

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input checked="" type="checkbox"/> c) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☐ b L est un langage irrégulier.
- ☐ c L contient le langage vide.
- ☐ d L est un langage régulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ b Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ e Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ h L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ b Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ e Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ g Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ h Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 3.
- ☐ b La cim de L_2 est 1.
- ☐ c 1 est une ci pour L_2 .
- ☒ La cim de L_2 est 2.
- ☒ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ f La cim de L_2 est 0.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☒ La cim de L_3 est 5.
- ☐ d La cim de L_3 est 3.
- ☐ e 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

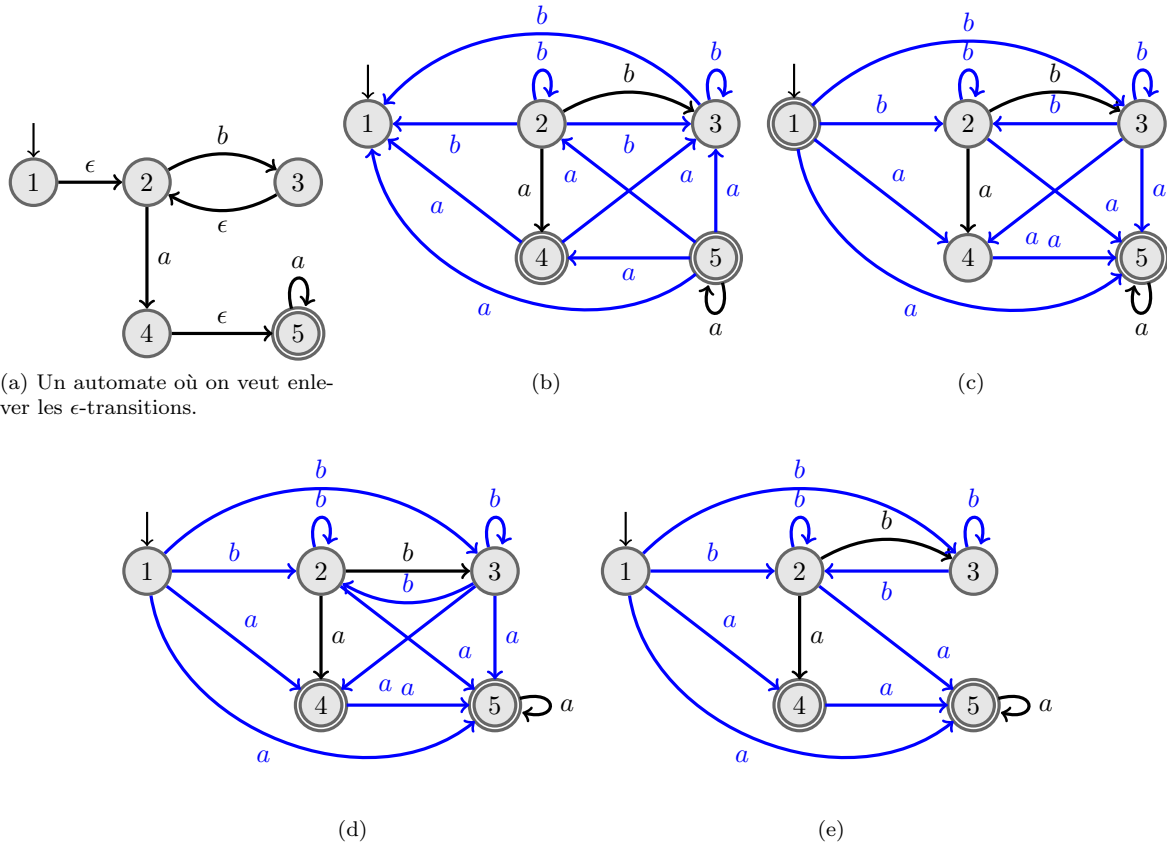
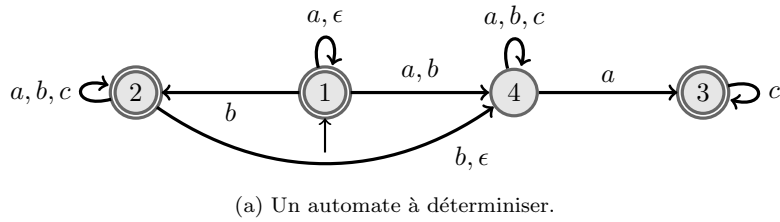
Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

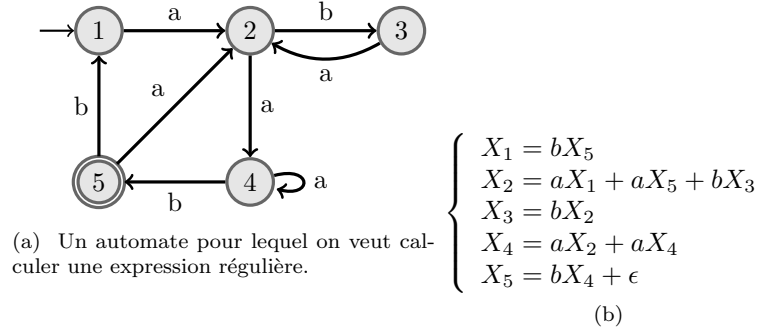
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

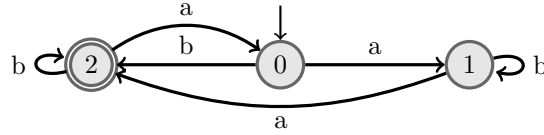


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : a b ☒ d e f g h
Question 2 : ☒ ☒ c d e f g
Question 3 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 4 : ☒ b c d
Question 5 : a b c d e f ☒ h
Question 6 : ☒ b ☒ ☒ e f g h
Question 7 : a b ☒ ☒ e f g h
Question 8 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 9 : a b ☒ d e f g h
Question 10 : a b c d e ☒ g h
Question 11 : ☒ b c d e f g h
Question 12 : a ☒ ☒ d ☒ f ☒ h i j
Question 13 : a b c ☒ e f g
Question 14 : ☒ ☒ c d e f
Question 15 : ☒ b c d e f g h
Question 16 : a b c d ☒ f g ☒
Question 17 : ☒ b ☒ d e f g h
Question 18 : a ☒ ☒ ☒ e f g h
Question 19 : a b c ☒ ☒ f g h i
Question 20 : ☒ b ☒ d e f g h
Question 21 :

donner ex f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- | | |
|--|--|
| ■ L est un langage régulier. | [f] Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| [b] $ L < L_1 $. | [g] L'énoncé de la question est absurde. |
| ■ L contient le langage vide. | [h] Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |
| [d] L est un langage irrégulier. | |
| [e] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. | |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b) L est le langage universel.
- ☐ c) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ b) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ c) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☒ d) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ e) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ f) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ g) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ h) Aucun des automates n'est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ d) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☒ f) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ g) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ h) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondant possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ c Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 3. ☐ La cim de L_3 est 4. ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 5. ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

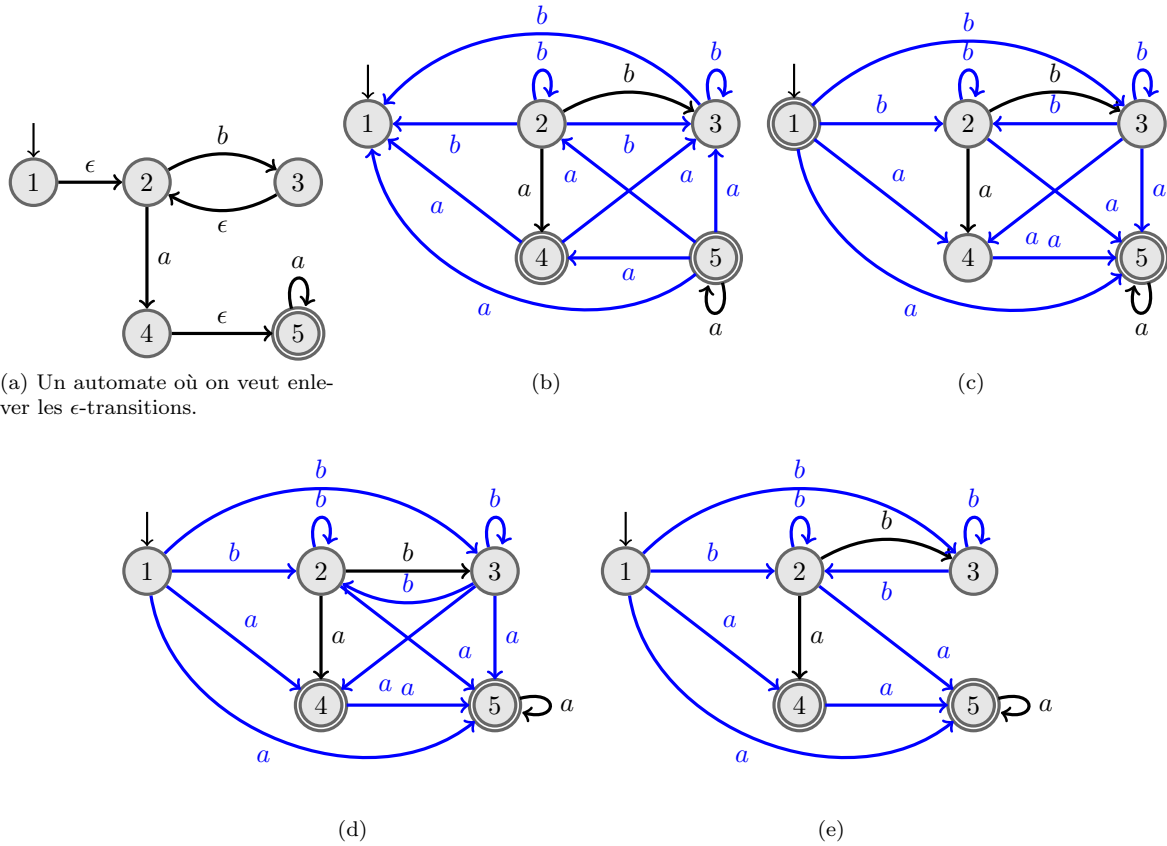
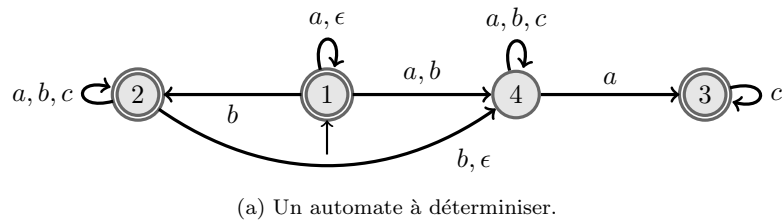
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 3. ☐ La cim de L_2 est 1. ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 . ☐ La cim de L_2 est 2. ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

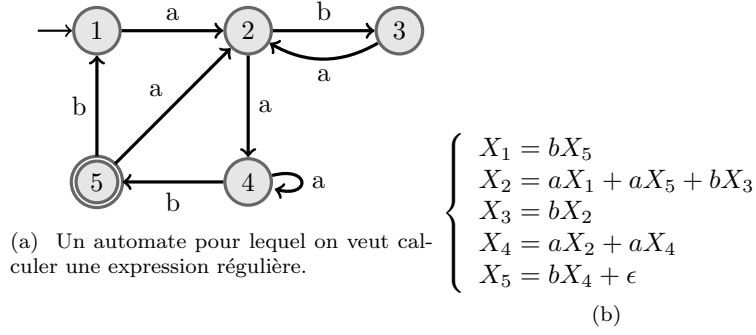
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

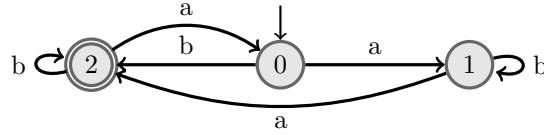


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

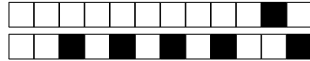
.....

- Question 1 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 3 : ☐ a ☒ ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☒ c ☐ d
- Question 6 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f
- Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h
- Question 8 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☒ ☒ c ☒ e ☐ f ☒ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☒ ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☒ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☒ L est un langage régulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ La post-condition est la condition Q .
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☒ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☒ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ c) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ d Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☒ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 5.
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☐ c 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ d 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ e La cim de L_3 est 3.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

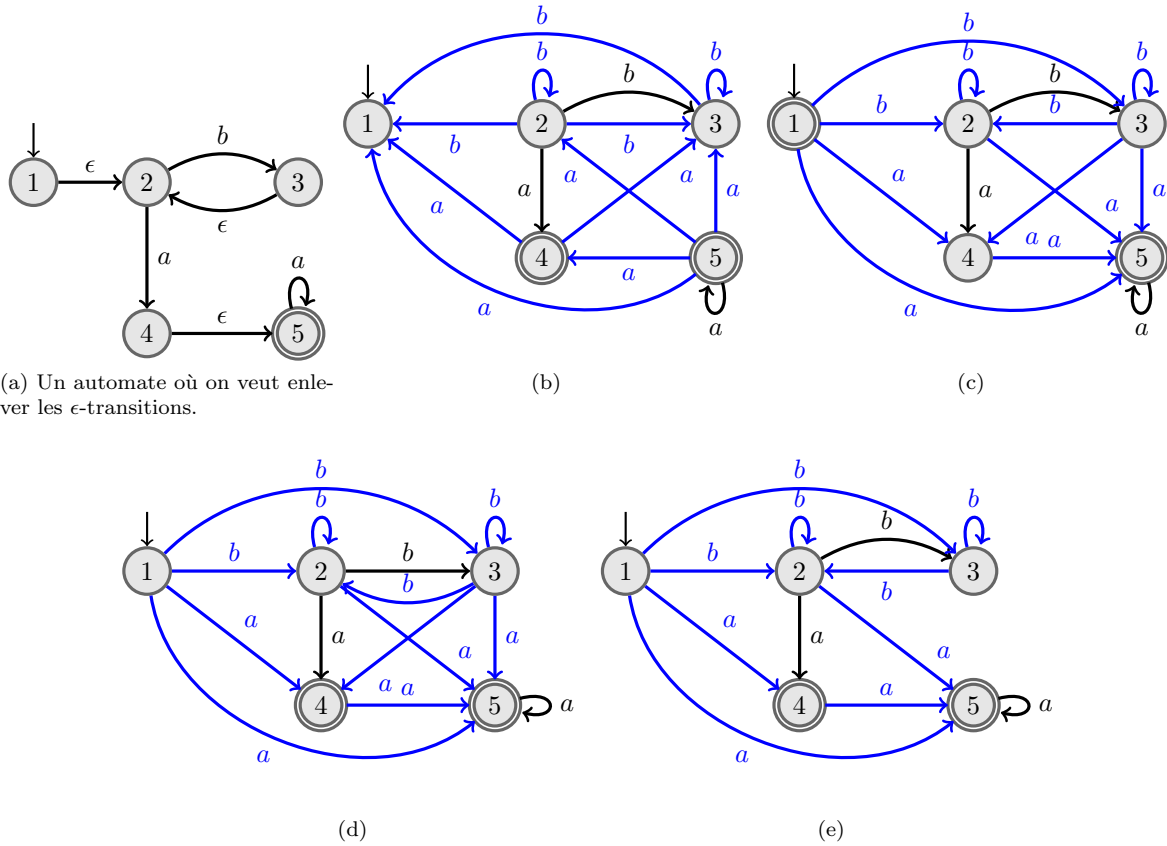
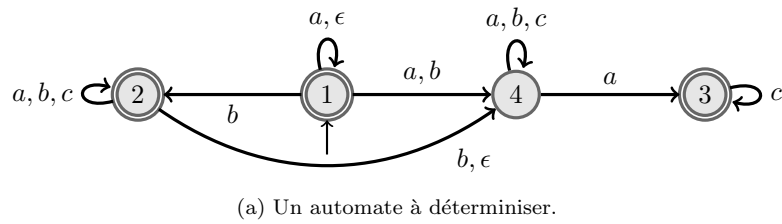
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ b La cim de L_2 est 1.
- ☐ c 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ d La cim de L_2 est 2.
- ☐ e La cim de L_2 est 3.
- ☐ f La cim de L_2 est 0.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

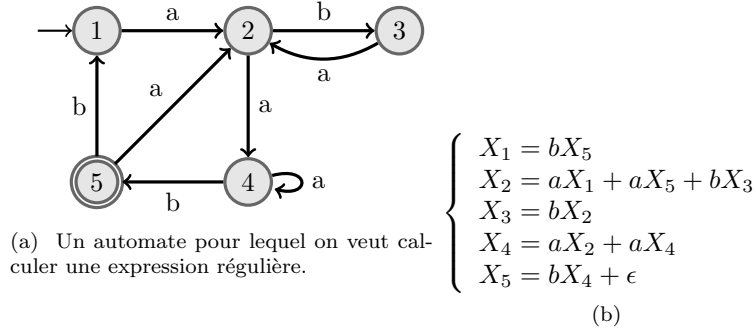
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

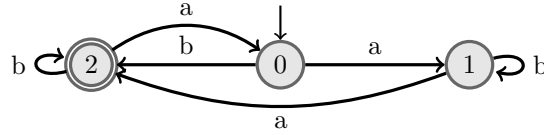


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6

(a)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(b)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6

(c)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(a)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(b)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

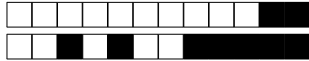
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 4 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☐ a ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 14 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ ☐ ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 17 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☒ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> a L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> f Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c L a tous ses états accepteurs. | <input checked="" type="checkbox"/> g L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d L reconnaît un langage déterministe. | <input type="checkbox"/> h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> b) Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> c) Celui de la Figure 4b correspond. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> d) Celui de la Figure 4e correspond. | |
| <input type="checkbox"/> e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

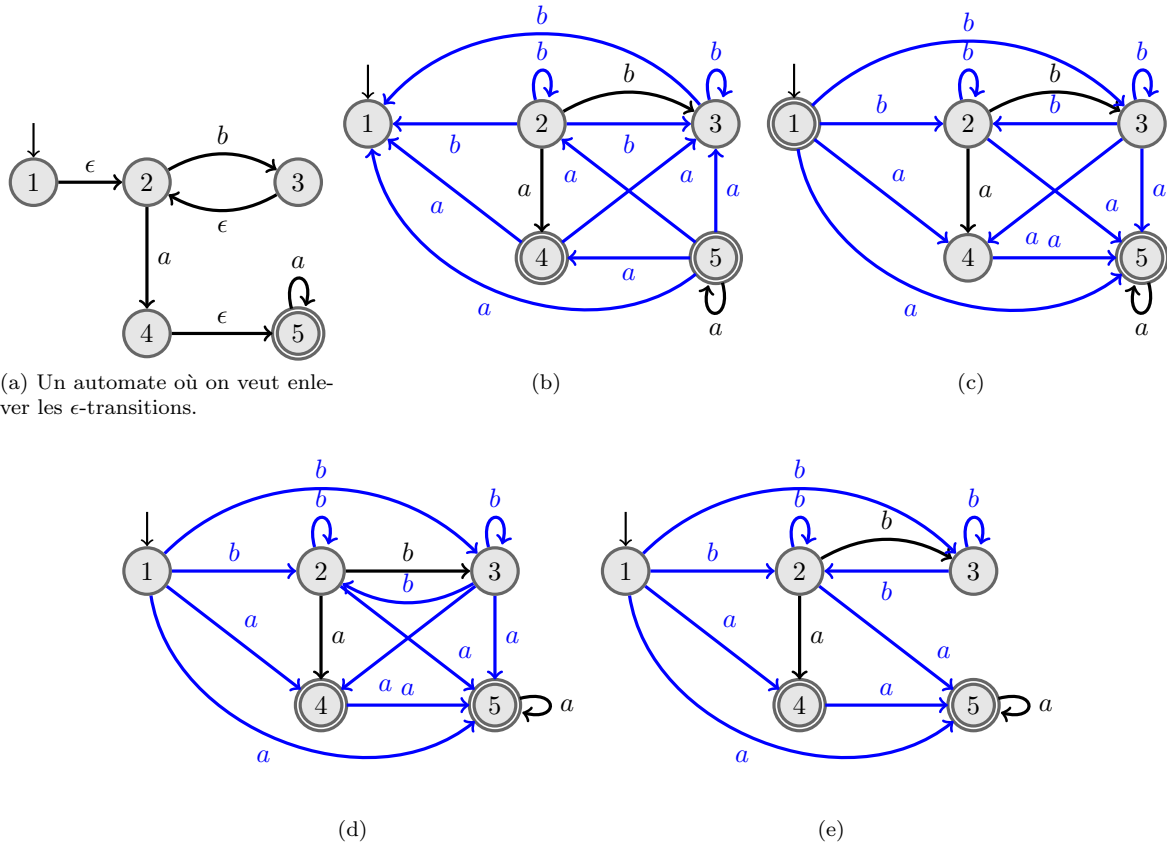
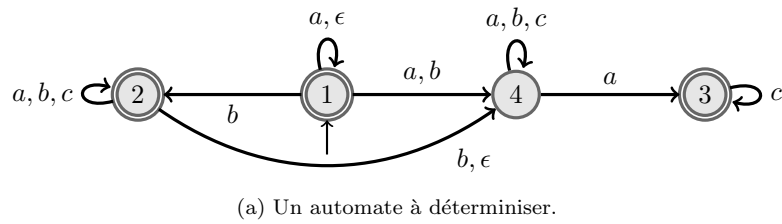
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

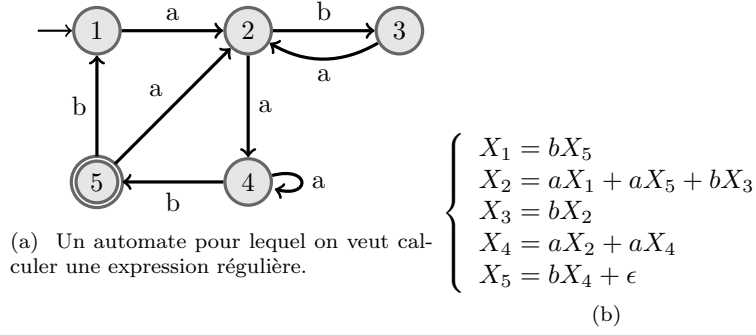
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

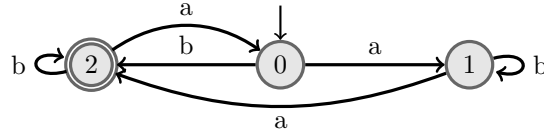


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

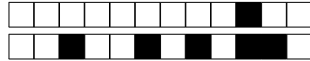
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

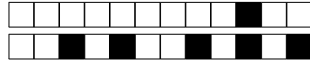
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 2 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 7 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 8 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 11 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☒ e ☒ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☒ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 18 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 21 : ☐ a ☒ ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) L reconnaît un langage déterministe. | <input checked="" type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît un langage complet.
- ☒ b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ d) A reconnaît le langage universel.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a) La post-condition est la condition Q .
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ c) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ d) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ e) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ f) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ g) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ h) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ b) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ c) Aucun des automates n'est équivalent.
- ☒ d) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ e) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ f) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ g) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ h) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4b correspond. | <input type="checkbox"/> Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4e correspond. | |
| <input type="checkbox"/> Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	$\underline{1}$ *	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ d) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e) L'automate de départ était minimal.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a) L'automate de départ était minimal.
- ☒ b) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

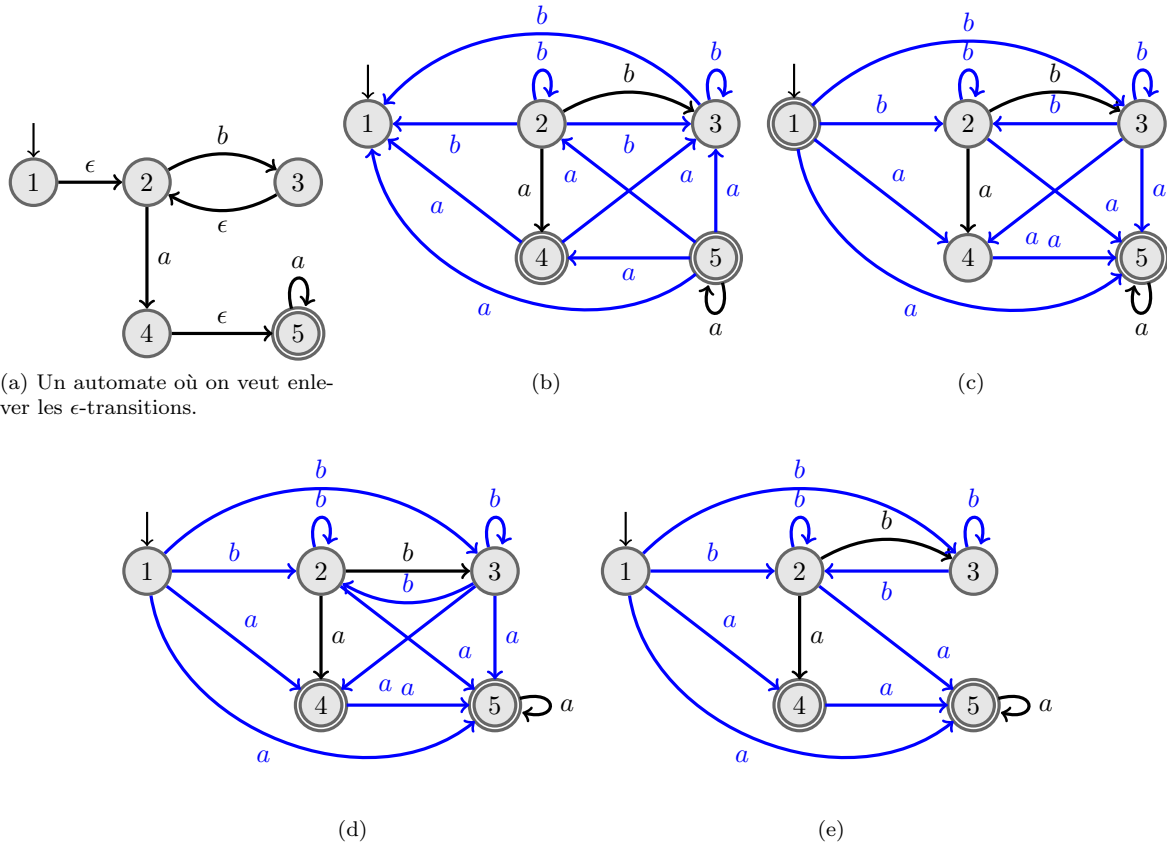
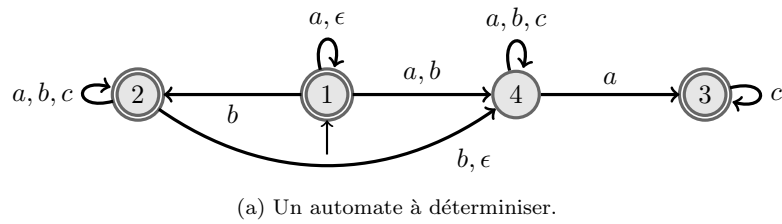
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

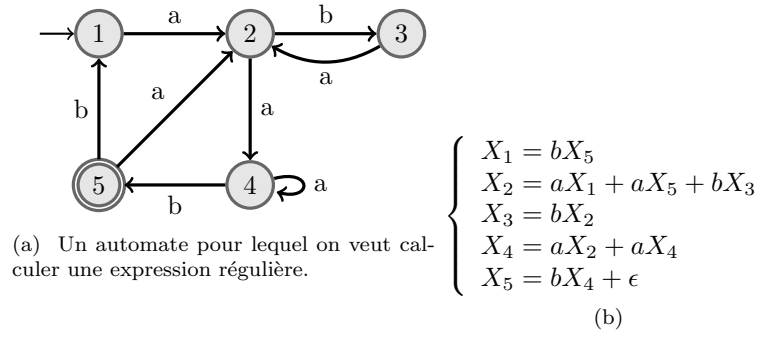
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

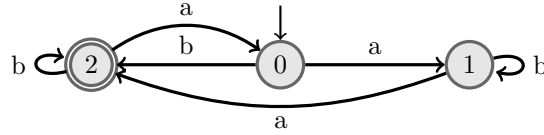


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

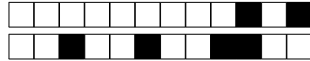
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : a b c d e f ☒ h

Question 2 : ☒ ☒ c ☒ e f g h

Question 3 : ☒ b c d

Question 4 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f

Question 5 : a ☒ ☒ d e f g h

Question 6 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f

Question 7 : a ☒ c d e f g h

Question 8 : ☒ b ☒ d e f g

Question 9 : a b c d ☒ f g h

Question 10 : a b c ☒ e f g h

Question 11 : ☒ b ☒ d e f

Question 12 : ☒ ☒ ☒ d ☒ f g h i j

Question 13 : a b c ☒ e f g

Question 14 : a b c ☒ e f g h

Question 15 : a b c ☒ e f g h

Question 16 : a ☒ c d e f g ☒

Question 17 : ☒ ☒ c d ☒ f g h

Question 18 : ☒ b ☒ d e f g h

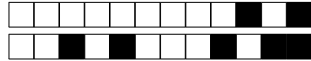
Question 19 : ☒ b c d e ☒ g h i

Question 20 :

donner ex ☐ ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : a ☒ c d ☒ f g h



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|--|
| ■ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | Ⓔ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| Ⓐ A reconnaît le langage universel. | Ⓕ Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| Ⓒ A reconnaît un langage complet. | Ⓖ L'énoncé de la question est absurde. |
| Ⓓ A est tel que tous ses états sont accepteurs. | Ⓗ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c L est le langage universel.
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ a Cette affirmation est vraie.
- ☐ b Cette affirmation est fausse.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ d Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☒ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☒ d L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ e Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ f Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ h L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4e correspond. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4b correspond. | |
| <input type="checkbox"/> Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☒ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
<i>a</i>	2	2	3	3	6	6
<i>b</i>	3	3	4	4	6	6
<i>c</i>	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☒ a Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a La cim de L_2 est 2.
- ☐ b La cim de L_2 est 0.
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☐ d La cim de L_2 est 3.
- ☒ e 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ f 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

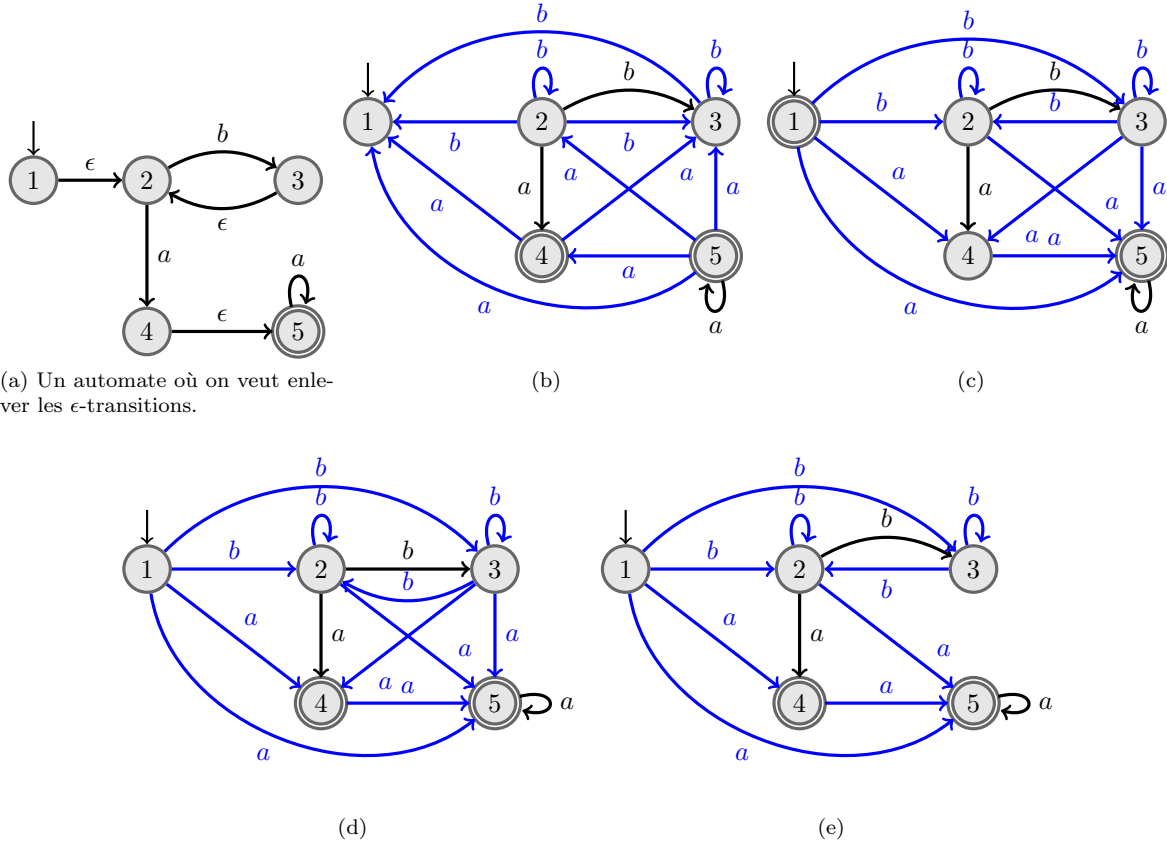
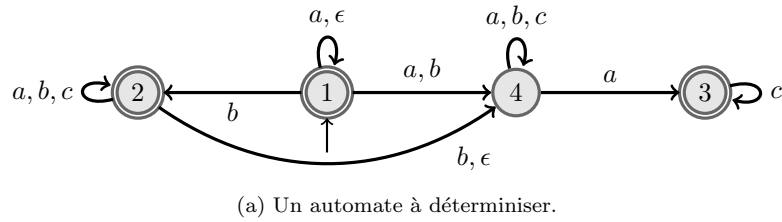
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 3.
- ☐ b 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ c La cim de L_3 est 4.
- ☒ d 10 est une ci pour L_3 .
- ☒ e La cim de L_3 est 5.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

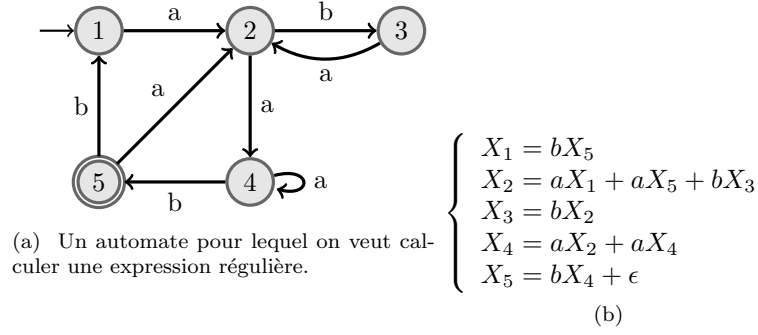
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

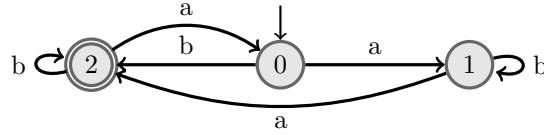


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

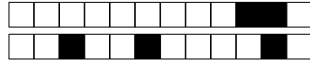
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

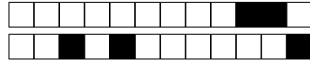
.....

- Question 1 : ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f
- Question 3 : ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 4 : ☒ ☒ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f
- Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h
- Question 8 : ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☒ b ☐ c ☒ ☒ ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ a ☒ ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☐ a ☒ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☒ ☒ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒

Question 19 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 22 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- | | |
|---|---|
| ■ L est un langage régulier. | <input type="checkbox"/> f Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> b $ L < L_1 $. | <input type="checkbox"/> g L'énoncé de la question est absurde. |
| ■ L contient le langage vide. | <input type="checkbox"/> h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |
| <input type="checkbox"/> d L est un langage irrégulier. | |
| <input type="checkbox"/> e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. | |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît un langage complet.
- ☒ b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) A reconnaît le langage universel.
- ☐ d) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b) L est le langage universel.
- ☐ c) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ d) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ b) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ c) Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ d) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☒ e) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ f) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ g) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ b) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ d) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ e) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ f) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☒ g) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ h) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 3.
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ d La cim de L_3 est 5.
- ☒ e 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

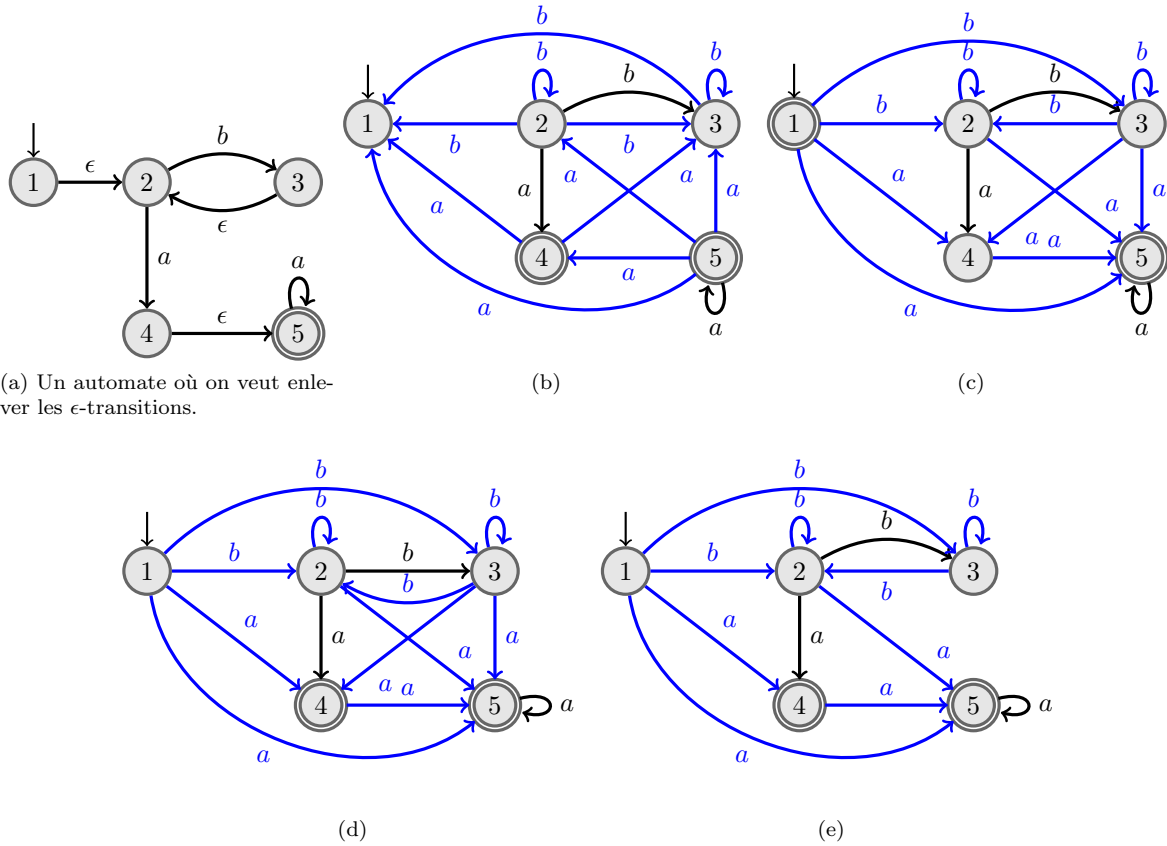
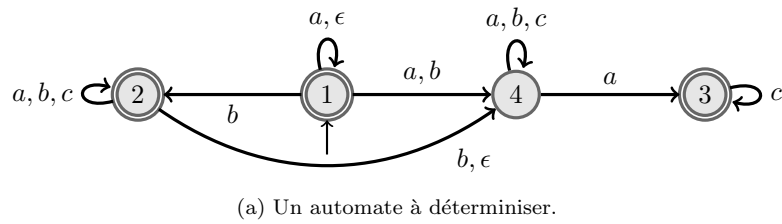
Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ b 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☐ d La cim de L_2 est 0.
- ☐ e La cim de L_2 est 3.
- ☒ f La cim de L_2 est 2.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

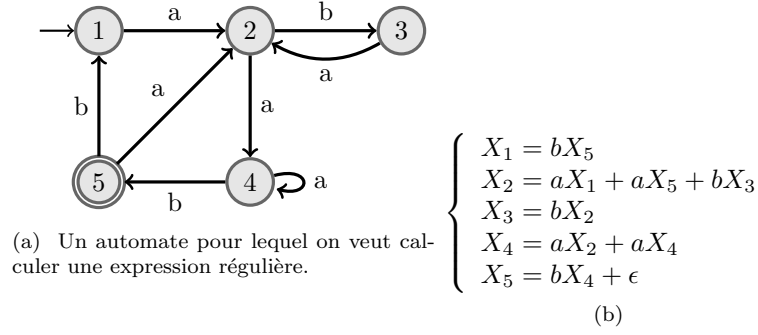
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

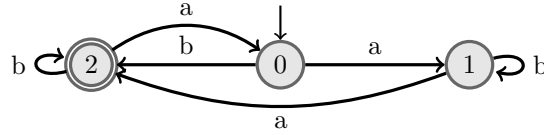


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 2 : ☐ a ☒ ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 3 : ☐ a ☒ ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 5 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 6 : ☐ a ☒ c ☐ d

Question 7 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ f ☐ g ☐ h

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h

Question 11 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f

Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g

Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 14 : ☒ b ☐ c ☒ ☒ ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 15 : ☒ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h

Question 16 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 17 : ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 18 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒

Question 19 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

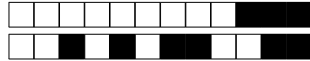
.....

Question 20 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ b) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ c) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ d) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L est le langage universel.
- ☐ b L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ c La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ d Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ c Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ d Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1</u> *	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ a La cim de L_3 est 5.
- ☒ b 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ c La cim de L_3 est 3.
- ☐ d 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ e La cim de L_3 est 4.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

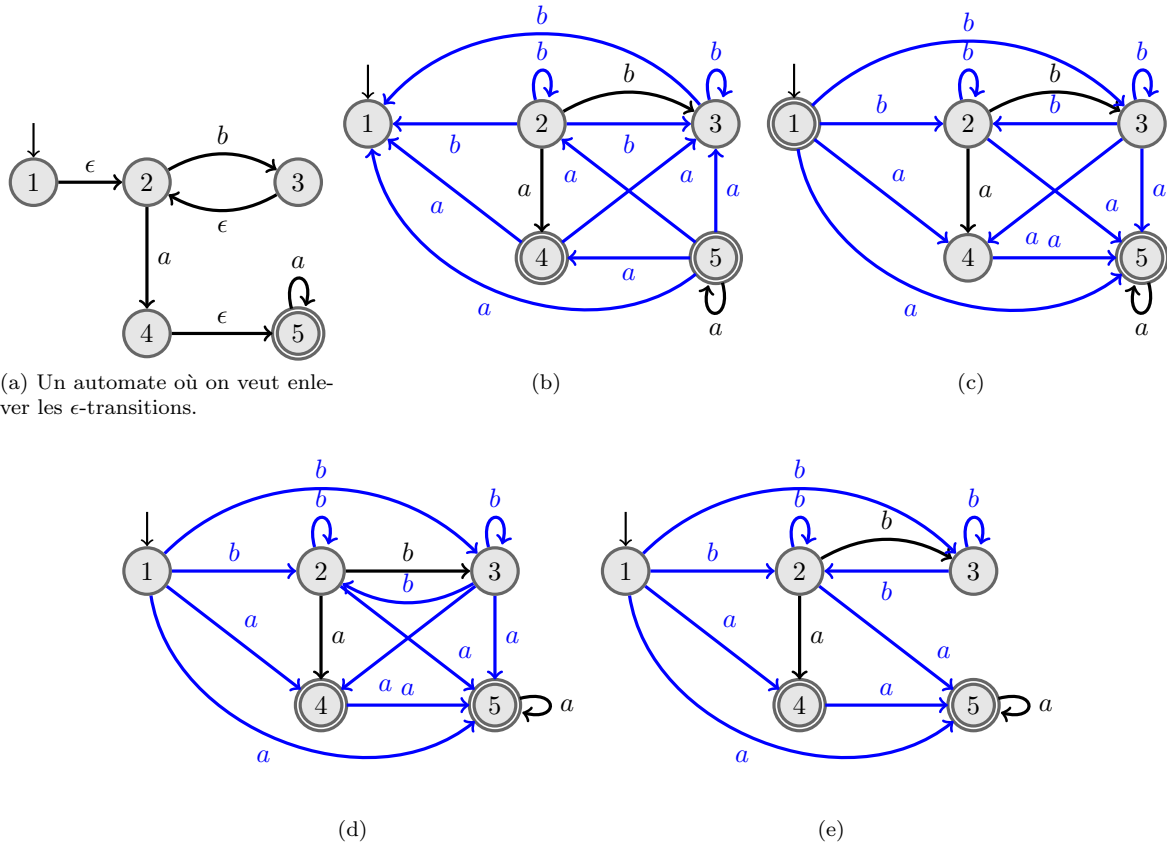
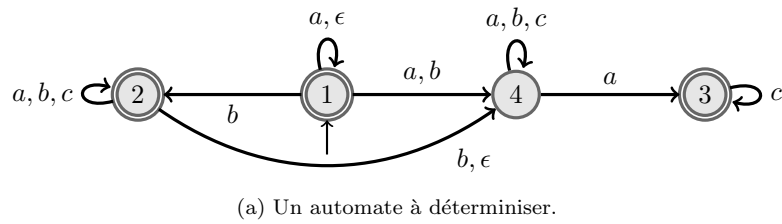
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ b La cim de L_2 est 3.
- ☐ c La cim de L_2 est 0.
- ☐ d 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ e La cim de L_2 est 1.
- ☒ f La cim de L_2 est 2.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

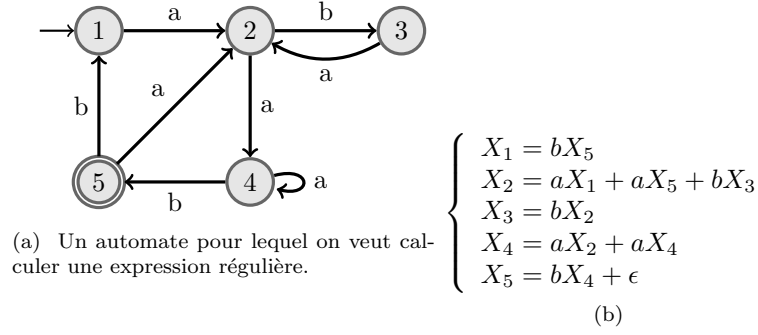
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

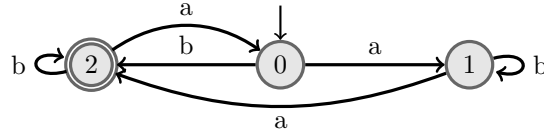


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

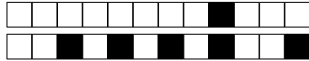
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : a ☒ ☒ ☒ e f g h
- Question 2 : a b c d e f ☒ h
- Question 3 : a ☒ c d
- Question 4 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f
- Question 5 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f
- Question 6 : a ☒ ☒ d e f g
- Question 7 : ☒ ☒ c d e f g h
- Question 8 : a ☒ c d e f g h
- Question 9 : a b c d ☒ f g h
- Question 10 : a b c d e ☒ g h
- Question 11 : a ☒ ☒ d e f
- Question 12 : a b c ☒ e f g h
- Question 13 : ☒ ☒ c d e ☒ ☒ h i j
- Question 14 : a b c ☒ e f g
- Question 15 : a ☒ c ☒ e f g h
- Question 16 : a ☒ ☒ d ☒ f g h
- Question 17 : a b ☒ d e f g h
- Question 18 : a b c d ☒ f g ☒



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a) Cette affirmation est fausse.
☒ b) Cette affirmation est vraie.

