

Restricciones holonómicas y no holonómicas

Ejercicio 1

Consideramos un robot manipulador plano con dos eslabones rígidos de longitud L_1 y L_2 . El primer eslabón está unido a la base con una articulación de revolución, y el segundo eslabón está conectado al primero con una articulación similar. Las posiciones de las articulaciones son controladas por los ángulos θ_1 y θ_2 .

Las posiciones (x, y) del extremo del segundo eslabón se describen en términos de estos ángulos mediante las ecuaciones:

$$x = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (1)$$

$$y = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (2)$$

Tarea 1: Qué tipo de restricciones representan estas ecuaciones?

Tarea 2: Calcular los valores de θ_1 y θ_2 para que el extremo del manipulador alcance el punto $(x_d, y_d) = (3, 2)$, asumiendo $L_1 = 2$ y $L_2 = 2$.

Tarea 3: Derivar las restricciones Pfaffianas correspondientes y proporcionar ejemplos numéricos.

Ejercicio 2

Considera un robot móvil que se desplaza en un plano. El robot está equipado con dos ruedas paralelas, cada una a una distancia L del centro del robot. Las ruedas pueden girar independientemente a distintas velocidades e incluso en distintos sentidos, pero el robot no puede deslizarse lateralmente (es decir, siempre se mueve en la dirección en la que apunta, no derrapa lateralmente).

Las coordenadas del robot en el plano se describen por su posición en el plano XY , y por su orientación θ respecto al eje x positivo.

Tarea: Encuentra la relación entre las velocidades de las ruedas $\dot{\phi}_1$ y $\dot{\phi}_2$ (donde ϕ_1 y ϕ_2 son los ángulos de rotación de las ruedas izquierda y derecha, respectivamente) y la velocidad del robot en el plano $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta})$.

Ejercicio 3

Averigua si siguientes restricciones Pfaffianas son holonómicas o no-holonómicas:

1: $q_1 \dot{q}_1 + q_2 \dot{q}_2 = 0$

2: $\dot{q} = 0$

3: $(x_2 - x_1)(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + (y_2 - y_1)(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0$

4: $(1 + \cos q_1)\dot{q}_1 + (1 + \cos q_2)\dot{q}_2 + (\cos q_1 + \cos q_2 + 4)\dot{q}_3 = 0$

5:
$$\begin{aligned} -\dot{q}_1 \cos q_2 + \dot{q}_3 \sin(q_1 + q_2) - \dot{q}_4 \cos(q_1 + q_2) &= 0 \\ \dot{q}_3 \sin q_1 - \dot{q}_4 \cos q_1 &= 0 \end{aligned}$$