Memoria Practica 1 – Geometría computacional

Jorge del Valle Vázquez

1 Introducción

Comprender la función logística, ejemplo de sistema no lineal definido por:

$$x_{n+1} = \mathrm{r} * (1 - x_n) * x_n \quad \text{con r} > 0 \text{ y } x_n \in [0,1]$$

Para ello buscamos obtener conjuntos atractores partiendo del cálculo de las órbitas y periodos, y analizamos los intervalos de error.

2 Material usado

Hacemos uso del entrono *Spyder* donde creamos el archivo '.py' que incorpora librerías de tratado de listas y representación gráfica. Las variables de datos relevantes son x_0 , r, f, la función logística, N0, que indica el número de veces que se aplica f, N, los últimos datos con los que se realiza el cálculo del periodo, y ε , para determinar cuando dos valores son cercanos en el calculo del periodo.

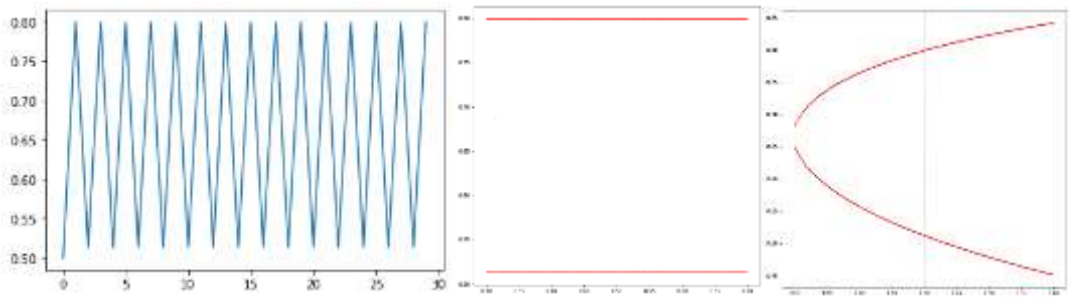
3 Resultados

i. Tomamos x_0 = 0.5 y consideramos dos valores de r al azar para los que obtenemos dos conjuntos atractores distintos. Para analizarlo en su totalidad, dibujamos la órbita, obtenemos el conjunto atractor usando la función de la plantilla.

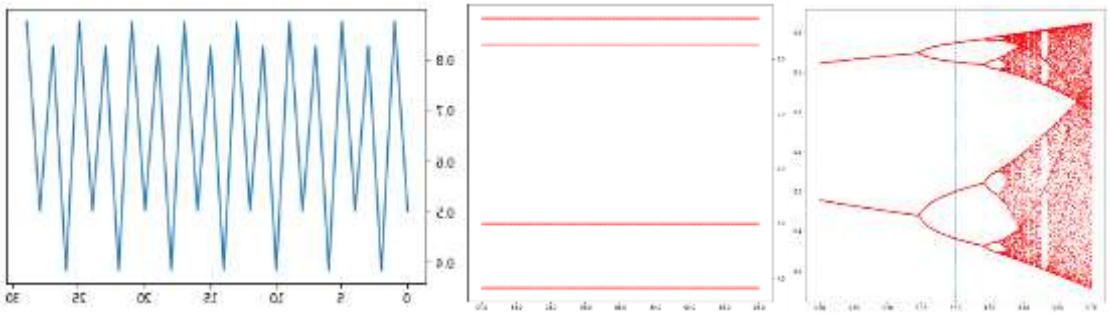
Posteriormente procedemos a evaluar el la estabilidad y bifurcación según las sugerencias propuestas, manteniendo x (estabilidad) o r(bifurcación) fijas y variando la otra en un intervalo centrado en tal variable.

Para terminar, evaluamos el error. Seguimos una serie de iteraciones en las que calculamos los siguientes periodo valores y comparamos con el conjunto atractor inicial hasta encontrar error nulo o error invariantes en dos iteraciones consecutivas.

Así para el primer conjunto: (x=0.5) (r=3.20) (N=30) obtenemos:
Conjunto atractor: [0.51304451 0.79945549]
Atractor error: [0.51304451, 0.79945549] y error 0.0
Por orden, orbita, estabilidad y bifurcación.