- ☐ c) L'affirmation est absurde.
☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît un langage complet.
- ☐ b) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ c) A reconnaît le langage universel.
- ☒ d) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ b) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ c) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ d) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c) La post-condition est la condition Q .
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ e) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> b) Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> c) Celui de la Figure 4b correspond. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> d) Celui de la Figure 4e correspond. | |
| <input type="checkbox"/> e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ b) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c) L'automate de départ était minimal.
- ☐ d) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b) L'automate de départ était minimal.
- ☒ c) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

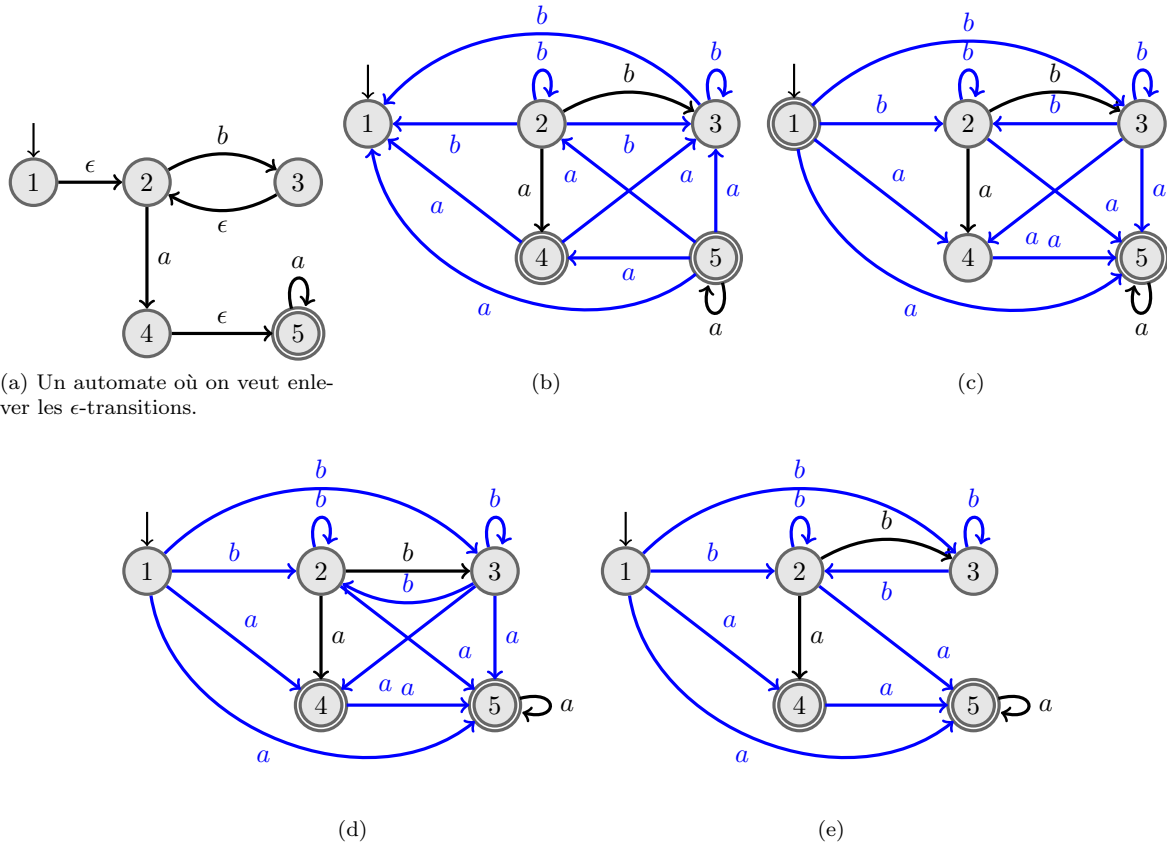
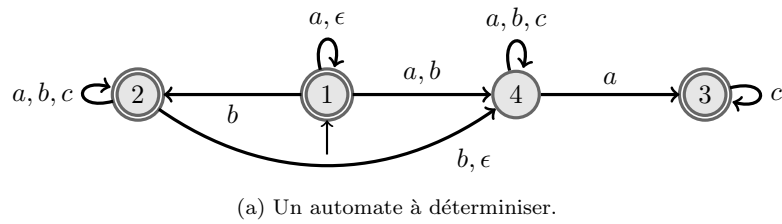
Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

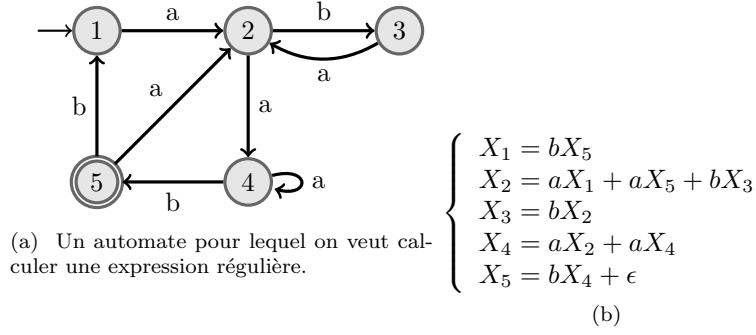
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

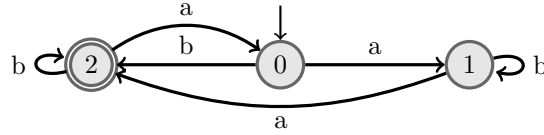


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 5 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 6 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 7 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 9 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☒ e ☒ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 17 : ☒ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 20 :

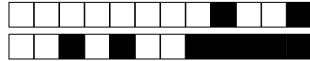
donner ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|--|
| ■ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | Ⓔ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| Ⓐ A reconnaît un langage complet. | Ⓕ Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| Ⓑ A reconnaît le langage universel. | Ⓖ L'énoncé de la question est absurde. |
| Ⓓ A est tel que tous ses états sont accepteurs. | Ⓗ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ b) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ c) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ d) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ e) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ g) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ h) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ c) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ e) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ f) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ g) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ h) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ c) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ c Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☒ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☒ c 10 est une ci pour L_3 .
- ☒ d La cim de L_3 est 5.
- ☐ e La cim de L_3 est 3.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

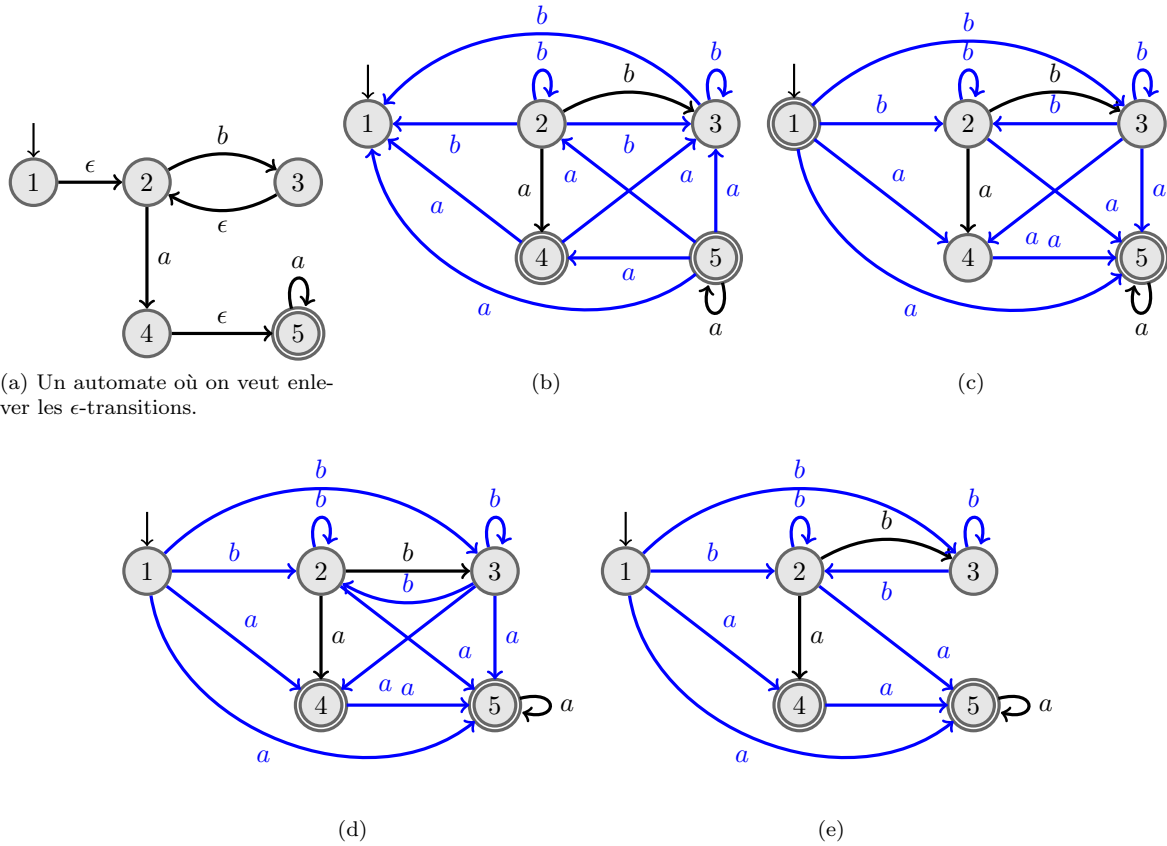
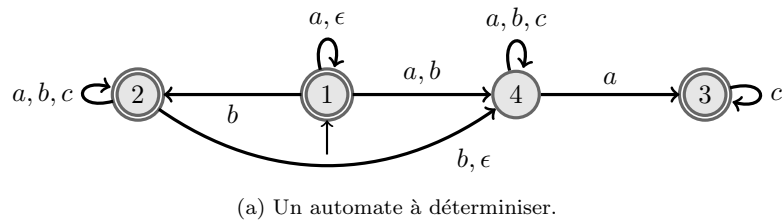
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a La cim de L_2 est 2.
- ☐ b 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☐ d La cim de L_2 est 3.
- ☒ e 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ f La cim de L_2 est 0.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

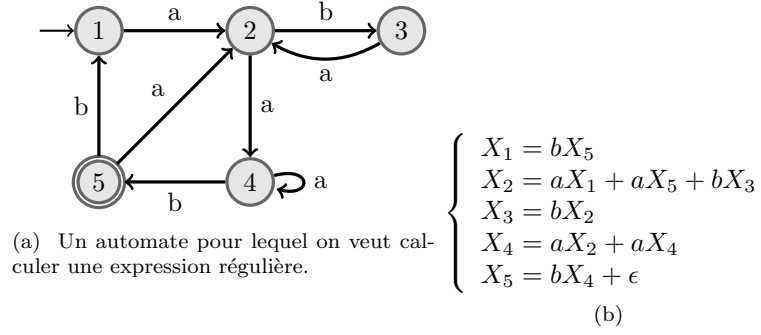
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

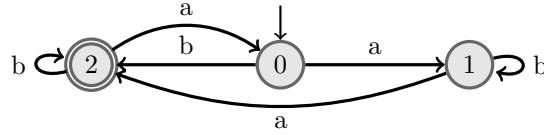


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

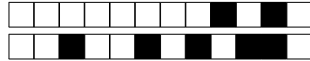
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

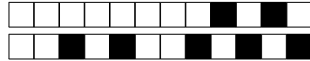
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☐ a ☐ b ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- | | |
|--|--|
| <p><input type="checkbox"/> a) L est un langage irrégulier.</p> <p><input type="checkbox"/> b) L est un langage régulier.</p> <p><input type="checkbox"/> c) L contient le langage vide.</p> <p><input type="checkbox"/> d) $L < L_1$.</p> <p><input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.</p> | <p><input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.</p> <p><input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde.</p> <p><input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.</p> |
|--|--|



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ b On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ c On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ d On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L est le langage universel.
- ☐ b L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c L a tous ses états accepteurs.
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ b Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ e Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ f Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ h L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ b Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ e Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☒ f) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 3.
- ☐ b La cim de L_2 est 1.
- ☒ c La cim de L_2 est 2.
- ☒ d 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ e La cim de L_2 est 0.
- ☐ f 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

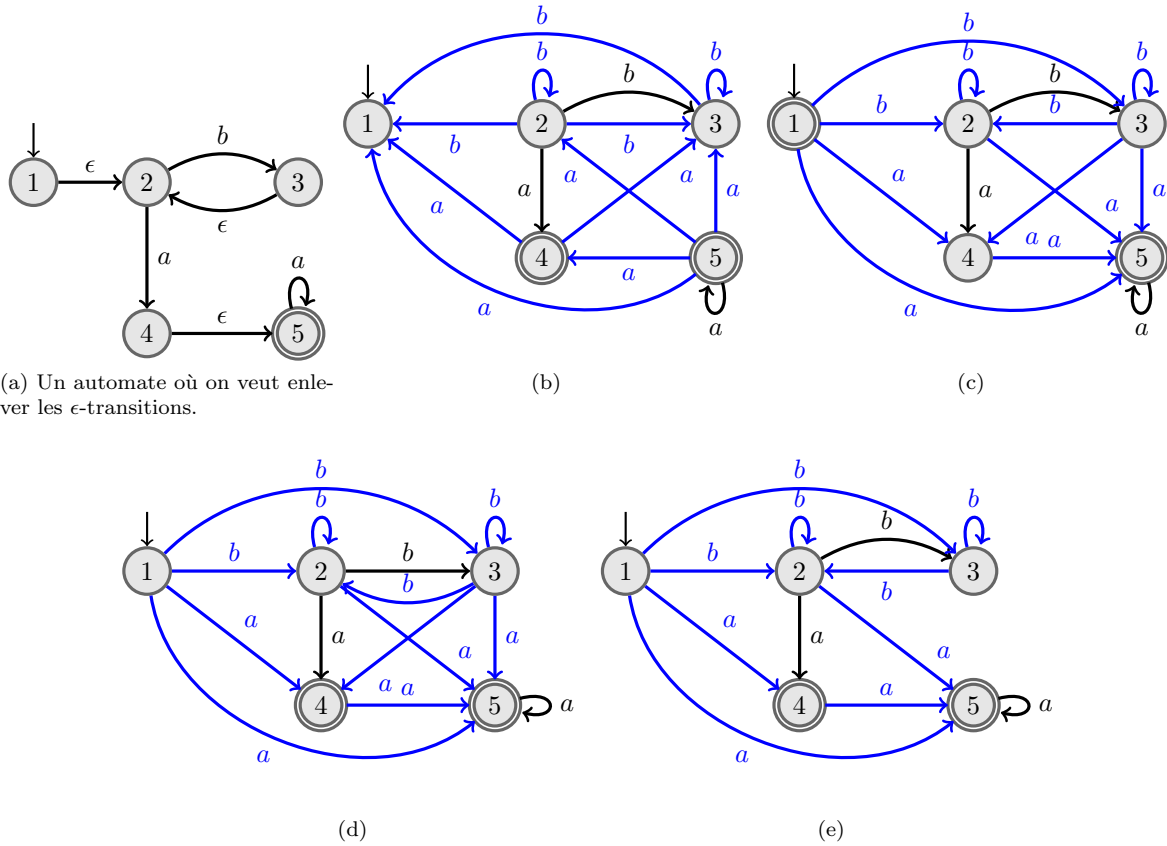
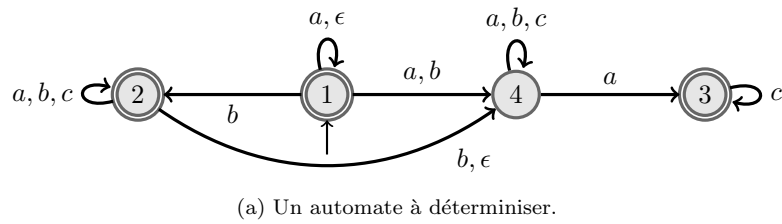
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☒ c La cim de L_3 est 5.
- ☒ d 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ e La cim de L_3 est 3.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

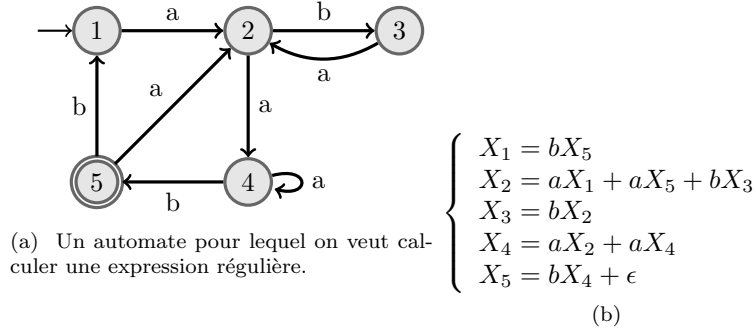
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

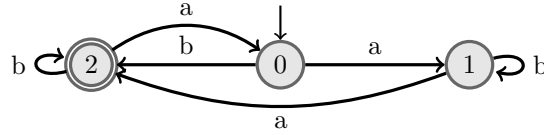


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

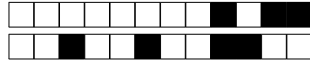
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

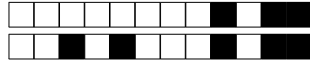
.....

- Question 1 : a ☒ ☒ d e f g h
- Question 2 : ☒ b c d
- Question 3 : ☒ ☒ ☒ e f
- Question 4 : ☒ ☒ ☒ e f
- Question 5 : a ☒ c d e f g h
- Question 6 : ☒ b ☒ d e f g
- Question 7 : a ☒ ☒ ☒ e f g h
- Question 8 : a b c d e f ☒ h
- Question 9 : a b c d e f ☒ h
- Question 10 : a b c d e ☒ g h
- Question 11 : a b c ☒ e f g
- Question 12 : ☒ b c d ☒ ☒ h i j
- Question 13 : a b c ☒ e f g h
- Question 14 : ☒ b ☒ d e f
- Question 15 : ☒ ☒ ☒ d e f g h
- Question 16 : a ☒ c d e f g h
- Question 17 : a b c ☒ e f g ☒
- Question 18 : a ☒ c d ☒ f g h

Question 19 :

donner c ex f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☐ a ☐ b ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 22 : ☐ a ☐ b ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A reconnaît le langage universel.
- ☐ b A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ c A reconnaît un langage complet.
- ☒ d A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☒ b L contient le langage vide.
- ☒ c L est un langage régulier.
- ☐ d L est un langage irrégulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ b On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ c On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ d On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L est le langage universel.
- ☐ c L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ b La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ d) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a) La cim de L_3 est 3. ☒ b) La cim de L_3 est 5. ☐ c) La cim de L_3 est 4.
- ☐ d) 3 est une ci pour L_3 . ☒ e) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte. ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

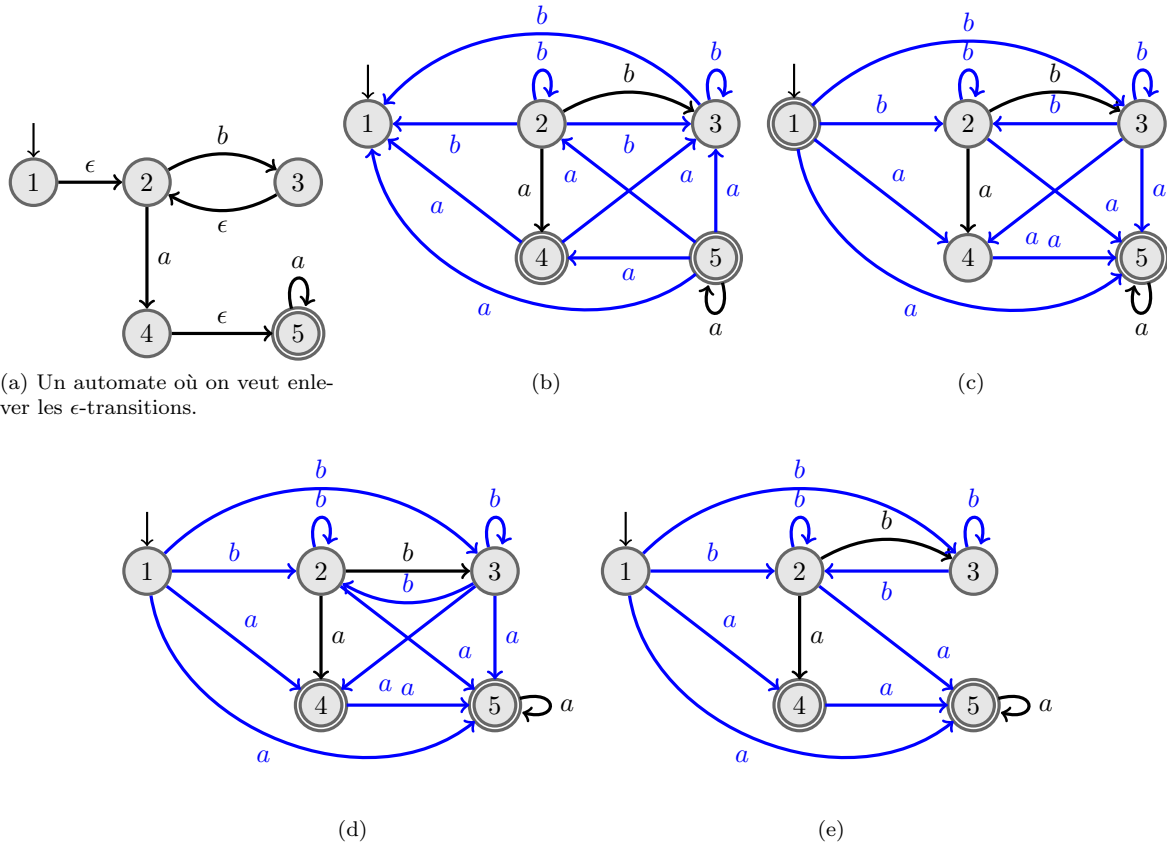
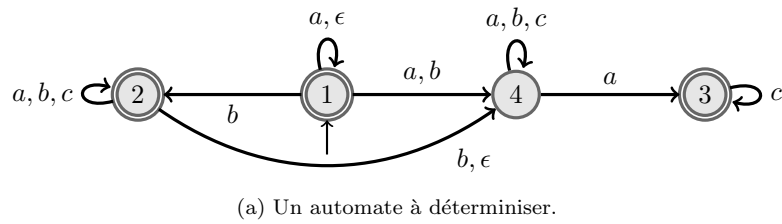
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a) La cim de L_2 est 1. ☒ b) La cim de L_2 est 2. ☐ c) 1 est une ci pour L_2 .
- ☒ d) 10 est une ci pour L_2 . ☐ e) La cim de L_2 est 0. ☐ f) La cim de L_2 est 3.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte. ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

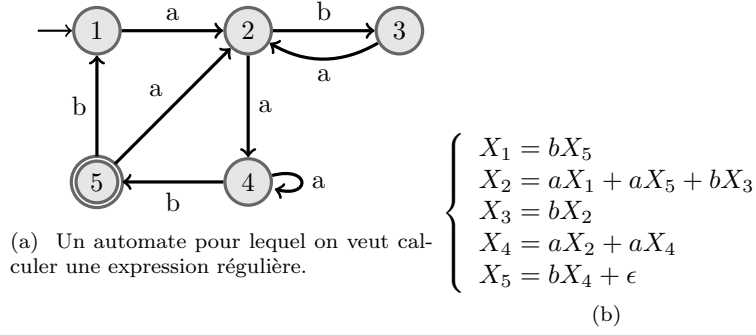
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

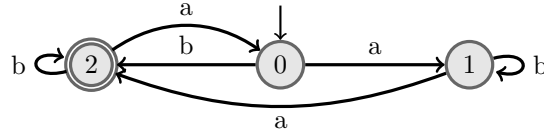


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

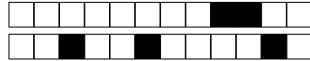
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

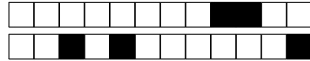
.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g h
- Question 3 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d e f g h
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ ☐ d e f g h
- Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d e f ☐ h
- Question 6 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d e f g
- Question 7 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f g h
- Question 11 : ☐ ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ ☐ g h i j
- Question 12 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d e f
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g
- Question 14 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d e f g h
- Question 15 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d e f g h
- Question 16 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ ☐ ☐ f g h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f g ☐ ☐
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d e f g h

Question 19 :

donner ex ☐ f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 : ☐ a ☒ ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input checked="" type="checkbox"/> c) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK
FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☒ a L est un langage régulier.
- ☐ b L est un langage irrégulier.
- ☐ c $|L| < |L_1|$.
- ☒ d L contient le langage vide.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L est le langage universel.
- ☐ b L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d L a tous ses états accepteurs.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

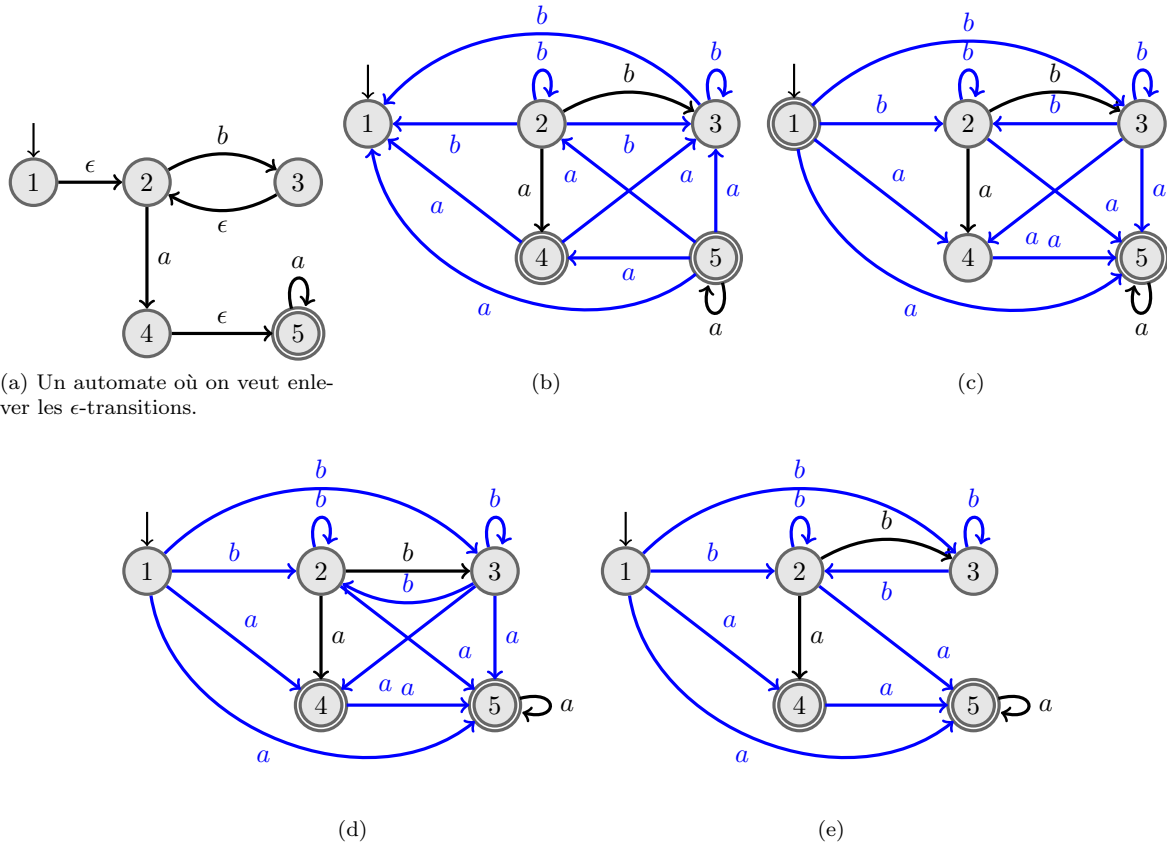
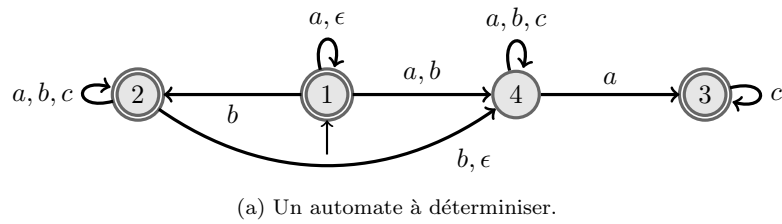
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

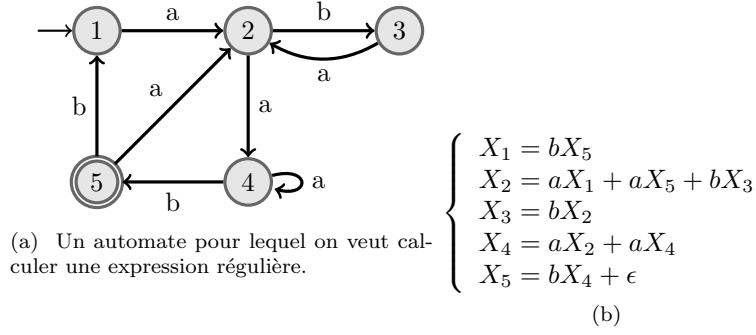
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

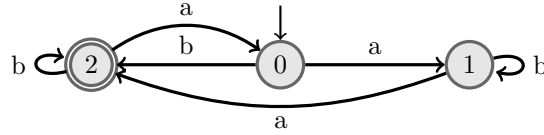


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

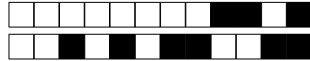
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : a b ☒ d e f g h
Question 2 : a ☒ c d
Question 3 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 4 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 5 : ☒ b c ☒ e f g h
Question 6 : a b c d e f ☒ h
Question 7 : ☒ ☒ c d e f g
Question 8 : ☒ b ☒ ☒ e f g h
Question 9 : a b c d ☒ f g h
Question 10 : a b c d e f ☒ h
Question 11 : ☒ b ☒ ☒ e ☒ g h i j
Question 12 : a b ☒ d e f g h
Question 13 : a ☒ ☒ d e f
Question 14 : a b c ☒ e f g
Question 15 : ☒ b ☒ d e f g h
Question 16 : ☒ b c d e f g ☒
Question 17 : ☒ b ☒ d ☒ f g h
Question 18 : ☒ b c d e f g h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input checked="" type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) L reconnaît un langage déterministe. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ b On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ c On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ d On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage régulier.
- ☐ b $|L| < |L_1|$.
- ☐ c L est un langage irrégulier.
- ☐ d L contient le langage vide.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A reconnaît un langage complet.
- ☐ b A reconnaît le langage universel.
- ☐ c A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a La cim de L_2 est 2.
- ☒ b 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ c 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ d La cim de L_2 est 3.
- ☐ e La cim de L_2 est 1.
- ☐ f La cim de L_2 est 0.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

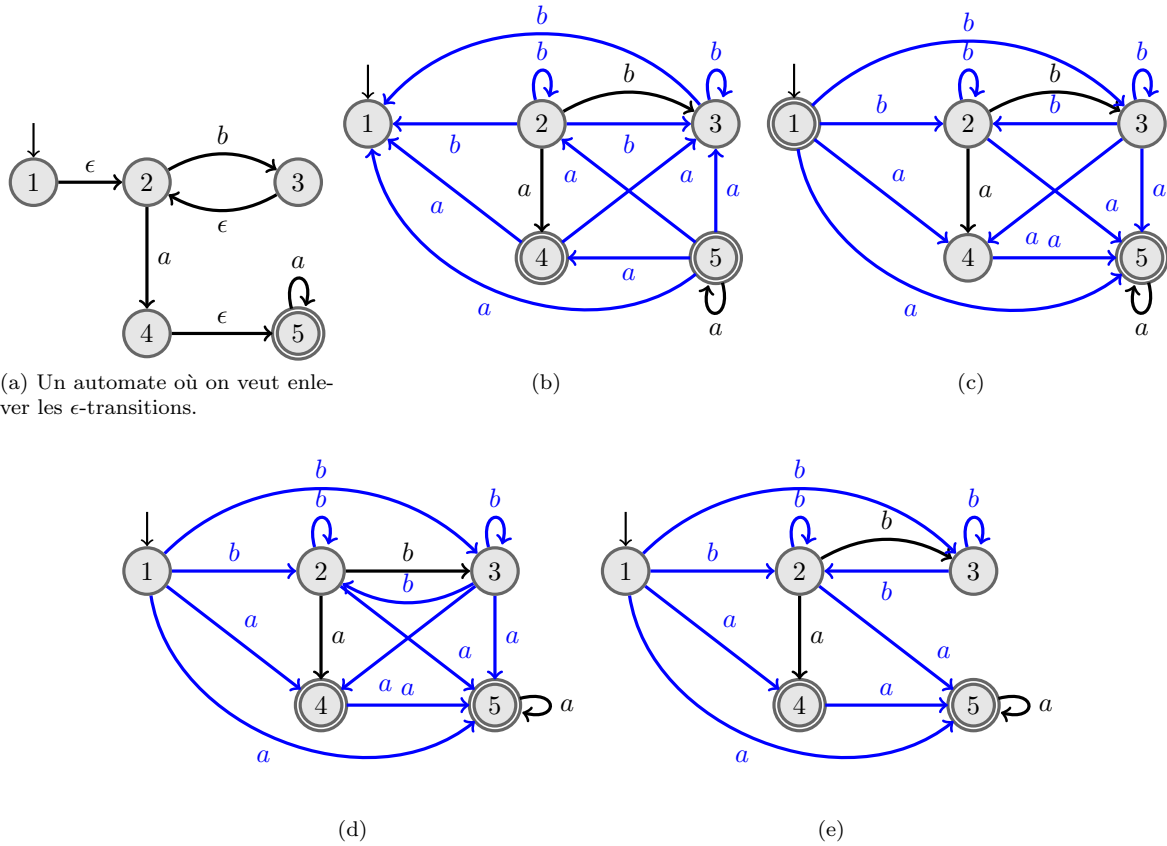
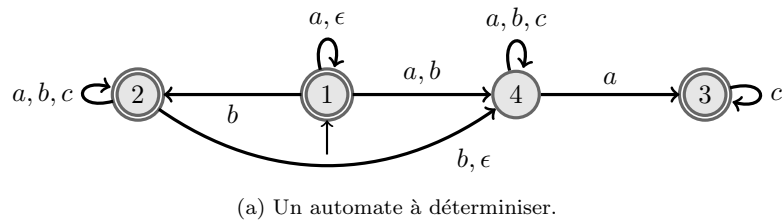
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 4.
- ☐ b 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ c 10 est une ci pour L_3 .
- ☒ d La cim de L_3 est 5.
- ☐ e La cim de L_3 est 3.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

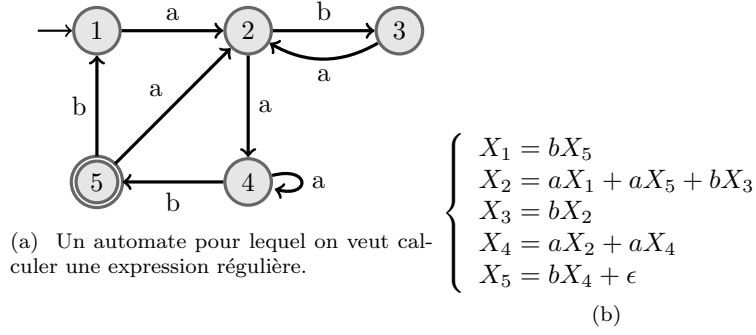
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

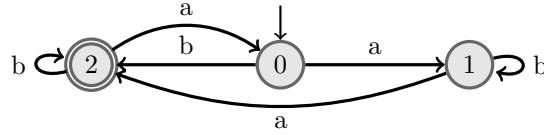


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : a b c d e f ☒ h
Question 2 : a ☒ ☒ ☒ e f g h
Question 3 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f
Question 4 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f
Question 5 : ☒ b c ☒ e f g h
Question 6 : a b ☒ d e f g h
Question 7 : ☒ b c d
Question 8 : ☒ b ☒ d e f g
Question 9 : a b c d e f ☒ h
Question 10 : a b c d e f ☒ h
Question 11 : ☒ ☒ ☒ d e f ☒ h i j
Question 12 : a b c ☒ e f g h
Question 13 : a ☒ ☒ d e f
Question 14 : a b c ☒ e f g
Question 15 : ☒ ☒ c d ☒ f g h
Question 16 : a b ☒ d e f g h
Question 17 : a ☒ ☒ d e f g h
Question 18 : a ☒ c d e f g ☒

Question 19 :

donner ex f ☒ *Reservé enseignant*

.....

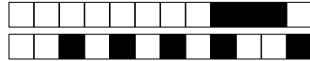
Question 20 : ☒ ☒ c d e f g h i

Question 21 :

donner c ex f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 : a b ☒ ☒ e f g h



Question 23 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|--|
| ■ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | Ⓔ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| Ⓐ A reconnaît un langage complet. | Ⓕ Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| Ⓒ A est tel que tous ses états sont accepteurs. | Ⓖ L'énoncé de la question est absurde. |
| Ⓓ A reconnaît le langage universel. | Ⓗ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ▢ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ▢ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ▢ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ▢ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ▢ Celui de la Figure 4c correspond.
- ▢ Celui de la Figure 4b correspond.
- Celui de la Figure 4e correspond.
- ▢ Celui de la Figure 4d correspond.
- ▢ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ▢ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ▢ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ▢ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ▢ Celui de la Figure 5a correspond.
- ▢ Celui de la Figure 5c correspond.
- ▢ Celui de la Figure 5b correspond.
- Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ▢ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ▢ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ▢ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ▢ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ▢ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ▢ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ▢ Aucune des équations données n'est correcte.
- ▢ Tous les équations données sont correctes.
- ▢ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ d L'automate de départ était minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a) La cim de L_2 est 1. ☒ b) 10 est une ci pour L_2 . ☐ c) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ d) La cim de L_2 est 0. ☒ e) La cim de L_2 est 2. ☐ f) La cim de L_2 est 3.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte. ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

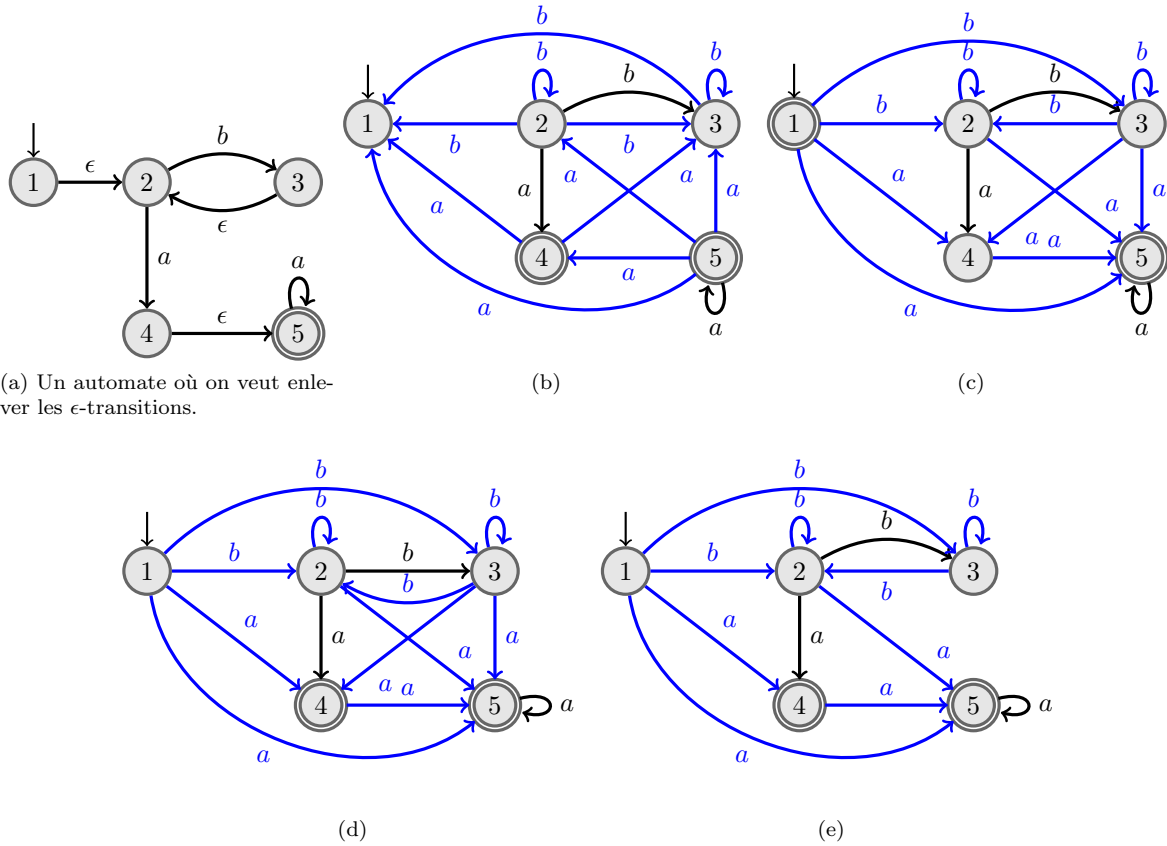
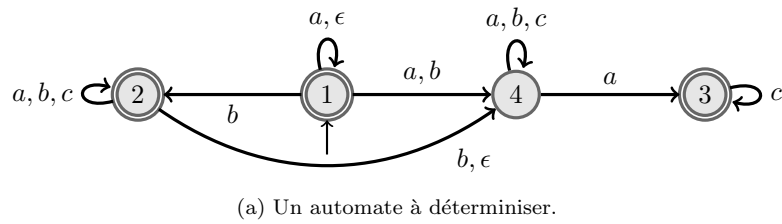
- ☐ a) La cim de L_3 est 3. ☒ b) 10 est une ci pour L_3 . ☐ c) La cim de L_3 est 4.
- ☒ d) La cim de L_3 est 5. ☐ e) 3 est une ci pour L_3 . ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

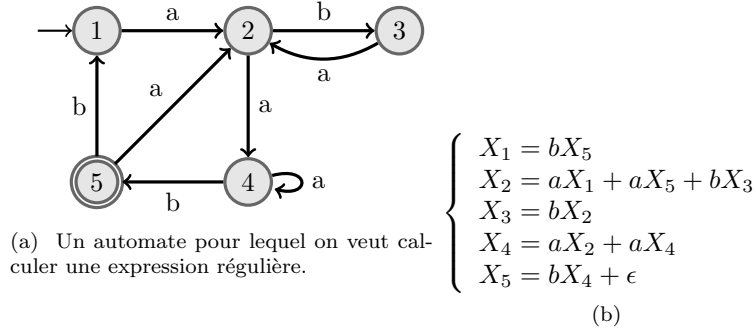
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

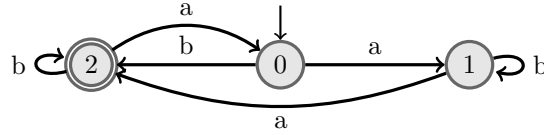


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 2 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 3 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h

Question 4 : ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 6 : ☒ b ☐ c ☐ d

Question 7 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 8 : a ☒ ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : a ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 10 : a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 11 : ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 12 : a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 13 : a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 14 : ☒ ☒ c ☒ d ☒ e ☒ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 15 : a ☐ b ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 16 : a ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h

Question 17 : ☒ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h

Question 18 : a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

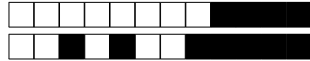
Question 19 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 20 : a ☒ ☒ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 21 : a ☒ ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
☐ Cette affirmation est fausse.

