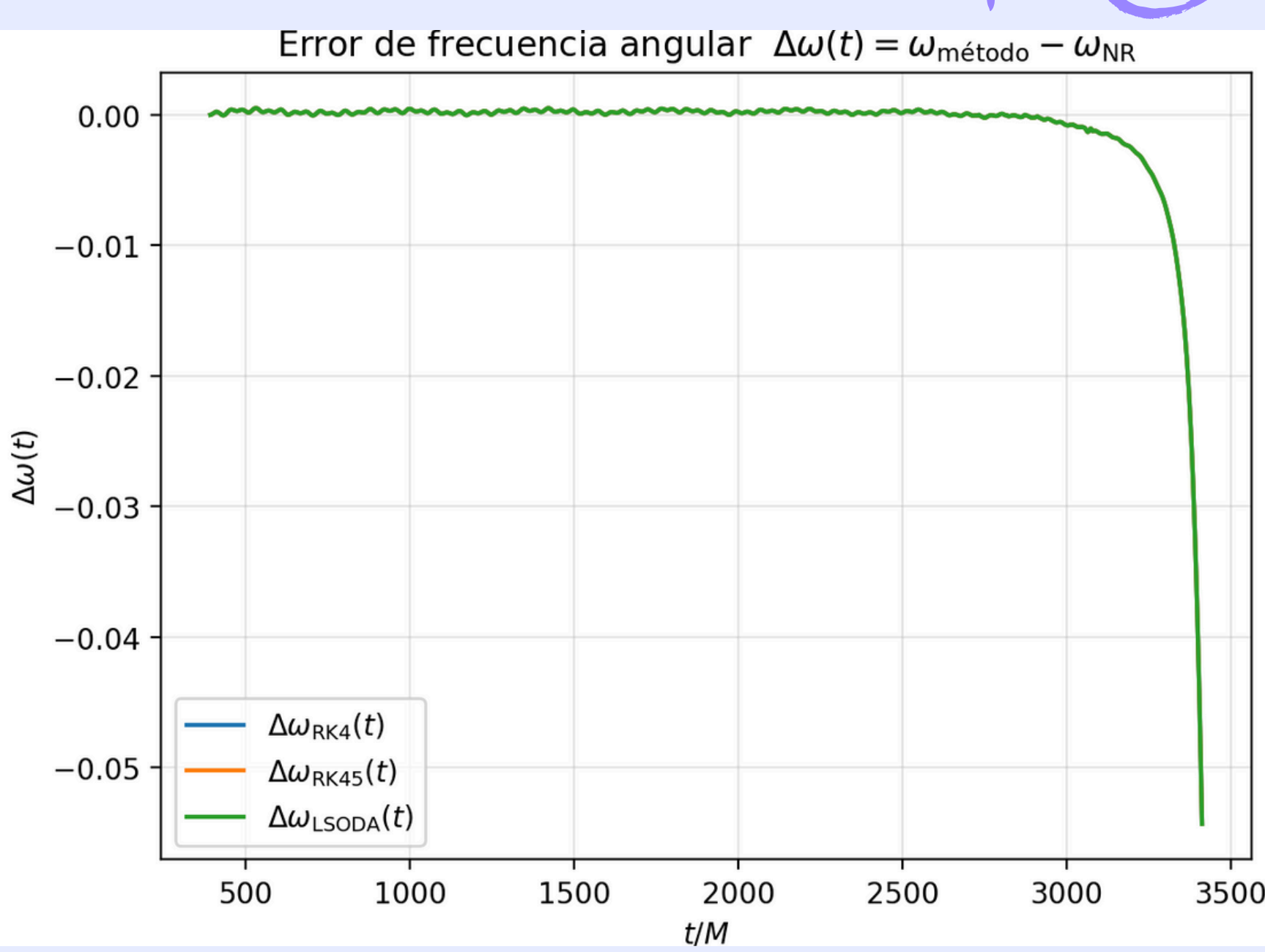
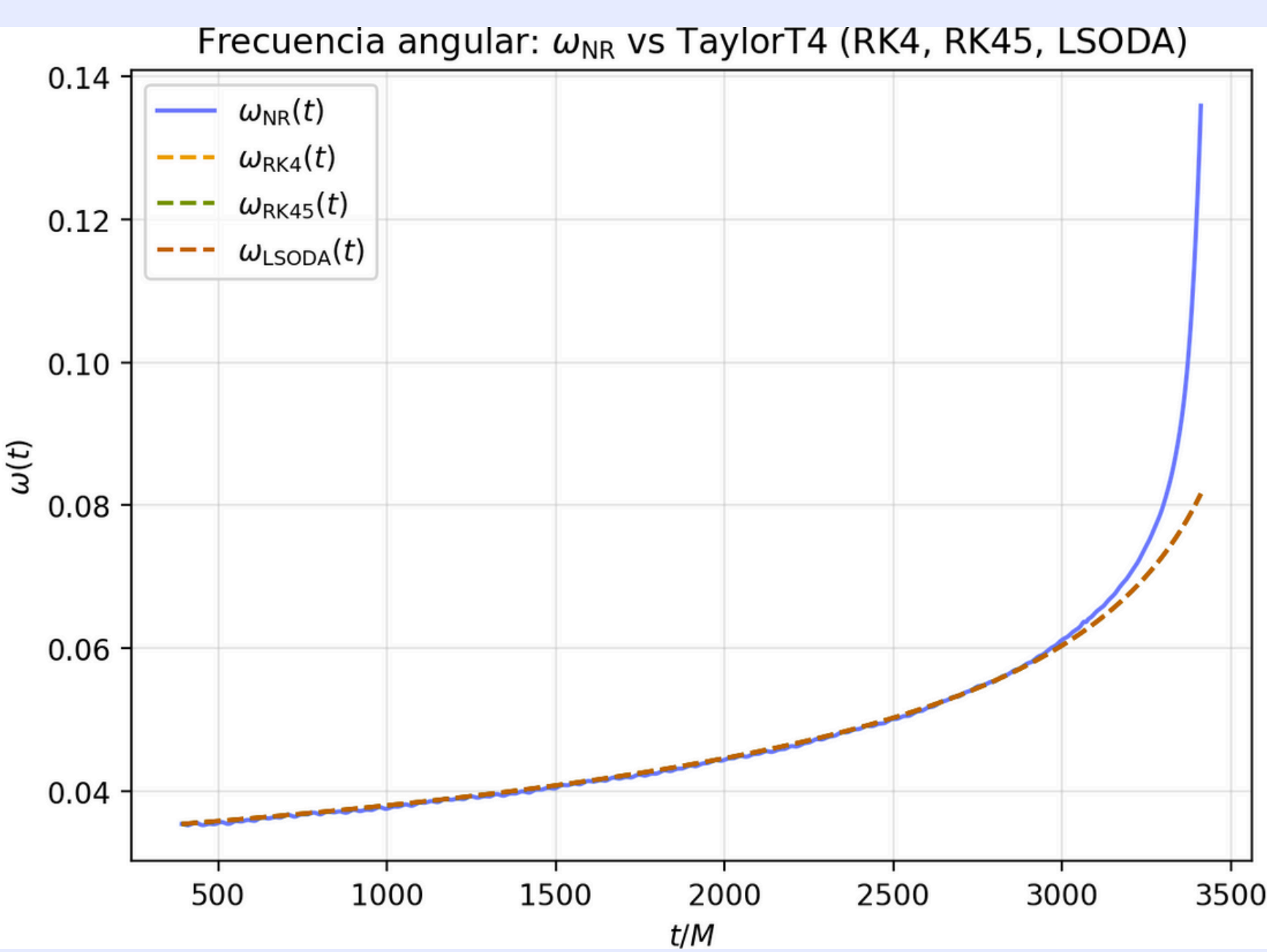
Los splines cúbicos (especialmente el not-a-knot) y PCHIP tienen errores del orden de 10^{-11} – 10^{-7} . Entre ellos, el spline cúbico not-a-knot es el más conveniente porque combina el menor error global con una fase muy suave y derivadas continuas, algo crucial para derivar después la frecuencia.