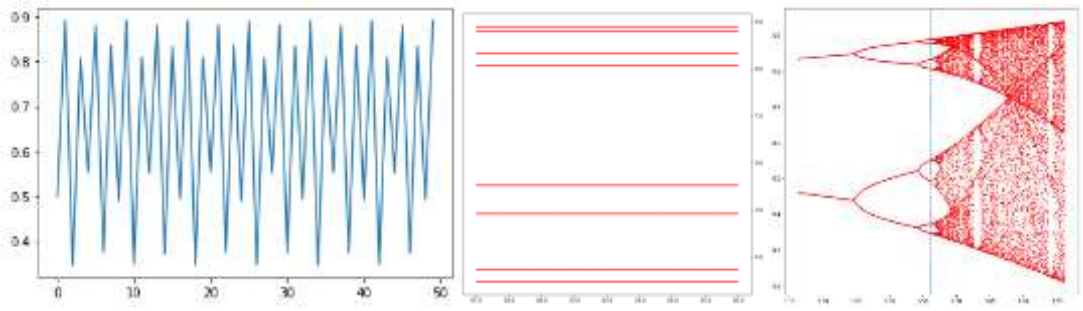


En el segundo conjunto: (x=0.5) (r=3.50) (N=30) tenemos:
Conjunto atractor: [0.38281968 0.50088421 0.82694071 0.87499726]
Atractor error: [0.38281968, 0.50088421, 0.82694071, 0.87499726] y error 0.0



ii. En el segundo apartado consideramos valores de r ∈ (3.544, 4) variando desde el extremo izquierdo a paso 0.0005 y guardando todos los valores de r para los uqe el conjunto atractor tiene 8 elementos y luego procedemos como en el primero seleccionando un r aleatorio entre los posibles (hemos quitado los últimos decimales pues surgen por trabajar con números pequeños).
Para el valor de r 3.5625 se siguen las siguientes gráficas, conjunto atractor, errores y posibles valores de r.
Conjunto atractor: [0.34762602 0.37438873 0.49224989 0.55286622 0.80791149 0.8344152 0.88066839 0.89041102]
Atractor error: [0.34763092, 0.37437682, 0.49221807, 0.55285455, 0.8079168 , 0.83440453, 0.88067279, 0.89040926]
Error: 3.1816019368191 56e-05
Valores de r:

[3.5440,3.5445, 3.5450, 3.5455,3.5460, 3.5465, 3.5470, 3.5475, 3.5480, 3.5485, 3.5490, 3.5495, 3.5500, 3.5505, 3.5510, 3.5515,3.5520, 3.5525, 3.5530, 3.5535, 3.5540, 3.5545, 3.5550, 3.5555, 3.5560, 3.5565, 3.5570, 3.5575, 3.5580, 3.5585, 3.5590, 3.5595, 3.5600, 3.5605, 3.5610, 3.5615, 3.5620, 3.5625, 3.5630, 3.5635, 3.5640, 3.5965, 3.6660, 3.8880, 3.8995, 3.9610]



4 Conclusión

La práctica cumple con el objetivo de comprender y visualizar los conceptos teóricos trabajados en clase y permiten al alumno manipular los datos a voluntad y “jugar” con el problema. Además, proporciona una primera toma de contacto agradable con el lenguaje *Python* .

5 Anexo: Código

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Práctica 1 : Jorge del Valle Vázquez
"""
import os
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
#import math as mt
workpath = "C:/"
os.getcwd()
files = os.listdir(workpath)

def logistica(x,r):
    return r*x*(1-x);
def fn(x0,f,n,r):
    x = x0
    for j in range(n):
        x = f(x)
    return(x)
def orbita(x0,f,N,r):
    orb = np.empty([N])
    orb[0]= x0
    for i in range(1,N):
        orb[i] = f(orb[i-1],r)
    return(orb)
def periodo(suborb, epsilon=0.001):
    N=len(suborb)
    for i in np.arange(2,N-1,1):
        if abs(suborb[N-1] - suborb[N-i]) < epsilon :
            break
    return(i-1)
def atrac(f,x0,r, N0=200, N=50, epsilon=0.001):
    orb = orbita(x0,f,N0,r)
    ult = orb[-1*np.arange(N,0,-1)]
    per = periodo(ult, epsilon)
    V0 = np.sort([ult[N-1-i] for i in range(per)])
    return V0