- ☐ L'affirmation est absurde.
☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ b L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c L est le langage universel.
- ☐ d L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ b On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ c On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☒ d On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ c La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage irrégulier.
- ☐ b L contient le langage vide.
- ☐ c L est un langage régulier.
- ☐ d $|L| < |L_1|$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A reconnaît le langage universel.
- ☐ b A reconnaît un langage complet.
- ☐ c A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ c Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ d Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ e Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ h Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ c Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ e L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ g Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 0.
- ☐ b 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ c La cim de L_2 est 2.
- ☐ d La cim de L_2 est 1.
- ☐ e La cim de L_2 est 3.
- ☐ f 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

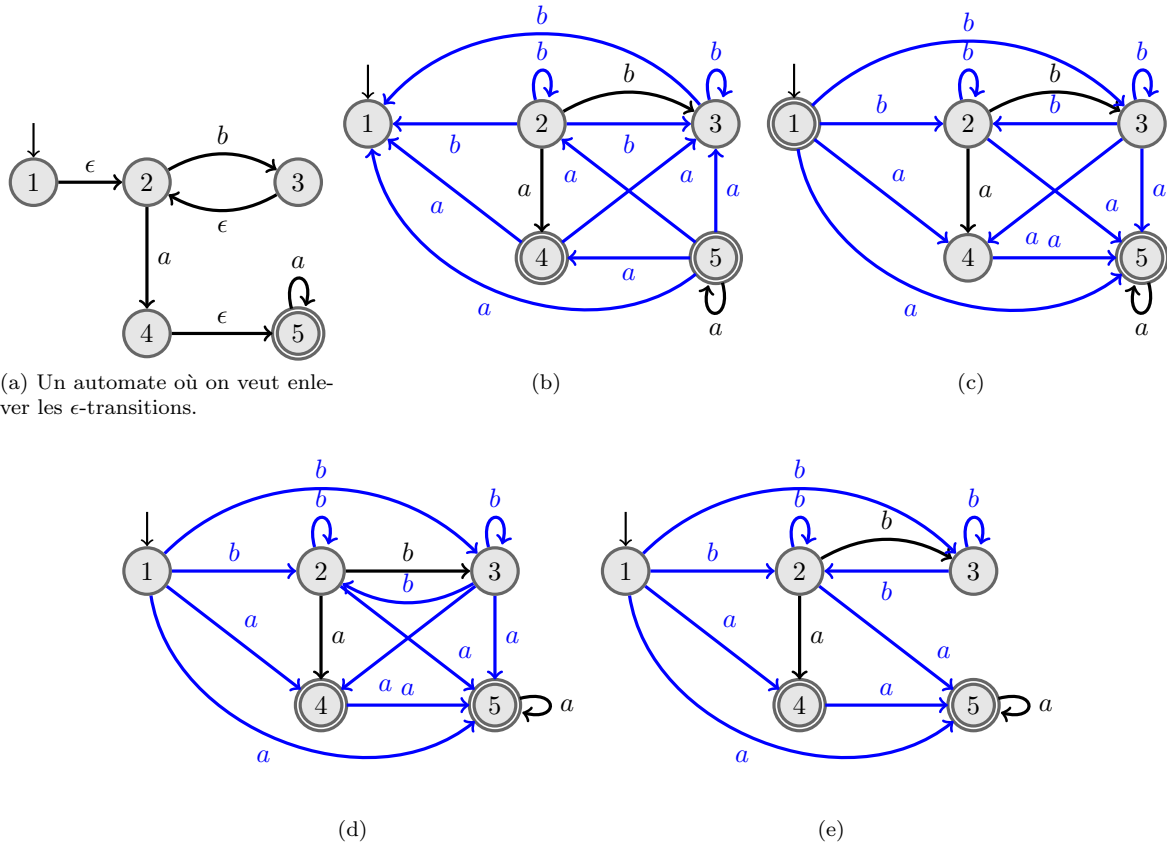
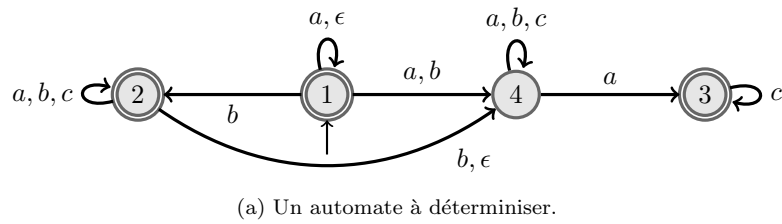
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 4.
- ☐ b 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ c La cim de L_3 est 3.
- ☐ d La cim de L_3 est 5.
- ☐ e 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

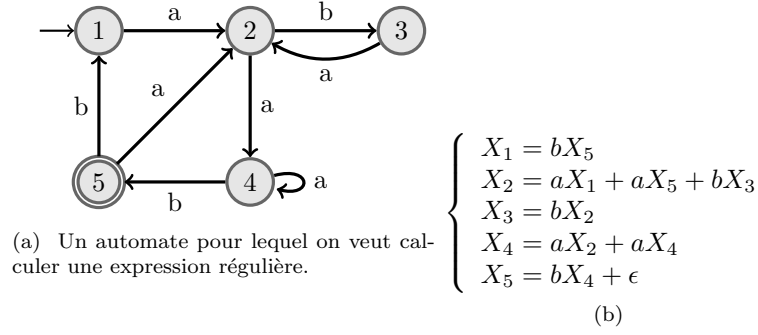
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

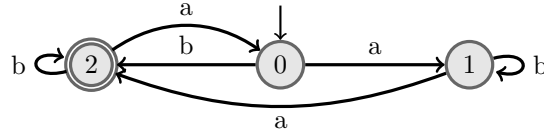


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

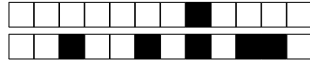
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☒ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 2 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐
- Question 3 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ ☐
- Question 4 : ☐ ☒ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 5 : ☐ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 6 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ ☐
- Question 7 : ☐ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 8 : ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 9 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐
- Question 10 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐
- Question 11 : ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 12 : ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐
- Question 13 : ☒ ☐ ☐ ☒ ☐ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐
- Question 14 : ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 15 : ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒
- Question 16 : ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- Question 17 : ☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐
- Question 18 : ☐ ☒ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Question 19 :

donner ex ☐ ☒ *Reservé enseignant*

.....

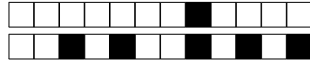
Question 20 : ☐ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Question 21 :

donner c ex ☐ ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 : ☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐ ☐ ☐



Question 23 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> a L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> f Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c L a tous ses états accepteurs. | <input checked="" type="checkbox"/> g L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d L reconnaît un langage déterministe. | <input type="checkbox"/> h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A reconnaît un langage complet.
- ☒ b A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c A reconnaît le langage universel.
- ☐ d A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ b On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ c On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ d On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☒ b L est un langage régulier.
- ☒ c L contient le langage vide.
- ☐ d L est un langage irrégulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ La post-condition est la condition Q .
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ b) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ c) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ d) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ e) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ f) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ g) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☒ h) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☒ b) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ c) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ d) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ e) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ f) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ g) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- Aucune des équations données n'est correcte.
- Tous les équations données sont correctes.
- Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- a) Celui de la Figure 4b correspond.
- b) Celui de la Figure 4c correspond.
- c) Celui de la Figure 4e correspond.
- d) Celui de la Figure 4d correspond.
- e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- a) Celui de la Figure 5a correspond.
- b) Celui de la Figure 5b correspond.
- c) Celui de la Figure 5c correspond.
- d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- b) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

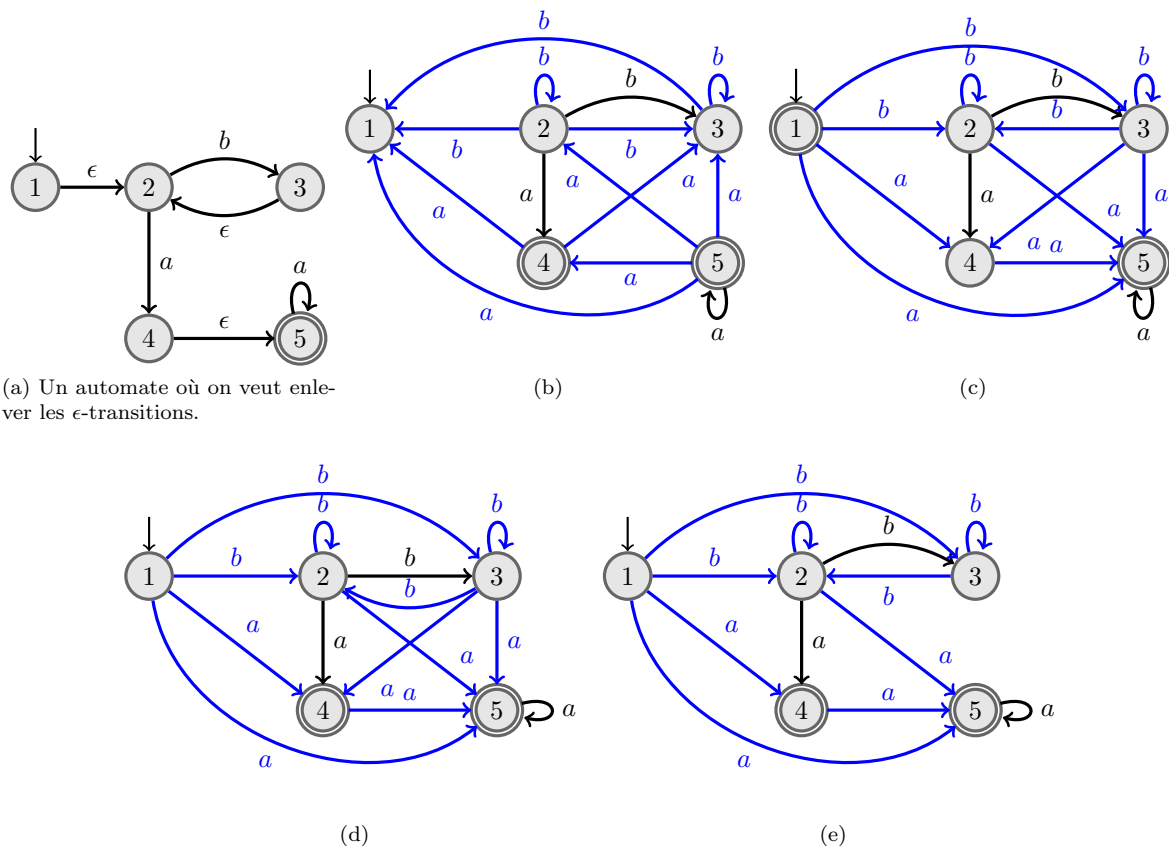
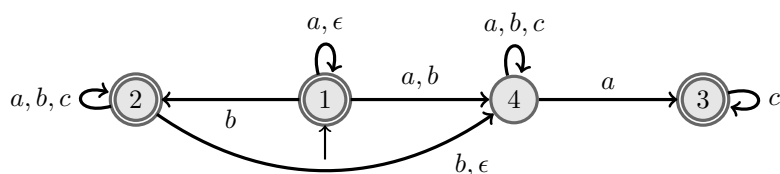
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

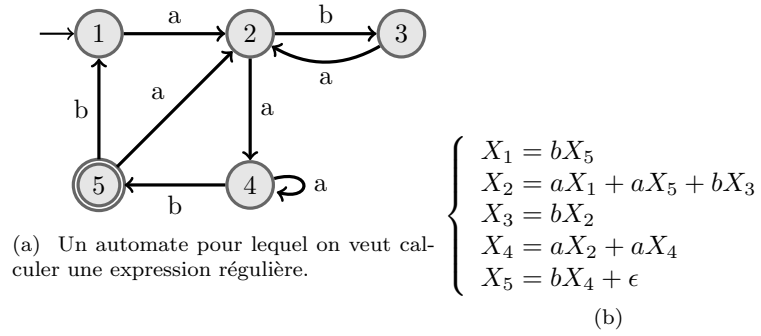
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

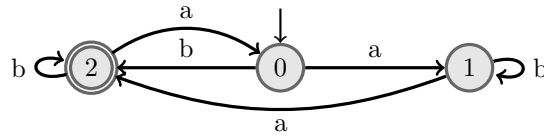


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

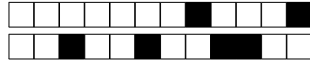
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

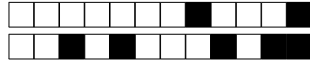
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 2 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 7 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 8 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 10 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☒ e ☒ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 14 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☒ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4e correspond. | <input type="checkbox"/> Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4b correspond. | |
| <input type="checkbox"/> Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

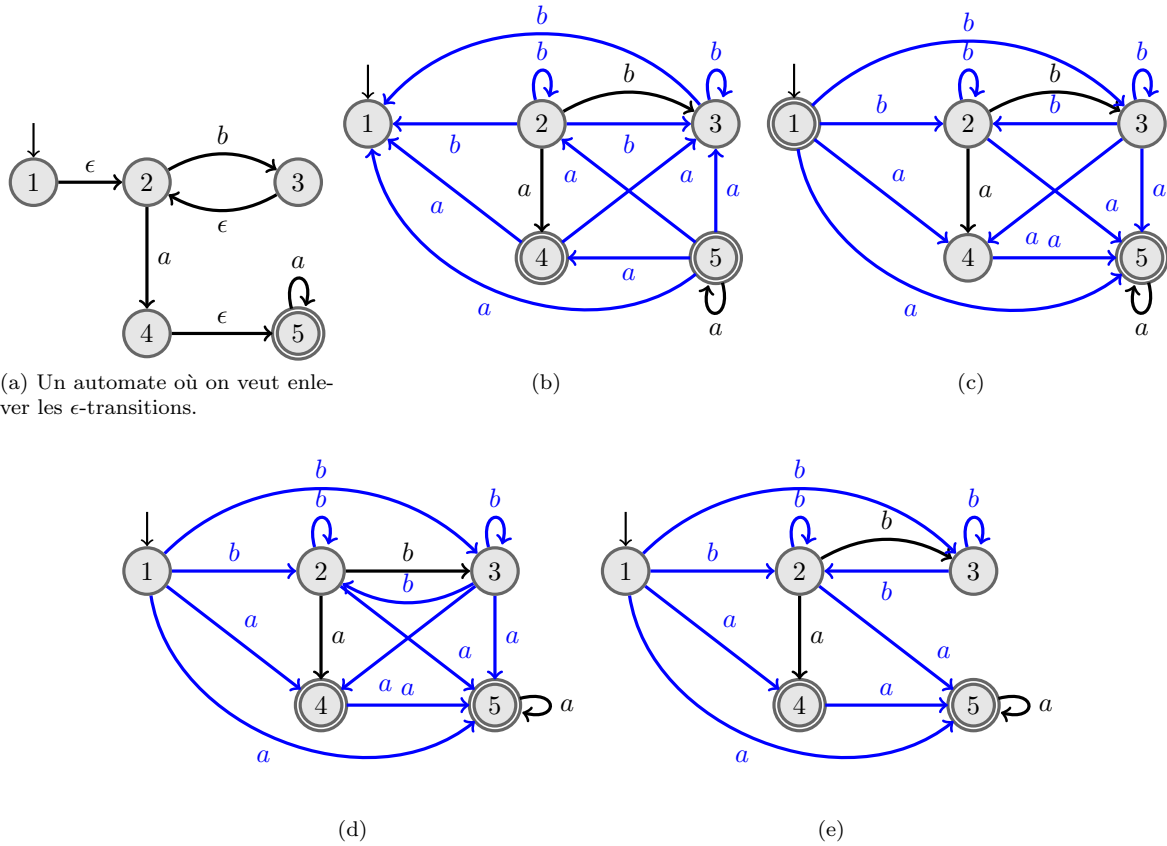
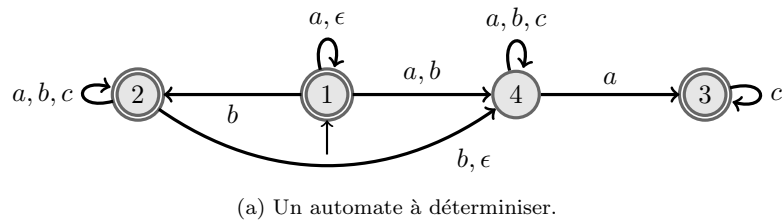
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

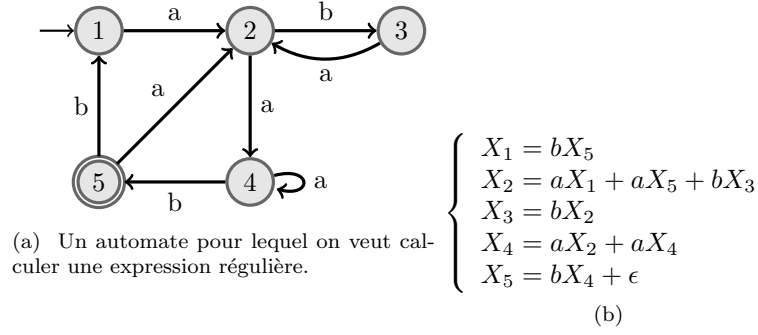
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

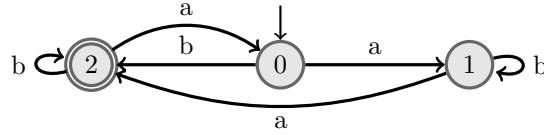


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

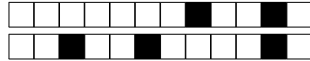
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

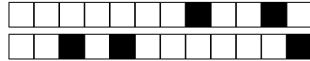
.....

- Question 1 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 2 : ☒ ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☐ a ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 6 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ ☐ h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☒ ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ a ☒ ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☒ ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ ☐ b ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ c La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ b Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ e L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ g Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☒ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☒ a L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ c Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ e Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ f Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ h L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ b Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ c L'automate de départ était minimal.
- ☒ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 5. ☐ 3 est une ci pour L_3 . ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4. ☐ La cim de L_3 est 3. ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

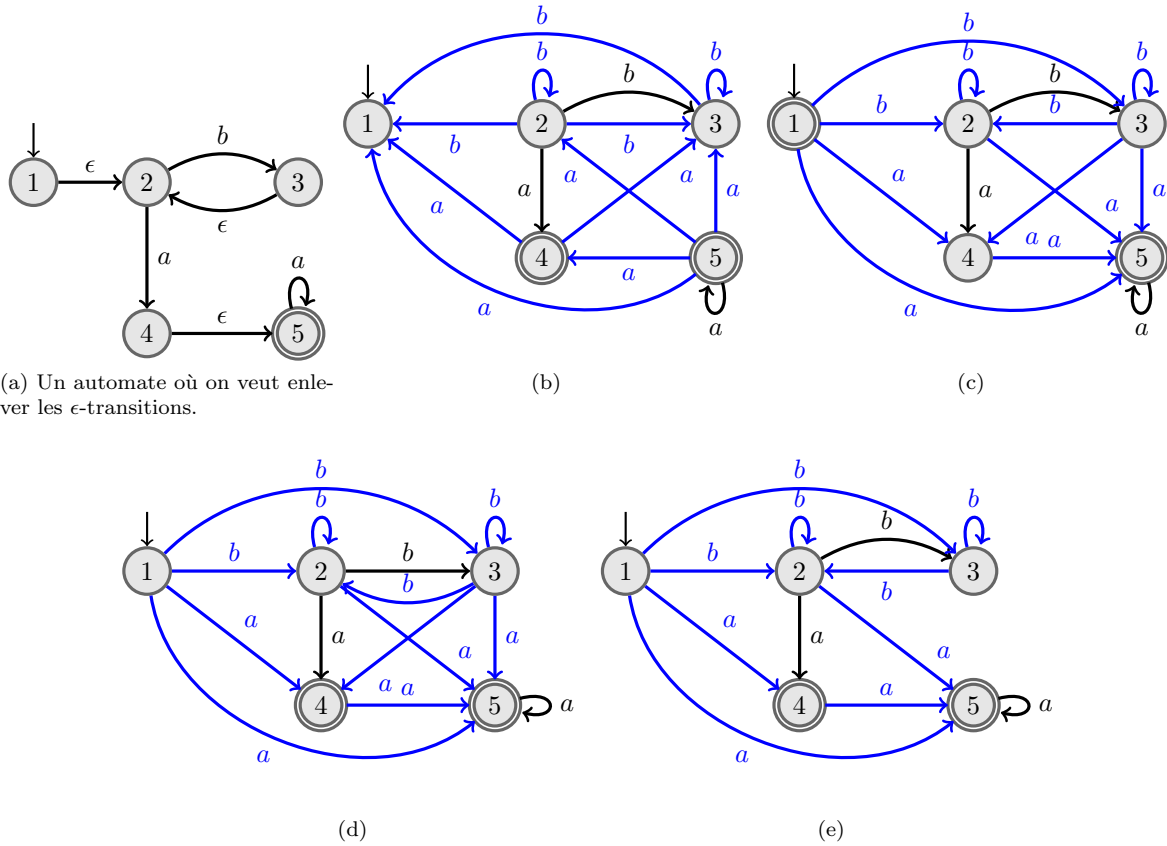
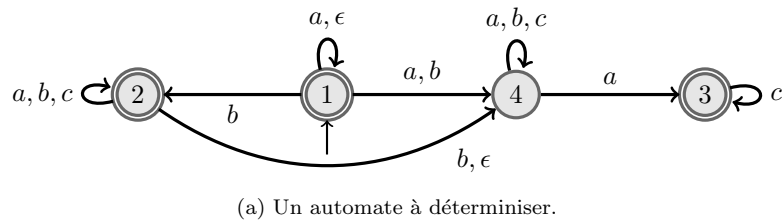
Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 3. ☐ La cim de L_2 est 1. ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 . ☐ La cim de L_2 est 2. ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

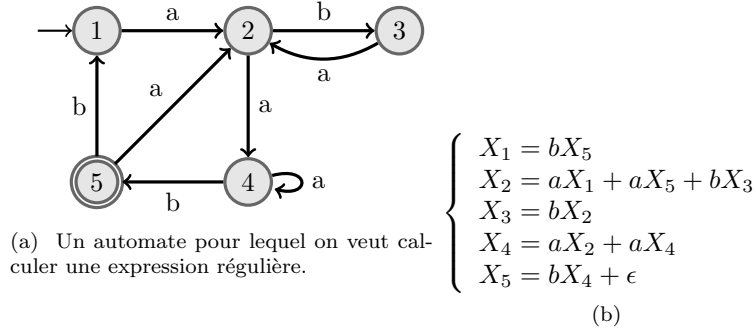
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

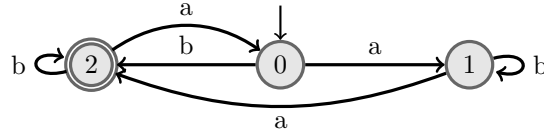


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 2 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 3 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 10 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ ☐ ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 14 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 16 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

donner ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

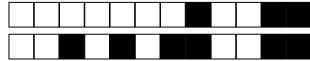
.....

Question 20 :

donner c ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ b) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ c) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ d) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L est le langage universel.
- ☐ b L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☒ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ e Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ f Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ g Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ c Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ e Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ f Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☒ h L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ d Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ c L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ c Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

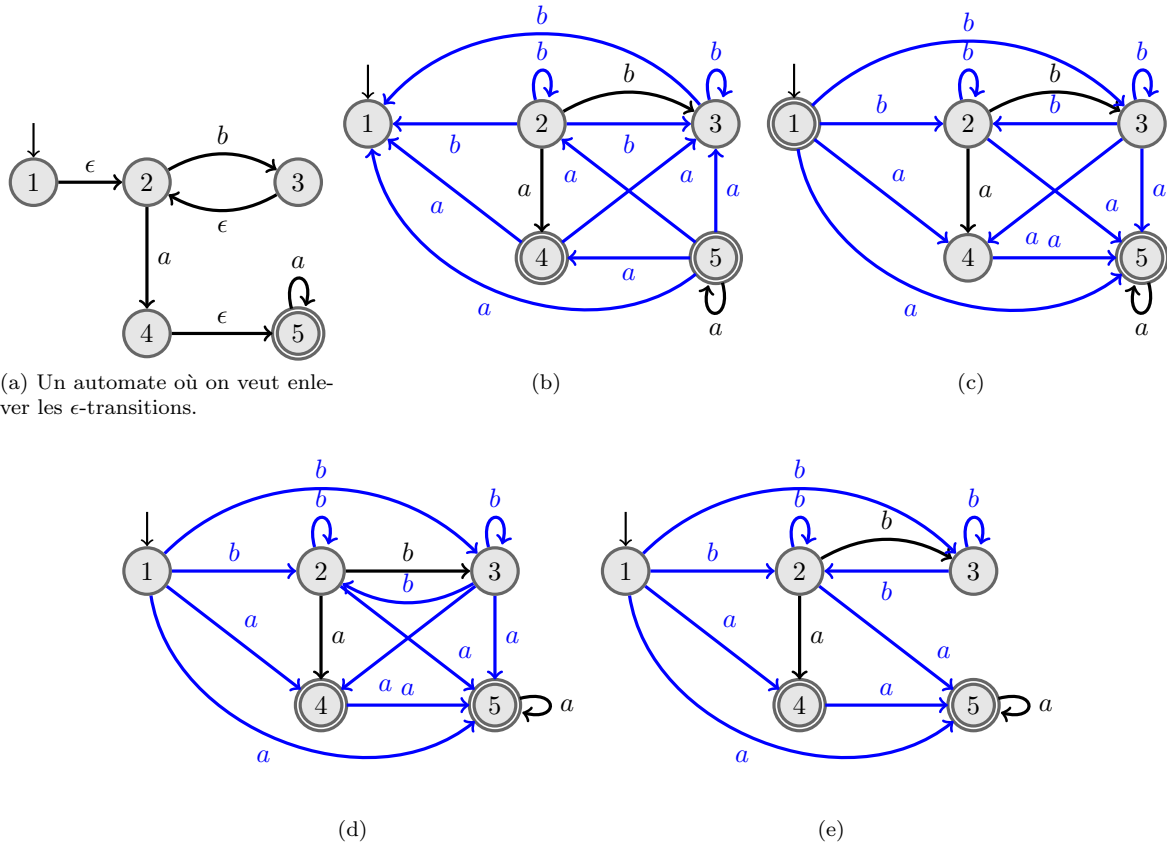
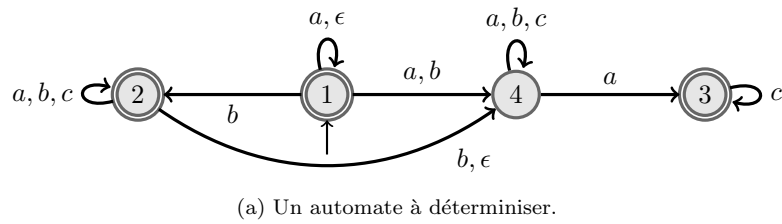
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

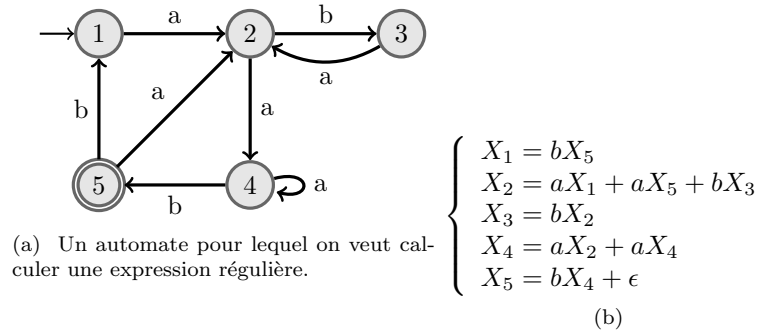
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

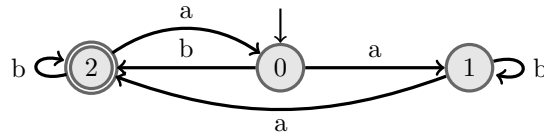


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : a ☐ ☐ ☐ e f g h

Question 2 : ☐ ☐ c d e f g h

Question 3 : ☐ ☐ c d e f g

Question 4 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f

Question 5 : ☐ b c d e f g h

Question 6 : ☐ b c d

Question 7 : a b c d e f ☐ h

Question 8 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f

Question 9 : a b ☐ d e f g h

Question 10 : a b c d e f g ☐

Question 11 : ☐ b c d e f g h

Question 12 : a b c ☐ e f g

Question 13 : ☐ ☐ c d e f

Question 14 : ☐ b ☐ d ☐ ☐ g h i j

Question 15 : a b c ☐ e f g ☐

Question 16 : a b ☐ d e f g h

Question 17 : a ☐ c ☐ e f g h

Question 18 : ☐ ☐ ☐ d e f g h

Question 19 :

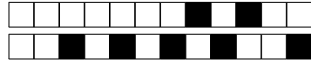
donner ex f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 20 :

donner c ex f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ c L est le langage universel.
- ☐ d L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ b On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ c On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ d On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☐ b L est un langage irrégulier.
- ☒ c L contient le langage vide.
- ☒ d L est un langage régulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ b A reconnaît un langage complet.
- ☒ c A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d A reconnaît le langage universel.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a La post-condition est la condition Q .
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ c La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☒ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ e L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ f Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ h Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☒ e L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ f Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ h Aucun des automates n'est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☒ a) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a) La cim de L_3 est 4.
- ☐ b) 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ c) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ d) La cim de L_3 est 3.
- ☒ e) La cim de L_3 est 5.
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

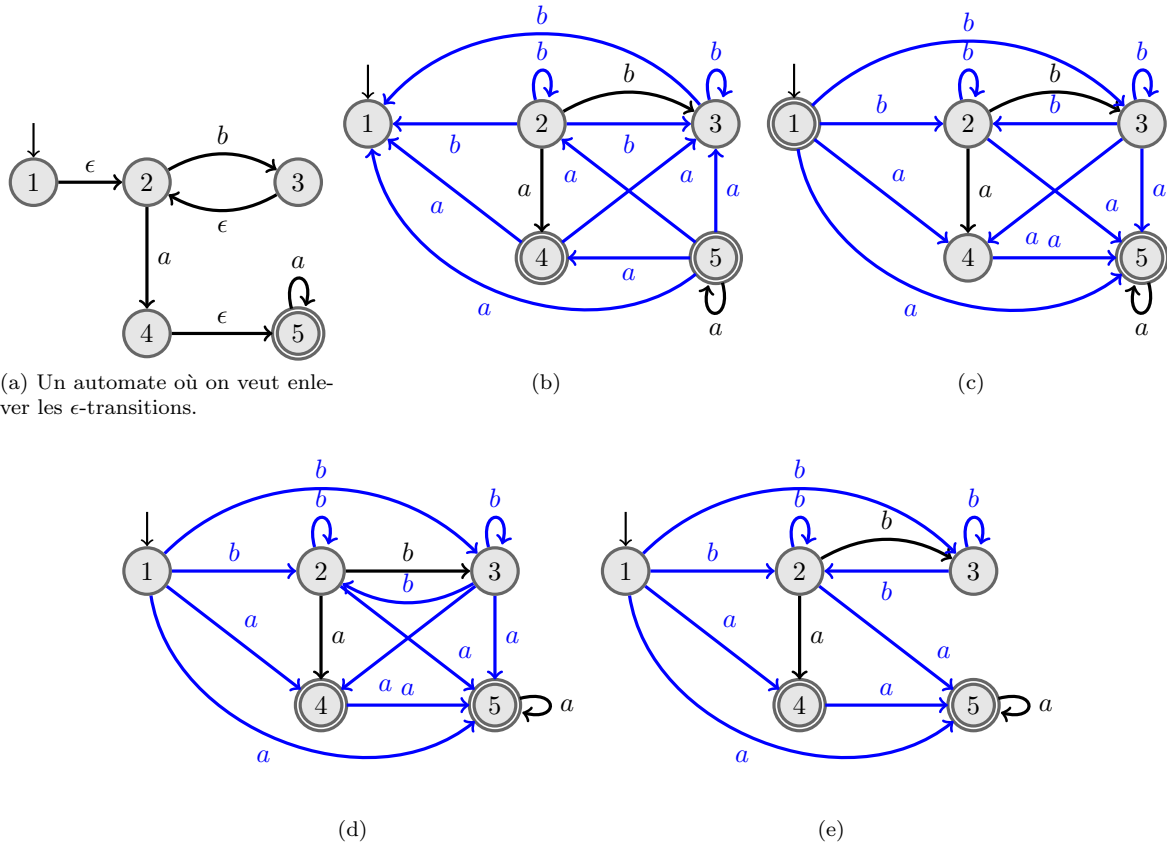
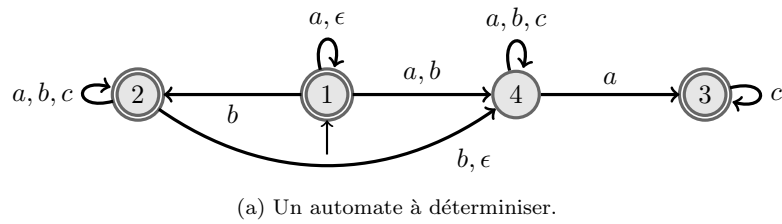
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a) La cim de L_2 est 2.
- ☐ b) La cim de L_2 est 1.
- ☐ c) La cim de L_2 est 0.
- ☐ d) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ e) La cim de L_2 est 3.
- ☒ f) 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

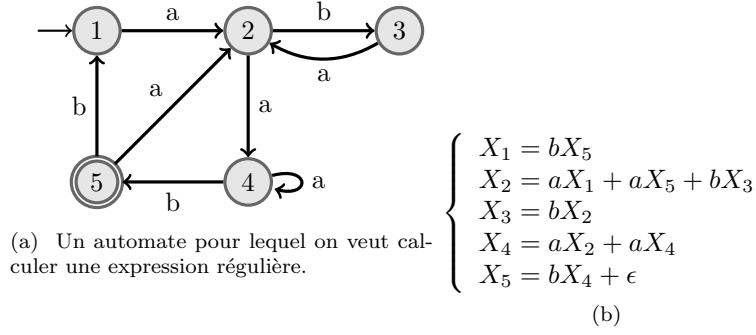
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

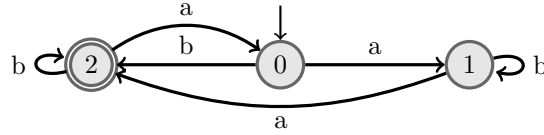


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

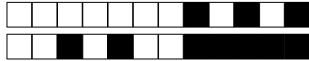
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h
- Question 3 : ☐ a ☒ ☒ ☒ e f g h
- Question 4 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f
- Question 5 : ☐ a ☒ c ☐ d
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☒ ☒ e f g h
- Question 7 : ☐ a ☐ b ☒ d e f g h
- Question 8 : ☒ ☒ c d e f g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e f g h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ f g h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e f g
- Question 12 : ☒ ☒ c d e f
- Question 13 : ☒ b c d e f g h
- Question 14 : ☒ b ☒ d e ☒ ☒ h i j
- Question 15 : ☒ ☒ ☒ d e f g h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ d ☒ f g h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e f g ☒
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☒ d e f g h
- Question 19 : ☐ a ☐ b ☒ d ☒ f g h



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☒ ■ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ ■ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ ■ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ ■ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- La post-condition est la condition Q .
- La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ b) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) L est le langage universel.
- ☐ d) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît le langage universel.
- ☐ b) A reconnaît un langage complet.
- ☒ c) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a) L est un langage irrégulier.
- ☒ b) L contient le langage vide.
- ☒ c) L est un langage régulier.
- ☐ d) $|L| < |L_1|$.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ b On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☒ c On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ d On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ c Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☒ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ e Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ g Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Aucun des automates n'est équivalent.
- ☒ b L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ c Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ e L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ h Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☒ c) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1</u> *	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 1.
- ☐ b 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ c La cim de L_2 est 3.
- ☒ d 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ e La cim de L_2 est 2.
- ☐ f La cim de L_2 est 0.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

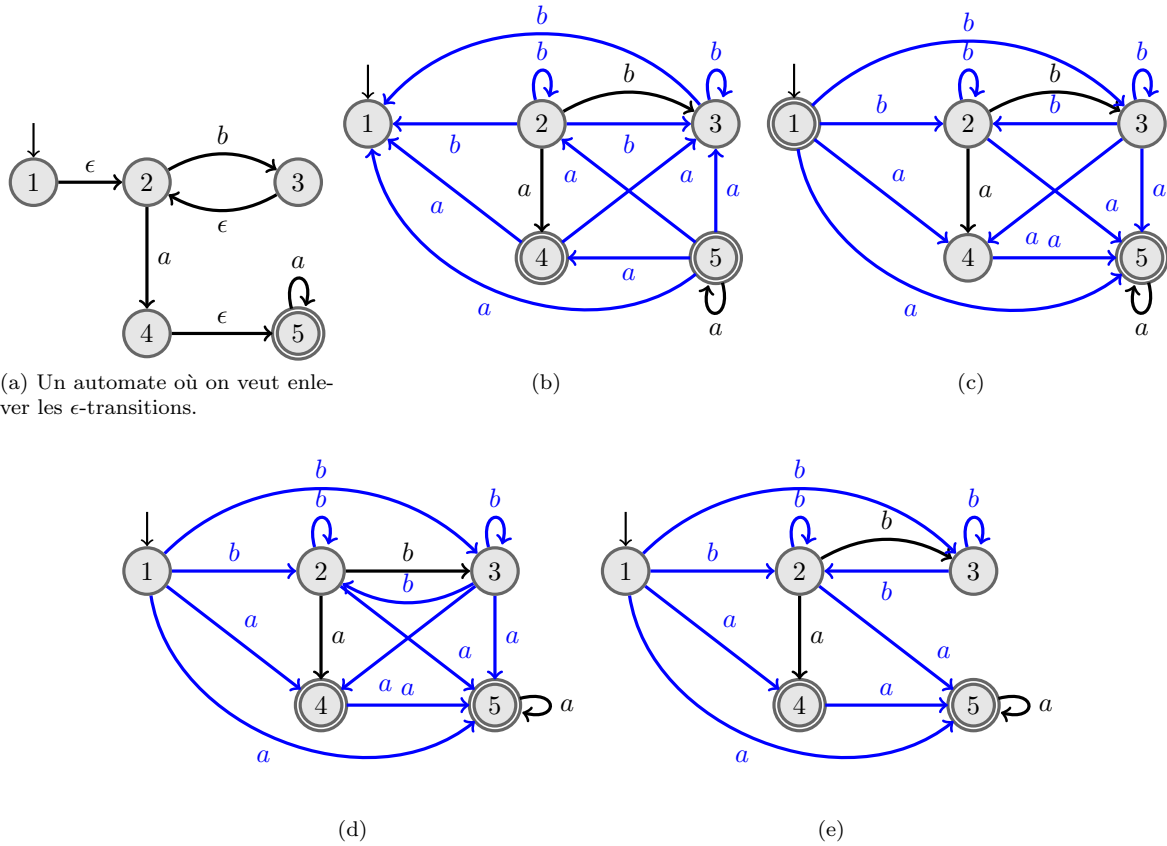
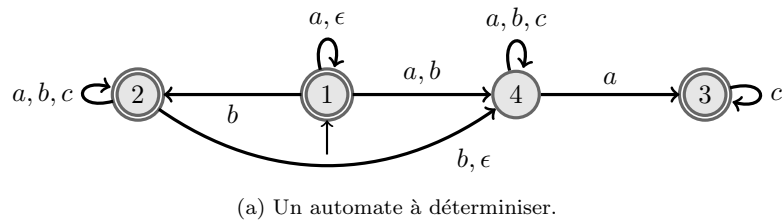
- ☐ a 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 3.
- ☒ c La cim de L_3 est 5.
- ☒ d 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ e La cim de L_3 est 4.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

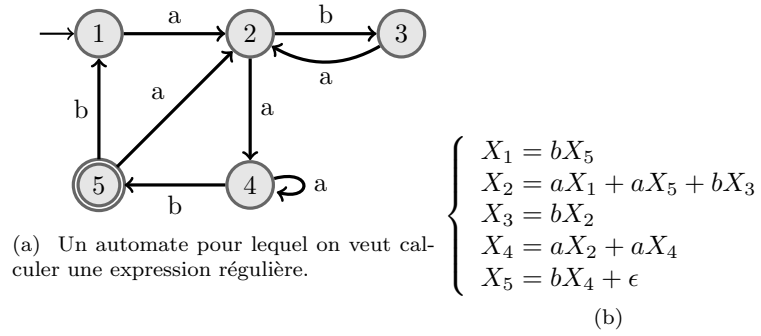
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

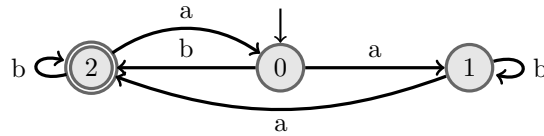


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

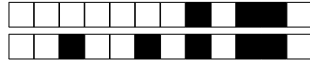
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

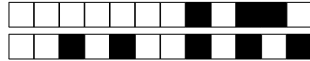
.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h
- Question 3 : ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 7 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 12 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ ☐ ☐ ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 13 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 15 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 16 : ☐ a ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 :

donner c ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

.....

- Question 20 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i
- Question 21 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 22 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....

Question 23 :

donner ex   *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a) Cette affirmation est fausse.
☒ b) Cette affirmation est vraie.

- ☐ c) L'affirmation est absurde.
☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> L reconnaît un langage déterministe. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 5 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☐ b Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ c L contient le langage vide.
- ☐ d L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ e L est un langage irrégulier.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.
- ☐ g L est un langage régulier.
- ☐ h Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition est la condition Q .
- ☐ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ c La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ b Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ e Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ f Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ h Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ c Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ e Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ g Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ h L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1</u> *	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c) L'automate de départ était minimal.
- ☒ d) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e) L'automate de départ était minimal.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 3. ☐ La cim de L_3 est 4. ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 . ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

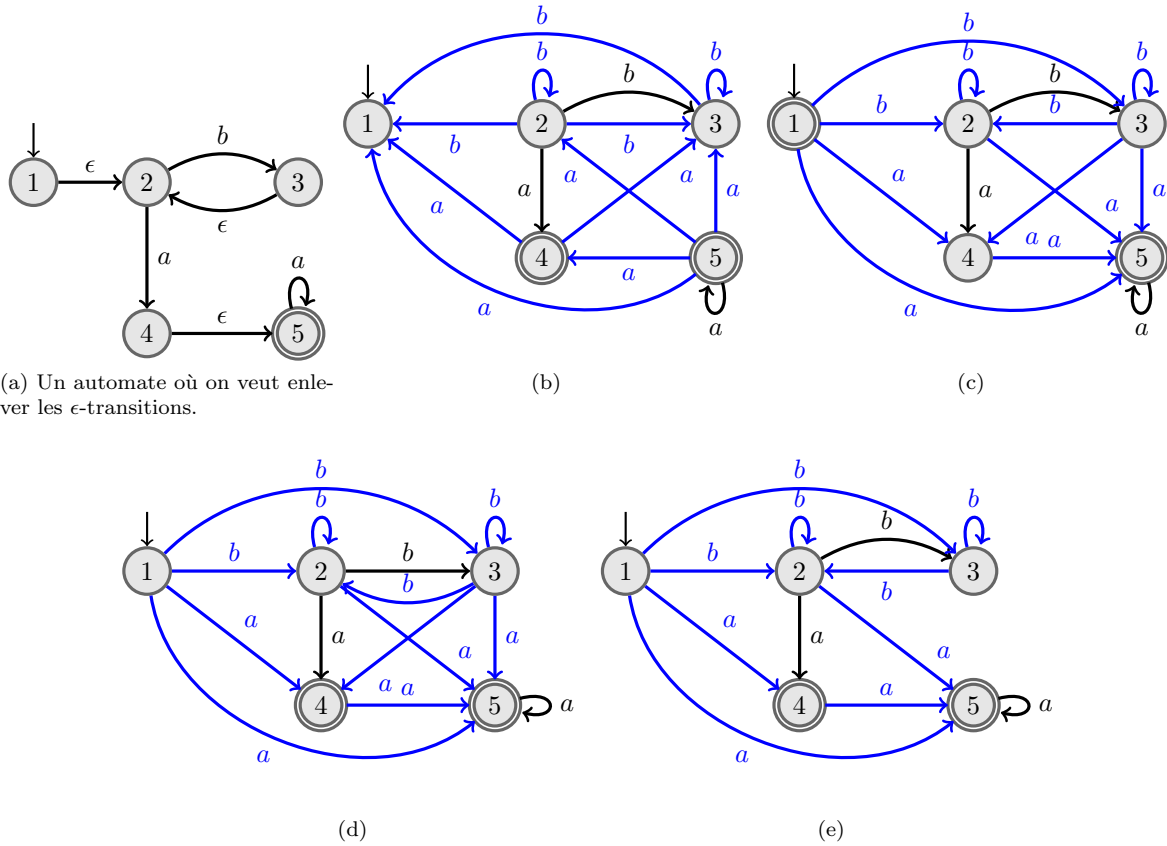
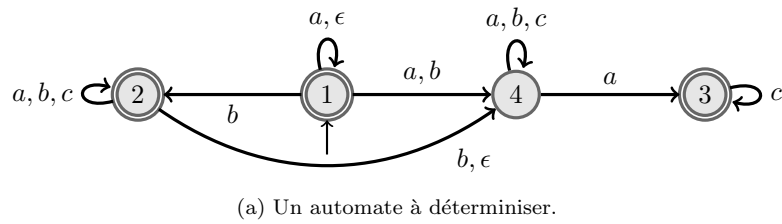
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ 10 est une ci pour L_2 . ☐ La cim de L_2 est 2. ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 0. ☐ La cim de L_2 est 3. ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

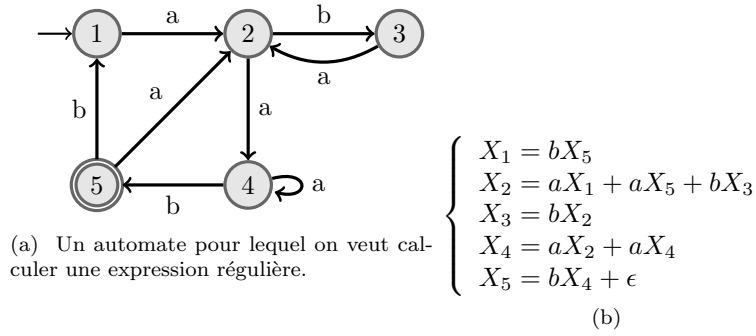
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

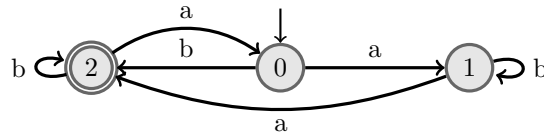


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

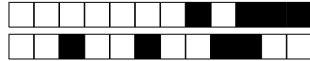
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

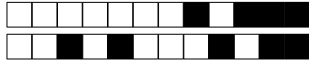
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 2 : ☒ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 5 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 7 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 11 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 13 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☒ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 15 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 17 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L est le langage universel.
- ☐ b L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c L a tous ses états accepteurs.
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ a Cette affirmation est vraie.
- ☐ b Cette affirmation est fausse.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ b La post-condition est la condition Q .
- ☐ c La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☒ b L est un langage régulier.
- ☒ c L contient le langage vide.
- ☐ d L est un langage irrégulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ b On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☒ c On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ d On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☒ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☒ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☒ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ b Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ b L'automate de départ était minimal.
- ☒ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ a La cim de L_3 est 5. ☐ b La cim de L_3 est 4. ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 3. ☒ e 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte. ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

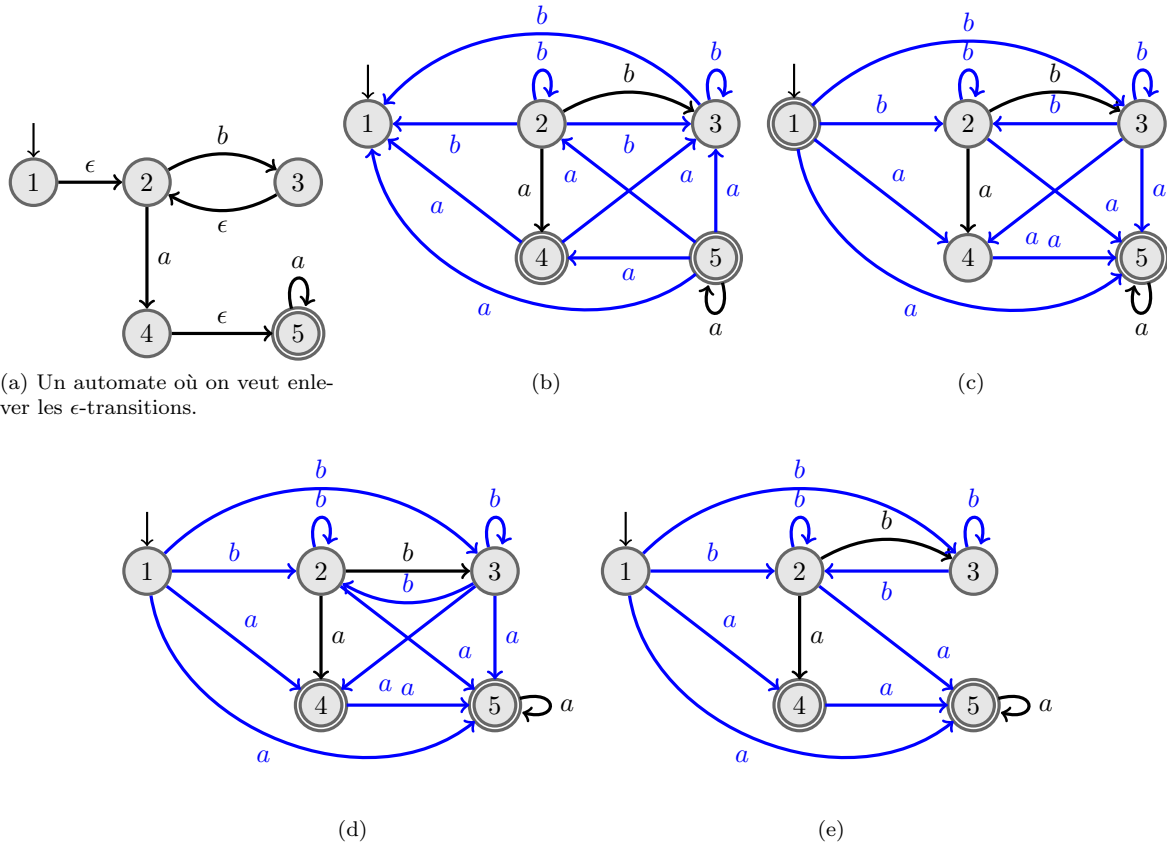
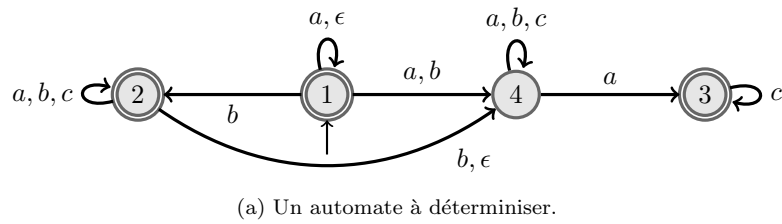
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a La cim de L_2 est 2. ☐ b La cim de L_2 est 0. ☐ c La cim de L_2 est 3.
- ☐ d 1 est une ci pour L_2 . ☒ e 10 est une ci pour L_2 . ☐ f La cim de L_2 est 1.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte. ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

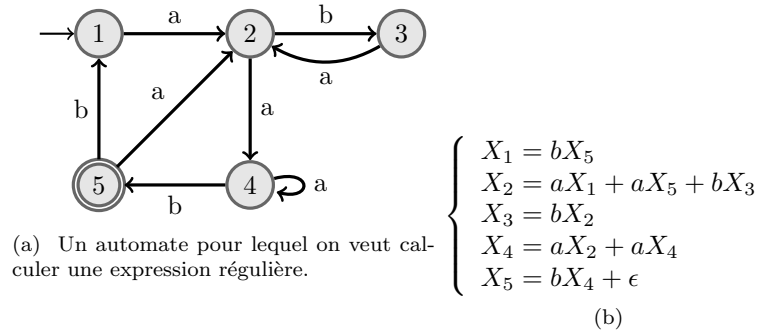
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

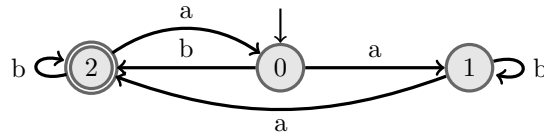


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

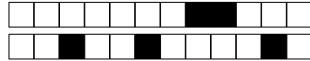
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 3 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : a ☐ ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☐ ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 8 : a ☐ b ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : a ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ ☐ ☐ g ☐ h
- Question 11 : a ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 12 : ☐ ☐ b ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 13 : ☐ ☐ ☐ c ☐ ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : a ☐ b ☐ c ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 15 : a ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 16 : a ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : a ☐ ☐ ☐ ☐ d ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

donner c ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

.....