Errores: Splines cúbicos (natural / not-a-knot) y PCHIP: MSE $\approx (1.6$ – $1.9) \times 10^{-11}$, MAE $\approx 7.3 \times 10^{-7}$.

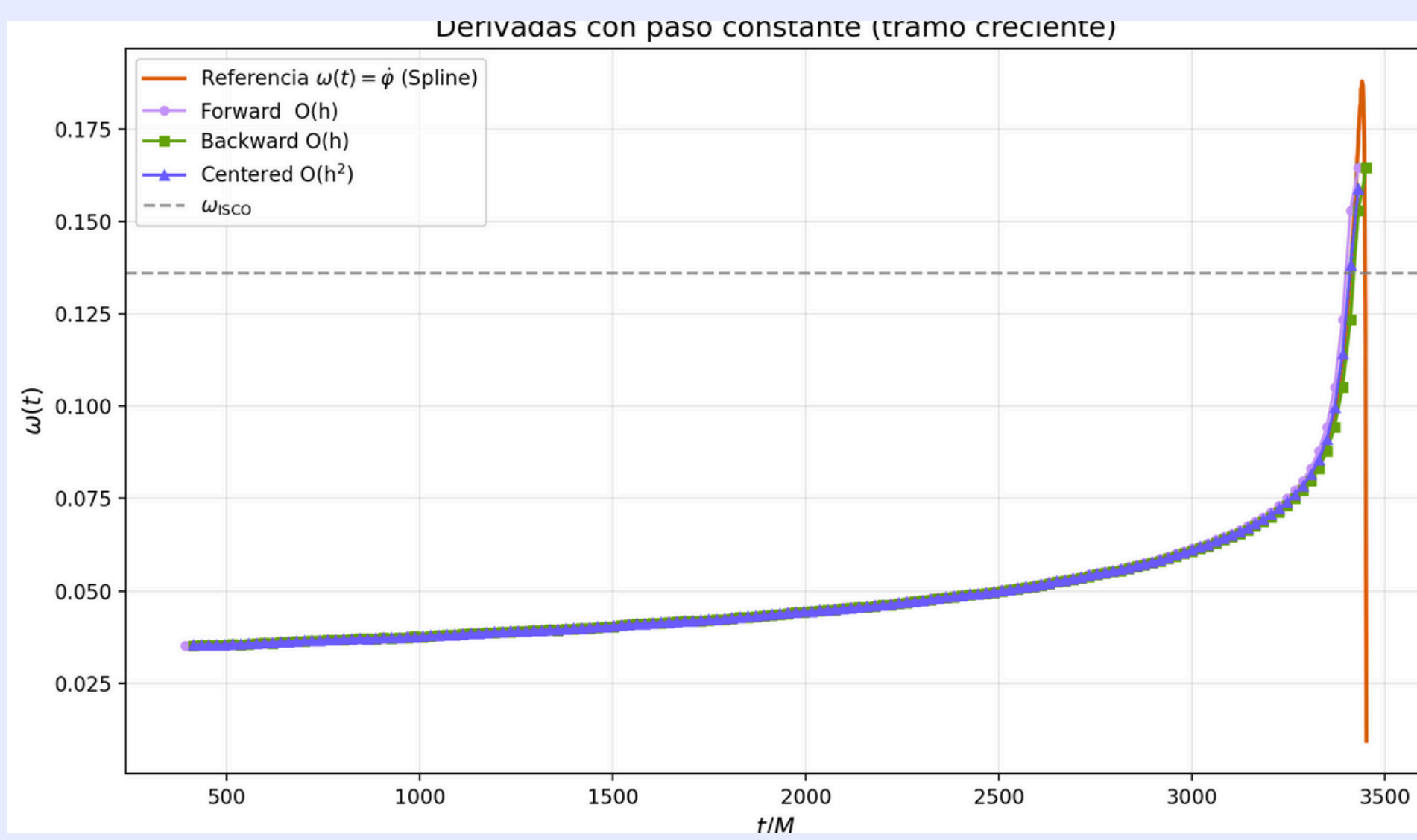
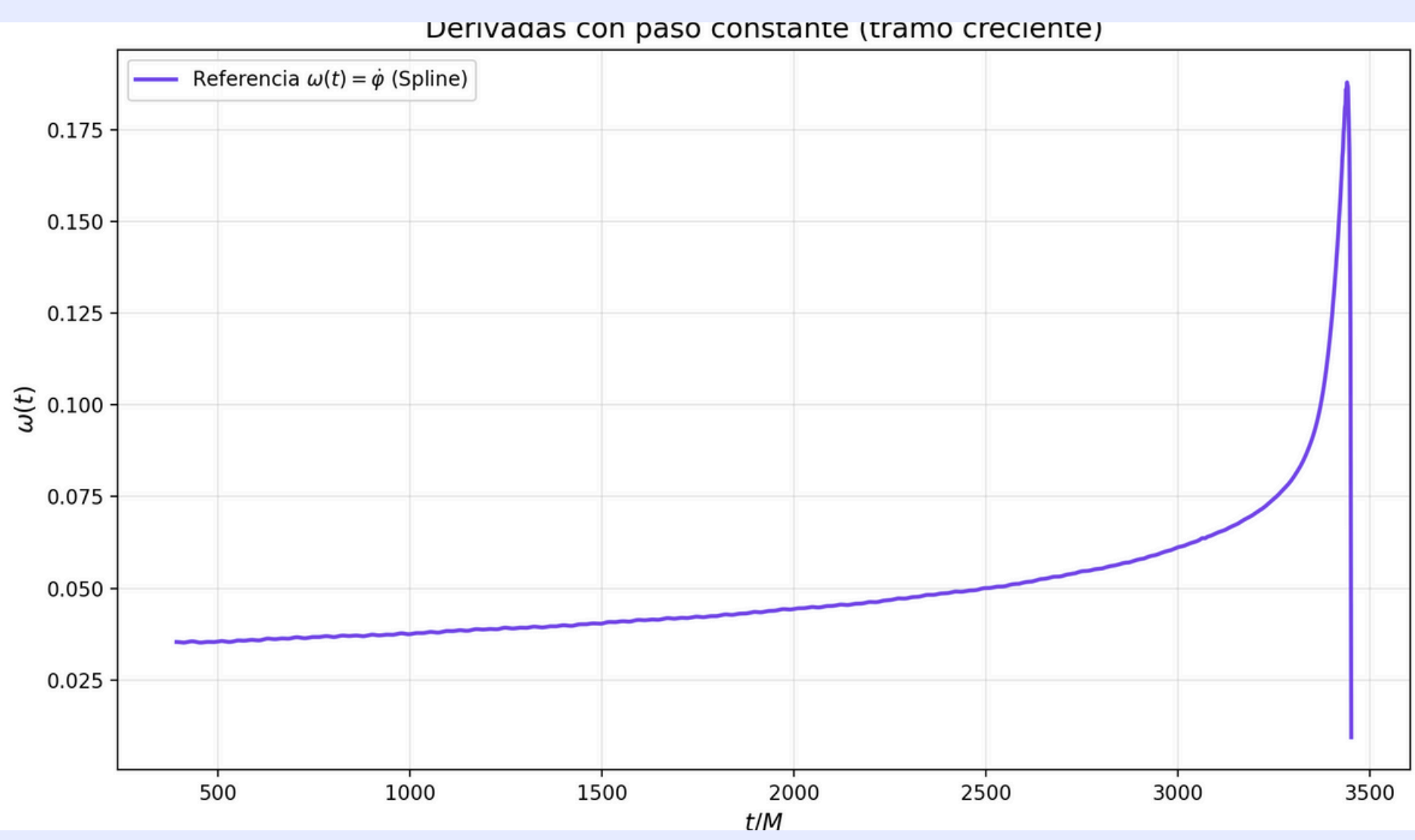
Modelo TaylorT4[1] e integración numérica