"""
Sugerencias
"""
#Tomamos delta 0.0005 y analizamos el intervalo centrado en xo
def estabilidad(x0, r, N0 = 200, N = 50, h = 0.2):
    x0_ = np.arange(x0 - h,x0 + h, 0.0005)
    V0s = []
    for x in x0_:
        V0s.append(atrac(logistica, x, r))
    plt.figure(figsize=(10,10))
    for i in range(len(x0_)):
        for j in V0s[i]:
            plt.plot(x0_[i], j,'ro', markersize=1)
    #dibujamos para cada valor de x0 el conjunto de atractores
    plt.show()
#Tomamos DELTA 0.0005 y analizamos el intervalo centrado en r
```

```
def bifurcaciones(x0,r,  N0= 200, N = 50, h = 0.2):
    rss = np.arange(r - h,r + h, 0.0005)
    V0s = np.empty([N,len(rss)])*float("nan")
    for i in range(len(rss)):
        V0 = atrac(logistica,x0, rss[i], N0, N)
        V0s[range(len(V0)),i] = V0
    plt.figure(figsize=(10,10))
    for j in range(N):
        plt.plot(rss, V0s[j,], 'ro', markersize=1)
    plt.xlabel = "r"
    plt.ylabel = "V0"
    plt.axvline(x=r, ls="--")
    #dibujamos para cada valor de r el conjunto de atractores
    plt.show()

def error(f, r, V0,  N0 = 200, N = 50, epsilon = 0.001):
    errores = []
    V0_ult=V0[-1]
    '''
     a partir del ultimo de los elementos del conjunto atractor calculamos los siguientes valores ,
    cuantos? el periodo
    calculamos componente a componente el error entre el V0 de entrada y el conjunto atractor
    obtenido de aplicar f "periodo" veces a tal conjunto
    nos quedamos con el maximo de entre estos errores
    si tal maximo es 0 eso indica que nuestro calculo inicial carecia de error
    si tal maximo permanece invariante por dos iteraciones obtenemos así el error del calculo inicial
    '''
    for j in range(N):
        orb = orbita(V0_ult, f, len(V0), r)
        V0_ult = orb[-1]
        orb_ult_ord = np.sort(orb[-len(V0):])
        errores.append(max([abs(V0[i]- orb_ult_ord[i]) for i in range(len(V0))]))
        if errores[-1] == 0 or (len(errores) >= 2 and errores[-1] == errores[-2]):
            break
    return ( orb_ult_ord, errores[-1] )

"""
    i
"""
print("Primer conjunto: (x=0.5) (r=3. 20) (N=30)")
plt.plot(orbita(0.5, logistica, 30, 3. 20))
V0 = atrac(logistica, 0.5, 3. 20)
estabilidad(0.5, 3. 20)
bifurcaciones(0.5, 3. 20)
print(V0, error(logistica,3. 20,  V0))

print("Segundo conjunto: (x=0.5) (r=3.50) (N=30)")
plt.plot(orbita(0.5, logistica, 30, 3.50))
V0 = atrac(logistica, 0.5, 3.50)
estabilidad(0.5, 3.50)
bifurcaciones( 0.5,3.50)
print(V0, error(logistica,3.50,  V0))

"""
    ii
"""
print("Valores de r ∈ (3.544, 4) para los cuales el conjunto atractor tiene 8 elementos")
```

```
rss = np.arange(3.544,4, 0.0005)
r_ = []
for i in range(len(rss)):
   V0 = atrac(logistica, 0.5, rss[i])
   # comprobamos que el cjto atractor tenga 8 elementos
   if len(V0)==8 :
      r_.append(rss[i])

#seleccionamos uno de los r para los cuales hay 8 elem en cjto atractor
r8= np.random.choice(r_)
plt.plot(orbita(0.5, logistica, 100,r8))
V0 = atrac(logistica, 0.5, r8)
estabilidad(0.5, r8)
bifurcaciones( 0.5,r8)
print(r_)
print(V0, error(logistica,r8,  V0))
```