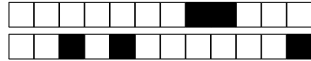
Question 20 :

donner ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i



Question 23 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- L contient le langage vide.
- L est un langage régulier.
- L est un langage irrégulier.
- $|L| < |L_1|$.
- Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- L'énoncé de la question est absurde.
- Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- La post-condition est la condition Q .
- La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- L'énoncé de la question est absurde.
- Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- L'énoncé de la question est absurde.
- Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- A reconnaît un langage complet.
- A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- A reconnaît le langage universel.
- Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- L'énoncé de la question est absurde.
- Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- L est le langage universel.
- L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- L reconnaît un langage déterministe.
- L a tous ses états accepteurs.
- Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- L'énoncé de la question est absurde.
- Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☐ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ c Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ d Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ e L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ d Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ f Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
<i>a</i>	2	2	3	3	6	6
<i>b</i>	3	3	4	4	6	6
<i>c</i>	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ b Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 2.
- ☐ b La cim de L_2 est 3.
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☐ d 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ e La cim de L_2 est 0.
- ☐ f 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 3.
- ☐ b La cim de L_3 est 5.
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ e La cim de L_3 est 4.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

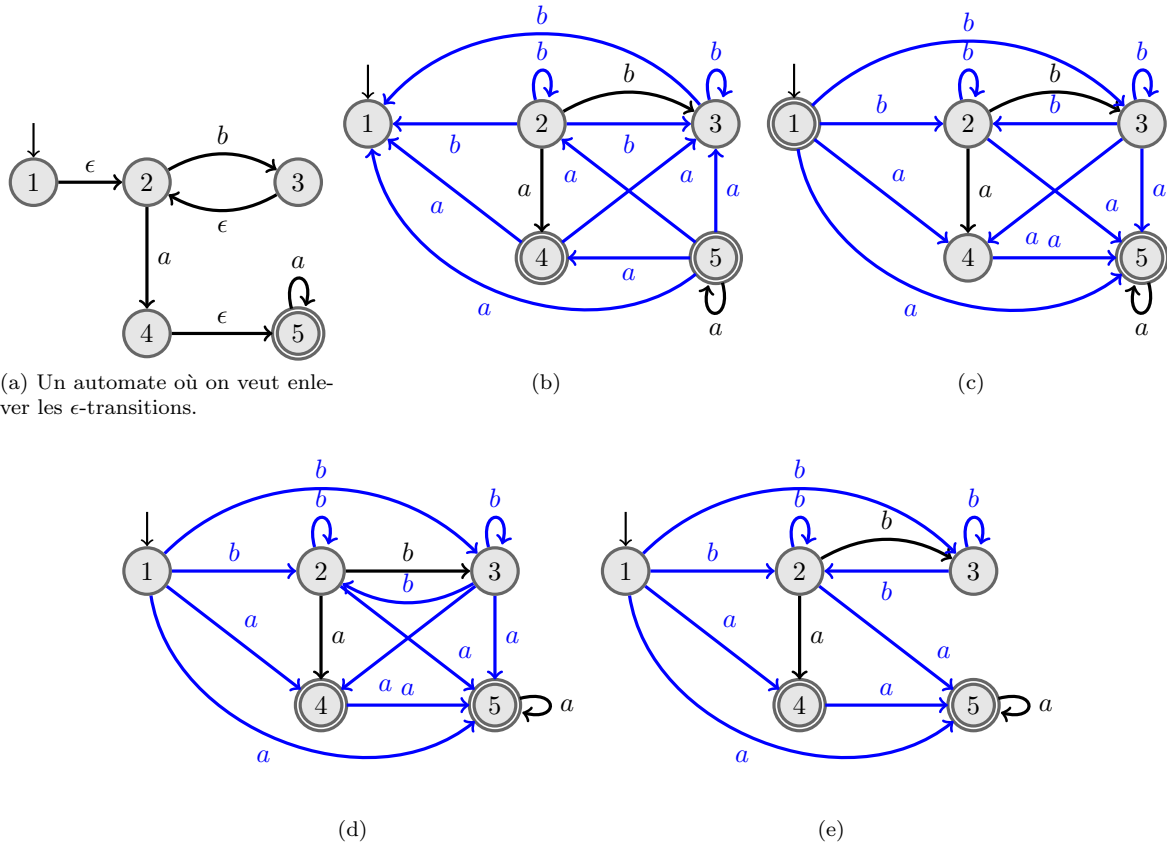
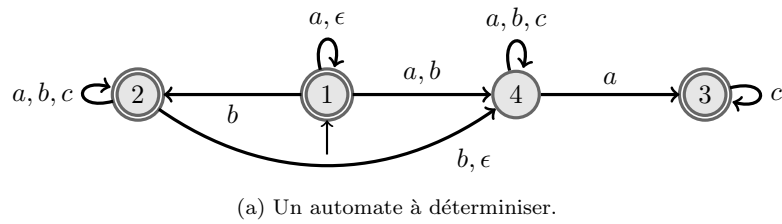
Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

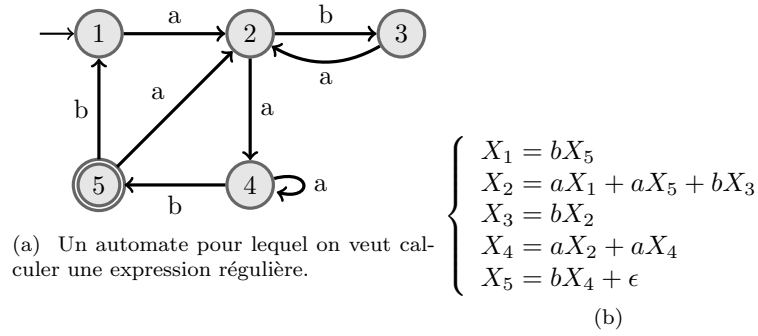
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

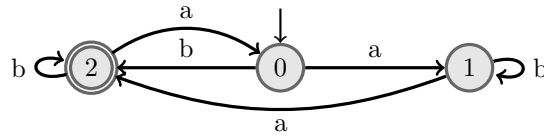


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ ☐ c d e f g h
- Question 3 : a ☐ ☐ d e f g
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ d e f g h
- Question 5 : ☐ b c d e f g h
- Question 6 : a b c d e f ☐ h
- Question 7 : a ☐ c d
- Question 8 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 9 : a b c d e ☐ g h
- Question 10 : a ☐ c d e f g h
- Question 11 : ☐ b ☐ d e f
- Question 12 : a b c ☐ e f g
- Question 13 : a b ☐ ☐ ☐ f ☐ h i j
- Question 14 : ☐ b c d e f g h
- Question 15 : a b c ☐ ☐ f g h
- Question 16 : a ☐ c d e f g ☐
- Question 17 : a ☐ c d e f g h
- Question 18 : a ☐ ☐ ☐ e f g h
- Question 19 : ☐ b c d e ☐ g h i
- Question 20 : a ☐ c ☐ e f g h

Question 21 :

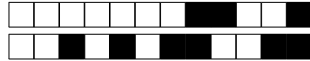
donner c ex ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner ex ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....



Question 23 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) L est le langage universel. | <input checked="" type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) L reconnaît un langage déterministe. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ d Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ c Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ d Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ b) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a) La cim de L_2 est 1.
- ☐ b) La cim de L_2 est 0.
- ☐ c) La cim de L_2 est 3.
- ☐ d) 1 est une ci pour L_2 .
- ☒ e) 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ f) La cim de L_2 est 2.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

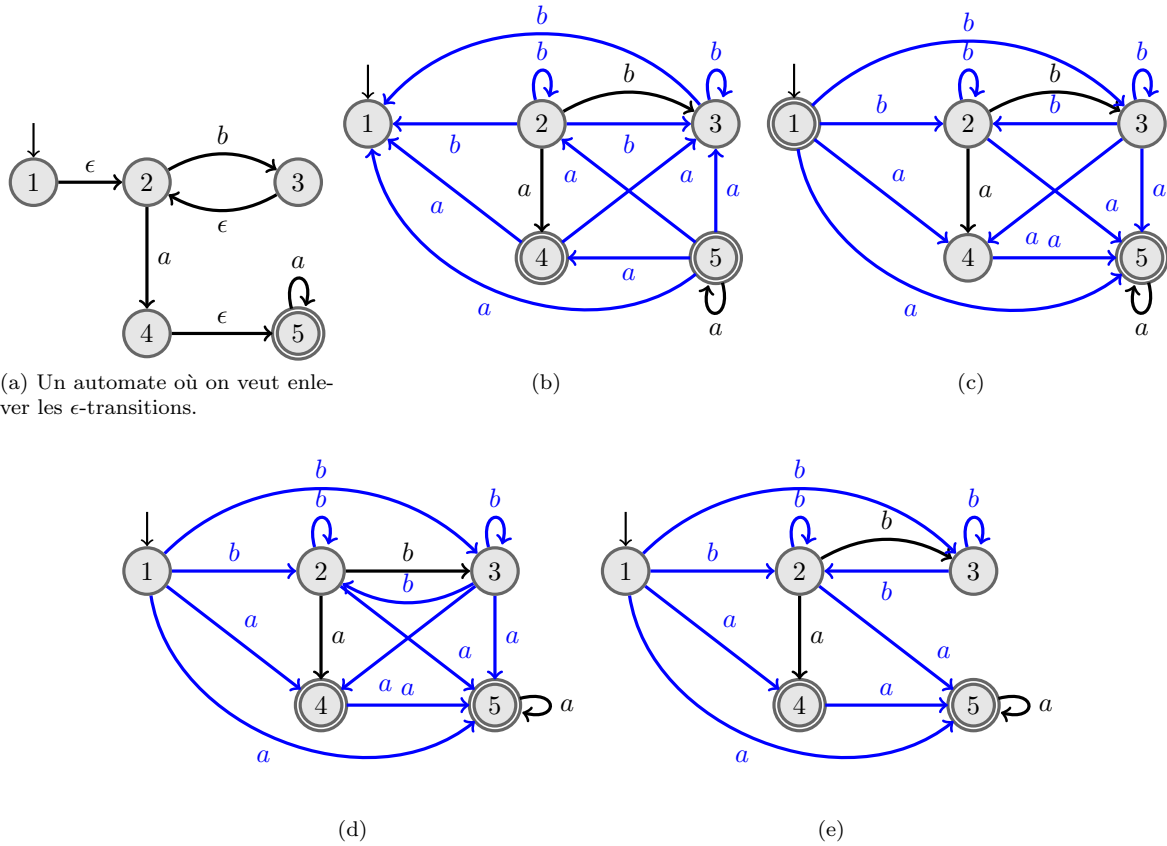
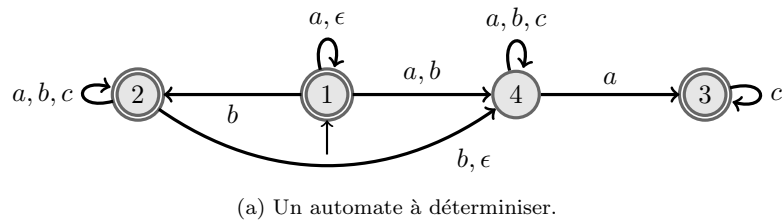
- ☒ a) La cim de L_3 est 5.
- ☐ b) 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ c) La cim de L_3 est 3.
- ☒ d) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ e) La cim de L_3 est 4.
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

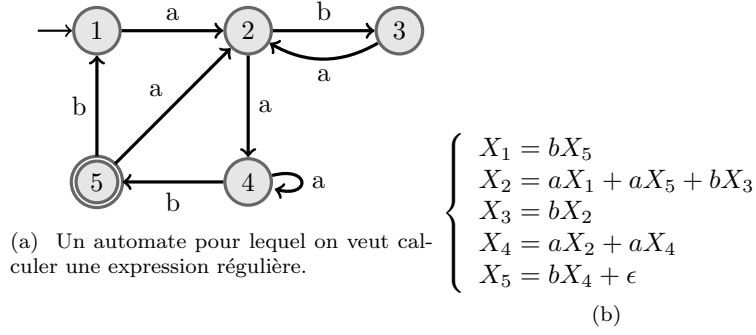
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

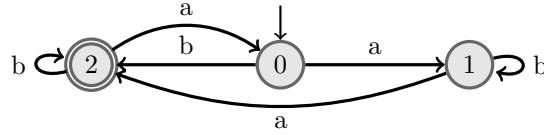


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

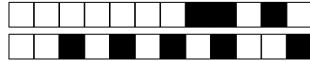
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 2 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 8 : ☒ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 14 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 15 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☒ g ☐ h ☐ i

Question 21 : ☒ ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) L est un langage irrégulier. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> b) L contient le langage vide. | <input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> c) L est un langage régulier. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |
| <input type="checkbox"/> d) $ L < L_1 $. | |
| <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. | |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ d) L'automate de départ était minimal.
- ☒ e) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b) L'automate de départ était minimal.
- ☐ c) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ b La cim de L_2 est 0.
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☐ d La cim de L_2 est 2.
- ☐ e 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ f La cim de L_2 est 3.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

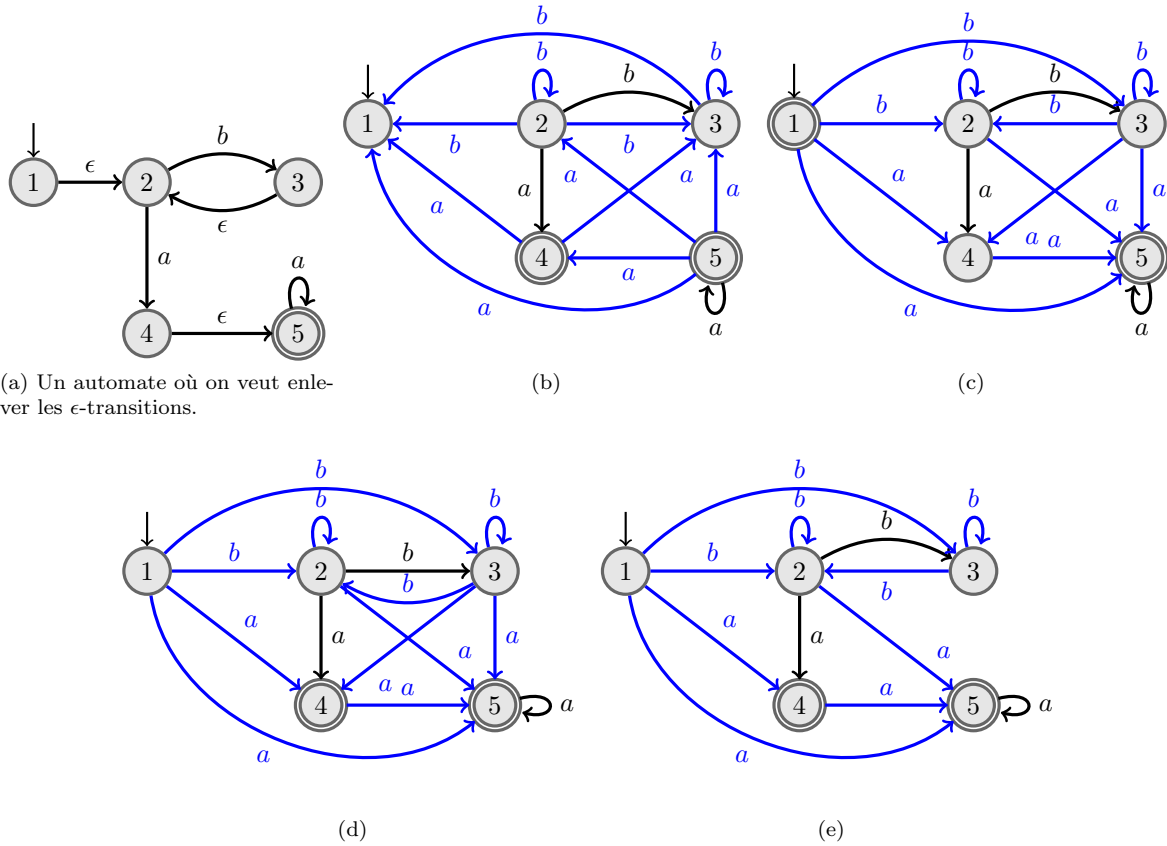
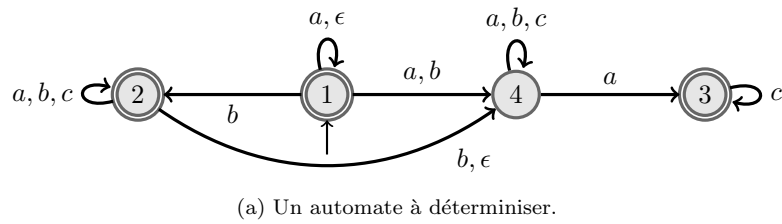
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 5.
- ☐ b 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ c La cim de L_3 est 3.
- ☐ d La cim de L_3 est 4.
- ☐ e 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

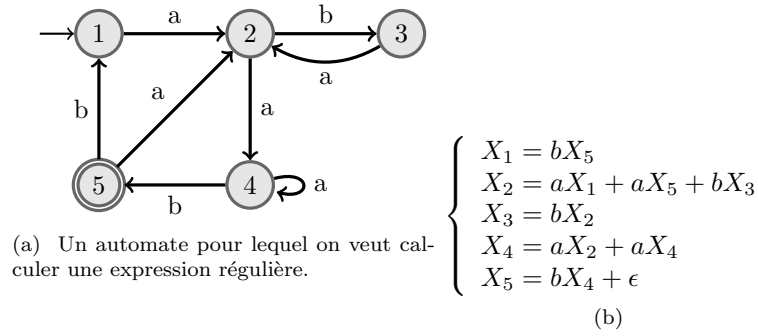
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

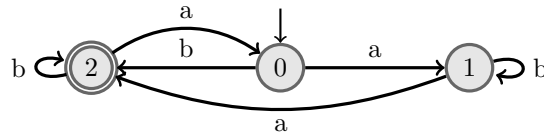


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

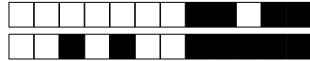
.....

Question 1 : a ☒ ☒ d e f g h
Question 2 : ☒ b c d e f g h
Question 3 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 4 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 5 : a b c d e f ☒ h
Question 6 : a ☒ ☒ ☒ e f g h
Question 7 : ☒ b c d
Question 8 : ☒ ☒ c d e f g
Question 9 : a b ☒ d e f g h
Question 10 : a b c d e ☒ g h
Question 11 : a b c ☒ e f g
Question 12 : a b c ☒ e f g h
Question 13 : a ☒ c ☒ e ☒ ☒ h i j
Question 14 : ☒ ☒ c d e f
Question 15 : a b ☒ d e f g h
Question 16 : a ☒ c ☒ ☒ f g h
Question 17 : ☒ b c d e f g ☒
Question 18 : a ☒ ☒ d e f g h

Question 19 :

donner c ex f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☒ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 22 : ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☒ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ d L'automate de départ était minimal.
- ☒ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ b) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a) La cim de L_2 est 3.
- ☒ b) 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ c) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ d) La cim de L_2 est 1.
- ☐ e) La cim de L_2 est 0.
- ☒ f) La cim de L_2 est 2.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

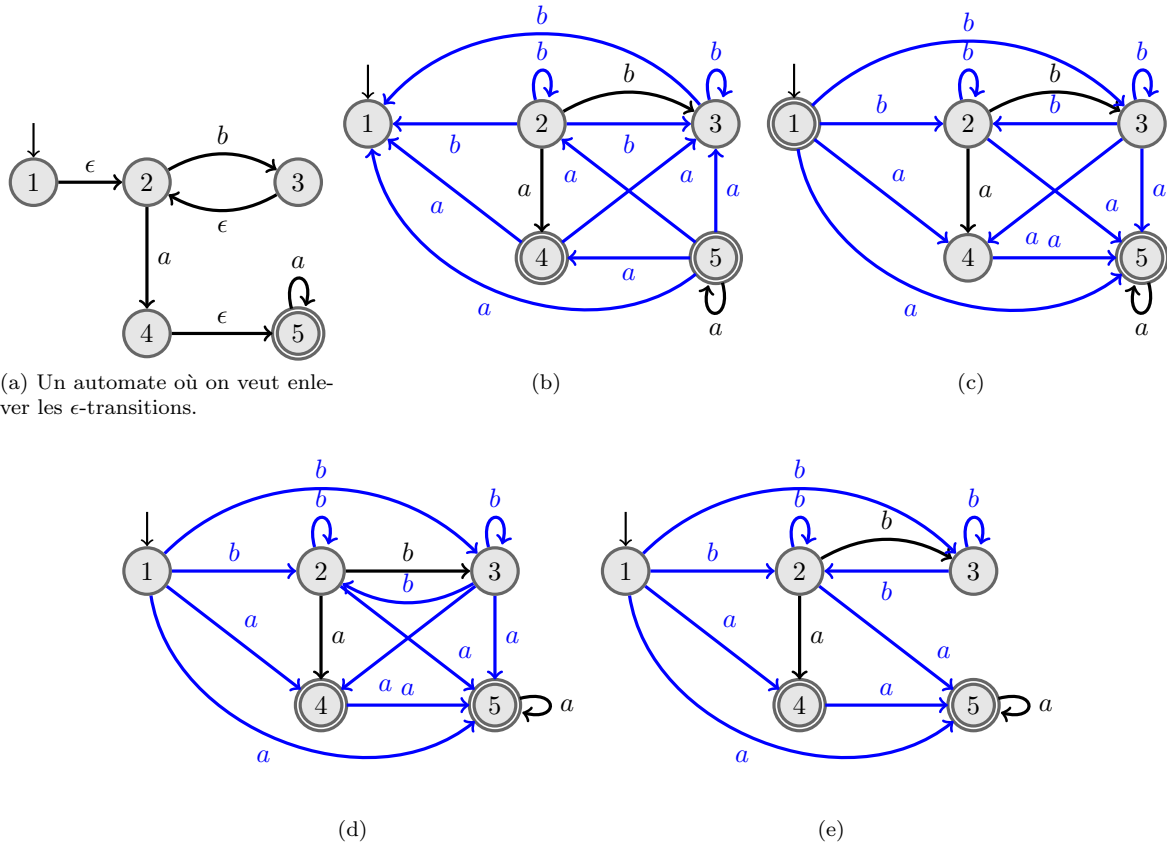
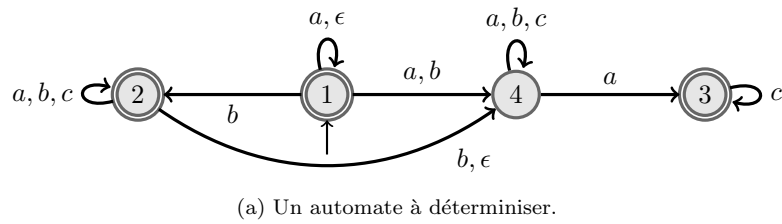
- ☐ a) La cim de L_3 est 4.
- ☒ b) La cim de L_3 est 5.
- ☐ c) 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ d) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ e) La cim de L_3 est 3.
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

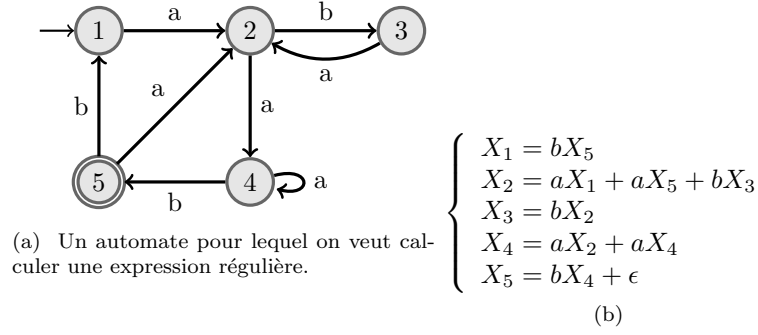
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

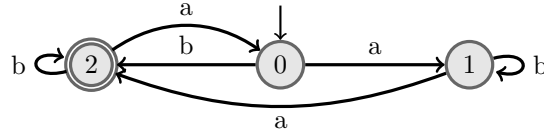


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

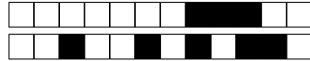
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ b ☐ ☐ d e f g
- Question 3 : ☐ ☐ c ☐ ☐ e f g h
- Question 4 : a ☐ ☐ c d e f g h
- Question 5 : ☐ b c d
- Question 6 : ☐ ☐ c d e f g h
- Question 7 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 8 : a b c d e f ☐ h
- Question 9 : a b c d e f ☐ h
- Question 10 : a b c d ☐ f g h
- Question 11 : ☐ b c d e f g h
- Question 12 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f g h i j
- Question 13 : a ☐ ☐ ☐ d e f
- Question 14 : a b c ☐ e f g
- Question 15 : a b ☐ ☐ e f g h
- Question 16 : a ☐ c ☐ ☐ f g h
- Question 17 : a b c d ☐ f g ☐
- Question 18 : a ☐ c d e f g h

Question 19 :

donner c ex f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....

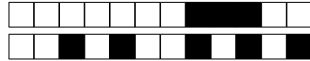
Question 20 : a ☐ ☐ c d e ☐ g h i

Question 21 : a ☐ ☐ c ☐ ☐ e f g h

Question 22 :

donner ex f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....



Question 23 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input checked="" type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) L reconnaît un langage déterministe. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ d) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ b) La cim de L_2 est 1.
- ☒ c) La cim de L_2 est 2.
- ☒ d) 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ e) La cim de L_2 est 3.
- ☐ f) La cim de L_2 est 0.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

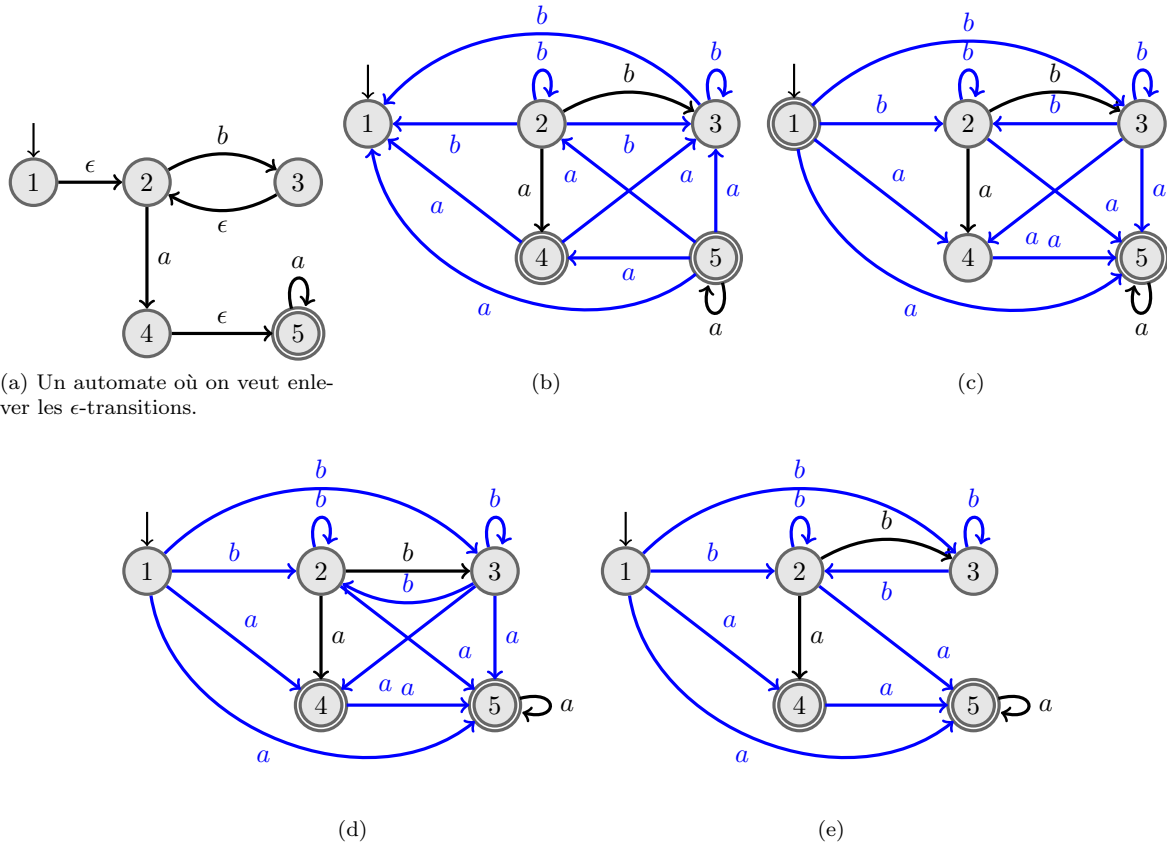
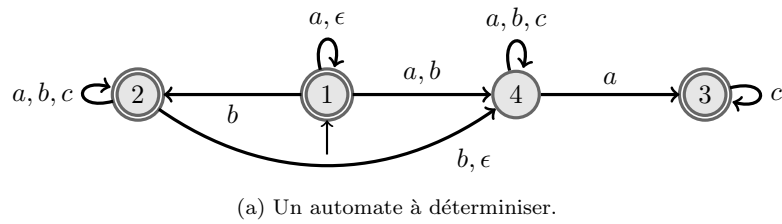
Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ a) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ b) La cim de L_3 est 3.
- ☐ c) La cim de L_3 est 4.
- ☒ d) La cim de L_3 est 5.
- ☐ e) 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

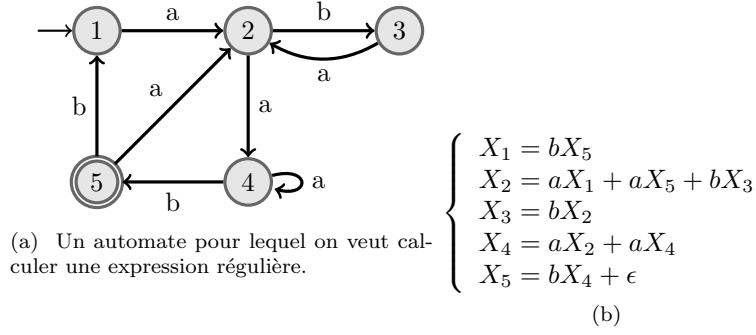
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

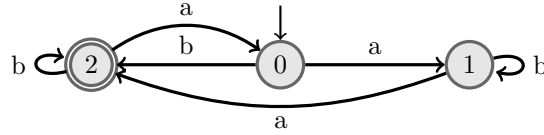


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

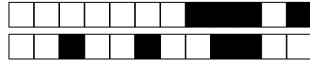
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 2 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☒ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 8 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 13 : ☒ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

donner ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

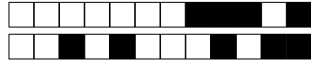
.....

Question 20 : ☐ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 : ☒ ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input checked="" type="checkbox"/> d) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ c L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d L est le langage universel.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ b La post-condition est la condition Q .
- ☐ c La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ a Cette affirmation est vraie.
- ☐ b Cette affirmation est fausse.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☒ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ e) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b) L'automate de départ était minimal.
- ☐ c) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ b) L'automate de départ était minimal.
- ☐ c) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ e) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 1.
- ☐ b La cim de L_2 est 3.
- ☐ c La cim de L_2 est 0.
- ☐ d 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ e 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ f La cim de L_2 est 2.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

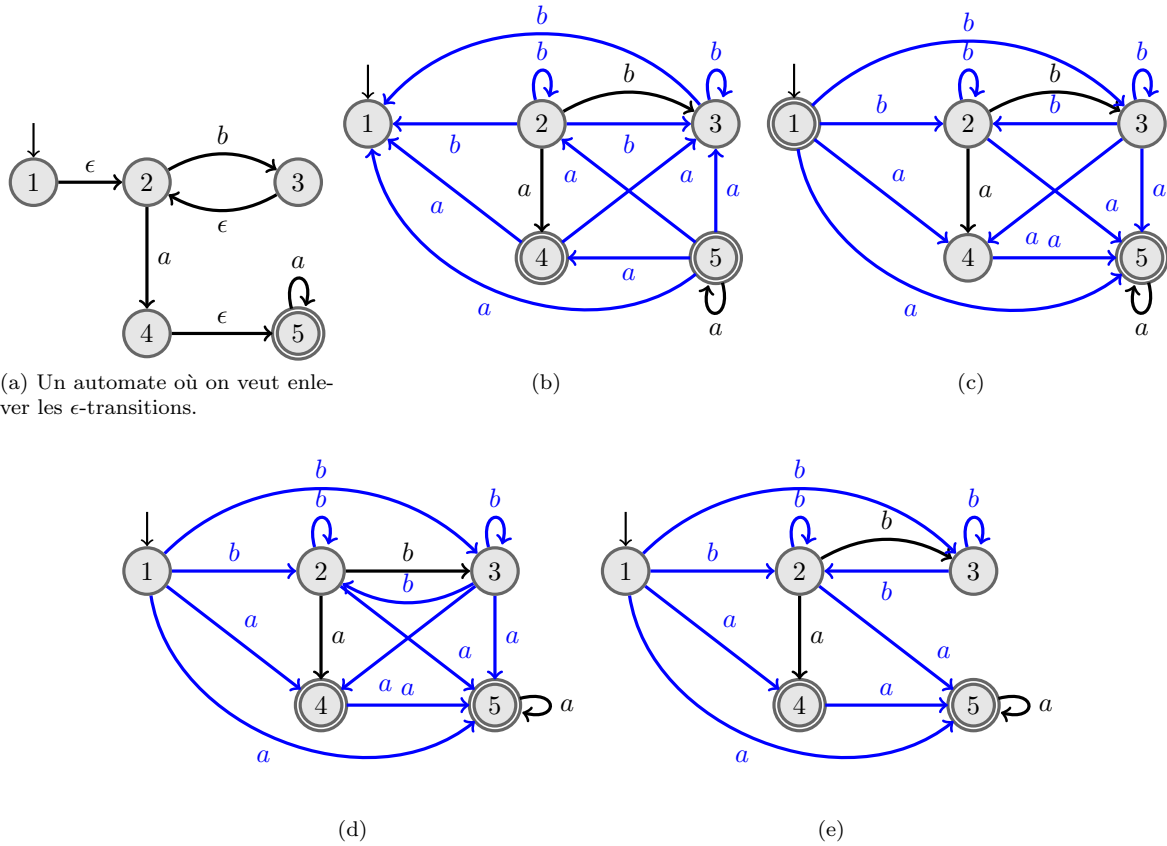
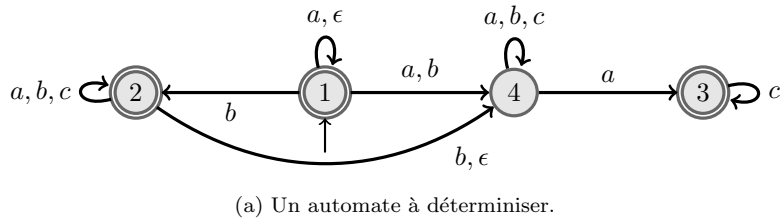
- ☐ a La cim de L_3 est 5.
- ☐ b 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 4.
- ☐ e La cim de L_3 est 3.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

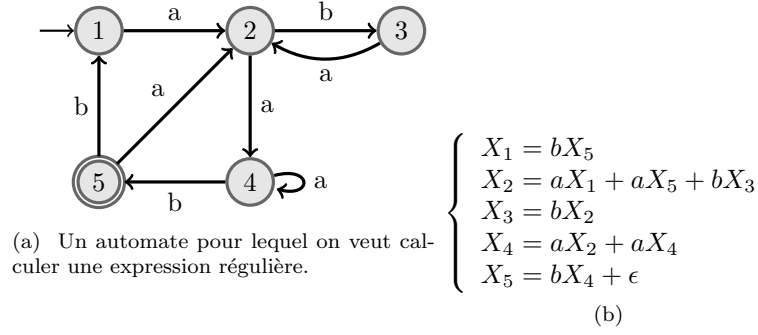
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

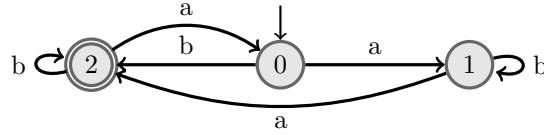


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

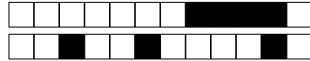
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

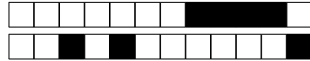
Question 1 : a b c ☒ e f g h
Question 2 : a b c d e f ☒ h
Question 3 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f
Question 4 : ☒ ☒ c d e f g
Question 5 : ☒ b c d
Question 6 : ☒ ☒ ☒ ☒ e f
Question 7 : ☒ b c ☒ e f g h
Question 8 : ☒ ☒ ☒ d e f g h
Question 9 : a b c d ☒ f g h
Question 10 : ☒ b c d e f g h
Question 11 : ☒ b c d e f g h
Question 12 : a b c ☒ e f g
Question 13 : ☒ b ☒ d e f
Question 14 : a ☒ c d ☒ ☒ ☒ h i j
Question 15 : a b c ☒ ☒ f g h
Question 16 : a b ☒ d e f g h
Question 17 : a b c d ☒ f g ☒
Question 18 : a ☒ ☒ d ☒ f g h
Question 19 : a b c d ☒ ☒ g h i

Question 20 :

donner c ex f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☒ ☒ c d e f g h



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ c) La post-condition est la condition Q .
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L est le langage universel.
- ☐ b) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît le langage universel.
- ☒ b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) A reconnaît un langage complet.
- ☐ d) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ b) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ c) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ d) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ a) Cette affirmation est vraie.
- ☐ b) Cette affirmation est fausse.
- ☐ c) L'affirmation est absurde.
- ☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage irrégulier.
- ☐ b $|L| < |L_1|$.
- ☐ c L contient le langage vide.
- ☐ d L est un langage régulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ c Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ d Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ e L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ g Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ h Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ c Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ e Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ g Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☒ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
<i>a</i>	2	2	3	3	6	6
<i>b</i>	3	3	4	4	6	6
<i>c</i>	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☒ a Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ b La cim de L_2 est 2.
- ☐ c La cim de L_2 est 0.
- ☐ d La cim de L_2 est 1.
- ☐ e 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ f La cim de L_2 est 3.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

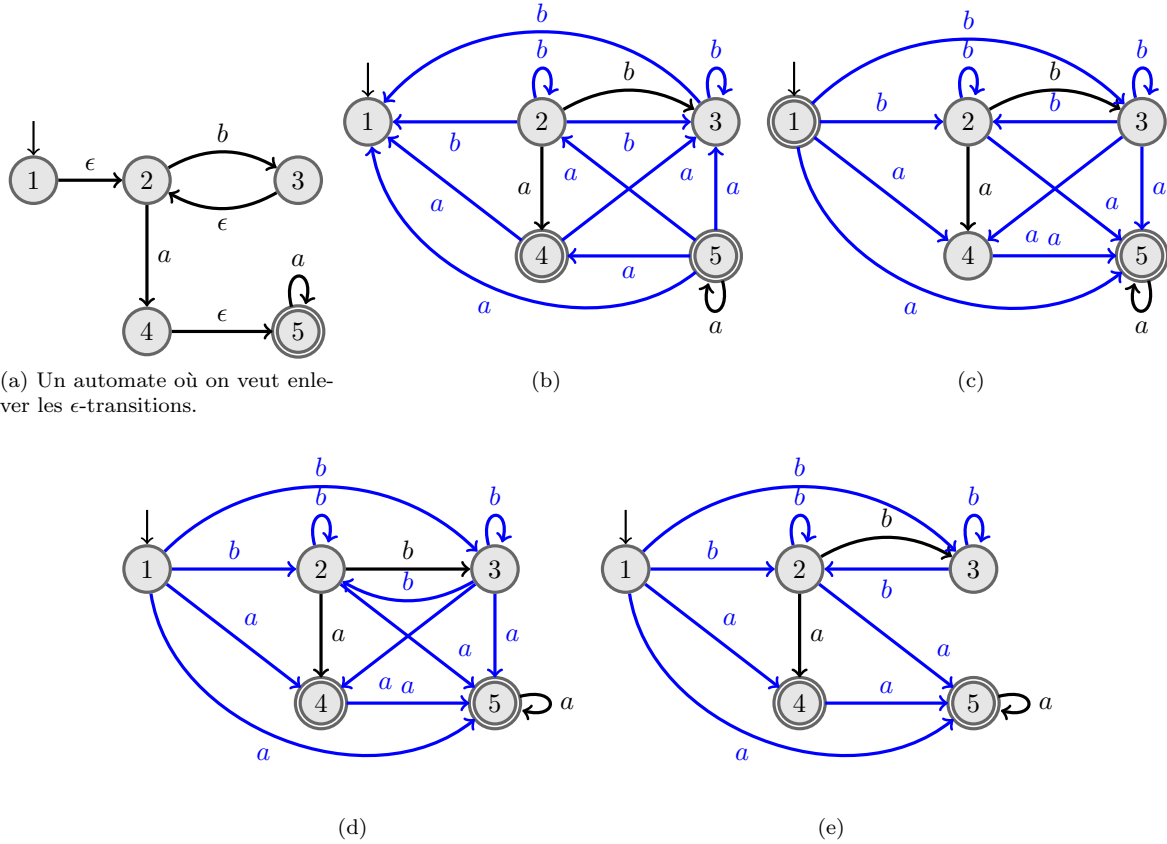
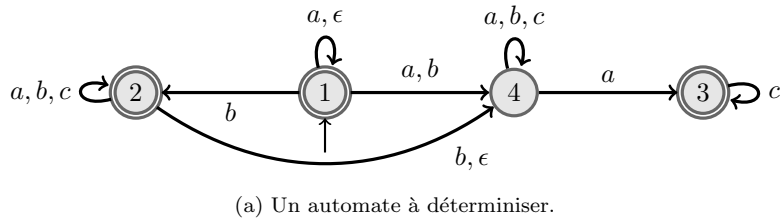
Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 3.
- ☐ b La cim de L_3 est 5.
- ☐ c 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 4.
- ☐ e 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

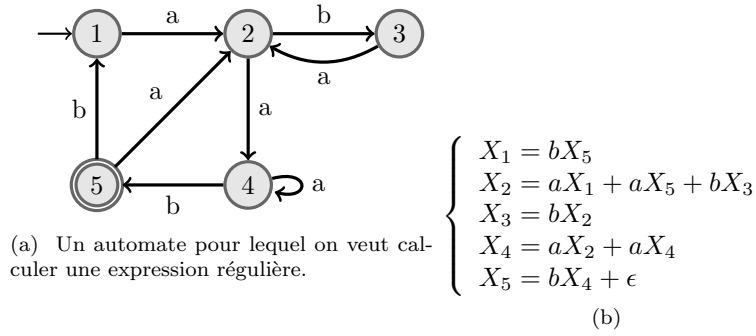
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

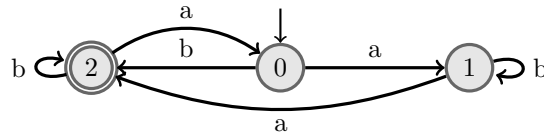


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐

Question 2 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 3 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 4 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 5 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐

Question 6 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐

Question 7 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 8 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐

Question 9 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 10 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 11 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐

Question 12 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐

Question 13 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐

Question 14 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 15 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

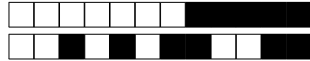
Question 16 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 17 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 18 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 19 :

donner ex ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐ k ☐ l ☐ m ☐ n ☐ o ☐ p ☐ q ☐ r ☐ s ☐ t ☐ u ☐ v ☐ w ☐ x ☐ y ☐ z ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐ G ☐ H ☐ I ☐ J ☐ K ☐ L ☐ M ☐ N ☐ O ☐ P ☐ Q ☐ R ☐ S ☐ T ☐ U ☐ V ☐ W ☐ X ☐ Y ☐ Z ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ . ☐ , ☐ - ☐ + ☐ = ☐ < ☐ > ☐ % ☐ / ☐ * ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~ ☐ ! ☐ @ ☐ # ☐ \$ ☐ % ☐ & ☐ ' ☐ (☐) ☐ [☐] ☐ { ☐ } ☐ < ☐ > ☐ = ☐ + ☐ - ☐ * ☐ / ☐ ^ ☐ _ ☐ ~



