

Rappel des consignes et quelques conseils/remarques

- Durée : 2 heures. Aucune sortie avant 30 minutes. Aucune entrée après 30 minutes.
- Tout document du cours ou du TD est autorisé.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte (**-1 point en cas de manque de soin**).
- Les exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif. L'examen est sur 22 points.

Exercice 1 (Vrai ou Faux - 3 points)

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier *soigneusement* vos réponses.

1. Un automate complet déterministe dont tous les états sont accepteurs reconnaît le langage universel.
2. La différence de deux langages réguliers est un langage régulier.
3. Il est possible que des langages non-réguliers satisfassent le lemme de l'itération.
4. Dans la méthode de Floyd, la post-condition doit être impliquée par au moins une des prédicats associé à un des états terminaux.
5. Il est possible que l'entier naturel 0 soit la constante d'itération d'un langage.
6. Le nombre minimal d'étapes nécessaires lors de l'exécution de l'algorithme de minimisation est 1, c'est-à-dire que dans certain cas, il suffit de calculer \equiv_0 .

Exercice 2 (Expression régulière vers automate - 3 points)

Nous considérons l'expression régulière suivante :

$$(b \cdot d \cdot d + (a^* + b \cdot c \cdot d + \epsilon) \cdot (a^* \cdot d^* + b \cdot d^*) + a^+ \cdot d^+ + \epsilon)^* \cdot (b \cdot c \cdot d)^*.$$

1. Simplifier l'expression régulière ; c'est-à-dire donner une expression régulière impliquant moins de symboles et dénotant le même langage.
2. Donner un automate non-déterministe avec ϵ -transitions qui reconnaît le langage dénoté par l'expression régulière simplifiée obtenue à la question précédente.

Exercice 3 (Transformations d'automate - 4 points)

Nous considérons l'automate d'états finis non déterministe avec ϵ -transitions représenté dans la Figure 1a. Il n'est pas autorisé de répondre aux deux questions en même temps.

1. Supprimer les ϵ -transitions, c'est-à-dire, donner un automate d'états finis non-déterministe sans ϵ -transitions qui reconnaît le même langage.
2. Déterminer l'automate obtenu à la question précédente.

Exercice 4 (Langages non-réguliers - 4 points)

1. Montrer que le langage $L = \{w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ et } w = w^R\}$ n'est pas régulier.
2. En supposant que le langage $L_1 = \{a^n b^l c^{l+n} \mid n \geq 0 \text{ et } l \geq 0\}$ est non régulier, déduire que le langage $L_2 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$ est non régulier.

Exercice 5 (Minimisation d'automate - 3 points)

Nous considérons l'automate d'états finis déterministe représenté dans la Figure 1b.

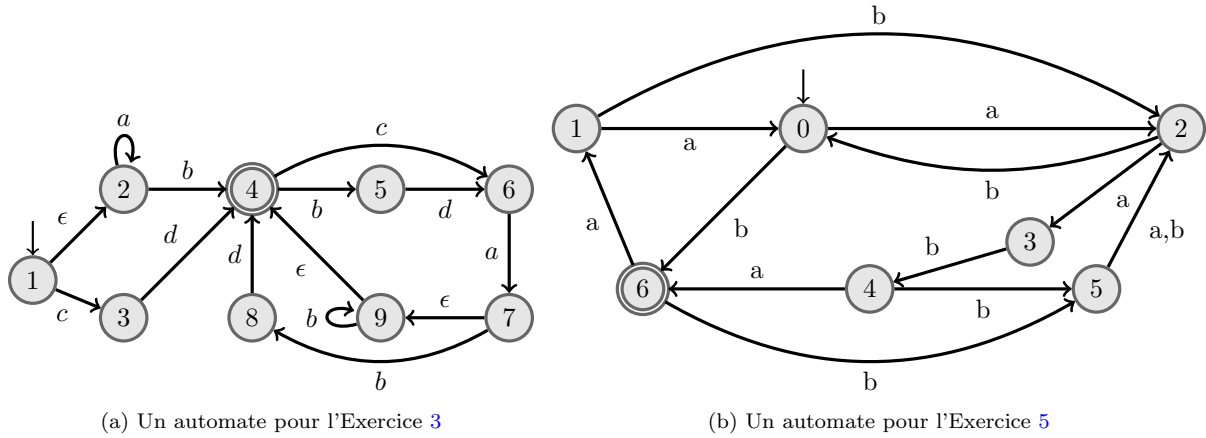


FIGURE 1: Automates pour les Exercices 3 et 5

1. Donner l'automate minimisé reconnaissant le langage reconnu par cet automate.

Exercice 6 (Méthode de Floyd - 5 points)

Nous considérons l'automate étendu A avec variables entières et représenté sur la Figure 2. L'état de contrôle q_1 est l'état de contrôle initial et l'état de contrôle q_t est l'unique état de contrôle final.

1. Donner l'exécution de cet automate sur un état initial tel que la valeur de y est 1, et toutes les autres variables sont initialisées à 0.
2. Donner l'exécution de cet automate sur un état initial tel que la valeur de y est 2, et toutes les autres variables sont initialisées à 0.
3. Quelles sont les valeurs finales de y et z après une exécution où y est initialisée à 3. On ne demande pas d'exécution.
4. En utilisant la méthode de Floyd, montrer que cet automate étendu est partiellement correct par rapport à la spécification

$$(y > 0, z = y_0! \wedge y = 2^{y_0-1} * y_0).$$

L'invariant est de la forme $\dots! * z = y_0! \wedge \dots = y_0 * 2^{\dots}$.

Rappel : la factorielle d'un entier naturel n est notée $n!$. Lors de la preuve d'inductivité de l'automate, ne considérer que les transitions de q_3 vers q_4 , de q_4 vers q_5 et de q_5 vers q_3 .

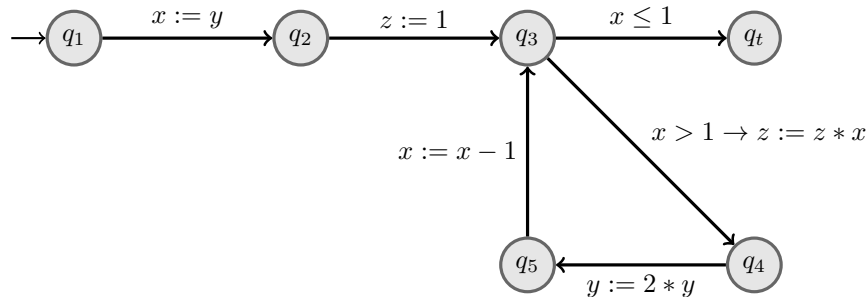


FIGURE 2: Automate étendu A pour l'Exercice 6