En este problema, el método Dormand-Prince (RK45) resulta el más adecuado: ajusta el paso automáticamente, controla el error con pares embebidos de orden 5(4), sirve como referencia de alta precisión y mantiene diferencias de fase del orden de 10^{-5} – 10^{-6} frente a las otras integraciones.



Derivadas numéricas.

Se compararon esquemas de diferencias de primer, segundo y cuarto orden. Los de orden bajo convergen más lento y requieren pasos muy pequeños para alcanzar buena precisión. El esquema central de cuarto orden es el mejor: para un mismo paso reduce el error varias órdenes de magnitud y respeta bien la estructura suave de la fase.



- SNR en frecuencia: entre 37.82 y 37.87 según el método (Simpson: 37.84), muy por encima del umbral ≈ 8 .
- Varianza del ruido: $\approx 1.22 \times 10^{-43}$, desviación estándar $\approx 3.49 \times 10^{-22}$.

Integrales numéricas y SNR.

El método de Simpson es el más adecuado: da valores más estables y cercanos entre sí tanto para la integral de energía como para la varianza del ruido. La SNR resultante es ~ 38 , muy por encima del umbral típico de detección de LIGO (~ 8), por lo que la señal sería claramente detectable.

Tabla de Butcher de Dormand-Prince

0						
1/5	1/5					
3/10	3/40	9/40				
4/5	44/45	–56/15	32/9			
8/9	19372/6561	–25360/2187	64448/6561	–212/729		
1	9017/3168	–355/33	46732/5247	49/176	–5103/18656	
1	35/384	0	500/1113	125/192	–2187/6784	11/84
	35/384	0	500/1113	125/192	–2187/6784	11/84
	5179/57600	0	7571/16695	393/640	–92097/339200	187/2100

Conclusiones

Se desarrolló un esquema numérico integral para analizar señales de ondas gravitacionales de un sistema binario de estrellas de neutrones. Los métodos más efectivos para la fase fueron los splines cúbicos y PCHIP, junto con diferencias finitas centrales de cuarto orden, reduciendo significativamente los errores. Para las integrales de energía y ruido, el método de Simpson fue el más estable y preciso, y la SNR obtenida (~ 38) indica una clara detectabilidad por LIGO. El modelo TaylorT4, junto con Runge-Kutta, reproduce adecuadamente la fase y frecuencia en el régimen PN, confirmando que RK4 tiene un orden de convergencia cercano al teórico.

Referencias: [1] Buonanno, A., Iyer, B. R., Ochsner, E., Pan, Y., & Sathyaprakash, B. S. (2009). Comparison of post-Newtonian templates for compact binary inspiral signals in gravitational-wave detectors. Physical Review D, 80(8), 084043. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.084043> (Ecuación 3.6)