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ c Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ d Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ e L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ f Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ b L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☒ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a) La cim de L_2 est 1.
- ☒ b) 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ c) La cim de L_2 est 2.
- ☐ d) La cim de L_2 est 3.
- ☐ e) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ f) La cim de L_2 est 0.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

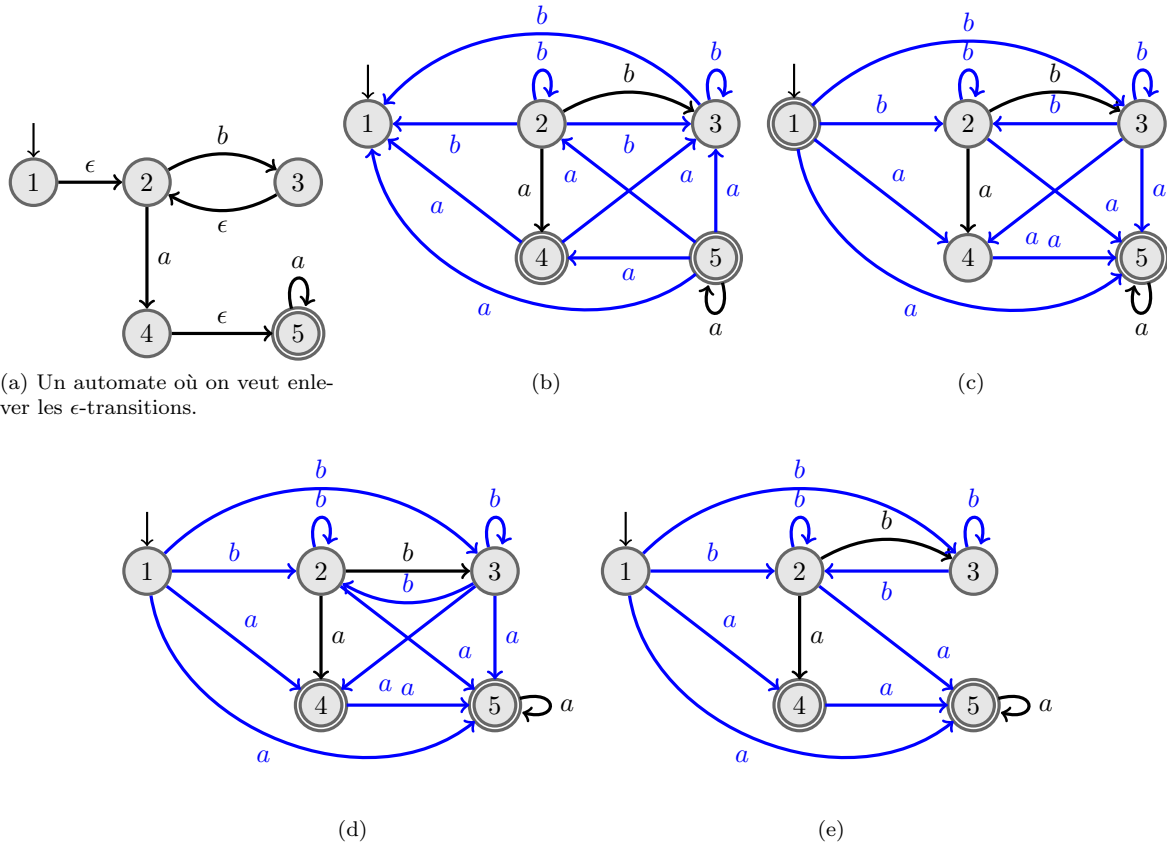
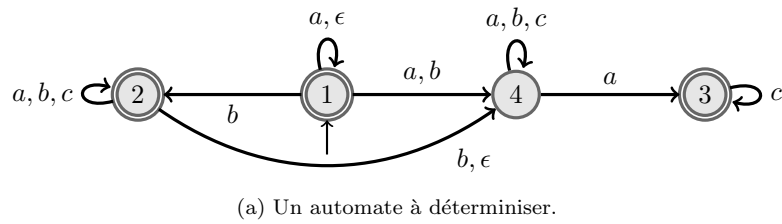
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ a) La cim de L_3 est 5.
- ☐ b) 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ c) La cim de L_3 est 4.
- ☐ d) La cim de L_3 est 3.
- ☒ e) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

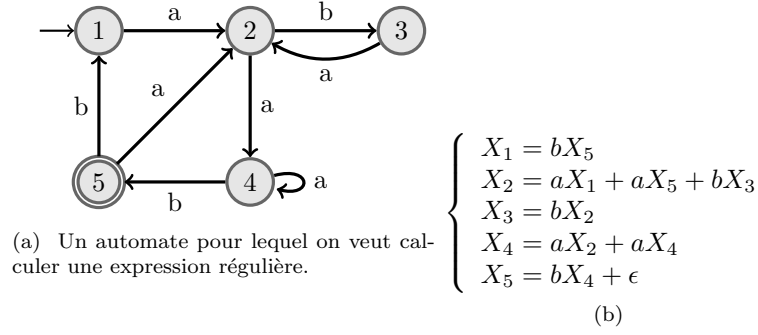
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

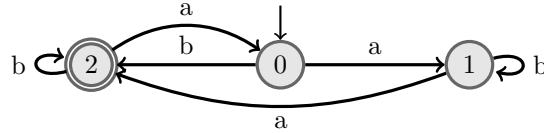


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

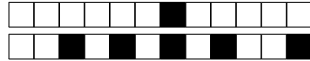
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ ☐ ☐ d e f g h
- Question 3 : a ☐ ☐ d e f g
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 5 : ☐ b c d
- Question 6 : a b c d e f ☐ h
- Question 7 : ☐ b c d e f g h
- Question 8 : a b ☐ ☐ e f g h
- Question 9 : a b c d ☐ f g h
- Question 10 : ☐ b c d e f g h
- Question 11 : ☐ b ☐ d ☐ f ☐ h i j
- Question 12 : ☐ b ☐ d e f
- Question 13 : a ☐ c d e f g h
- Question 14 : a b c ☐ e f g
- Question 15 : a ☐ ☐ ☐ e f g h
- Question 16 : ☐ b c d e f g ☐
- Question 17 : ☐ b ☐ d e f g h
- Question 18 : a b ☐ d e f g h
- Question 19 : a ☐ ☐ d e f g h i



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ ■ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 :

donner ex ☐ f ☒ ■ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner c ex ☐ f ☒ ■ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☒ ■ ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ■ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ ■ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> L est un langage régulier. | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> L contient le langage vide. | <input type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> L est un langage irrégulier. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |
| <input type="checkbox"/> $ L < L_1 $. | |
| <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. | |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ c) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ f) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☒ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ a) La cim de L_3 est 5.
- ☐ b) La cim de L_3 est 4.
- ☐ c) 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ d) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ e) La cim de L_3 est 3.
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

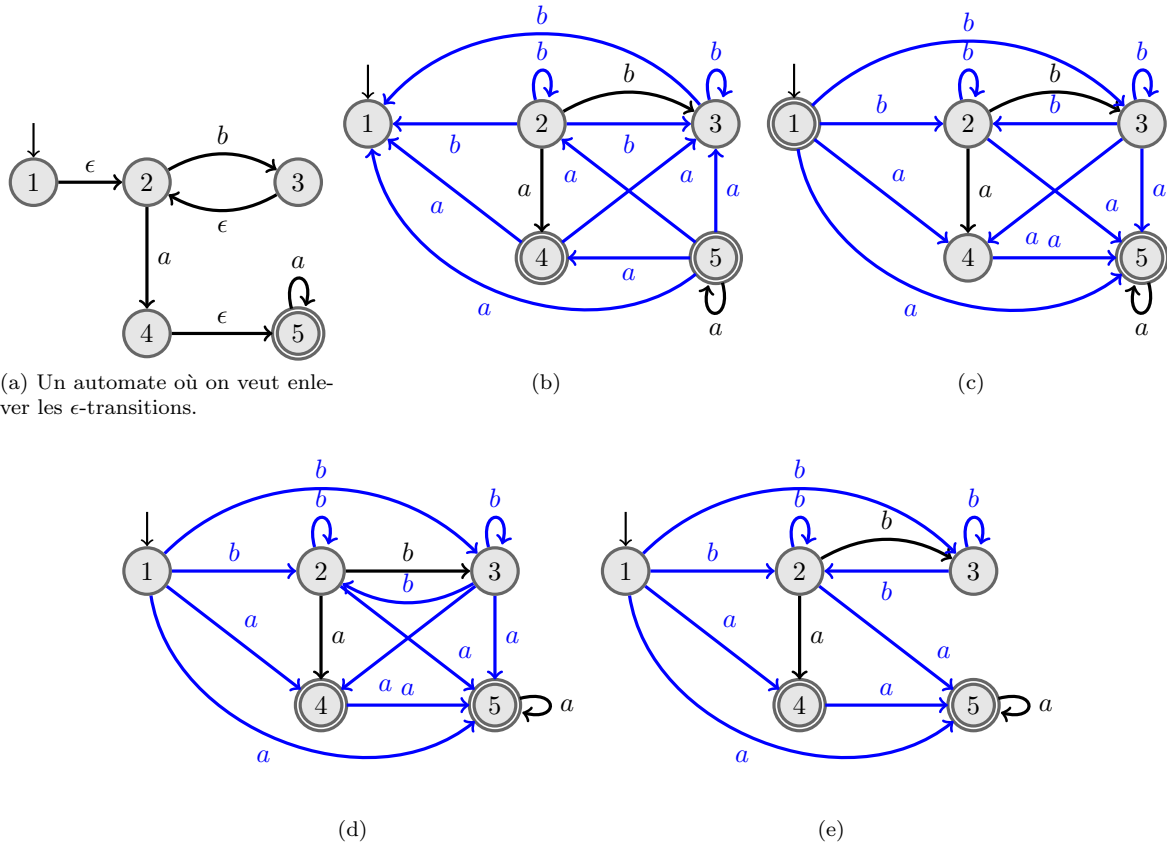
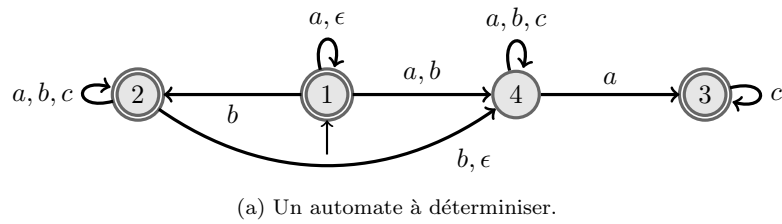
- ☒ a) 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ b) La cim de L_2 est 2.
- ☐ c) La cim de L_2 est 1.
- ☐ d) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ e) La cim de L_2 est 3.
- ☐ f) La cim de L_2 est 0.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

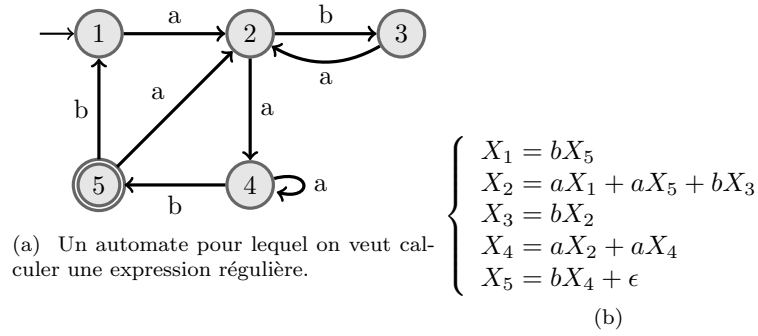
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

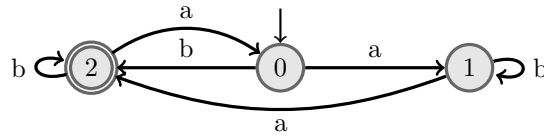


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

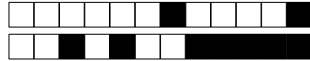
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 3 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 7 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 8 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 12 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ ☐ ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 13 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 16 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☒ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 21 : ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> b) L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) L reconnaît un langage déterministe. | <input checked="" type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☒ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

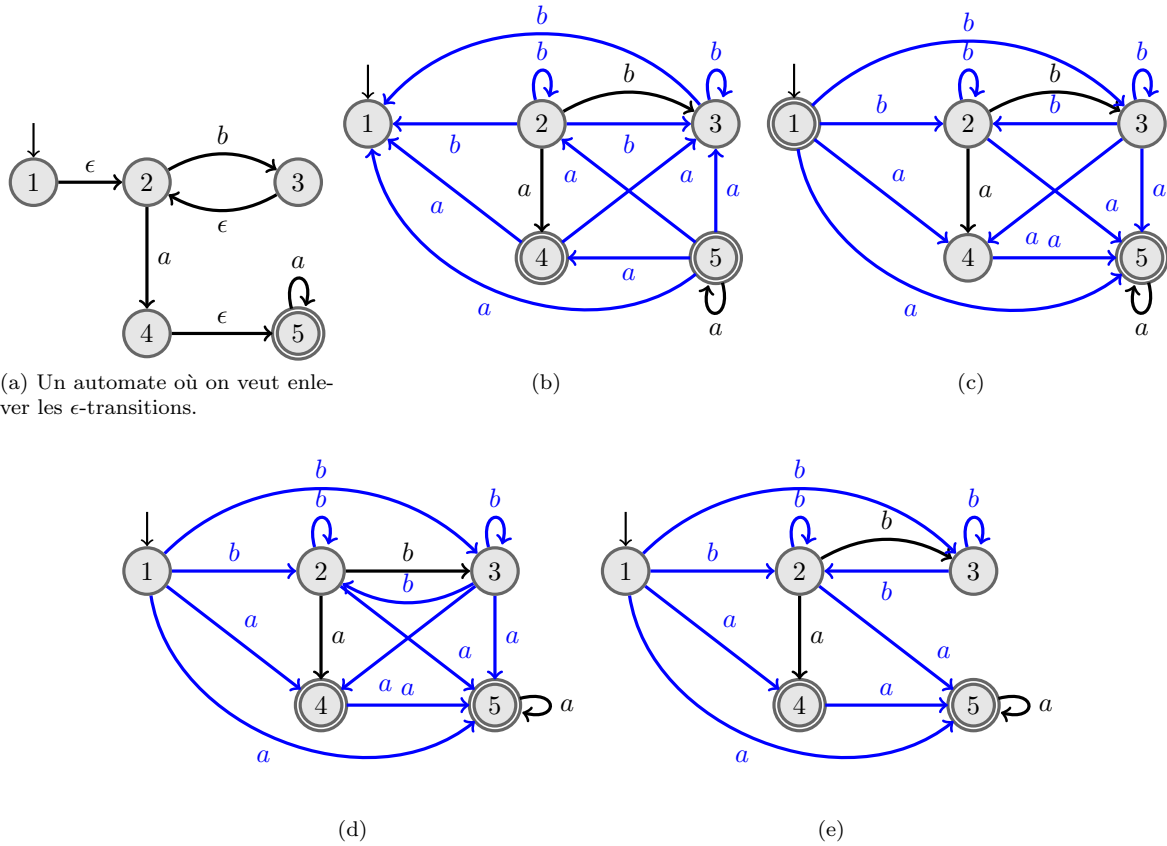
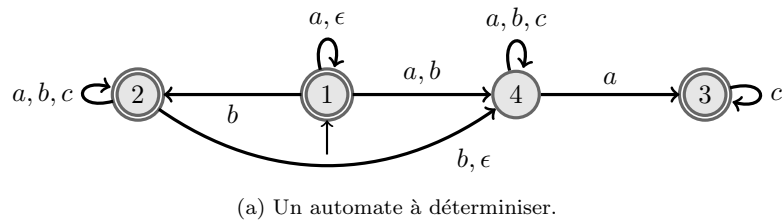
- ☒ a 10 est une ci pour L_2 . ☐ b 1 est une ci pour L_2 . ☐ c La cim de L_2 est 3.
- ☐ d La cim de L_2 est 0. ☐ e La cim de L_2 est 1. ☒ f La cim de L_2 est 2.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte. ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 3. ☐ b La cim de L_3 est 4. ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ d La cim de L_3 est 5. ☒ e 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte. ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

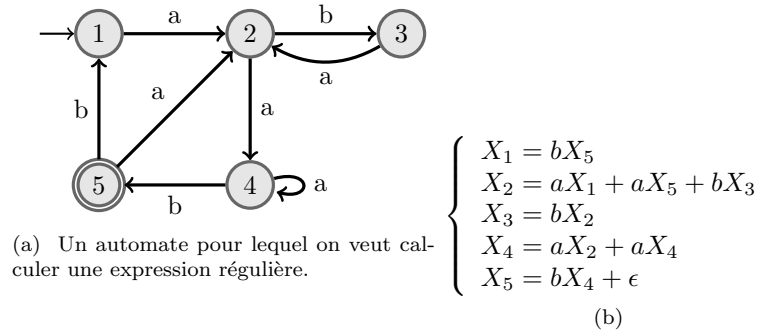
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

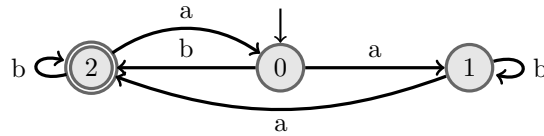


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 2 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : ☒ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 8 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☒ e ☒ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 13 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 15 : ☒ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

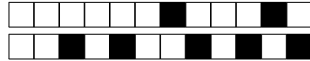
donner c ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....

Question 20 :

donner ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input checked="" type="checkbox"/> b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☐ b L est un langage régulier.
- ☐ c L est un langage irrégulier.
- ☐ d L contient le langage vide.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ b On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ c On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ d On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est vraie.
- ☐ b Cette affirmation est fausse.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L est le langage universel.
- ☐ b) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ c) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c) La post-condition est la condition Q .
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ b) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ c) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ d) Aucun des automates n'est équivalent.
- ☒ e) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ g) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ h) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☒ a) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ b) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ c) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ e) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ f) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ g) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ b La cim de L_2 est 2.
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☐ d 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ e La cim de L_2 est 3.
- ☐ f La cim de L_2 est 0.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

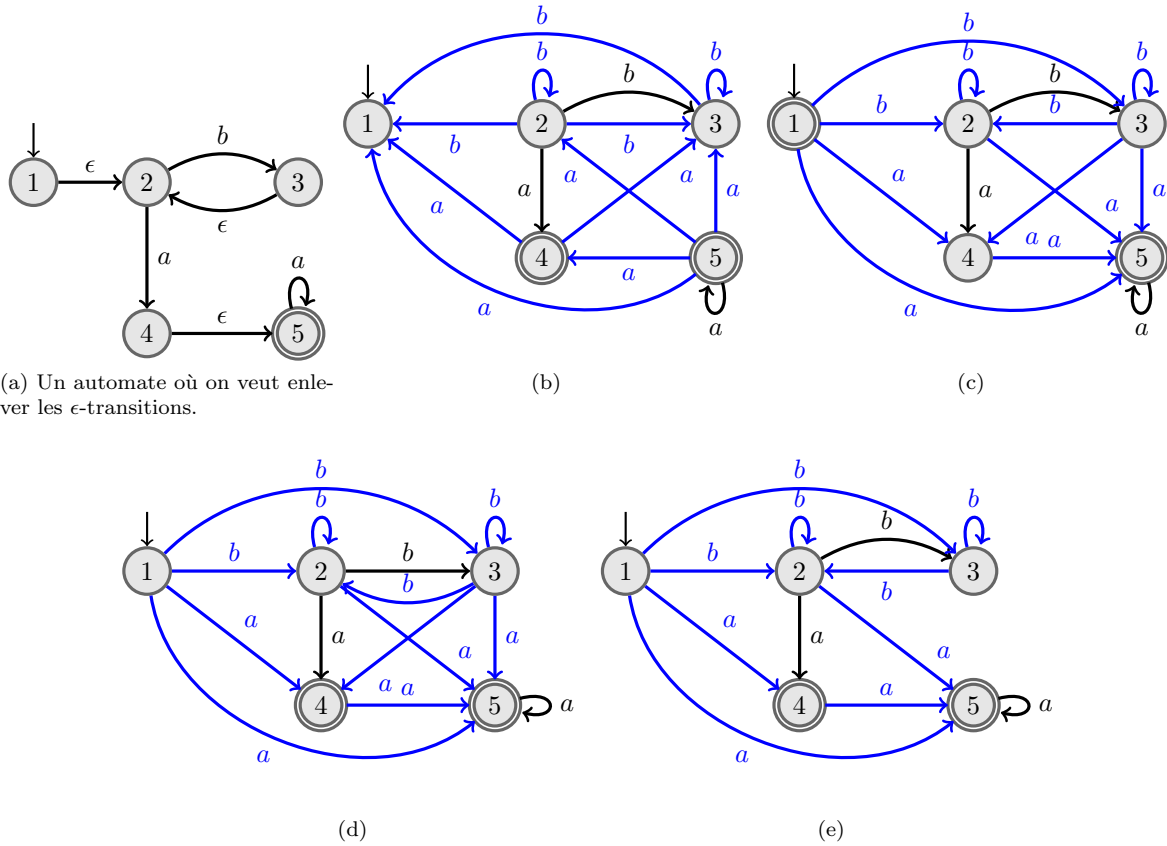
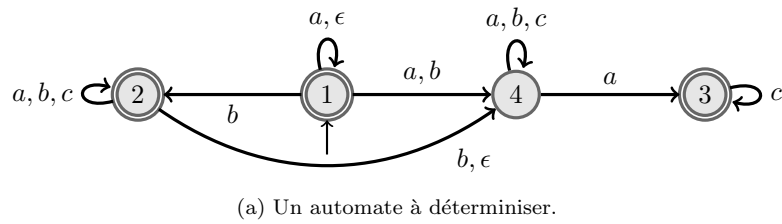
- ☒ a 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 3.
- ☒ e La cim de L_3 est 5.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

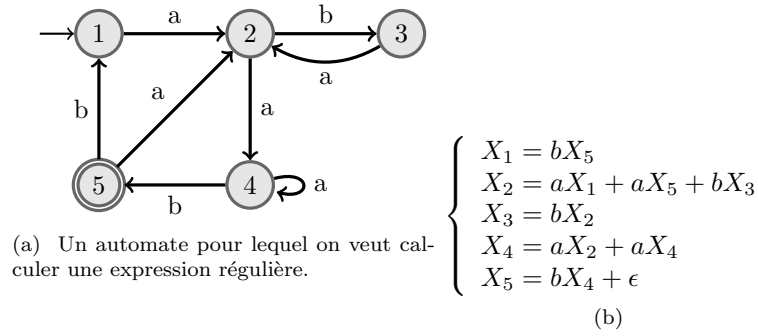
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

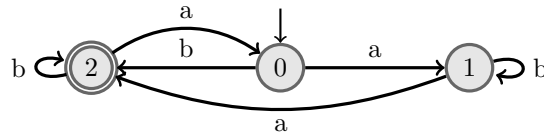


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

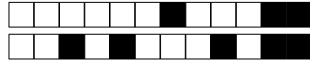
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 5 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 8 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☒ e ☒ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 18 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 21 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- La post-condition est la condition Q .
- La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input checked="" type="checkbox"/> A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Cette affirmation est fausse. | <input type="checkbox"/> L'affirmation est absurde. |
| <input checked="" type="checkbox"/> Cette affirmation est vraie. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> L reconnaît un langage déterministe. | <input checked="" type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage irrégulier.
- ☐ b Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ c L contient le langage vide.
- ☐ d L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ e L est un langage régulier.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.
- ☐ g $|L| < |L_1|$.
- ☐ h Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ b Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ e L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ f Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ g Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ c Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ e L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ f Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ g Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ c Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ d Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ f L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ g Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ c Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ d Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

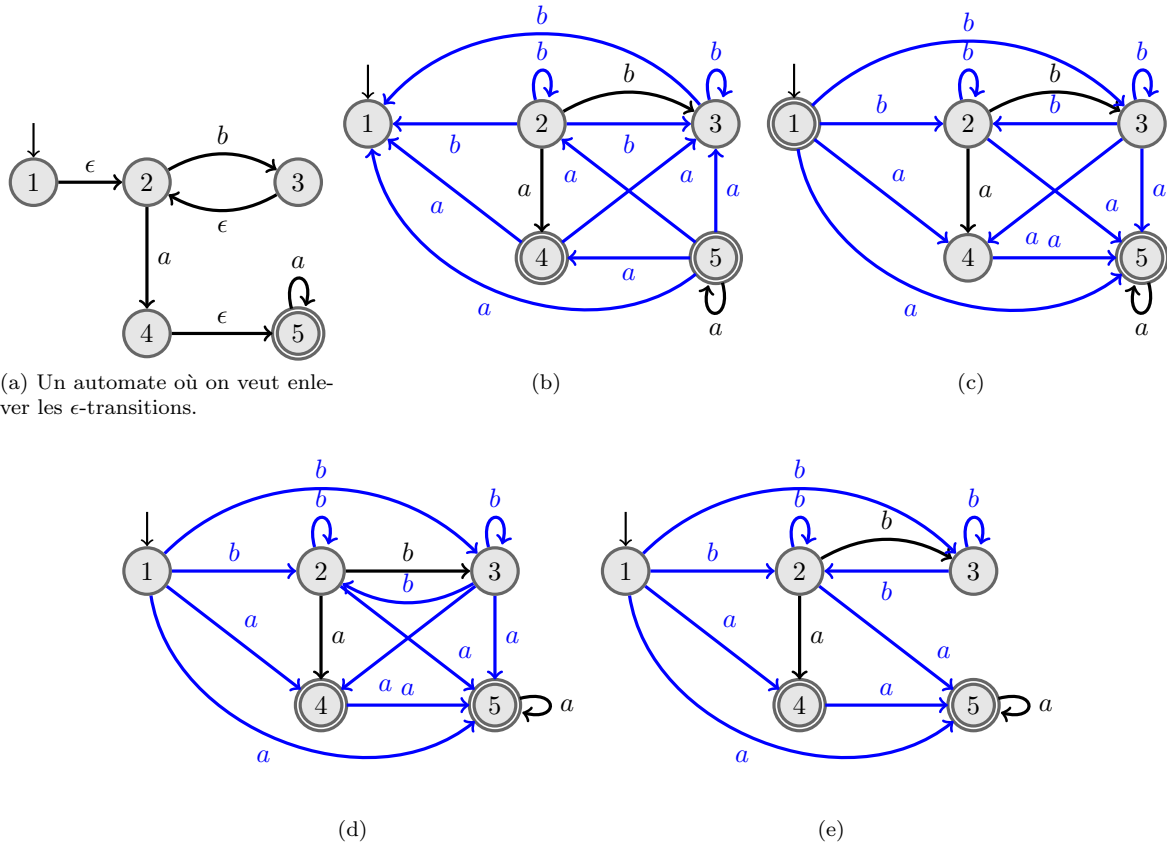
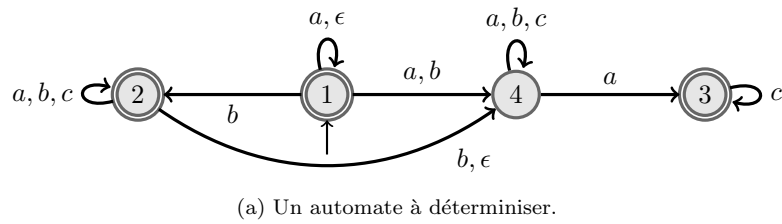
Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

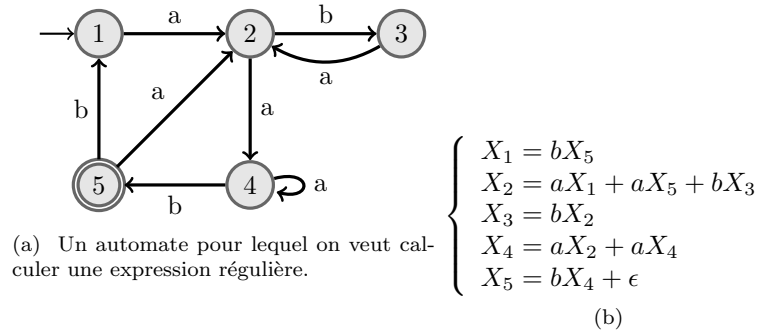
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

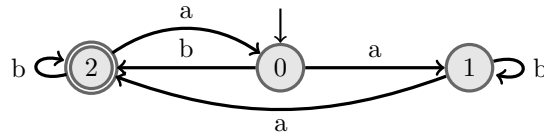


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 2 : ☐ ☐ ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 7 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ ☐ ☐ ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 14 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i
- Question 20 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 21 :

donner ex ☐ f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner c ex ☐ f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....



Question 23 :

f pf pj ■ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 24 :

■ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ▢ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- Ⓔ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- Ⓕ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- Ⓖ L'énoncé de la question est absurde.
- Ⓗ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☒ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☒ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4e correspond. | <input type="checkbox"/> Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4b correspond. | |
| <input type="checkbox"/> Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ **a** Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ **b** Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ **c** Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ **d** Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ **e** Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ **f** Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ **g** Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ **a** Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ **b** L'automate de départ était minimal.
- ☐ **c** L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ **d** L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ **e** L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ **f** Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ **a** L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ **b** L'automate de départ était minimal.
- ☒ **c** L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ **d** L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ **e** Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ **f** Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a La cim de L_2 est 2.
- ☐ b 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ c La cim de L_2 est 0.
- ☐ d La cim de L_2 est 1.
- ☒ e 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ f La cim de L_2 est 3.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

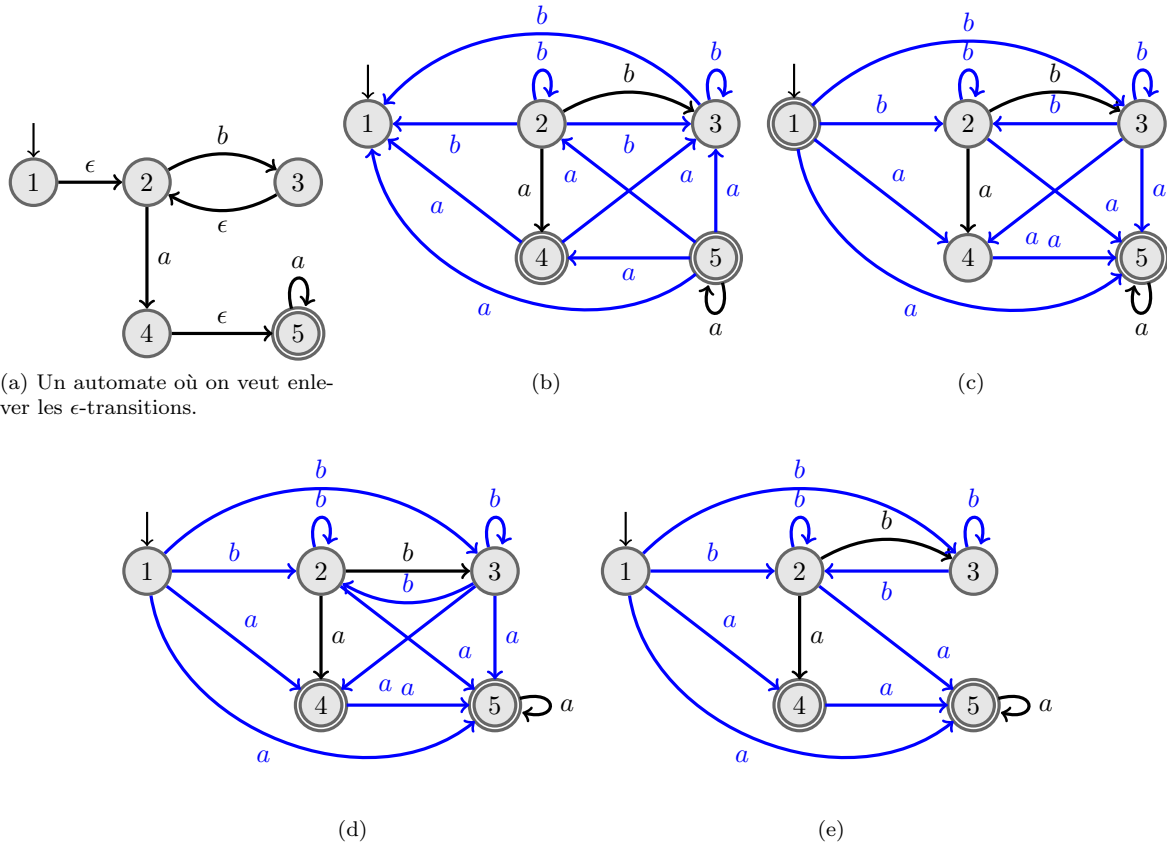
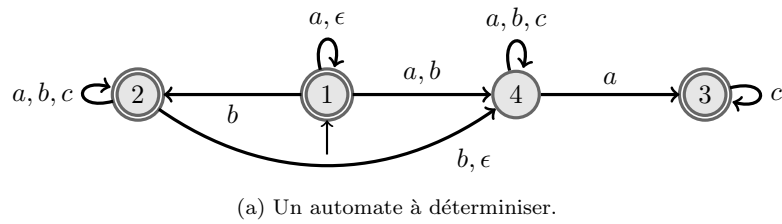
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 3.
- ☒ b 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 4.
- ☒ e La cim de L_3 est 5.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

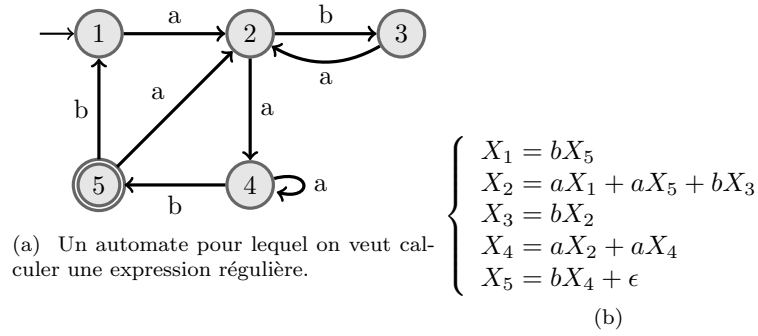
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

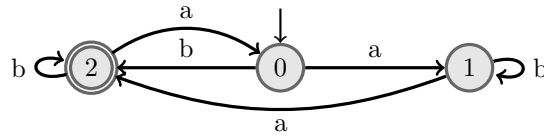


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 7 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 14 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h

Question 19 :

donner ex ☐ a ☒ b *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 22 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b L est le langage universel.
- ☐ c L a tous ses états accepteurs.
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a La post-condition est la condition Q .
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ c La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage irrégulier.
- ☒ b L contient le langage vide.
- ☒ c L est un langage régulier.
- ☐ d $|L| < |L_1|$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ f) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ c Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☐ c La cim de L_3 est 3.
- ☒ d 10 est une ci pour L_3 .
- ☒ e La cim de L_3 est 5.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

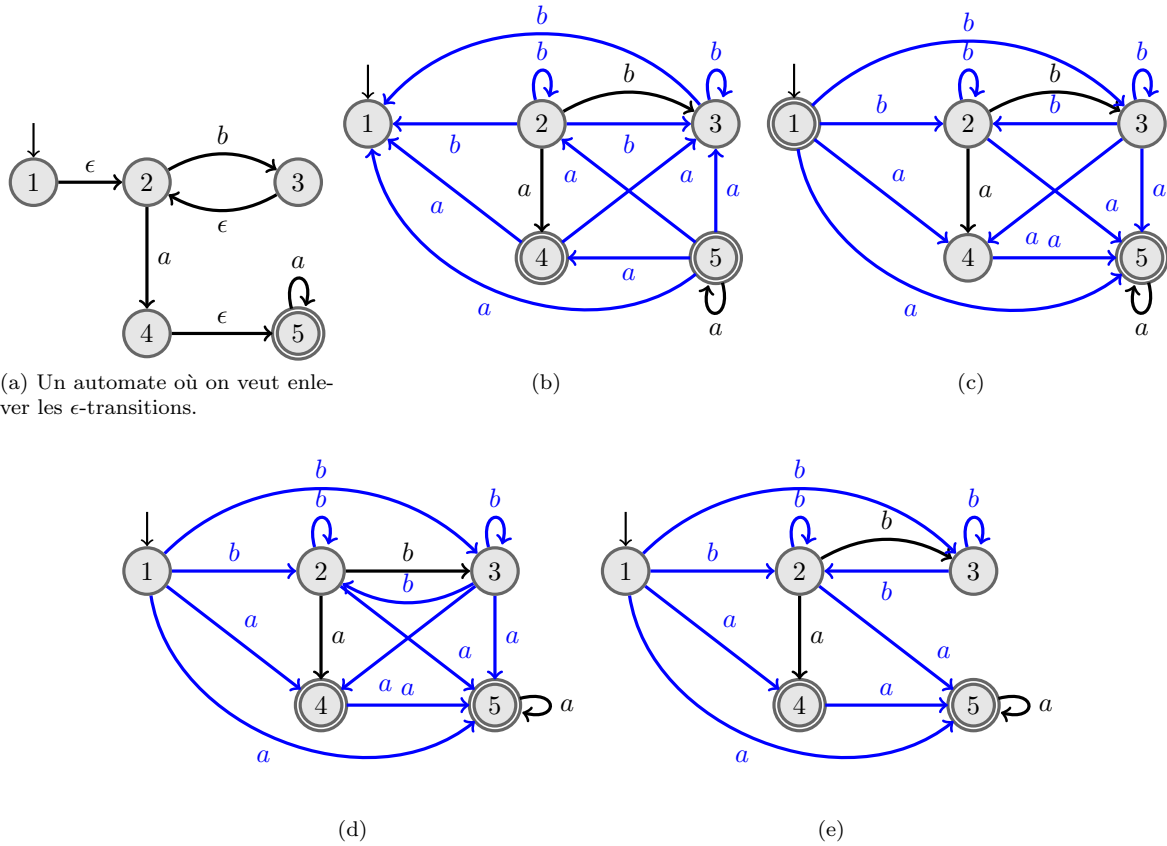
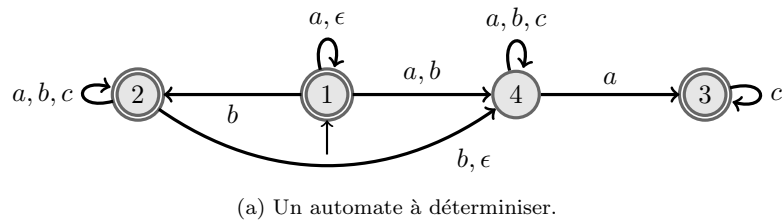
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 0.
- ☒ b La cim de L_2 est 2.
- ☐ c 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ d La cim de L_2 est 3.
- ☐ e La cim de L_2 est 1.
- ☒ f 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

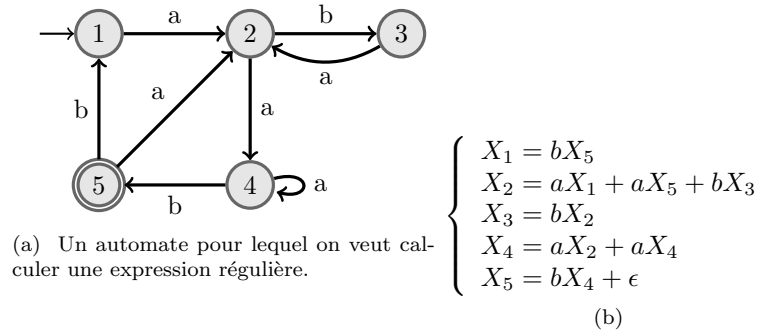
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

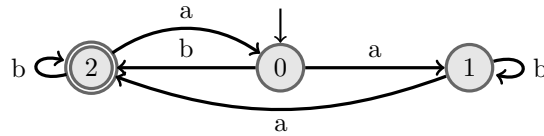


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 3 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 4 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d
- Question 5 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 6 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 8 : ☐ a ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☒ ☒ ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : ☒ ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 15 : ☒ ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 17 : ☒ ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- | | |
|--|--|
| <p><input type="checkbox"/> a) $L < L_1$.</p> <p><input type="checkbox"/> b) L est un langage régulier.</p> <p><input type="checkbox"/> c) L est un langage irrégulier.</p> <p><input type="checkbox"/> d) L contient le langage vide.</p> <p><input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.</p> | <p><input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.</p> <p><input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde.</p> <p><input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.</p> |
|--|--|



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☒ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☒ Cette affirmation est vraie.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | | | |
|-------------------------------------|--|----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> a | Celui de la Figure 4b correspond. | <input type="checkbox"/> f | Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> b | Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> g | Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> c | Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> h | Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input checked="" type="checkbox"/> | Celui de la Figure 4e correspond. | | |
| <input type="checkbox"/> e | Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | | |

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ c Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ d Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'automate de départ était minimal.
- ☐ b) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ c) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ d) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ c) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ b) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ c) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ d) L'automate de départ était minimal.
- ☐ e) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

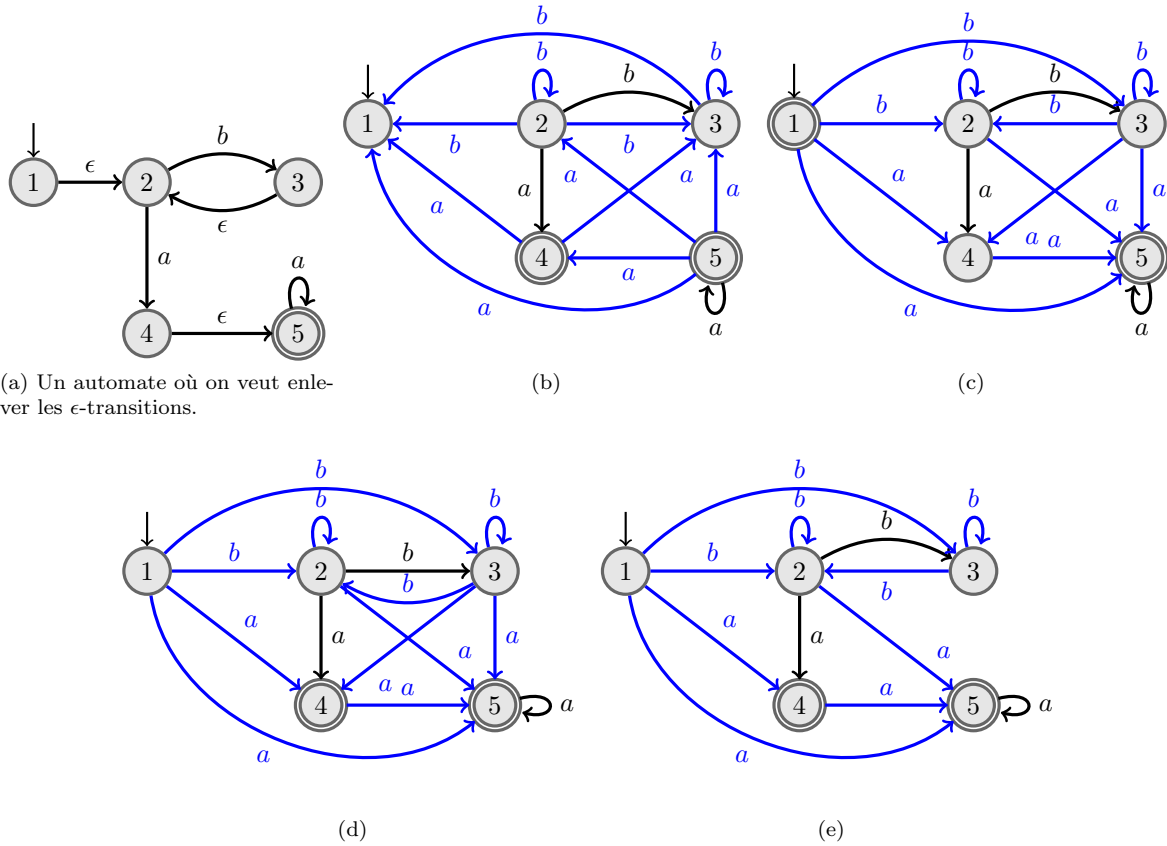
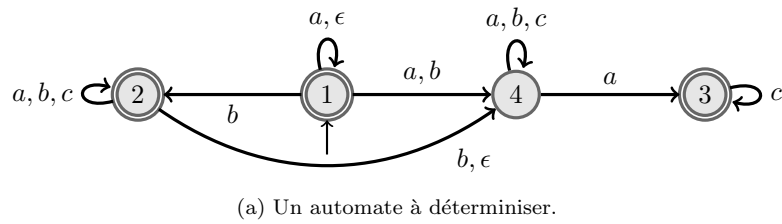
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

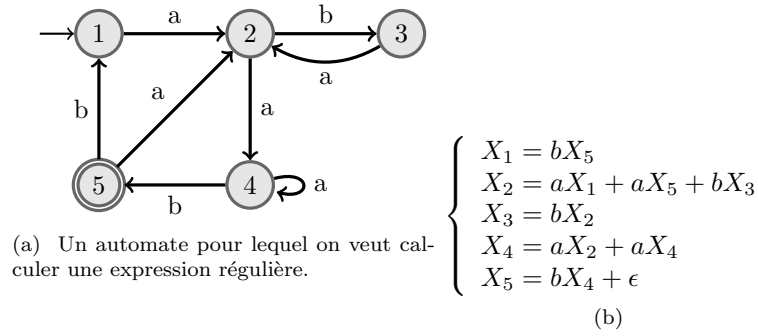
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

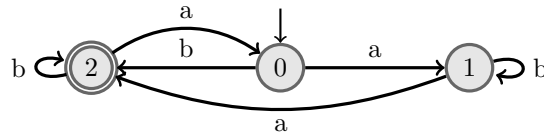


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

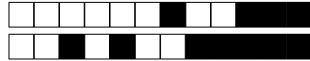
Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 4 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 6 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 7 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☒ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 :

donner ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ b La post-condition est la condition Q .
- ☒ c La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L est le langage universel.
- ☐ c L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☒ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ b Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ d Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ c Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ d Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ e L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ f Aucun des automates n'est équivalent.
- ☒ g L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1</u> *	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b L'automate de départ était minimal.
- ☒ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ a La cim de L_3 est 5.
- ☒ b 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 3.
- ☐ e La cim de L_3 est 4.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

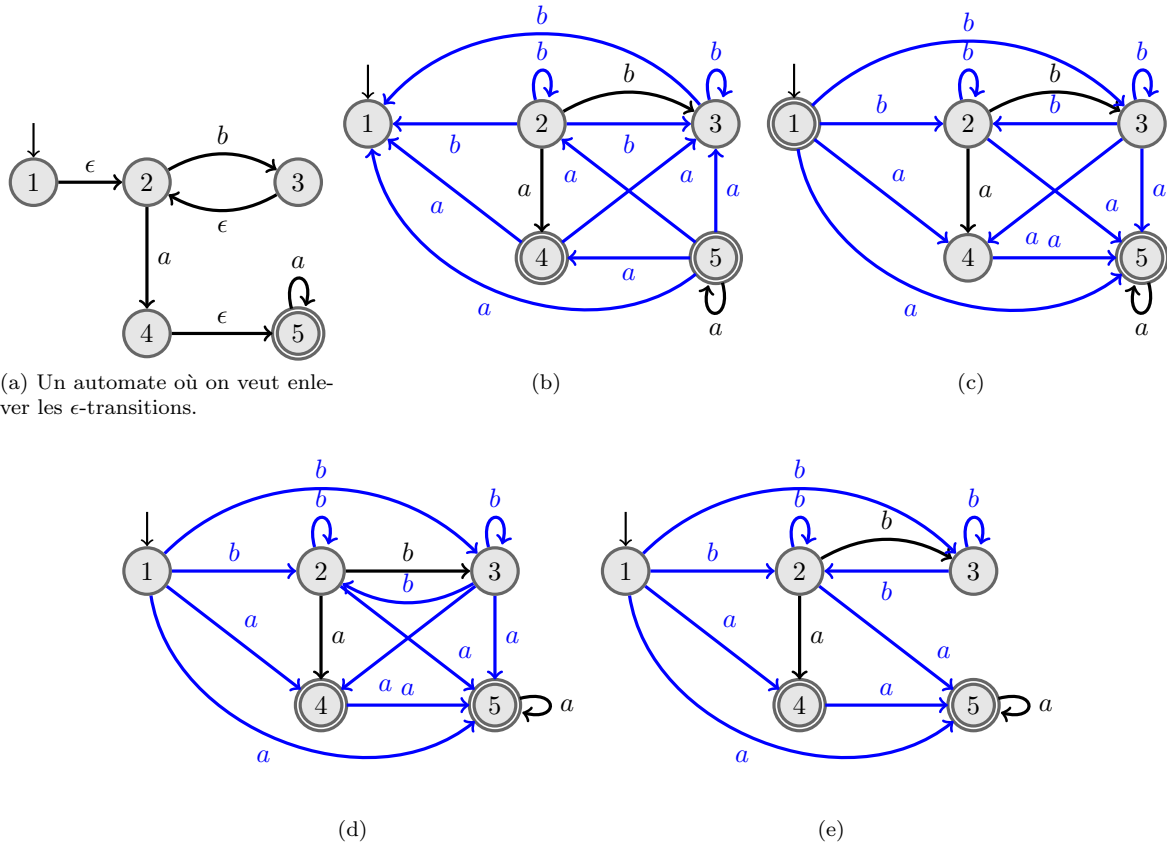
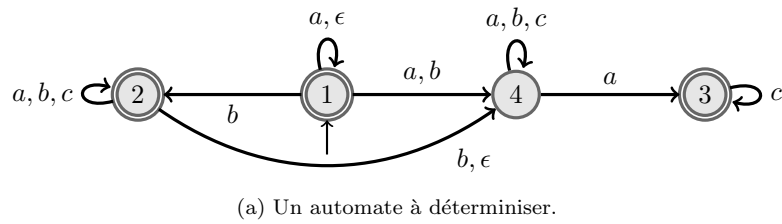
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 0.
- ☒ b La cim de L_2 est 2.
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☒ d 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ e La cim de L_2 est 3.
- ☐ f 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

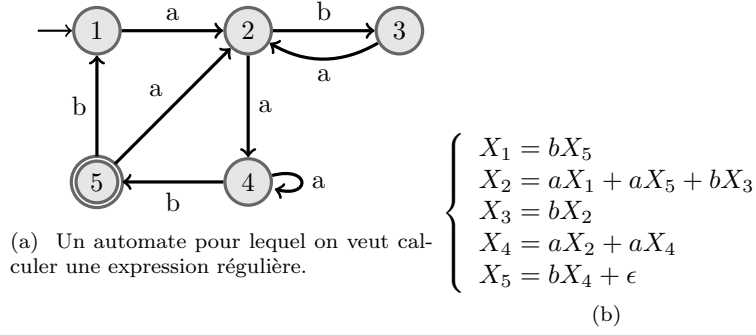
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

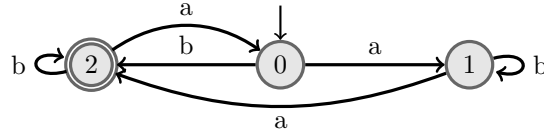


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

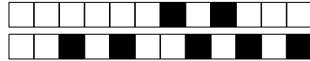
.....

Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
Question 2 : ☐ ☐ ☐ d e f g h
Question 3 : ☐ b c d
Question 4 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
Question 5 : ☐ ☐ c d e f g h
Question 6 : ☐ b c d e f g h
Question 7 : a ☐ ☐ d e f g
Question 8 : a b c d e f ☐ h
Question 9 : ☐ b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f ☐ h
Question 11 : a ☐ c d e f g h
Question 12 : ☐ b ☐ d ☐ ☐ g h i j
Question 13 : a b c ☐ e f g
Question 14 : ☐ b ☐ d e f
Question 15 : ☐ b ☐ d e f g h
Question 16 : ☐ b c d e f g ☐
Question 17 : a b c ☐ e f g h
Question 18 : a ☐ ☐ d ☐ f g h

Question 19 :

donner c ex f ☐ ☐ *Reservé enseignant*

Question 20 : ☐ ☐ c d e f g h



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☐ a ☒ ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- La post-condition est la condition Q .
- ▢ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ▢ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ▢ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ▢ L'énoncé de la question est absurde.
- ▢ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☒ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ c Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ d Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ g L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ c Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☒ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ b) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

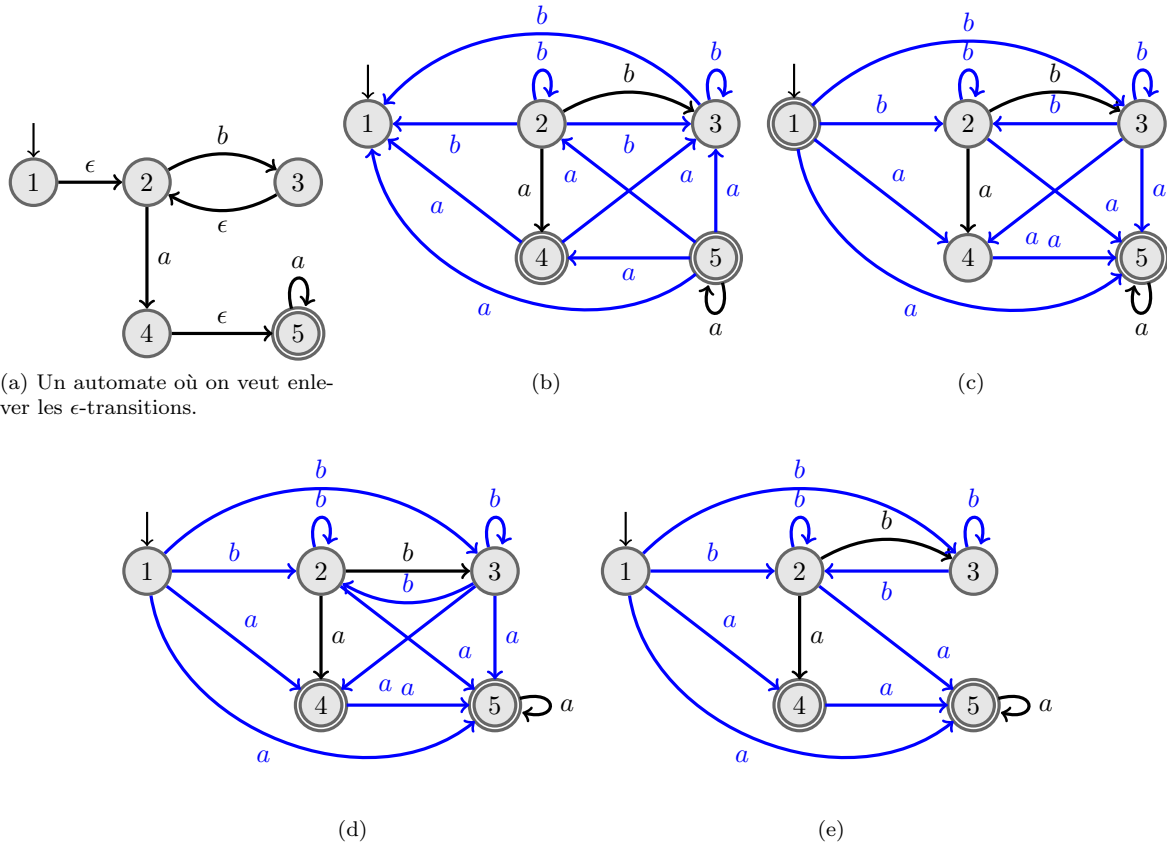
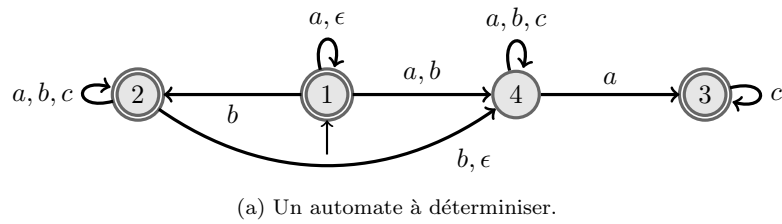
- ☐ a) 1 est une ci pour L_2 .
- ☒ b) 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ c) La cim de L_2 est 2.
- ☐ d) La cim de L_2 est 3.
- ☐ e) La cim de L_2 est 1.
- ☐ f) La cim de L_2 est 0.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a) 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ b) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ c) La cim de L_3 est 5.
- ☐ d) La cim de L_3 est 4.
- ☐ e) La cim de L_3 est 3.
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

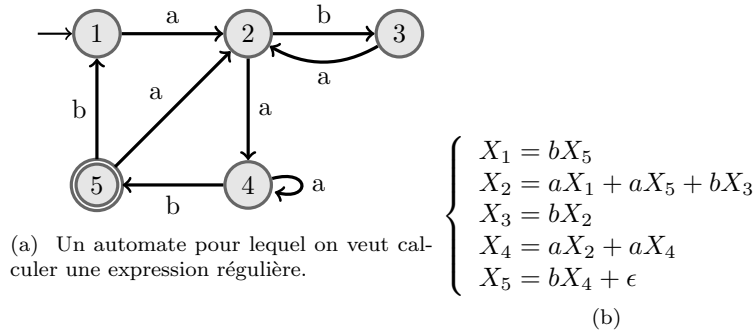
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

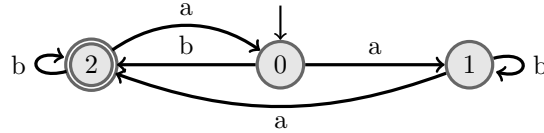


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

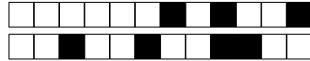
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

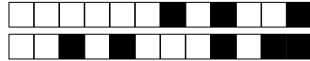
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d
- Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 13 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 : ☐ a ☒ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 : ☐ a ☒ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input checked="" type="checkbox"/> b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ d) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a) La cim de L_3 est 4.
- ☒ b) La cim de L_3 est 5.
- ☒ c) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ d) 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ e) La cim de L_3 est 3.
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a) La cim de L_2 est 2.
- ☐ b) La cim de L_2 est 1.
- ☐ c) La cim de L_2 est 0.
- ☒ d) 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ e) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ f) La cim de L_2 est 3.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

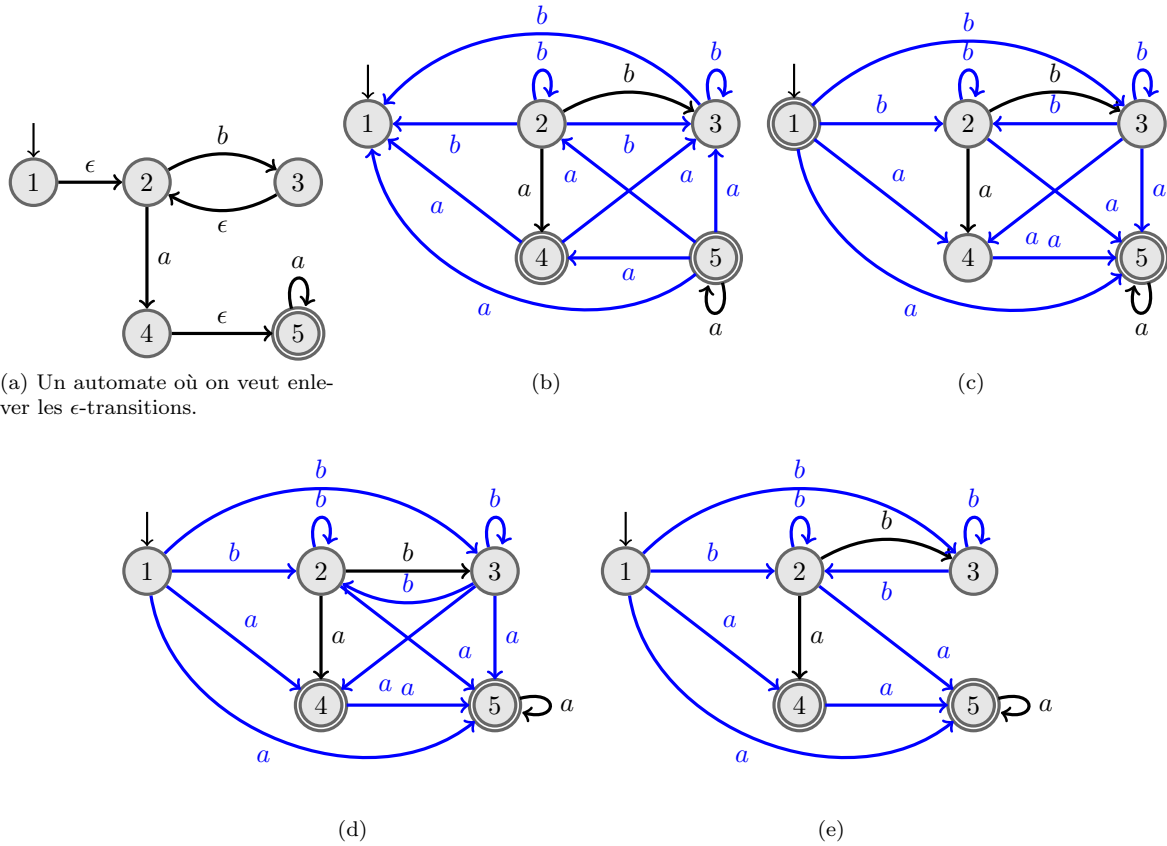
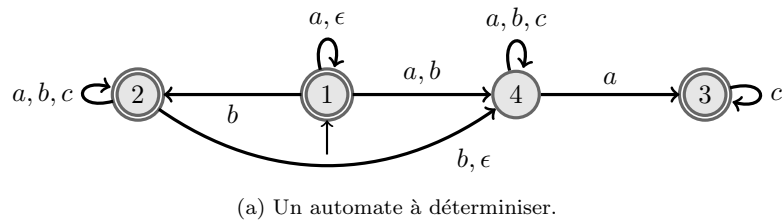
Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

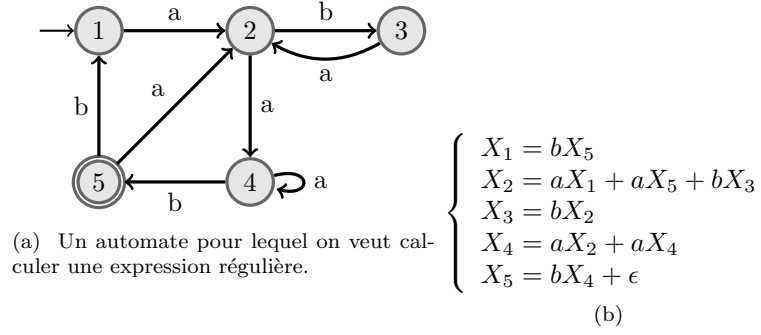
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

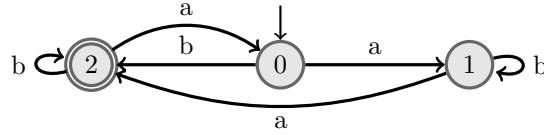


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

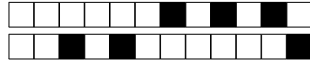
Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☒ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 3 : a ☐ b ☒ c ☐ d
- Question 4 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 6 : ☒ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 7 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 10 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 11 : a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☒ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 12 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 13 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g
- Question 14 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : a ☐ b ☐ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 18 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 20 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i
- Question 21 :

donner ex ☐ a ☒ b *Reservé enseignant*

.....



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ (a) Cette affirmation est fausse.
☒ (b) Cette affirmation est vraie.

- ☐ (c) L'affirmation est absurde.
☐ (d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ d) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ c Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 5.
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 3.
- ☐ e La cim de L_3 est 4.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

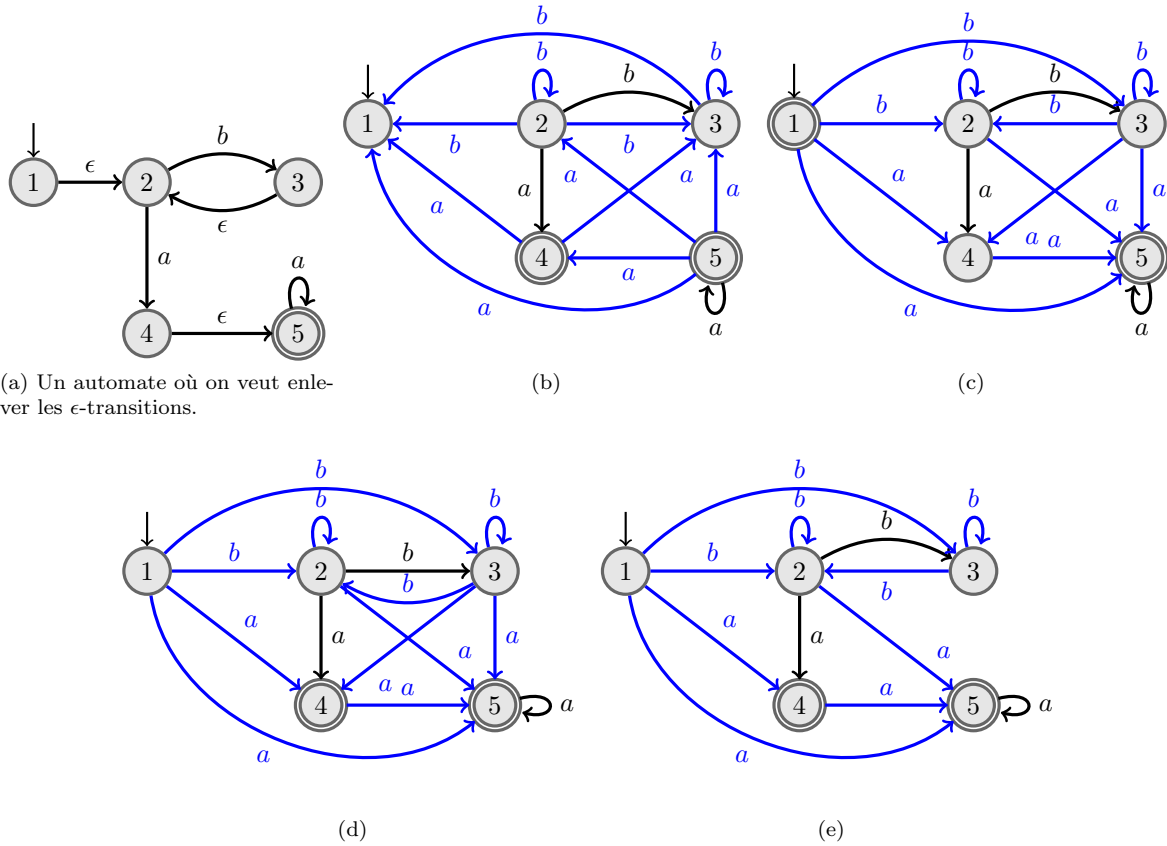
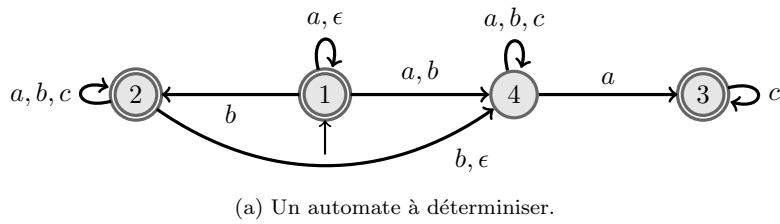
- ☐ a 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ b La cim de L_2 est 3.
- ☐ c La cim de L_2 est 0.
- ☐ d La cim de L_2 est 2.
- ☐ e 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ f La cim de L_2 est 1.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

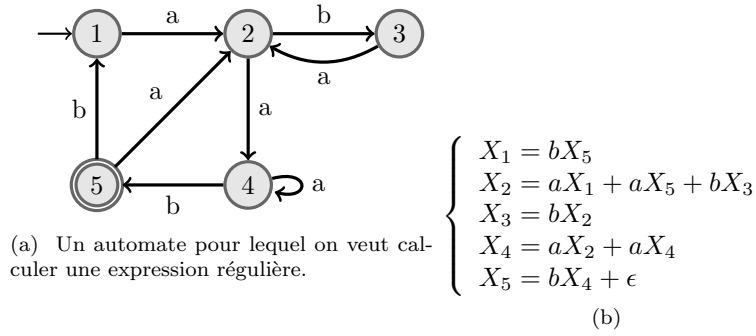
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

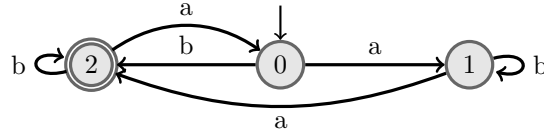


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : a ☒ b ☐ c ☐ d ☐
Question 2 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 3 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 4 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 5 : a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 6 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h ☐
Question 7 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 8 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 9 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h ☐
Question 10 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐
Question 11 : a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 12 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 13 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 14 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☒ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j ☐
Question 15 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☒
Question 16 : a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 17 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 18 : a ☐ b ☒ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐

Question 19 :

donner c ex f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 20 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐
Question 21 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☒ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐



Question 22 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....

Question 23 :

donner ex   *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- | | |
|---|---|
| ■ L contient le langage vide. | <input type="checkbox"/> f Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> b $ L < L_1 $. | <input type="checkbox"/> g L'énoncé de la question est absurde. |
| ■ L est un langage régulier. | <input type="checkbox"/> h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |
| <input type="checkbox"/> d L est un langage irrégulier. | |
| <input type="checkbox"/> e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. | |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ b A reconnaît le langage universel.
- ☐ c A reconnaît un langage complet.
- ☒ d A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ c Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ d Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☒ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ g Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ b Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ c Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ e Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☒ h L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☒ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1</u> *	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ b Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

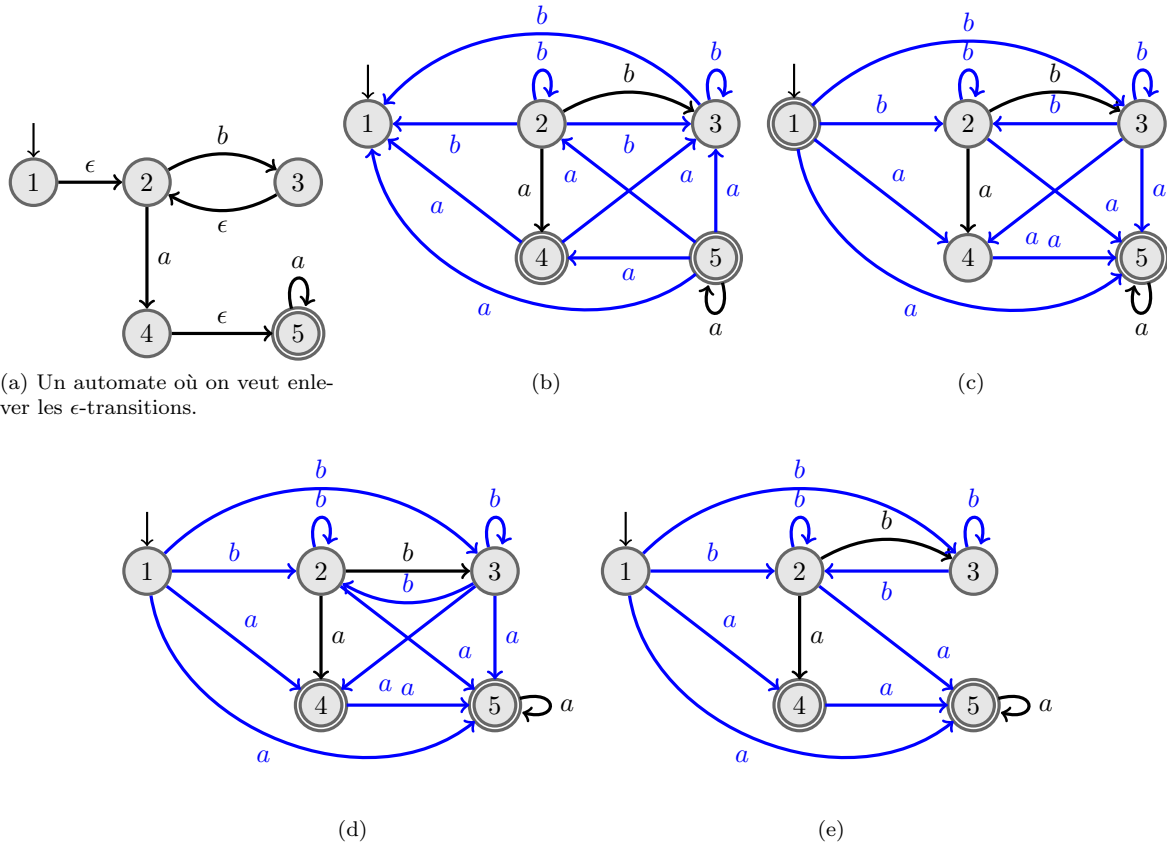
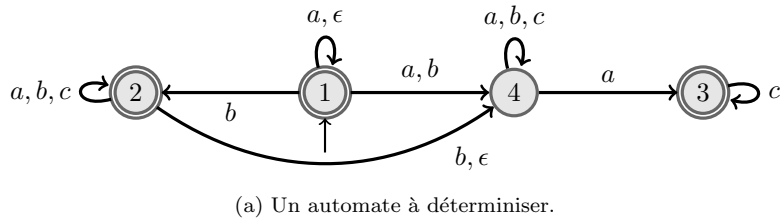
- ☐ La cim de L_2 est 1. ☐ 10 est une ci pour L_2 . ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 . ☐ La cim de L_2 est 0. ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ 10 est une ci pour L_3 . ☐ La cim de L_3 est 5. ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4. ☐ La cim de L_3 est 3. ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

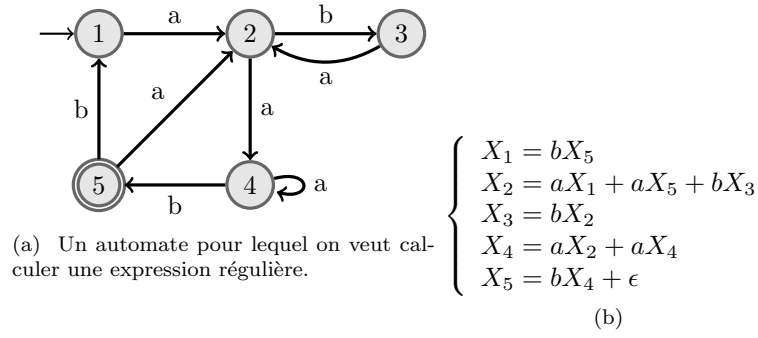
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

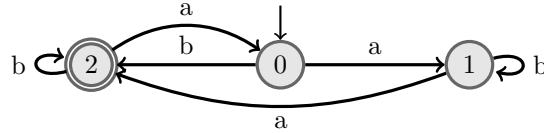


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6

(a)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(b)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6

(c)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(a)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(b)

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6

(c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 2 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h

Question 4 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 5 : ☐ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 6 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f

Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☐ g ☐ h

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 12 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 13 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 14 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 15 : ☐ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h

Question 17 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 18 : ☒ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

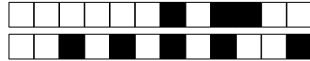
donner c ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....

Question 20 :

donner ex ☐ f ☒ g *Reservé enseignant*

.....



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît un langage complet.
- ☒ b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ d) A reconnaît le langage universel.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a) La post-condition est la condition Q .
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☒ b) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ c) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ d) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ a) Cette affirmation est vraie.
- ☐ b) Cette affirmation est fausse.
- ☐ c) L'affirmation est absurde.
- ☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a $|L| < |L_1|$.
- ☐ b L est un langage irrégulier.
- ☒ c L contient le langage vide.
- ☒ d L est un langage régulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L est le langage universel.
- ☐ c L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ d Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☒ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ b Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ e L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☒ g L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ h Aucun des automates n'est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ d) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 5.
- ☐ b 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 4.
- ☐ e La cim de L_3 est 3.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

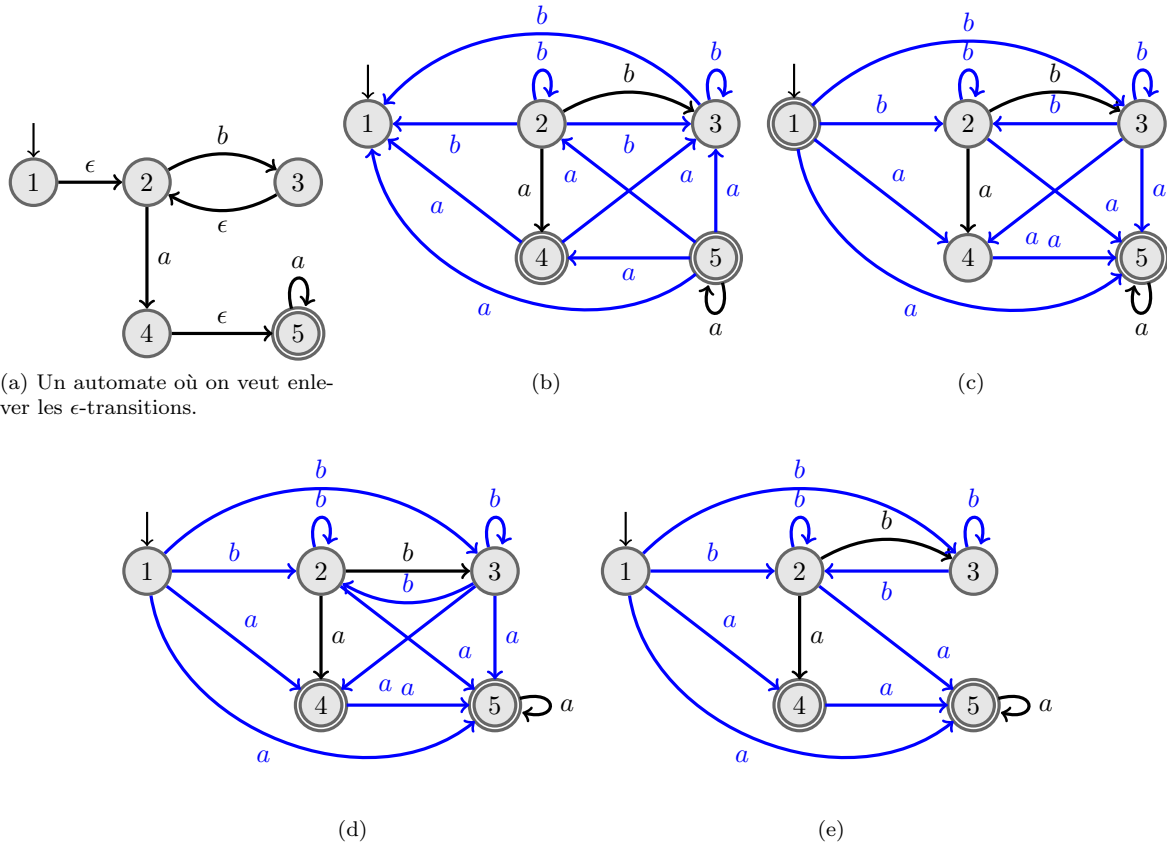
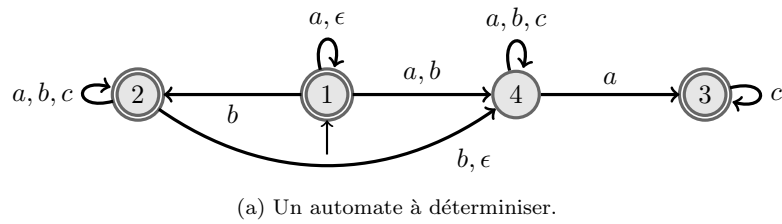
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ b La cim de L_2 est 3.
- ☐ c La cim de L_2 est 0.
- ☐ d 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ e La cim de L_2 est 1.
- ☐ f La cim de L_2 est 2.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

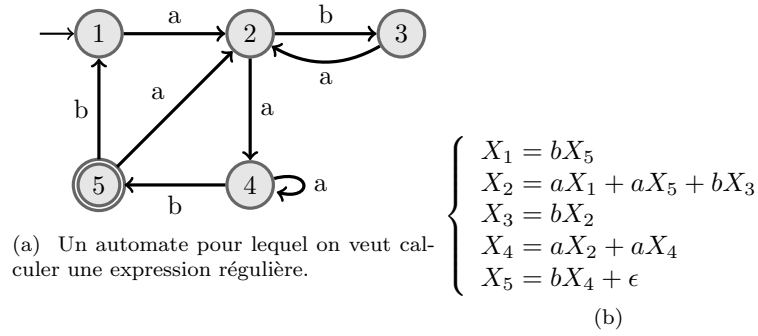
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

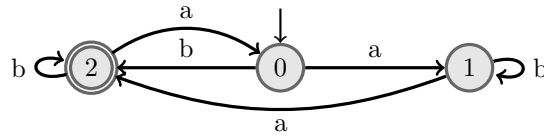


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

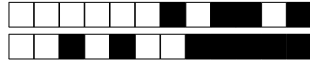
.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : a ☐ c d e f g h
- Question 3 : ☐ b ☐ d e f g
- Question 4 : ☐ ☐ c ☐ e f g h
- Question 5 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 6 : ☐ b c d
- Question 7 : a b ☐ ☐ e f g h
- Question 8 : a b c d e f ☐ h
- Question 9 : a b c d e ☐ g h
- Question 10 : a b c d e f ☐ h
- Question 11 : a b c ☐ e f g
- Question 12 : ☐ ☐ c d e f
- Question 13 : a ☐ c ☐ ☐ f ☐ h i j
- Question 14 : a ☐ c d e f g h
- Question 15 : a ☐ ☐ d ☐ f g h
- Question 16 : a b c ☐ e f g h
- Question 17 : ☐ b c d e f g ☐
- Question 18 : a ☐ ☐ d e f g h

Question 19 :

donner c ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

.....



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ c L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d L est le langage universel.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☒ a L est un langage régulier.
- ☐ b L est un langage irrégulier.
- ☒ c L contient le langage vide.
- ☐ d $|L| < |L_1|$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a La post-condition est la condition Q .
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ c La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ a Cette affirmation est vraie.
- ☐ b Cette affirmation est fausse.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ b On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☒ c On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ d On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

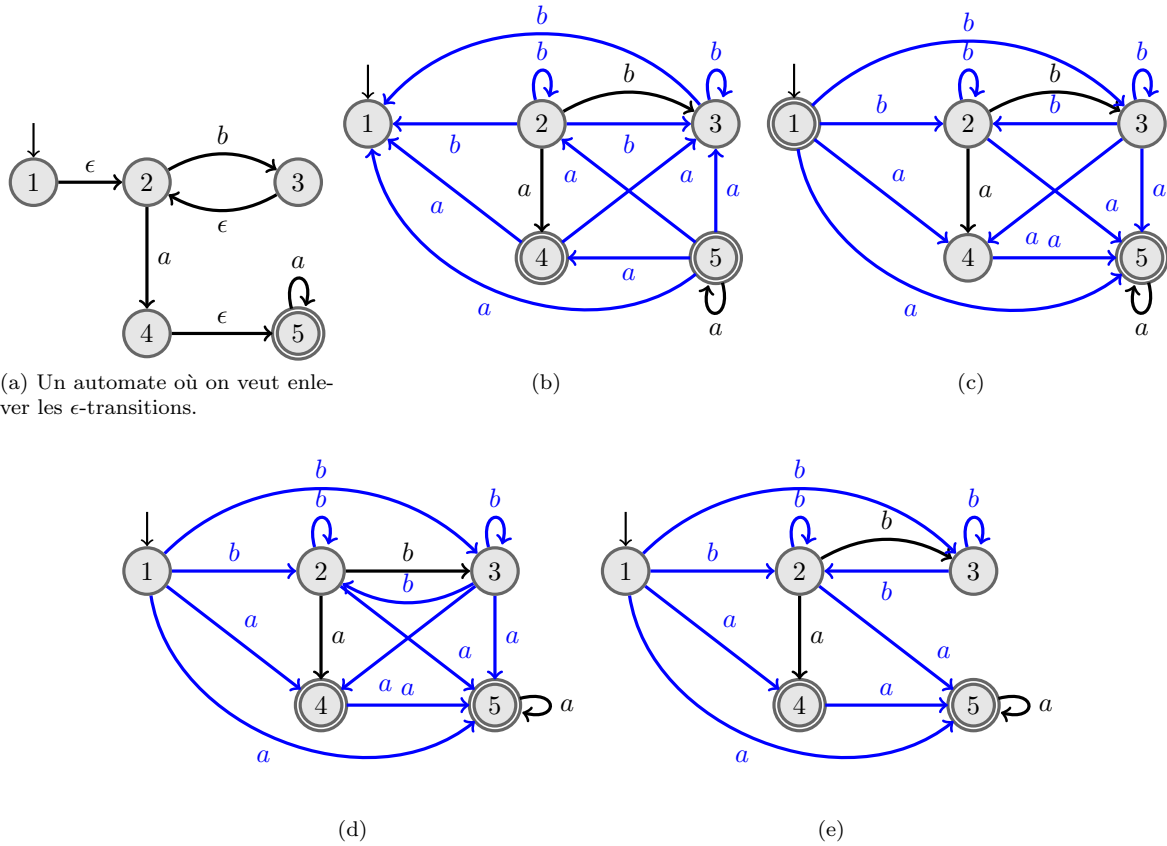
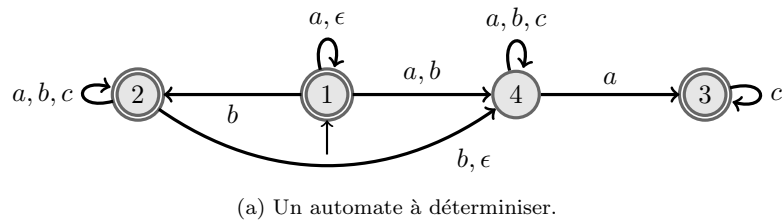
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

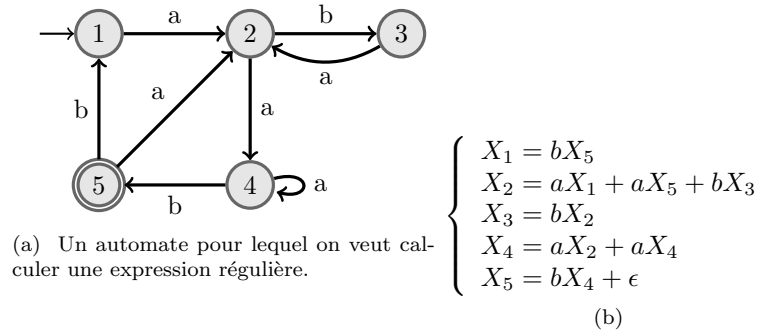
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

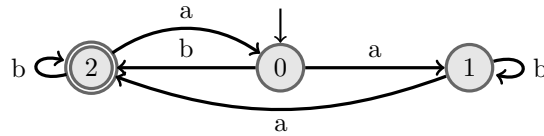


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

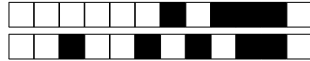
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

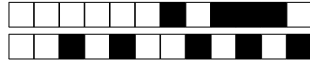
- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 3 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☐ ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 13 : ☐ a ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☐ a ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐

Question 19 :

donner ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 20 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☒ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
☐ Cette affirmation est fausse.

- ☐ L'affirmation est absurde.
☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ c) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ d) L est le langage universel.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a) L est un langage irrégulier.
- ☒ b) L contient le langage vide.
- ☐ c) $|L| < |L_1|$.
- ☒ d) L est un langage régulier.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☒ b) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ c) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ d) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ f) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ h) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ b) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ c) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ d) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ e) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☒ f) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ g) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ h) Aucun des automates n'est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☒ a Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ d Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ c Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ d L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ g Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
<i>a</i>	2	2	3	3	6	6
<i>b</i>	3	3	4	4	6	6
<i>c</i>	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

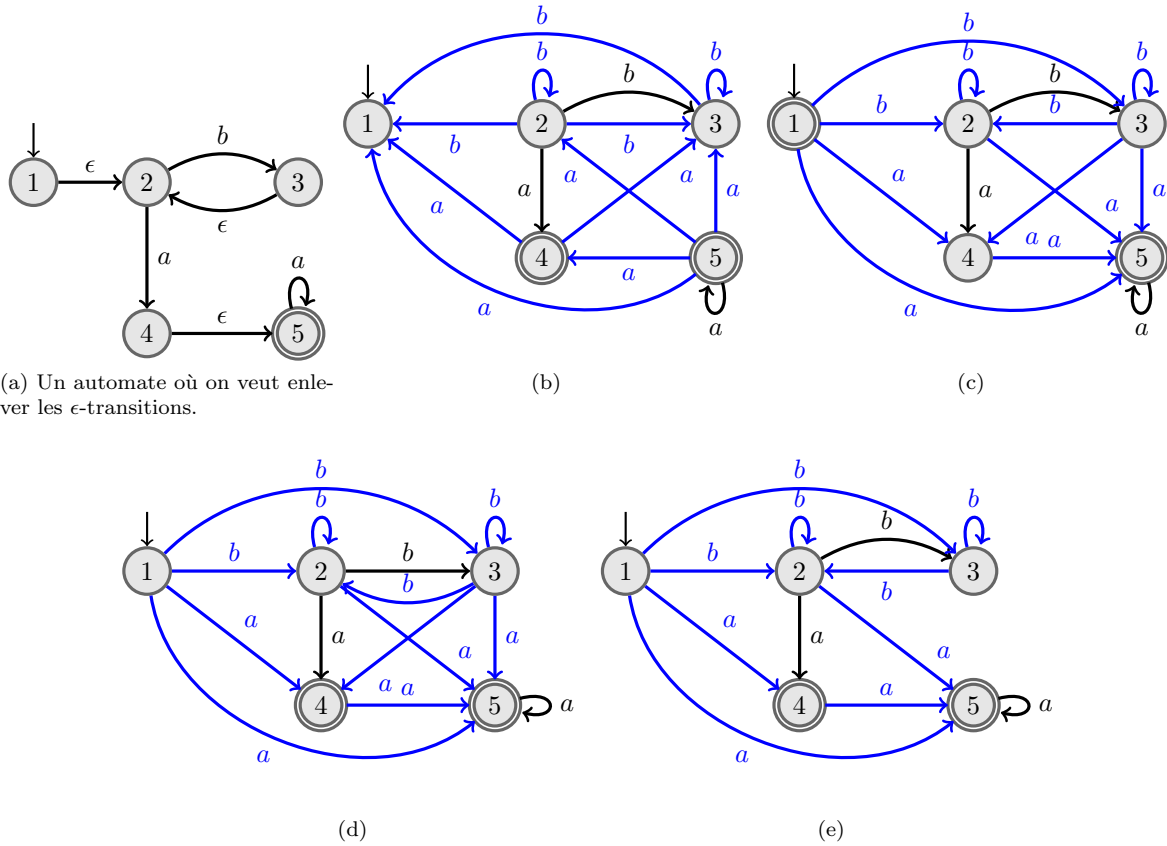
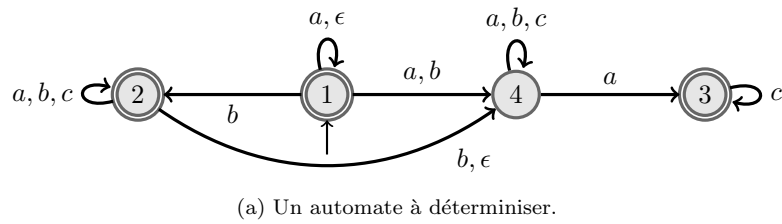
- ☐ La cim de L_2 est 3. ☐ La cim de L_2 est 2. ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1. ☐ La cim de L_2 est 0. ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ 10 est une ci pour L_3 . ☐ La cim de L_3 est 4. ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ La cim de L_3 est 3. ☐ 3 est une ci pour L_3 . ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

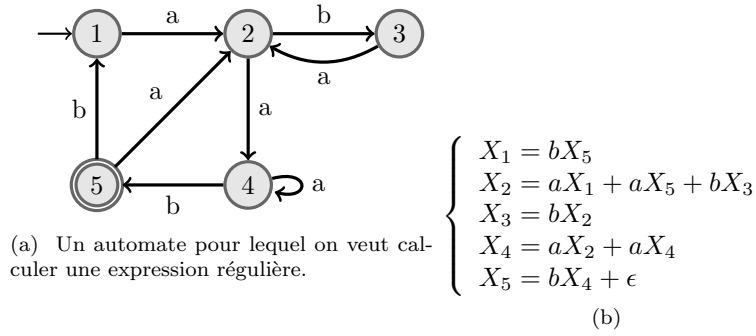
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

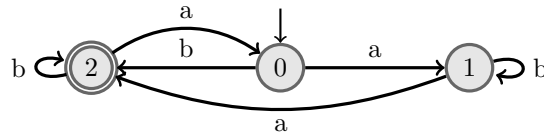


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☒ b ☐ c ☐ d
Question 2 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f
Question 3 : ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
Question 4 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f
Question 5 : ☒ ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
Question 6 : ☒ b ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h
Question 8 : ☐ a ☒ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
Question 9 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ g ☐ h
Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g
Question 12 : ☐ a ☒ ☒ d ☐ e ☐ f
Question 13 : ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
Question 14 : ☐ a ☒ c ☒ ☒ ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
Question 15 : ☐ a ☒ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h
Question 16 : ☐ a ☐ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
Question 18 : ☒ b ☐ c ☐ d ☒ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

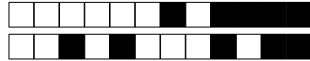
donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 20 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 : ☒ ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ▢ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- La post-condition est la condition Q .
- ▢ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ▢ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ▢ L'énoncé de la question est absurde.
- ▢ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d L est le langage universel.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ b Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ e Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ h Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ b Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ d L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ e Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☒ g L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ h L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ c L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ d Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ e Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> a Celui de la Figure 4b correspond. | <input type="checkbox"/> f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> b Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input checked="" type="checkbox"/> c Celui de la Figure 4e correspond. | <input type="checkbox"/> h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> d Celui de la Figure 4c correspond. | |
| <input type="checkbox"/> e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☒ d) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'automate de départ était minimal.
- ☐ b) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ e) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a) L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b) Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ c) L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ d) L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e) L'automate de départ était minimal.
- ☐ f) Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

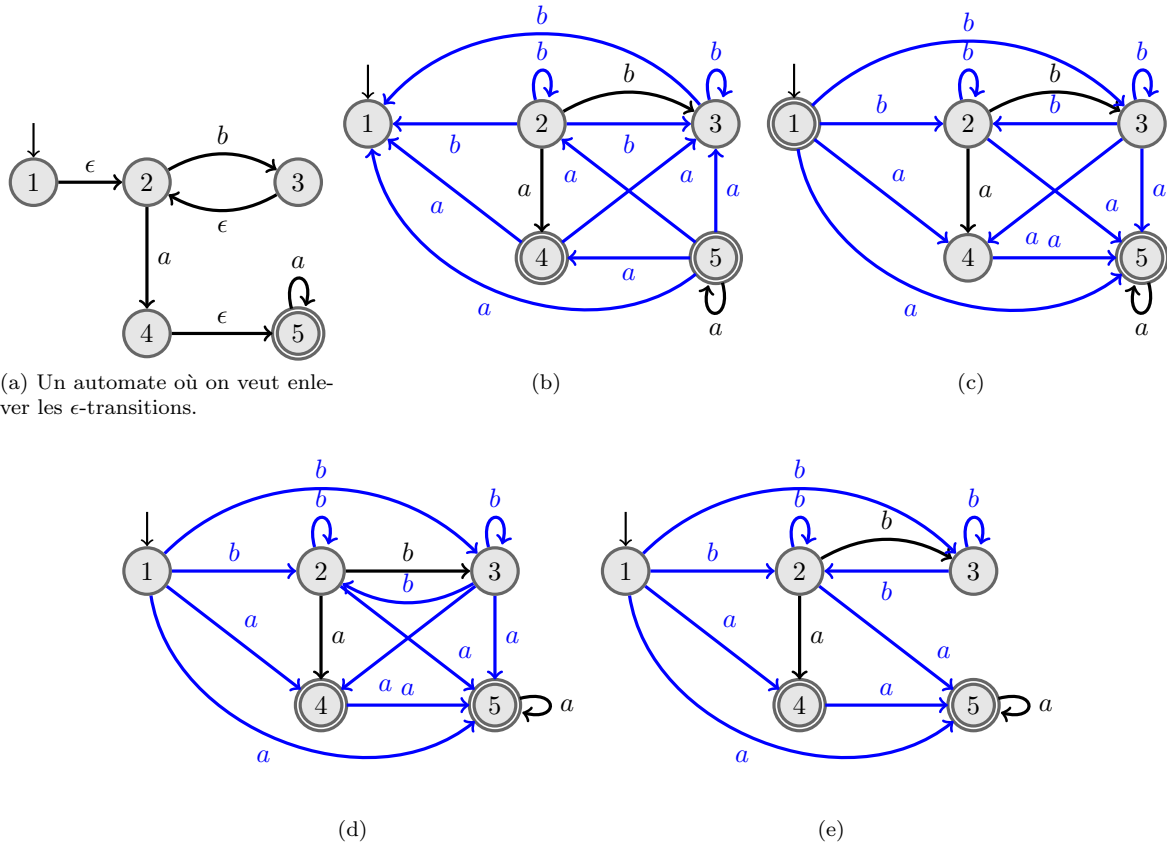
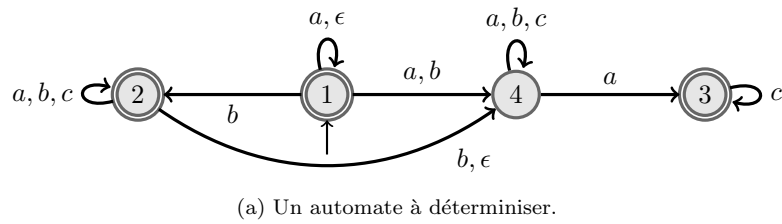
- ☒ a 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ b La cim de L_2 est 2.
- ☐ c La cim de L_2 est 3.
- ☐ d La cim de L_2 est 1.
- ☐ e La cim de L_2 est 0.
- ☐ f 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a La cim de L_3 est 3.
- ☐ b La cim de L_3 est 4.
- ☒ c La cim de L_3 est 5.
- ☒ d 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ e 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

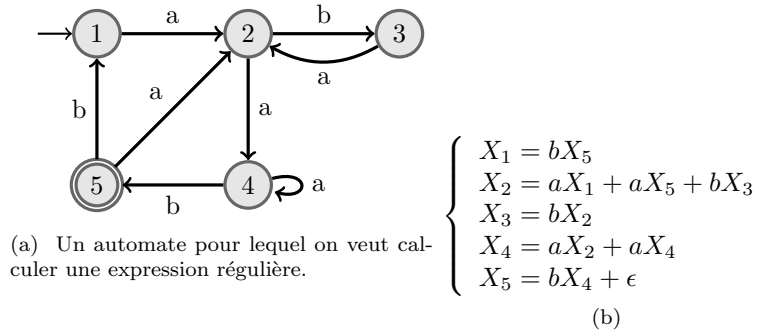
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

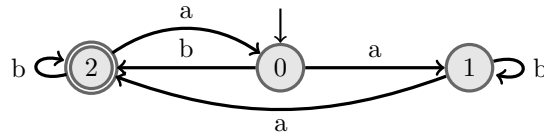


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 2 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 3 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : ☒ b ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 5 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 6 : ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 7 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d

Question 8 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ ☐ h

Question 11 : ☐ a ☒ ☒ d ☐ e ☐ f

Question 12 : ☐ a ☒ c ☒ e ☒ ☒ h ☐ i ☐ j

Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g

Question 14 : ☐ a ☐ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h

Question 17 : ☐ a ☒ ☒ d ☒ f ☐ g ☐ h

Question 18 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒

Question 19 :

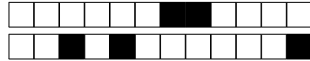
donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 20 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 23 : ☐ a ☐ b ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A reconnaît un langage complet.
- ☐ b A reconnaît le langage universel.
- ☐ c A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☒ d A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d L est le langage universel.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ c La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage irrégulier.
- ☒ b L est un langage régulier.
- ☒ c L contient le langage vide.
- ☐ d $|L| < |L_1|$.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ b On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ c On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ d On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ b Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ e Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ f Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ h Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☒ a L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ c L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ d Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ e Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ f Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ h Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☒ a Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ d Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ c Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ d Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ e Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☒ a Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ c Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 5. ☐ 3 est une ci pour L_3 . ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 . ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

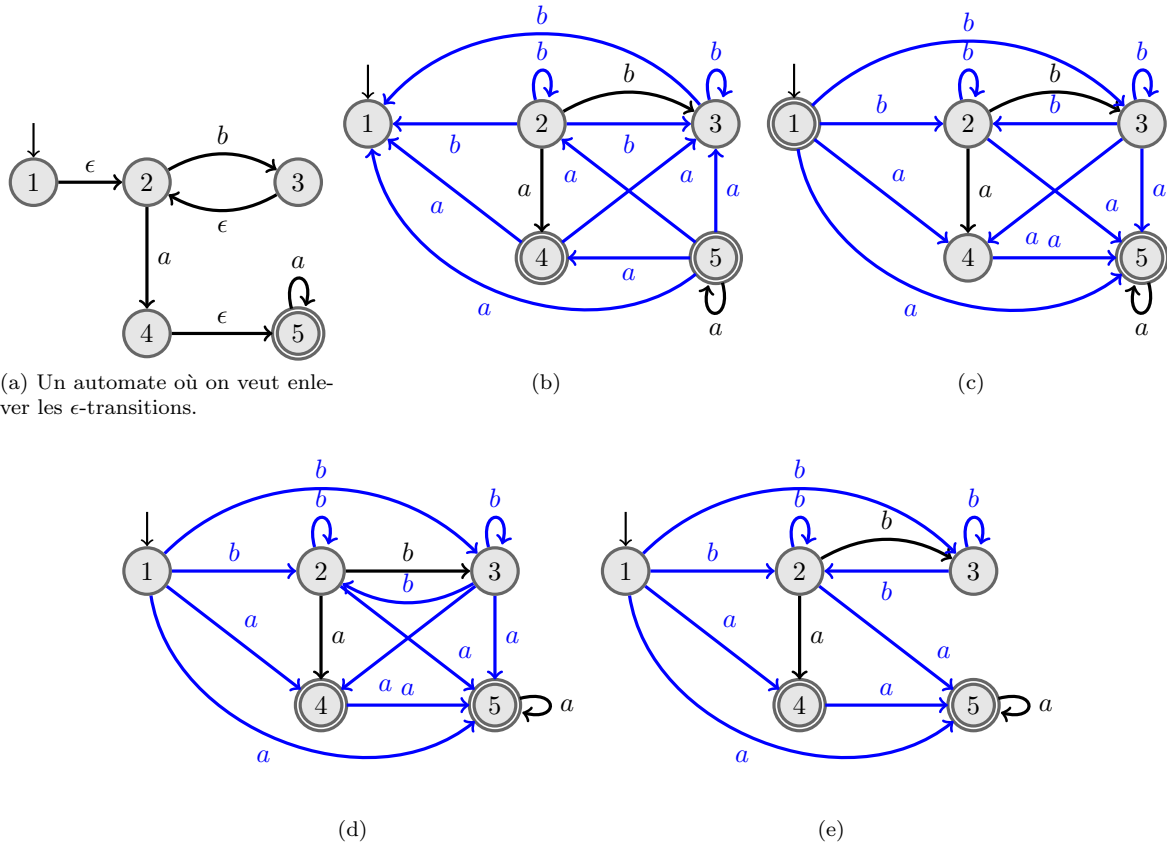
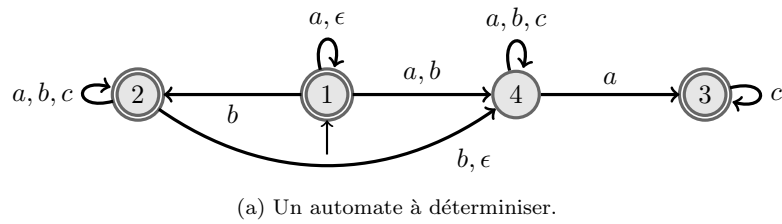
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 2. ☐ 1 est une ci pour L_2 . ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 1. ☐ La cim de L_2 est 3. ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

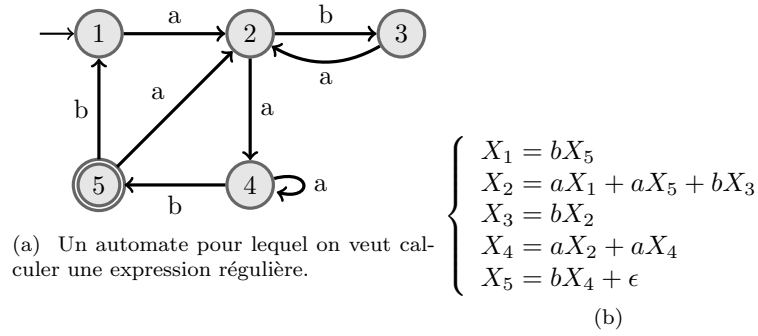
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

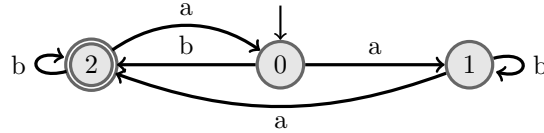


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g h
- Question 3 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e f ☐ ☐ h
- Question 4 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 5 : a ☐ ☐ ☐ d ☐ e f g
- Question 6 : a ☐ ☐ c d
- Question 7 : a ☐ ☐ ☐ d ☐ e f g h
- Question 8 : a ☐ ☐ ☐ ☐ e f g h
- Question 9 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e f ☐ ☐ h
- Question 10 : ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e f g h
- Question 11 : a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g
- Question 12 : ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e f g h
- Question 13 : ☐ ☐ ☐ d ☐ e ☐ g h i j
- Question 14 : ☐ ☐ c d e f
- Question 15 : a ☐ ☐ c d e f g ☐ ☐
- Question 16 : ☐ ☐ c ☐ ☐ e f g h
- Question 17 : ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e f g h
- Question 18 : ☐ b ☐ c d ☐ f g h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☒ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 : ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ g ☐ h ☐ i

Question 23 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a) Cette affirmation est fausse.
☒ b) Cette affirmation est vraie.

- ☐ c) L'affirmation est absurde.
☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît le langage universel.
- ☐ b) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ c) A reconnaît un langage complet.
- ☒ d) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a) La post-condition est la condition Q .
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ b) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ c) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ e) Aucun des automates n'est équivalent.
- ☒ f) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ g) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ h) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ b) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☒ c) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ d) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ f) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ g) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ c) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ e) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ **a** Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ **b** Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ **c** Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ **d** Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ **e** Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ **f** Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ **g** Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ **a** 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ **b** 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ **c** La cim de L_3 est 4.
- ☒ **d** La cim de L_3 est 5.
- ☐ **e** La cim de L_3 est 3.
- ☐ **f** Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 20 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

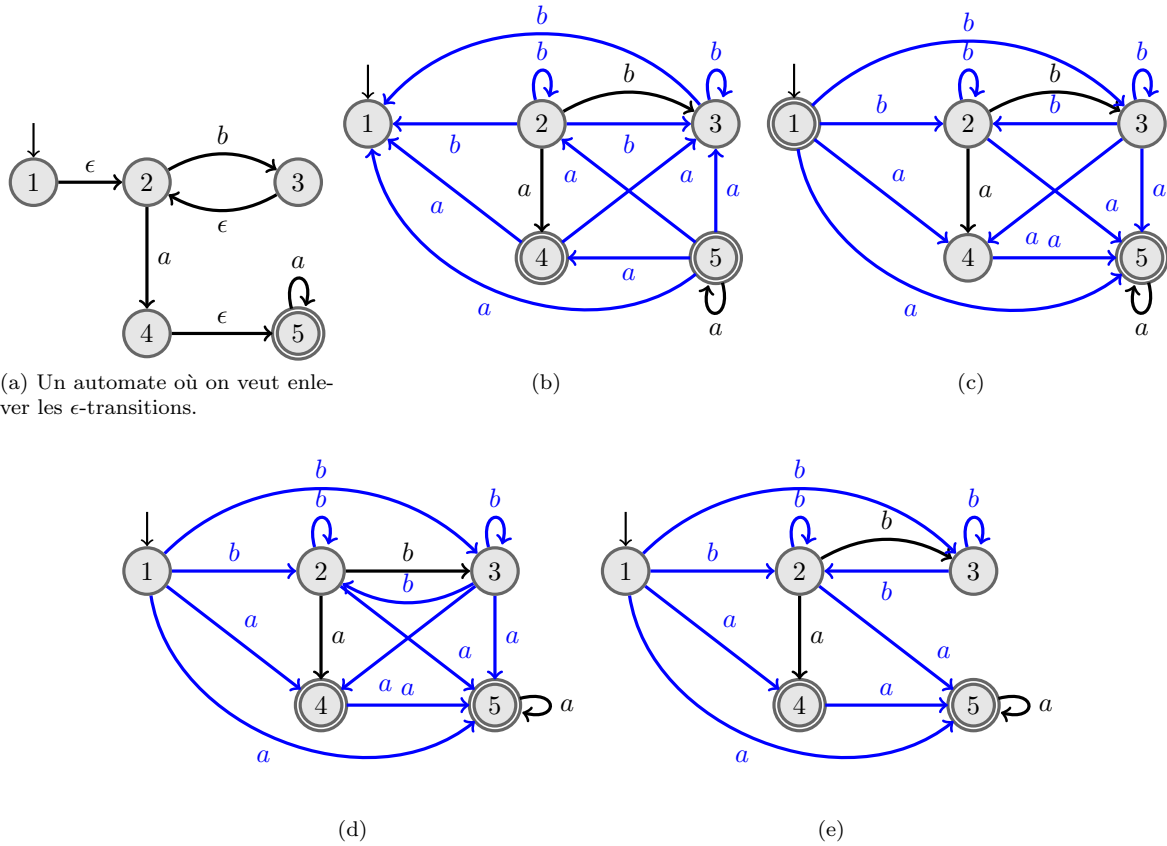
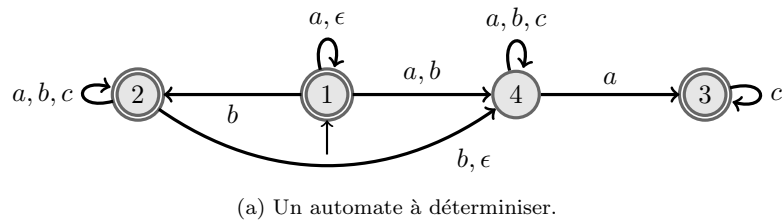
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ **a** La cim de L_2 est 0.
- ☒ **b** 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ **c** La cim de L_2 est 2.
- ☐ **d** La cim de L_2 est 3.
- ☐ **e** 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ **f** La cim de L_2 est 1.
- ☐ **g** Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ **h** Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ **i** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

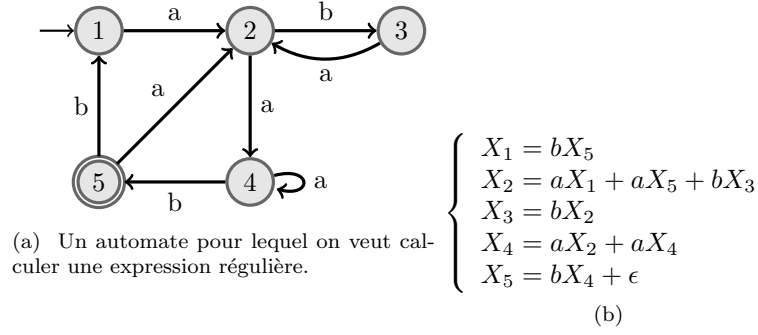
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

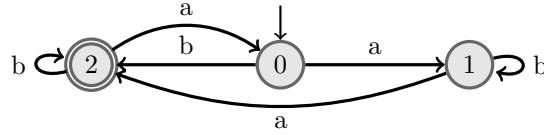


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 2 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 3 : ☒ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 5 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 7 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 8 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ a ☒ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 14 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☒ e ☒ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 16 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 20 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L est le langage universel.
- ☐ b) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c) La post-condition est la condition Q .
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ b) A reconnaît un langage complet.
- ☒ c) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d) A reconnaît le langage universel.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ b) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ c) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☒ d) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ d) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) Celui de la Figure 4b correspond. | <input type="checkbox"/> f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> b) Celui de la Figure 4e correspond. | <input type="checkbox"/> g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> c) Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> d) Celui de la Figure 4c correspond. | |
| <input type="checkbox"/> e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ **a** Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ **b** Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ **c** Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ **d** Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ **e** Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ **f** Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ **g** Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ **a** 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ **b** La cim de L_2 est 0.
- ☒ **c** La cim de L_2 est 2.
- ☐ **d** La cim de L_2 est 1.
- ☐ **e** 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ **f** La cim de L_2 est 3.
- ☐ **g** Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ **h** Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ **i** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

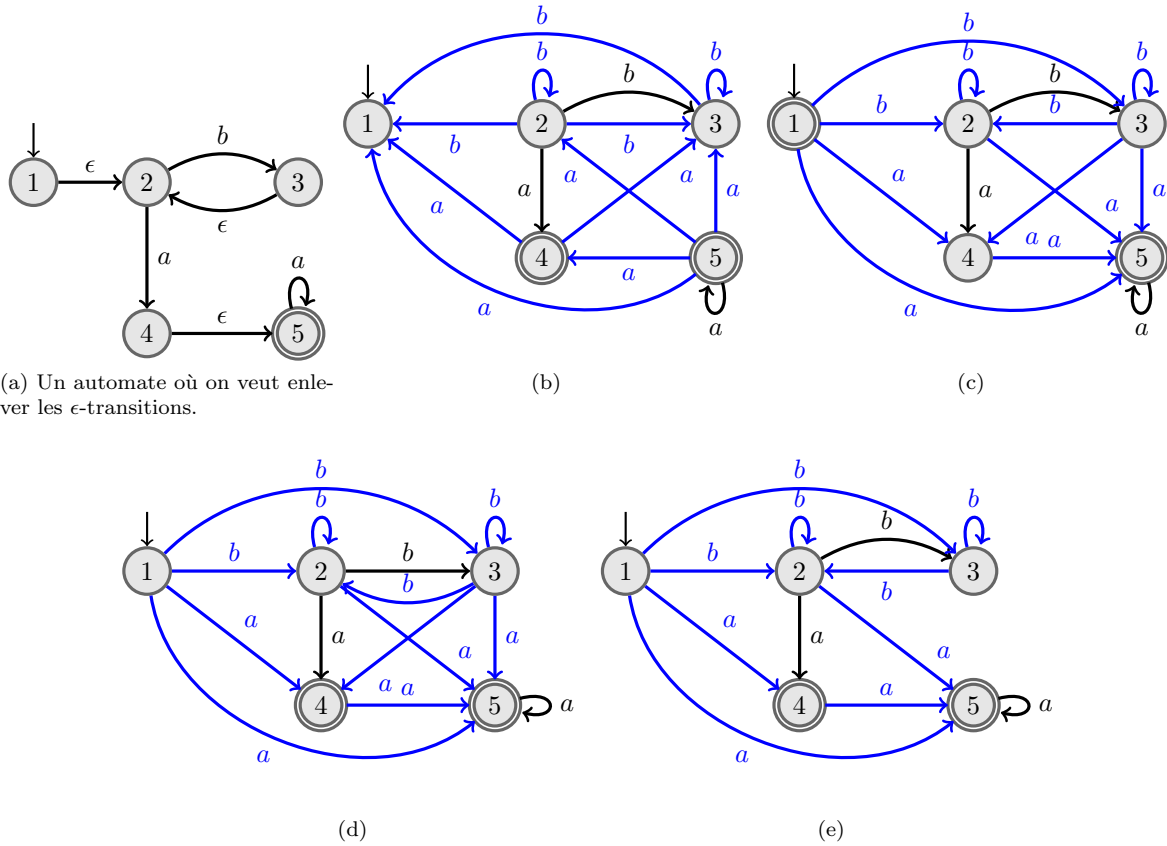
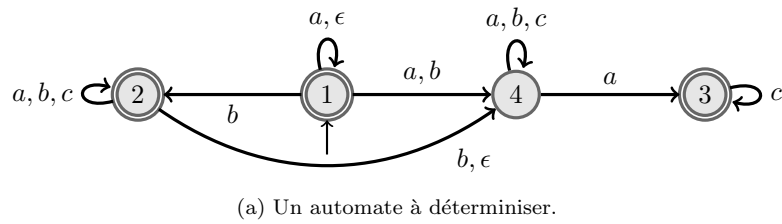
Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ **a** 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ **b** La cim de L_3 est 5.
- ☐ **c** La cim de L_3 est 4.
- ☐ **d** La cim de L_3 est 3.
- ☒ **e** 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ **f** Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

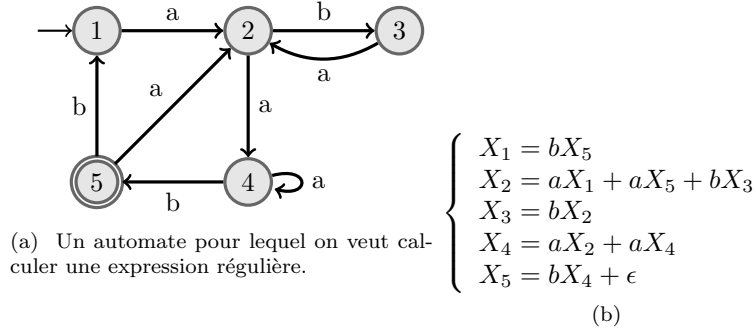
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

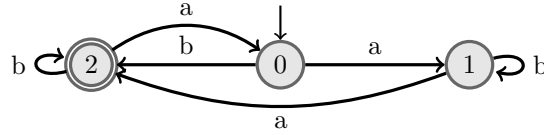


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 3 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 4 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☐ ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 12 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 13 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☐ a ☐ ☐ ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ ☐ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ ☐
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

donner c ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

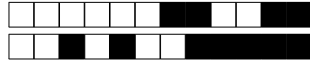
.....

Question 20 :

donner ex ☐ f ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ b) A reconnaît un langage complet.
- ☐ c) A reconnaît le langage universel.
- ☒ d) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a) Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c) Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ d) Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ b) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ c) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ d) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☒ e) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ f) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ g) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ h) Aucun des automates n'est équivalent.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ b) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ c) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☒ d) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ e) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ f) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ g) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ e) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1</u> *	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

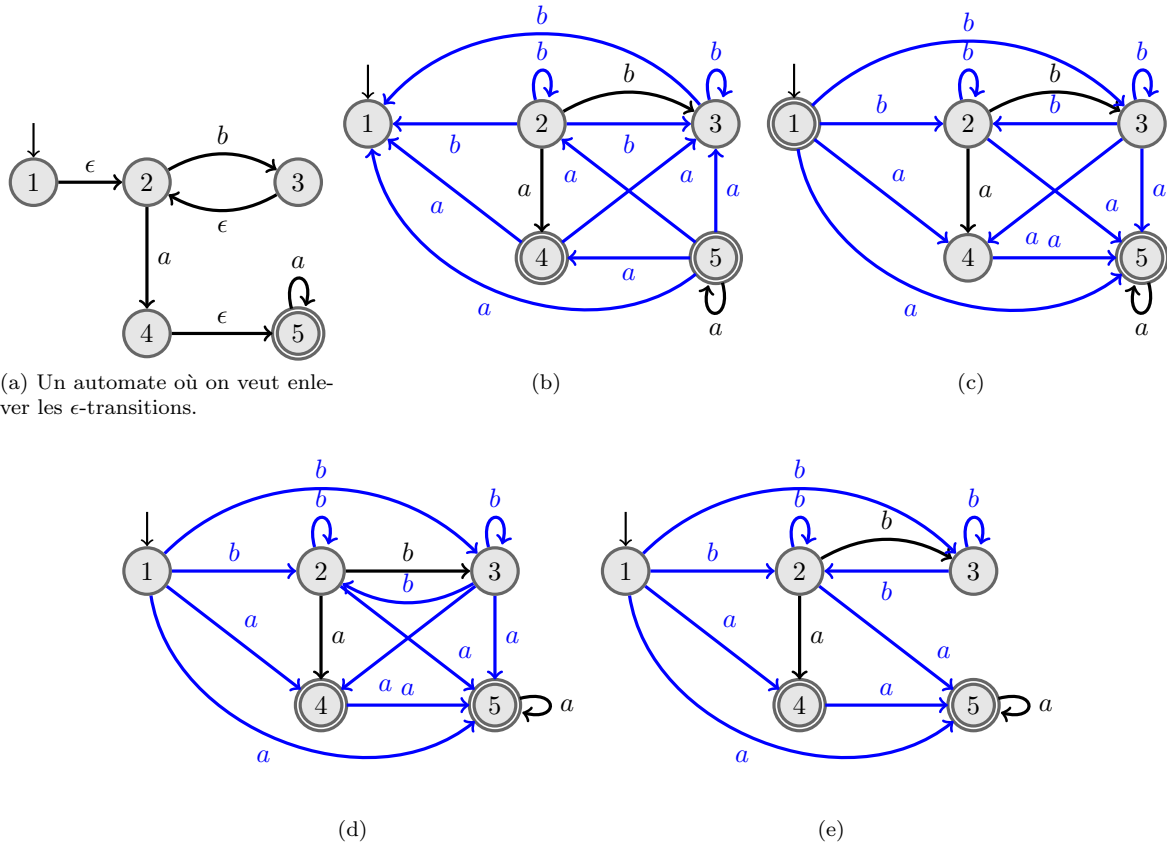
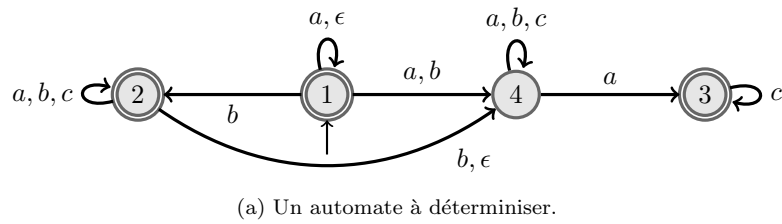
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

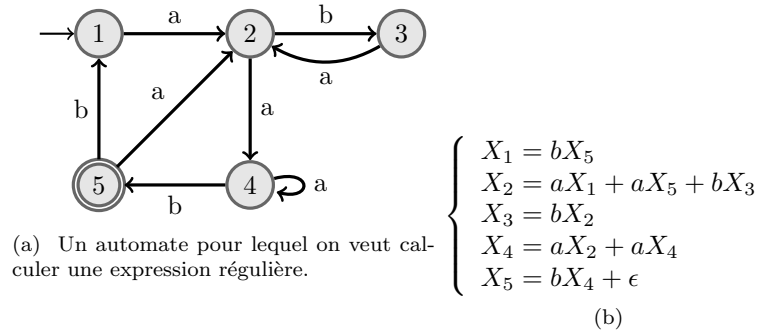
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

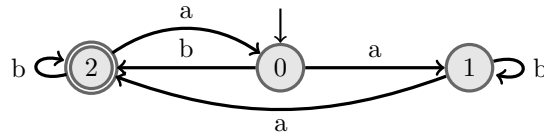


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

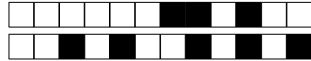
Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ b ☐ ☐ d e f g
- Question 3 : a ☐ b ☐ c ☐ d e f ☐ h
- Question 4 : ☐ ☐ c ☐ e f g h
- Question 5 : ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☐ b ☐ d e f g h
- Question 7 : a ☐ b ☐ c ☐ e f g h
- Question 8 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 9 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ f g h
- Question 10 : a ☐ b ☐ c ☐ e f g h
- Question 11 : a ☐ b ☐ c ☐ e f g
- Question 12 : ☐ b ☐ d e f
- Question 13 : ☐ ☐ ☐ d ☐ f g h i j
- Question 14 : a ☐ ☐ c ☐ d e f g h
- Question 15 : ☐ b ☐ c ☐ d e f g ☐
- Question 16 : a ☐ ☐ c ☐ ☐ f g h
- Question 17 : ☐ b ☐ c ☐ d e f g h
- Question 18 : ☐ b ☐ d e f g h
- Question 19 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ ☐ g h i
- Question 20 :

donner c ex ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d) L est le langage universel.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☒ a) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ c) A reconnaît le langage universel.
- ☐ d) A reconnaît un langage complet.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a) La post-condition est la condition Q .
- ☐ b) La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c) La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ d) Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e) Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☒ a) Cette affirmation est vraie.
- ☐ b) Cette affirmation est fausse.
- ☐ c) L'affirmation est absurde.
- ☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a) L est un langage irrégulier.
- ☒ b) L contient le langage vide.
- ☐ c) $|L| < |L_1|$.
- ☒ d) L est un langage régulier.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La ci de L_2 est 3. ☐ 10 est une ci pour L_2 . ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 0. ☐ La cim de L_2 est 1. ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

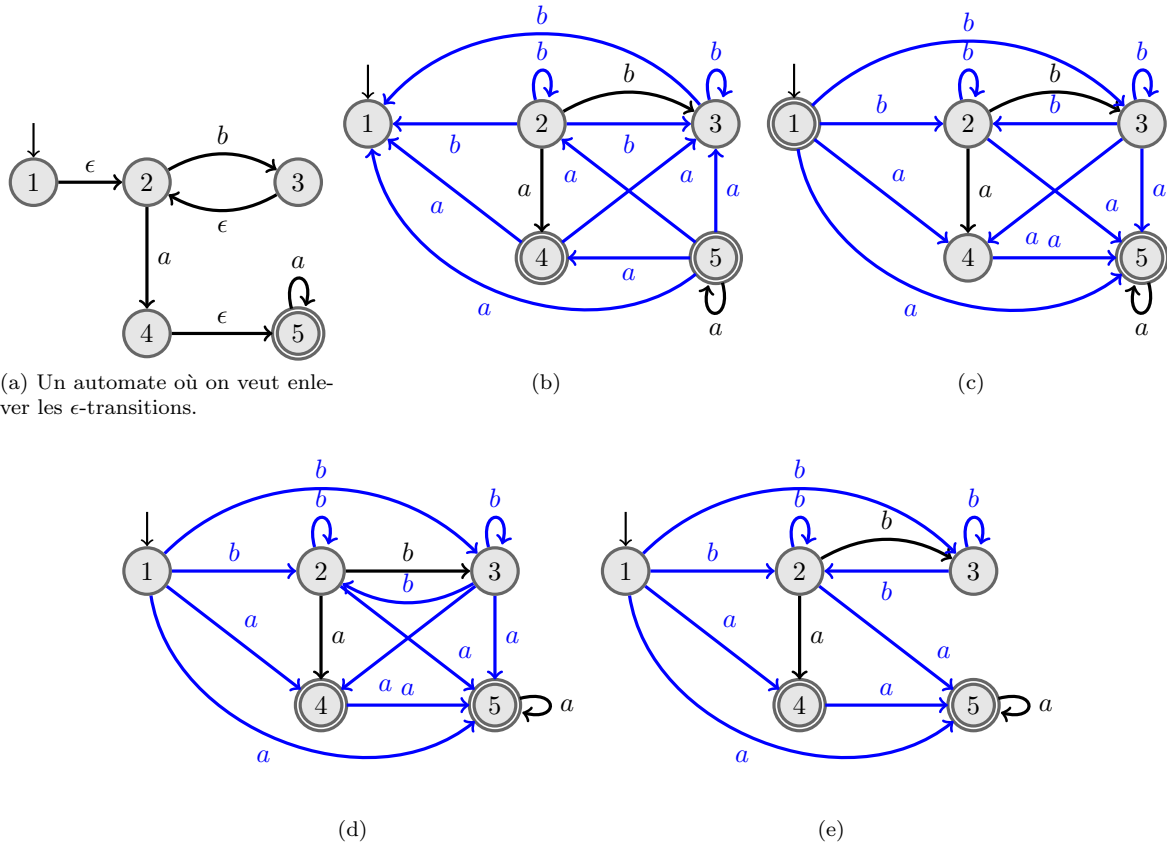
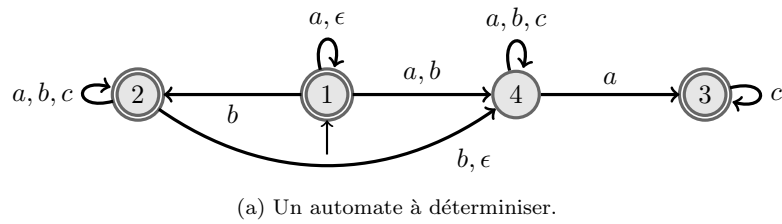
- ☐ La cim de L_3 est 5. ☐ La cim de L_3 est 3. ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 . ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

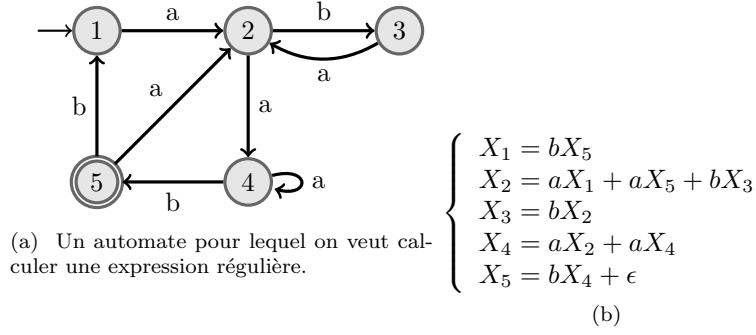
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

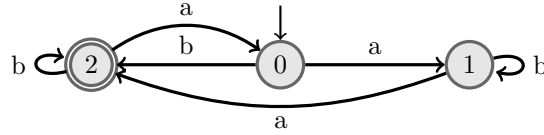


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

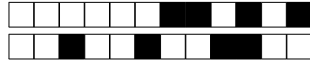
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h
- Question 3 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☒ ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 5 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 6 : ☐ a ☒ ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 8 : ☒ ☒ ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 13 : ☒ ☐ b ☒ ☒ ☒ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 15 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 16 : ☐ a ☒ ☒ ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

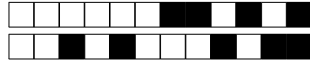
Question 20 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

Question 21 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*



Question 23 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.**
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- La post-condition est la condition Q .
- Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- L'énoncé de la question est absurde.
- Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage irrégulier.
- ☐ b L contient le langage vide.
- ☐ c $|L| < |L_1|$.
- ☐ d L est un langage régulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☐ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ b L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ c L a tous ses états accepteurs.
- ☐ d L est le langage universel.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît un langage complet.
- ☒ b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) A reconnaît le langage universel.
- ☐ d) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ a) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ b) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ c) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ d) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a) L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ b) L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ c) Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ d) Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ e) L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☒ f) L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ g) Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ b) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ c) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☒ d) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ e) Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ f) Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ g) Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h) L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ d) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☒ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ d Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☒ e L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ b) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ d) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a) La cim de L_2 est 3.
- ☐ b) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ c) La cim de L_2 est 0.
- ☒ d) 10 est une ci pour L_2 .
- ☒ e) La cim de L_2 est 2.
- ☐ f) La cim de L_2 est 1.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

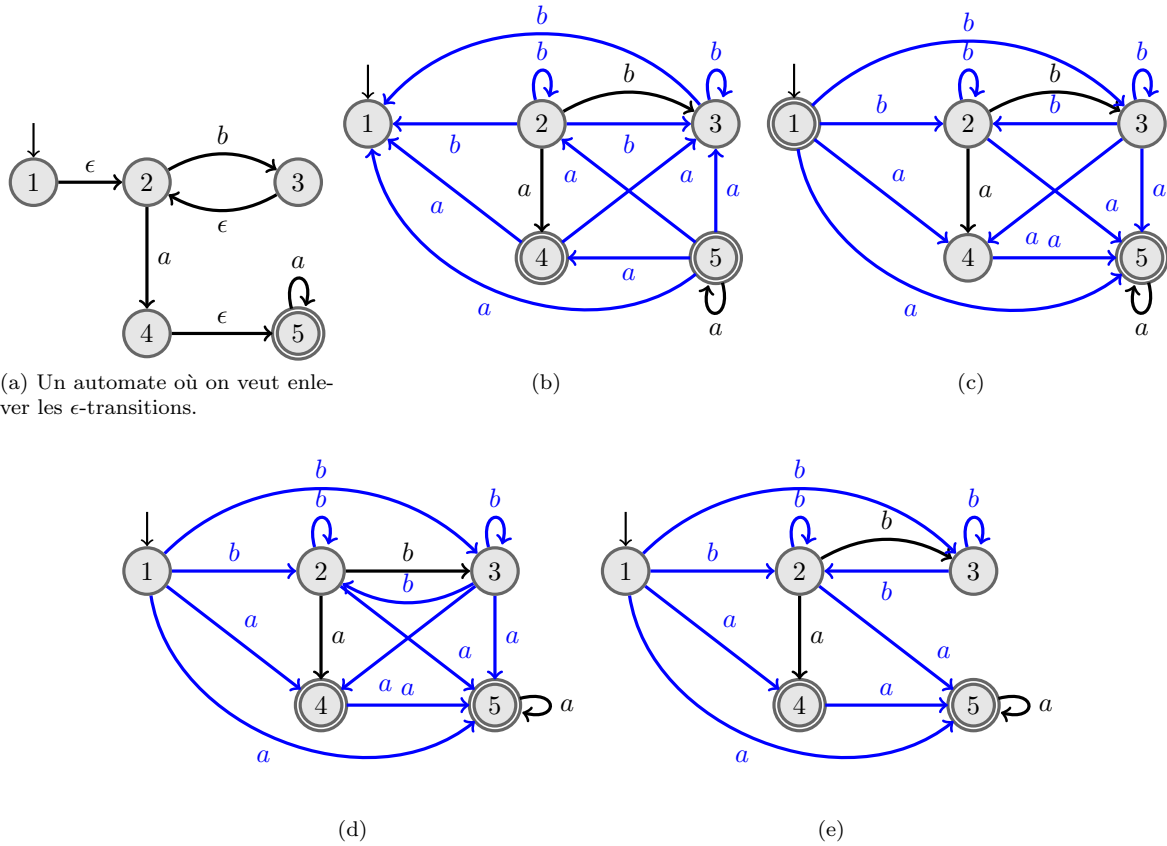
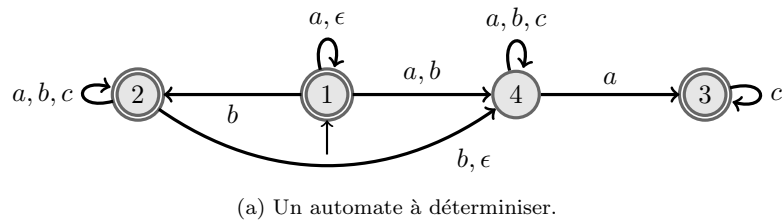
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☒ a) La cim de L_3 est 5.
- ☐ b) 3 est une ci pour L_3 .
- ☒ c) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ d) La cim de L_3 est 3.
- ☐ e) La cim de L_3 est 4.
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

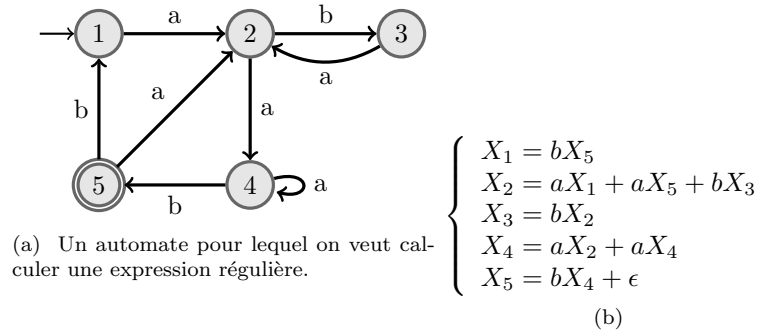
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

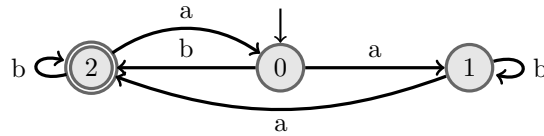


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 2 : ☐ a ☒ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☒ c ☐ d

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h

Question 5 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 6 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f

Question 7 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☒ b ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ g ☐ h

Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g

Question 12 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f

Question 13 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 14 : ☒ ☒ ☒ ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ f ☐ g ☒

Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h

Question 17 : ☒ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h

Question 18 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

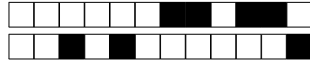
Question 20 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☒ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 22 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 23 :

f pf pj ■ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 24 :

■ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ▢ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ▢ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ▢ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ▢ L'énoncé de la question est absurde.
- ▢ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L est le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☒ a La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ b La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ c La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ a Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ b L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ d L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ e Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☒ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ g Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ c Aucun des automates n'est équivalent.
- ☒ d L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ e Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ h Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ d) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ **a** Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ **b** Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ **c** Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ **d** Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ **e** Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ **f** Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ **g** Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ **a** Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ **b** L'automate de départ était minimal.
- ☐ **c** L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ **d** L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ **e** L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ **f** Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ **a** L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ **b** L'automate de départ était minimal.
- ☐ **c** L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ **d** L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ **e** Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ **f** Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

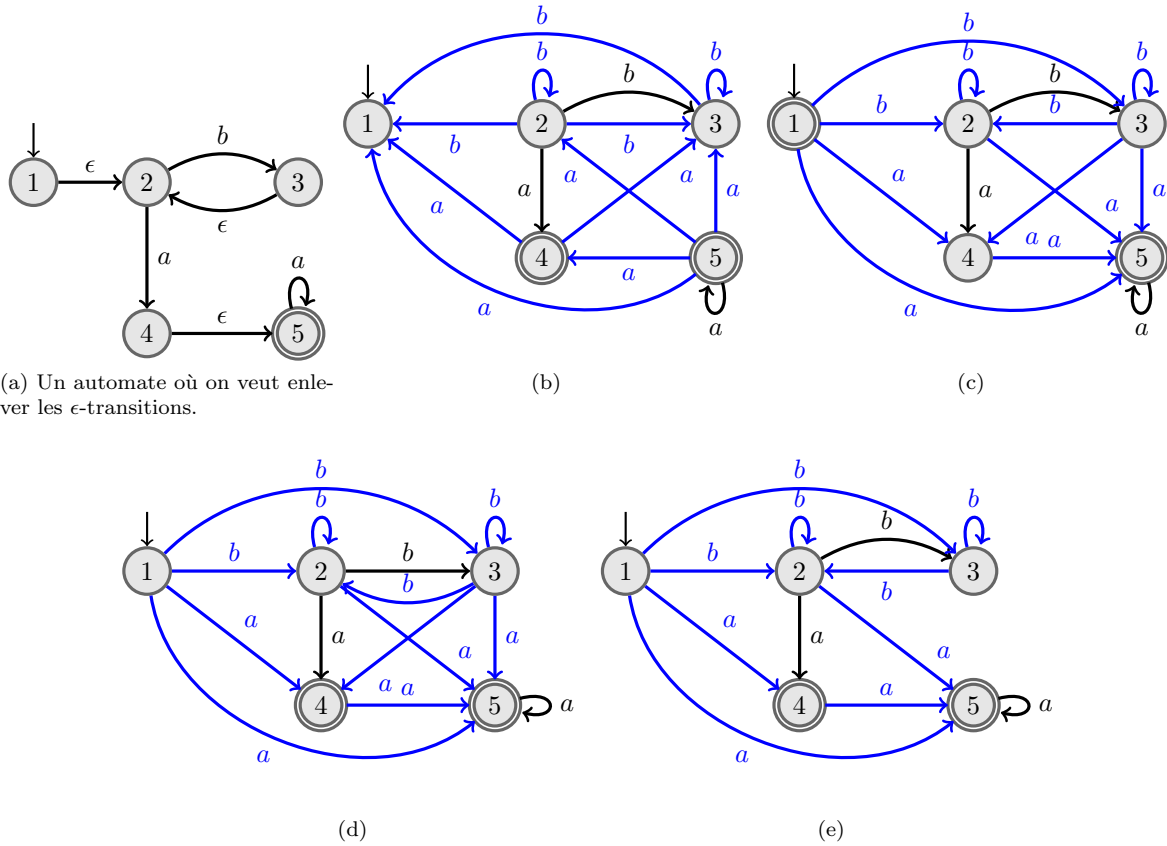
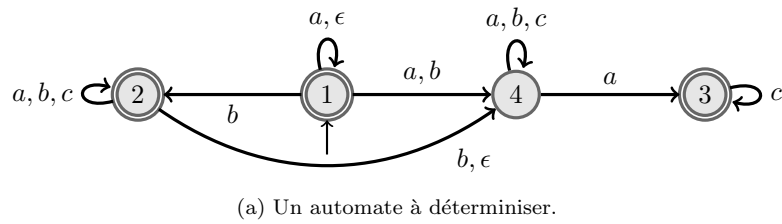
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

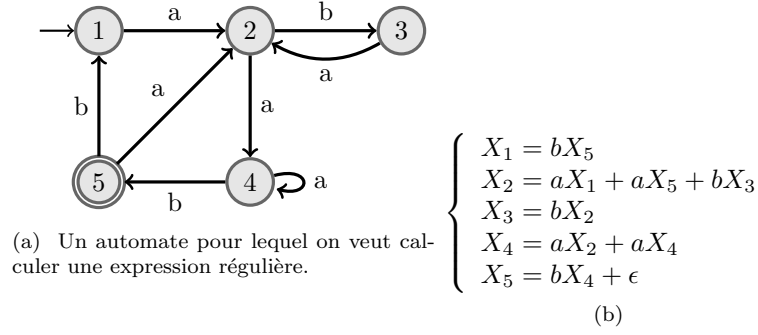
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases}$$

(c) (d) (e)

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases}$$

(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

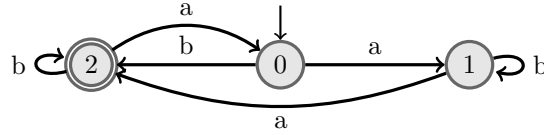


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 2 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h
- Question 6 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f
- Question 7 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
- Question 8 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 13 : ☐ a ☒ b ☒ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 14 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 16 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ a ☒ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 21 : ☐ a ☒ c ☐ d ☐ e ☒ g ☐ h ☐ i

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ Cette affirmation est vraie.
- ☐ Cette affirmation est fausse.
- ☐ L'affirmation est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ L est le langage universel.
- ☐ L a tous ses états accepteurs.
- ☐ L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☒ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☒ A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ A reconnaît un langage complet.
- ☐ A reconnaît le langage universel.
- ☐ Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☒ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☒ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ c) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ d) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ **a** Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ **b** Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ **c** Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ **d** Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ **e** Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ **f** Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ **g** Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ **a** L'automate de départ était minimal.
- ☒ **b** L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ **c** L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ **d** L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ **e** Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ **f** Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ **a** L'automate de départ était minimal.
- ☒ **b** L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ **c** Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ **d** L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ **e** L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ **f** Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ **g** Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ **h** Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 2.
- ☐ La cim de L_2 est 3.
- ☐ La cim de L_2 est 0.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

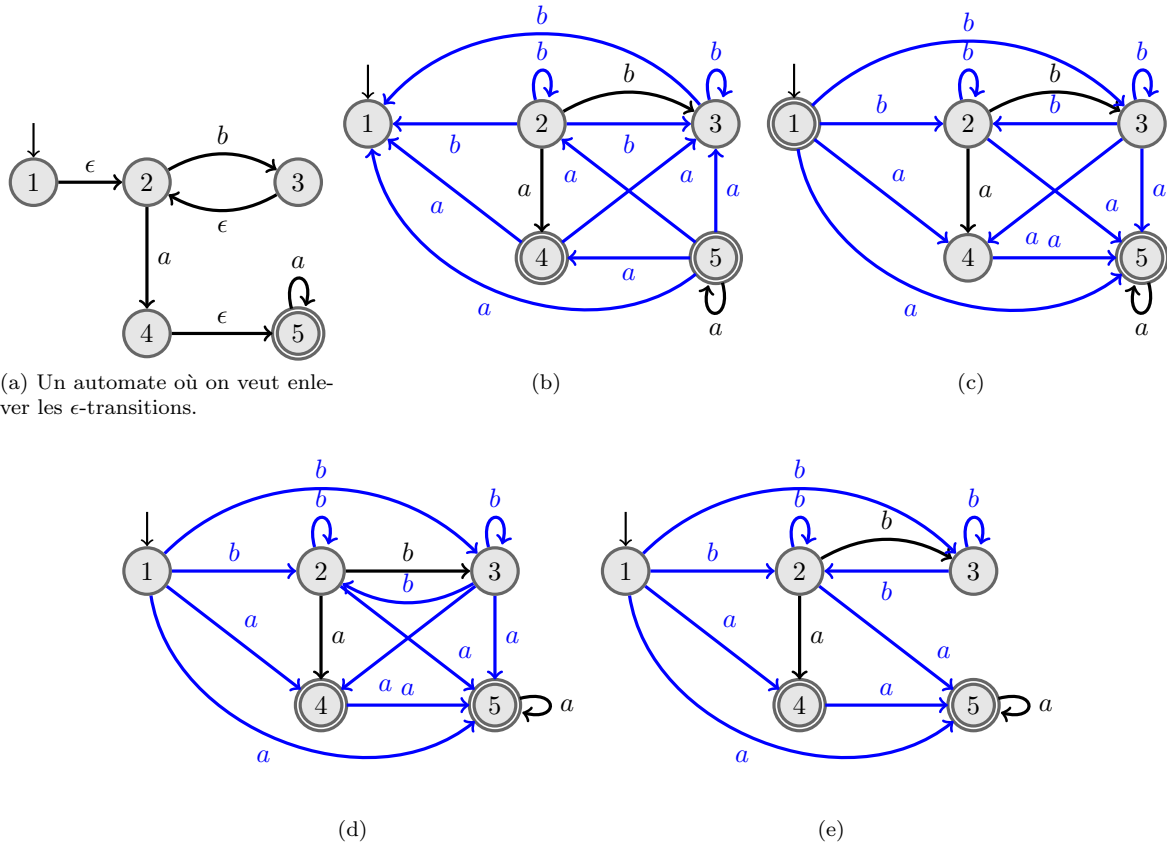
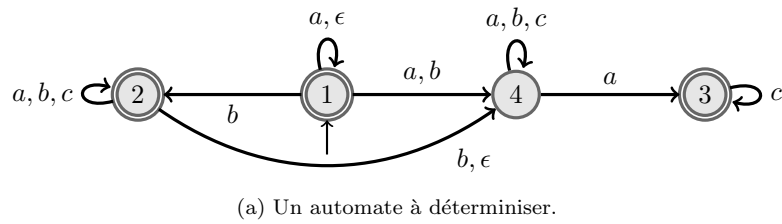
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 4.
- ☐ 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ La cim de L_3 est 3.
- ☐ La cim de L_3 est 5.
- ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

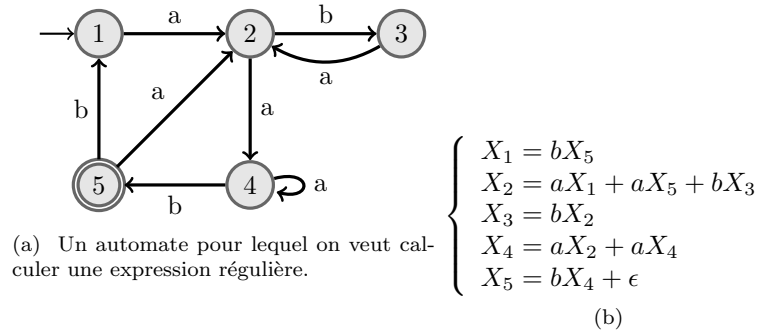
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

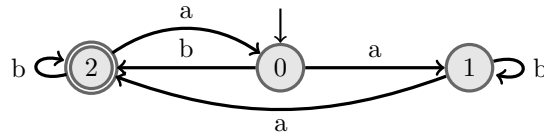


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 2 : ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g h
- Question 3 : ☐ b ☐ c ☐ d
- Question 4 : a ☐ ☐ ☐ d e f g
- Question 5 : a b c d e f ☐ h
- Question 6 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 7 : ☐ b ☐ ☐ ☐ e f g h
- Question 8 : ☐ b c d e f g h
- Question 9 : a b ☐ d e f g h
- Question 10 : a b c ☐ e f g h
- Question 11 : a b ☐ d e f g h
- Question 12 : ☐ ☐ c ☐ e f ☐ h i j
- Question 13 : ☐ ☐ c d e f
- Question 14 : a b c ☐ e f g
- Question 15 : a b c ☐ e f g h
- Question 16 : a ☐ c d e f g ☐
- Question 17 : ☐ ☐ ☐ d e f g h
- Question 18 : ☐ b c d ☐ f g h
- Question 19 : ☐ b c d ☐ f g h i
- Question 20 :

donner ex ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 21 :

donner c ex ☐ ☐ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 : a b c ☐ ☐ f g h



Question 23 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ b) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ c) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ d) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a A reconnaît un langage complet.
- ☒ b A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c A reconnaît le langage universel.
- ☐ d A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ a La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☒ b La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☒ c La post-condition est la condition Q .
- ☐ d Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ e Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ f L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ a L est un langage irrégulier.
- ☒ b L est un langage régulier.
- ☐ c $|L| < |L_1|$.
- ☒ d L contient le langage vide.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L a tous ses états accepteurs.
- ☐ b L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ c L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ d L est le langage universel.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Détermination d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☒ a L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ b Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ c L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ d Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ e Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ f L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ g L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ a Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ b L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ c Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ e Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ f L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ g L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☒ h L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☐ L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ Tous les équations données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4d correspond. | <input type="checkbox"/> Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4b correspond. | <input type="checkbox"/> Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4c correspond. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate. |
| <input type="checkbox"/> Celui de la Figure 4e correspond. | |
| <input type="checkbox"/> Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond. | |

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ b L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d L'automate de départ était minimal.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ b L'automate de départ était minimal.
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1*	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a) Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ b) Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ c) Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☒ d) Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ e) Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f) Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g) Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☒ a) 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ b) 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ c) La cim de L_2 est 3.
- ☐ d) La cim de L_2 est 0.
- ☒ e) La cim de L_2 est 2.
- ☐ f) La cim de L_2 est 1.
- ☐ g) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

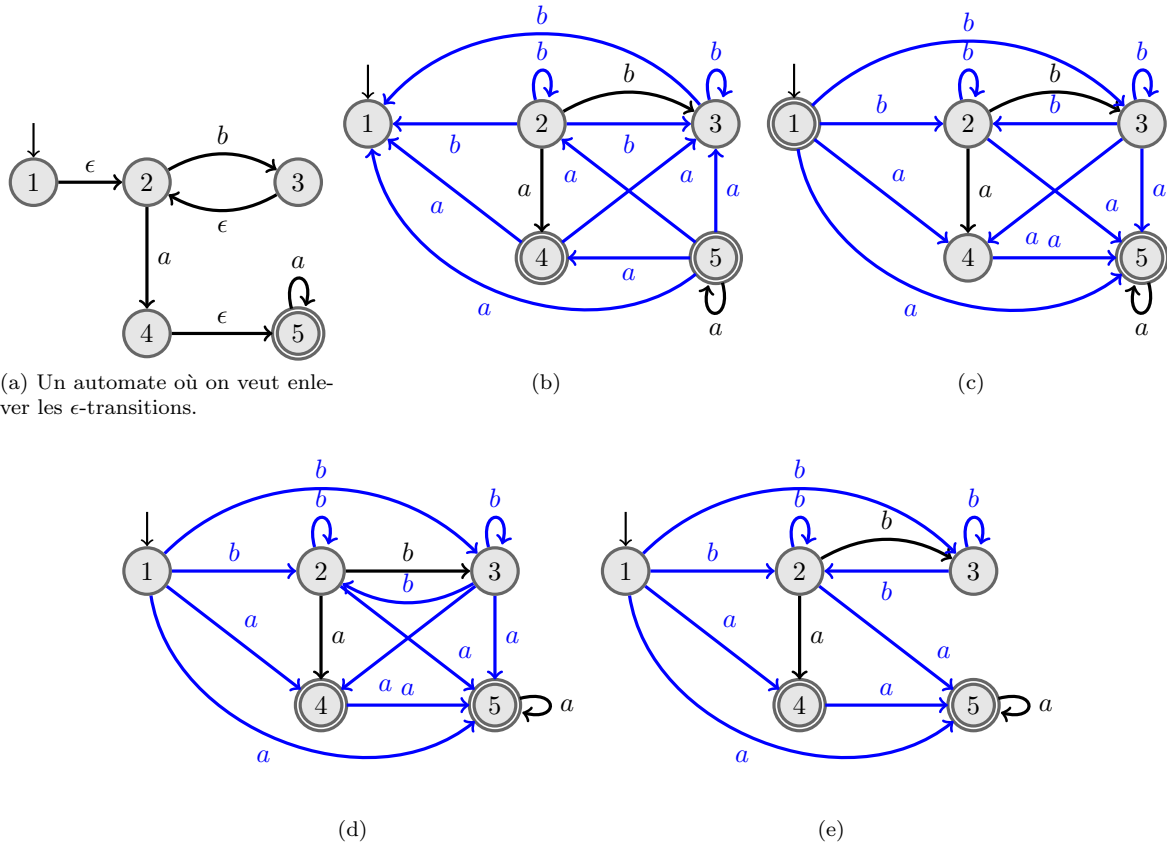
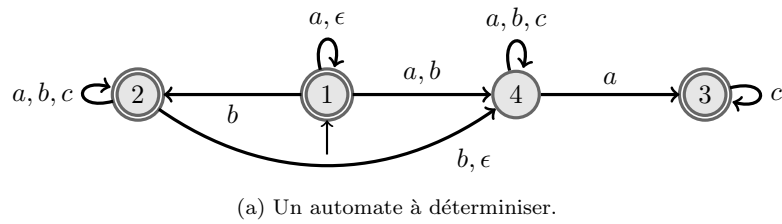
- ☐ a) La cim de L_3 est 3.
- ☐ b) 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ c) La cim de L_3 est 4.
- ☒ d) La cim de L_3 est 5.
- ☒ e) 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f) Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g) Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

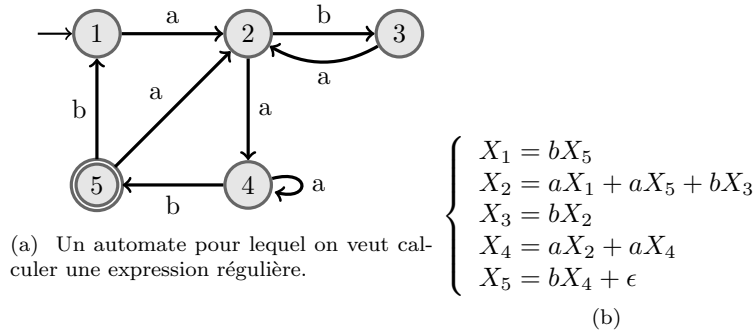
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

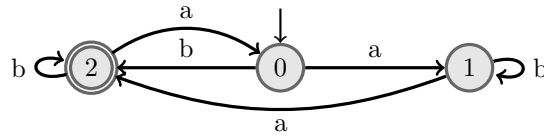


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

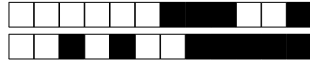
.....

Question 1 : a ☒ ☒ ☒ e f g h
Question 2 : a ☒ c d e f g h
Question 3 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 4 : a ☒ ☒ d e f g
Question 5 : a ☒ c d
Question 6 : a ☒ c ☒ e f g h
Question 7 : a b c d e f ☒ h
Question 8 : ☒ ☒ ☒ e f
Question 9 : ☒ b c d e f g h
Question 10 : a b c d e f g ☒
Question 11 : ☒ b ☒ d e f
Question 12 : a ☒ ☒ e ☒ g h i j
Question 13 : a b c ☒ e f g
Question 14 : a b c ☒ e f g h
Question 15 : a ☒ c d ☒ f g h
Question 16 : ☒ b ☒ ☒ e f g h
Question 17 : a b c ☒ e f g ☒
Question 18 : a b c ☒ e f g h
Question 19 : ☒ b c d ☒ f g h i

Question 20 :

donner ex ☐ ☒ *Reservé enseignant*

Question 21 : a b c ☒ ☒ f g h



Question 22 :

    *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....

Question 23 :

donner c ex   *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

 *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) L est le langage universel.
- ☐ b) L a tous ses états accepteurs.
- ☐ c) L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ d) L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a) Cette affirmation est fausse.
- ☒ b) Cette affirmation est vraie.
- ☐ c) L'affirmation est absurde.
- ☐ d) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ a) On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☒ b) On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☒ c) On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☒ d) On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a) A reconnaît un langage complet.
- ☒ b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c) A reconnaît le langage universel.
- ☐ d) A est tel que tous ses états sont accepteurs.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☒ a) L contient le langage vide.
- ☒ b) L est un langage régulier.
- ☐ c) L est un langage irrégulier.
- ☐ d) $|L| < |L_1|$.
- ☐ e) Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f) Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g) L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ e) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☒ a) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☒ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ e L'automate de départ était minimal.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☒ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☒ a L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☒ b Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ c L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
<i>a</i>	2	2	3	3	6	6
<i>b</i>	3	3	4	4	6	6
<i>c</i>	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ a Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ b Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☒ c Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ d Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ e Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ f Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ g Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- L'automate de départ était minimal.
- ☐ d L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ e L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 0.
- ☐ b 1 est une ci pour L_2 .
- 10 est une ci pour L_2 .
- La cim de L_2 est 2.
- ☐ c La cim de L_2 est 1.
- ☐ f La cim de L_2 est 3.
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

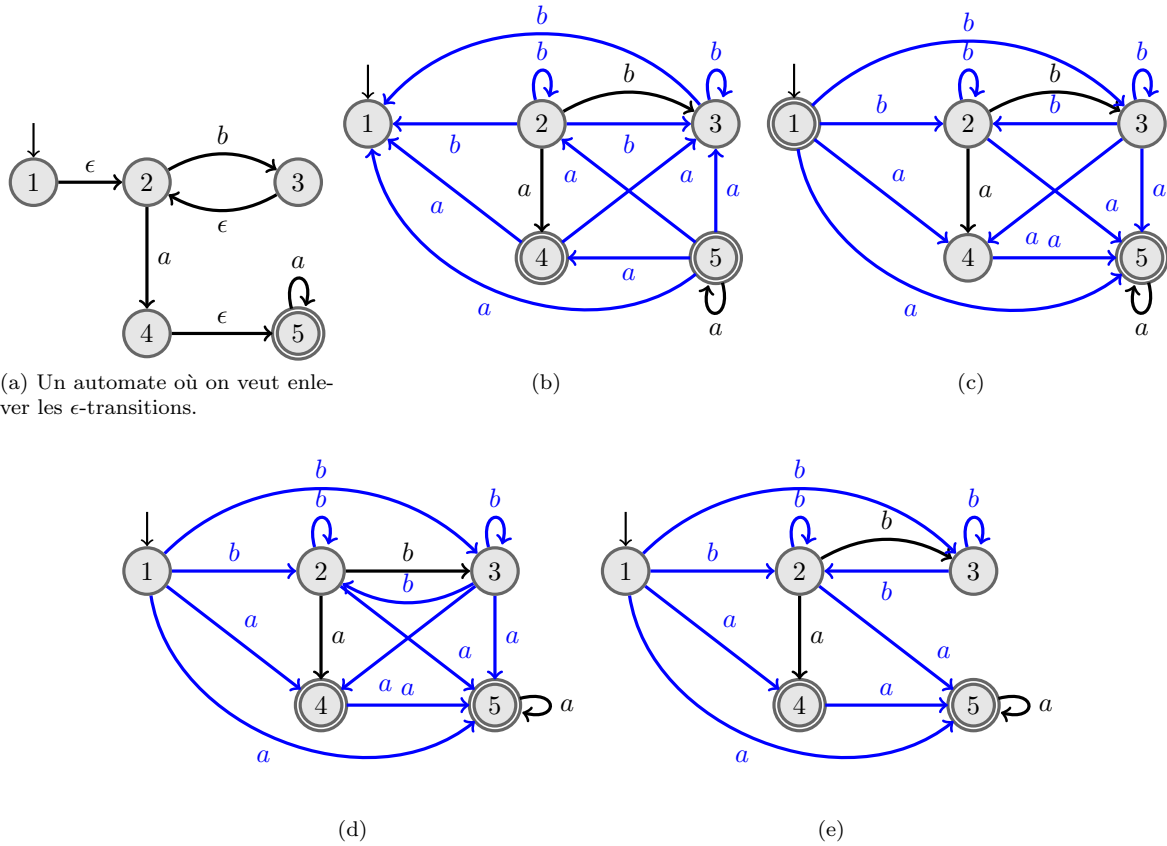
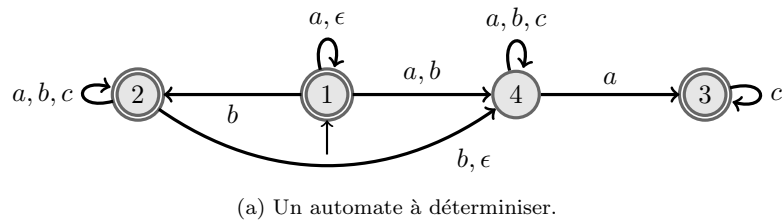
Question 22 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- 10 est une ci pour L_3 .
- La cim de L_3 est 5.
- ☐ c 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ d La cim de L_3 est 3.
- ☐ e La cim de L_3 est 4.
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Question 23 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

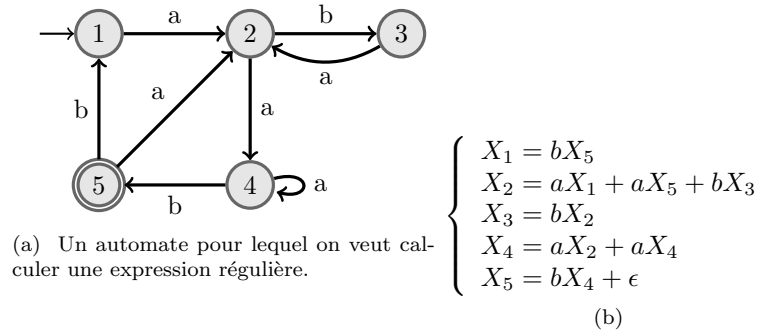
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

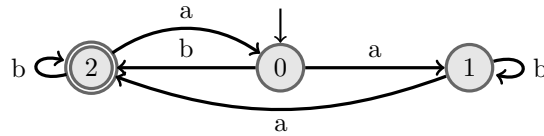


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

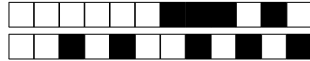
.....

- Question 1 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ h
- Question 3 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d
- Question 4 : ☐ a ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 5 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 6 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 7 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 8 : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐ e ☐ f
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h
- Question 10 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g
- Question 12 : ☐ a ☒ ☐ c ☒ ☒ ☐ f ☒ ☐ h ☐ i ☐ j
- Question 13 : ☒ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 14 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f
- Question 15 : ☐ a ☐ b ☐ c ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☒
- Question 16 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 17 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 18 : ☒ ☒ ☒ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h
- Question 19 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 20 : ☐ a ☐ b ☒ ☒ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i



Question 21 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 22 : ☒ ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 23 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- [d] On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- [e] Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- [f] Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- [g] L'énoncé de la question est absurde.
- [h] Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 5 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Cette affirmation est fausse. | <input type="checkbox"/> L'affirmation est absurde. |
| <input type="checkbox"/> Cette affirmation est vraie. | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 6 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> L reconnaît un langage déterministe. | <input type="checkbox"/> Aucune des affirmations concernant L n'est correcte. |
| <input type="checkbox"/> L est le langage universel. | <input type="checkbox"/> Toutes les affirmations concernant L sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> L a tous ses états accepteurs. | <input type="checkbox"/> L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |

Question 7 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☐ Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☐ Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☐ L est un langage régulier.
- ☐ L est un langage irrégulier.
- ☐ L contient le langage vide.
- ☐ $|L| < |L_1|$.
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a Celui de la Figure 5a correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 5c correspond.
- ☒ d Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 12 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☒ a Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ b Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ c Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d Celui de la Figure 4d correspond.
- ☐ e Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 13 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ b L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ c L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☐ d Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 14 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☐ b Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ c L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☒ d Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ e Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ f Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☐ h Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	1^*	2^*	3^*	4^*	5^*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 16 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ a L'automate de départ était minimal.
- ☐ b L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☒ c L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ d L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☒ e Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ f Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ g Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 20 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ a La cim de L_2 est 0.
- ☒ b La cim de L_2 est 2.
- ☐ c 1 est une ci pour L_2 .
- ☐ d La cim de L_2 est 3.
- ☐ e La cim de L_2 est 1.
- ☒ f 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ g Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ h Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ i Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

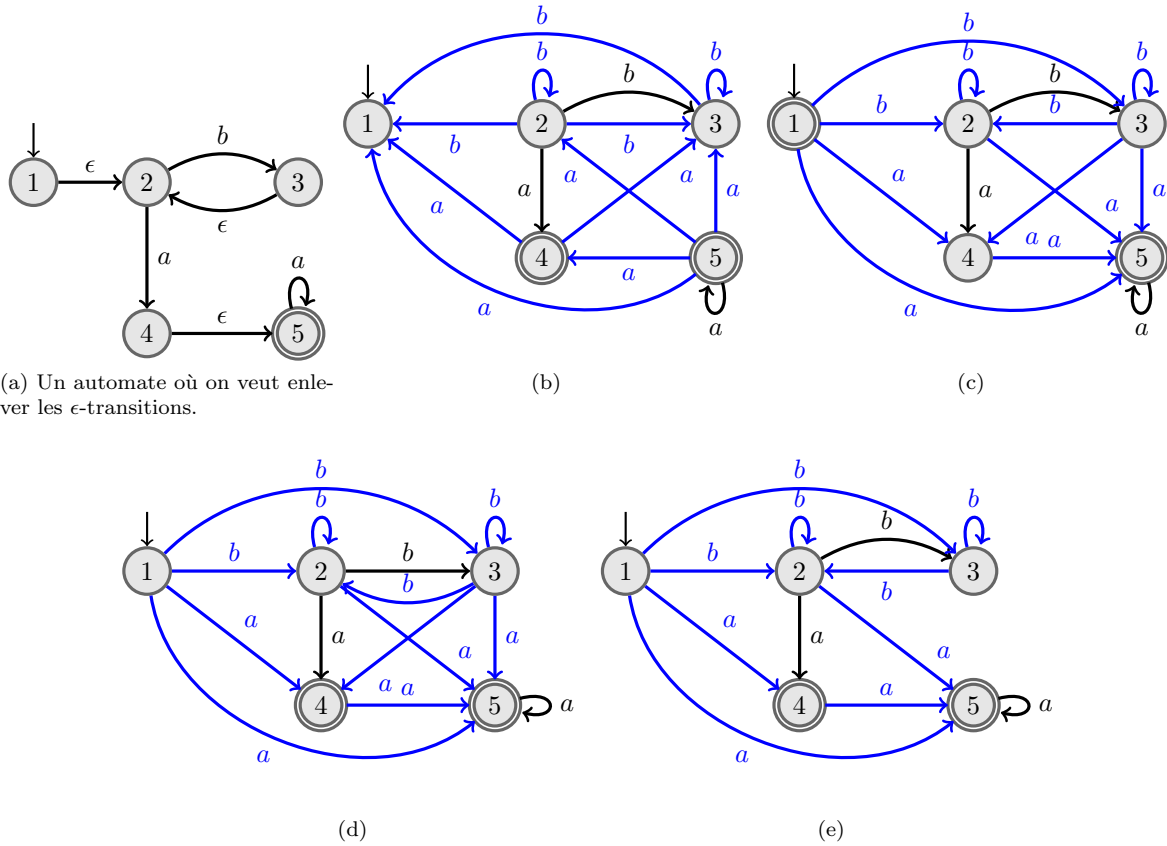
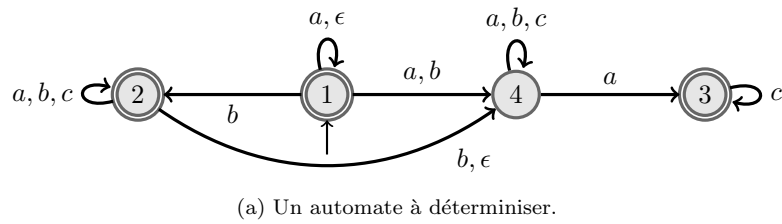
Question 22 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ a 3 est une ci pour L_3 .
- ☐ b La cim de L_3 est 3.
- ☒ c La cim de L_3 est 5.
- ☐ d La cim de L_3 est 4.
- ☒ e 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ f Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ g Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

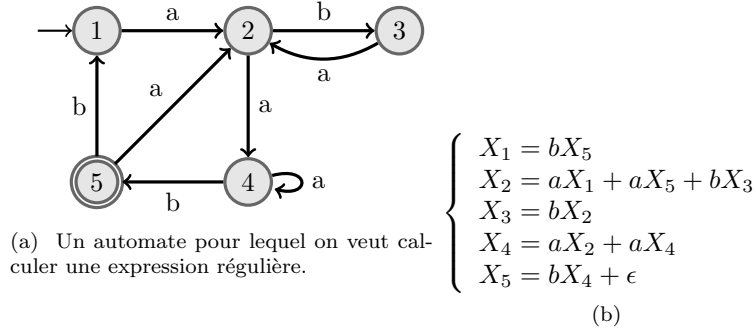
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

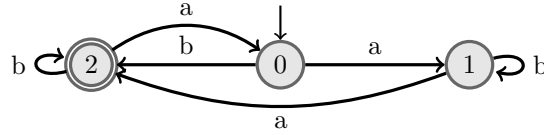


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

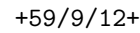
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).

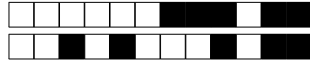


INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2016/2017

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Numéro d'anonymat :
.....

- Question 1 : ☐ ☐ ☐ ☐ d e f g h
- Question 2 : ☐ ☐ ☐ c d e f g
- Question 3 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g h
- Question 5 : ☐ a ☐ ☐ ☐ c d
- Question 6 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 7 : ☐ ☐ ☐ ☐ e f
- Question 8 : ☐ ☐ b ☐ ☐ d e f g h
- Question 9 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h
- Question 10 : ☐ ☐ b c d e f g h
- Question 11 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ ☐ e f g
- Question 12 : ☐ ☐ b c d e f g h
- Question 13 : ☐ ☐ ☐ c d e f
- Question 14 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ ☐ ☐ h i j
- Question 15 : ☐ ☐ b c d e f g h
- Question 16 : ☐ ☐ b c ☐ ☐ ☐ f g h
- Question 17 : ☐ ☐ b c d e f g ☐ ☐
- Question 18 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ ☐ f g h



Question 19 :

☐ f ☐ pf ☐ p ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 20 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e ☒ ☐ g ☐ h ☐ i

Question 21 :

donner c ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 22 :

donner ex ☐ f ☒ *Reservé enseignant*

.....

Question 23 : ☐ a ☐ b ☒ ☐ d ☒ ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (07h30 → 09h30).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Documents du cours et du TD autorisés.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données dans la partie sujet seront ignorées.
- Répondre à une question consiste à marquer les cases correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ prévu à cet effet.
- Pour marquer une case, il est demandé de **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner le carré).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse.
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Reservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les 5 parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.

Sujet

Partie 1 : Compréhension du cours (4 points)

Question 1 (0,5 points) Soit A un automate complet sur un alphabet Σ .

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) A reconnaît le langage universel. | <input type="checkbox"/> e) Aucune des affirmations concernant A n'est correcte. |
| <input checked="" type="checkbox"/> b) A est tel que son exécution est définie pour chaque mot de Σ^* . | <input type="checkbox"/> f) Toutes les affirmations concernant A sont correctes. |
| <input type="checkbox"/> c) A reconnaît un langage complet. | <input type="checkbox"/> g) L'énoncé de la question est absurde. |
| <input type="checkbox"/> d) A est tel que tous ses états sont accepteurs. | <input type="checkbox"/> h) Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question. |



(a) KO (b) KO (c) KO (d) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

Question 2 (0,5 points) Nous considérons l'affirmation "Tous les langages réguliers satisfont le lemme de l'itération".

- ☐ a Cette affirmation est fausse.
- ☒ b Cette affirmation est vraie.
- ☐ c L'affirmation est absurde.
- ☐ d Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 3 ♣ (0,5 points) Soit L un langage obtenu par la différence entre deux langages réguliers L_1 et L_2 quelconques ($L = L_1 \setminus L_2$). Rappel : $|L|$ dénote le cardinal du langage L .

- ☒ a L contient le langage vide.
- ☐ b L est un langage irrégulier.
- ☐ c $|L| < |L_1|$.
- ☒ d L est un langage régulier.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 4 (0,5 points) Soit L un langage complet sur un alphabet Σ .

- ☐ a L est le langage universel.
- ☐ b L'exécution de L est définie pour chaque mot de Σ^* .
- ☐ c L a tous ses états accepteurs.
- ☐ d L reconnaît un langage déterministe.
- ☐ e Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ f Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☒ g L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ h Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux états* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions, après avoir appliqué possiblement l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 points) Nous nous intéressons à la méthode permettant de passer d'un automate vers une expression régulière en associant un *système d'équations aux chemins* à l'automate.

- ☒ a Cette méthode peut être appliquée sur les automates déterministes.
- ☒ b Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et sans ϵ -transitions.
- ☒ c Cette méthode peut être appliquée sur les automates non-déterministes et avec ϵ -transitions.
- ☒ d Toutes les affirmations concernant la méthode sont correctes.
- ☐ e L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ f Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 points) Soit L un langage régulier quelconque. Rappel : $L \subset L'$ ssi $L \subseteq L'$ et $L \neq L'$.

- ☐ On peut utiliser le lemme de l'itération sur L .
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini non déterministe qui reconnaît L .
- ☐ On peut trouver deux langages réguliers L_1 et L_2 tels que $L_1 \subset L \subset L_2$.
- ☐ On peut trouver un automate d'états fini déterministe qui reconnaît L .
- ☐ Aucune des affirmations concernant L n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant L sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 points) Nous considérons la méthode de Floyd que nous souhaitons appliquer pour prouver qu'un automate étendu avec deux états terminaux est partiellement correct par rapport à une spécification (P, Q) .

- ☐ La post-condition est la condition Q .
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition d'un seul état terminal.
- ☐ La post-condition doit être impliquée par la condition de chacun des états terminaux.
- ☐ Aucune des affirmations concernant post-condition n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant post-condition sont correctes.
- ☐ L'énoncé de la question est absurde.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir répondre à la question.

Partie 2 : Déterminisation d'automates (3 points)

Question 9 (1,5 points) Nous considérons les automates représentés dans la Figure 2. L'automate dans la Figure 2a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous nous intéressons à l'algorithme de suppression des ϵ -transition et l'automate en résultant.

- ☐ Aucun des automates proposés ne peut résulter de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2c.
- ☐ Tous les automates proposés sont résultant de l'algorithme de suppression des ϵ -transitions.
- ☐ Il est absurde de parler de suppression des ϵ -transitions pour un automate.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2d.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2e.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour pouvoir déterminer s'il y a un automate résultant.
- ☐ L'automate résultant est représenté dans la Figure 2b.

Question 10 (1,5 points) Nous considérons les automates dans la Figure 3. L'automate dans la Figure 3a est non-déterministe et avec ϵ -transitions. Nous considérons également les autres automates qui sont déterministes et sans ϵ -transitions et leur équivalence par rapport à l'automate dans la Figure 3a.

- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3d est équivalent.
- ☐ Il est absurde de parler d'équivalence entre automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3b est équivalent.
- ☐ Aucun des automates n'est équivalent.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer l'équivalence entre ces automates.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3e est équivalent.
- ☐ L'automate représenté dans la Figure 3c est équivalent.
- ☐ Les automates dans les Figures 3b, 3c, 3d, 3e sont tous équivalents à l'automate dans la Figure 3a.

Partie 3 : Automates vers expressions régulières (4 points)

Dans cette partie, nous nous intéressons à la méthode associant des équations aux états.

Question 11 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons aux étapes intermédiaires de calcul lors de l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☐ a) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = ab^*aX_2$.
- ☒ b) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^*a + b)X_2$.
- ☒ c) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_1 = b^*aX_2$.
- ☐ d) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_0 = (ab^* + b)X_2$.
- ☒ e) L'expression régulière associée à cet automate est $(ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ f) Durant le calcul, nous pouvons trouver $X_2 = (b + ab + ab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☒ g) Durant le calcul, nous pouvons trouver l'équation $X_2 = (b + ab + aab^*a)X_2 + \epsilon$.
- ☐ h) Aucune des équations données n'est correcte.
- ☐ i) Tous les équations données sont correctes.
- ☐ j) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les équations données sont correctes.

Question 12 ♣ (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 6. Nous nous intéressons au résultat final obtenu par l'application de la méthode associant des équations aux états.

- ☒ a) L'expression régulière associée à cet automate est $((ab^*ab^* + b^+)a)^*(ab^*ab^* + b^+)$.
- ☐ b) L'expression régulière associée à cet automate est $X_2 = (aab^*a + b + ab)X_2$.
- ☒ c) L'expression régulière associée à cet automate est $X_0 = (ab^*a + b)X_2$ où la variable X_2 est remplacée par son expression régulière correcte.
- ☐ d) Aucune des expressions régulières données n'est correcte.
- ☐ e) Tous les expressions régulières données sont correctes.
- ☐ f) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si les expressions régulières données sont correctes.

Question 13 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 4a. Nous nous intéressons aux systèmes d'équations possiblement correspondant à cet automate dans la Figure 4.

- ☐ a) Celui de la Figure 4d correspond.
- ☒ b) Celui de la Figure 4e correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 4b correspond.
- ☐ d) Celui de la Figure 4c correspond.
- ☐ e) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ f) Les systèmes d'équations dans les Figures 4b, 4c, 4d, 4e correspondent tous.
- ☐ g) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate.
- ☐ h) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Question 14 (1 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 2a. Nous nous intéressons à des systèmes d'équations correspondants possiblement à cet automate.

- ☐ a) Celui de la Figure 5c correspond.
- ☐ b) Celui de la Figure 5b correspond.
- ☐ c) Celui de la Figure 5a correspond.
- ☒ d) Aucun des systèmes d'équations proposés ne correspond.
- ☐ e) Tous les systèmes d'équations correspondent.
- ☐ f) Il est absurde d'associer un système d'équations à un automate car cela n'est pas possible d'associer un système d'équation à un automate non-déterministe avec ϵ -transitions.
- ☐ g) Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer si un système d'équations correspond à cet automate.

Partie 4 : Minimisation d'automates (3 points)

Les questions de cette partie font référence à l'algorithme de minimisation vu en cours et utilise la représentation de l'exécution sous forme de tableau vue en cours.

Question 15 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8b. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- L'automate de départ était minimal.
- L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 16 (1,5 points) Considérons l'automate A représenté sous forme tabulaire ci-dessous.

	<u>1*</u>	2*	3*	4*	5*	6
a	2	2	3	3	6	6
b	3	3	4	4	6	6
c	6	5	3	3	5	6

Nous souhaitons minimiser cet automate. Pour cela, nous appliquons l'algorithme de minimisation et la représentation de son exécution sous forme de tableau, comme vu en cours/td.

- ☐ Figure 7a correspond à la minimisation de A .
- Figure 7c correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7b correspond à la minimisation de A .
- ☐ Figure 7d correspond à la minimisation de A .
- ☐ Aucune des représentations proposées ne correspond à la minimisation de A .
- ☐ Toutes les représentations proposées correspondent à la minimisation de A .
- ☐ Il est absurde/impossible de minimiser un tel automate.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer s'il est possible de minimiser cet automate.

Question 17 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8c. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Question 18 ♣ (0,5 points) Nous considérons l'exécution de l'algorithme de minimisation représentée dans la Figure 8a. Cette exécution est réalisée sur un certain automate, non donné dans l'énoncé.

- ☐ Il n'est pas nécessaire de calculer \equiv_3 .
- ☐ L'exécution de l'algorithme n'est pas finie.
- ☐ L'automate de départ était minimal.
- ☐ L'automate résultant de la minimisation aura le même nombre d'états.
- ☐ L'automate de départ n'était pas minimal.
- ☐ Aucune des affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation ou l'automate de départ n'est correcte.
- ☐ Toutes les affirmations concernant le résultat de l'algorithme de minimisation, l'algorithme de minimisation et l'automate de départ sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour répondre à la question.

Partie 5 : Lemme de l'itération (6 points)

Nous considérons

- le langage $L_1 = \{a^{2 \times m} \cdot b^{2 \times n} \in \{a, b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \text{ est un diviseur de } n\}$,
- le langage régulier $L_2 = \{\epsilon, 0, 1\}$ et
- le langage L_3 défini par l'expression régulière $(aaa)^*aa$, le langage des mots contenant un nombre de a dont le reste par la division euclidienne par 3 est 2.

Dans cette partie, nous utilisons les deux abréviations suivantes : ci pour constante d'itération et cim pour constante d'itération minimale.

Question 19 ♣ (1 points) Nous considérons L_2 .

- ☐ La cim de L_2 est 2. ☐ La cim de L_2 est 0. ☐ La cim de L_2 est 1.
- ☐ 1 est une ci pour L_2 . ☐ La cim de L_2 est 3. ☐ 10 est une ci pour L_2 .
- ☐ Aucune des ci données n'est correcte. ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_2 .

Question 20 (0.5 points) Donner un mot dans L_1 .

Question 21 (0.5 points) Donner un mot dans $\{a, b\}^* \setminus L_1$.

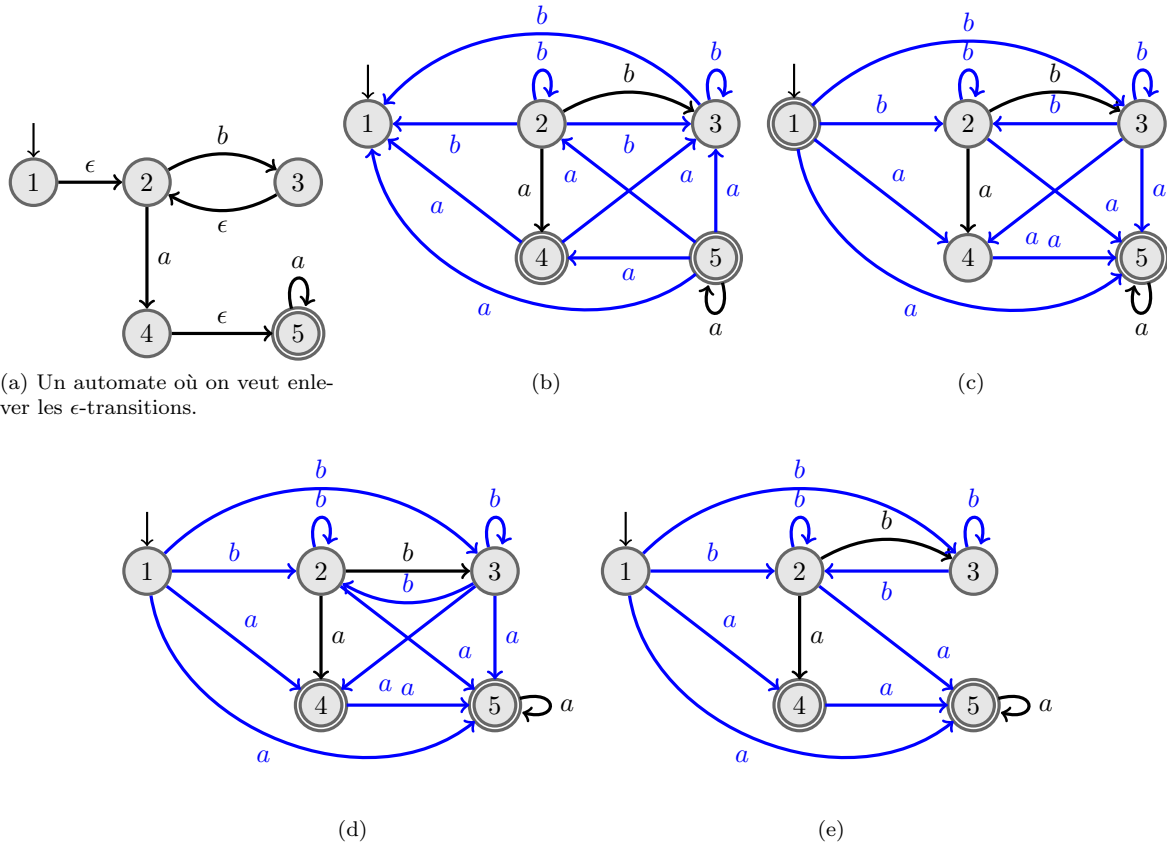
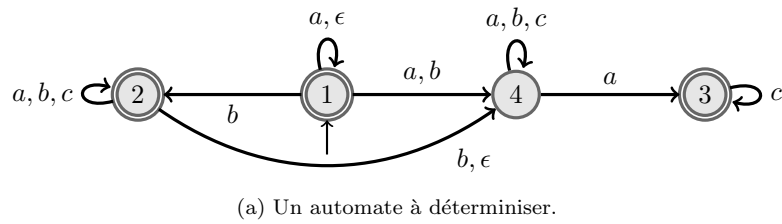
Question 22 (3 points) Démontrer que L_1 est non régulier.

Question 23 ♣ (1 points) Nous considérons le langage L_3 .

- ☐ La cim de L_3 est 5. ☐ La cim de L_3 est 4. ☐ 10 est une ci pour L_3 .
- ☐ 3 est une ci pour L_3 . ☐ La cim de L_3 est 3. ☐ Aucune des ci données n'est correcte.
- ☐ Toutes les ci données sont correctes.
- ☐ Il manque des données dans l'énoncé pour déterminer la cim de L_3 .

Champ Libre

Question 24 Vous pouvez utiliser l'espace de texte associé à cette question sur la feuille de réponse comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.

FIGURE 2 – Des automates pour la suppression des ϵ -transitions.

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	14	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	24	34	234	4	4

(b)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	4	34	234	34	4

(c)

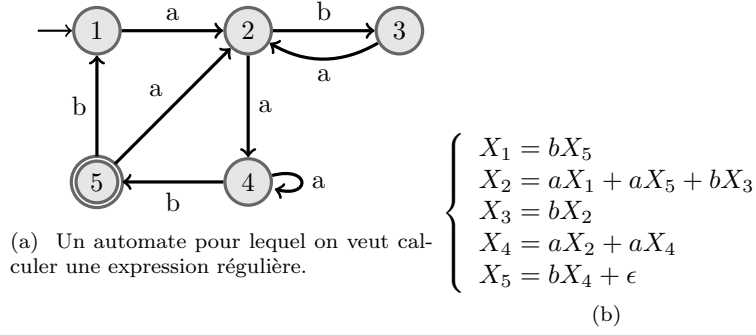
	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	134	234	34	34
b	24	24	24	24	24	4	4
c		4	24	34	234	34	4

(d)

	1*	14*	24*	134*	234*	34*	4
a	14	134	234	14	234	34	34
b	24	24	234	24	24	4	4
c		4	4	34	234	4	4

(e)

FIGURE 3 – Des automates pour la détermination. Dans la représentation tabulaire, les états sont en colonnes, les symboles en lignes, les étoiles marquent les états accepteurs.



$$\begin{cases} X_1 = bX_5 \\ X_2 = aX_1 + aX_5 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = aX_2 + aX_4 + \epsilon \\ X_5 = bX_4 \end{cases} \quad (c) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 + \epsilon \\ X_5 = bX_1 + aX_2 \end{cases} \quad (d) \quad \begin{cases} X_1 = aX_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = aX_2 \\ X_4 = aX_4 + bX_5 \\ X_5 = bX_1 + aX_2 + \epsilon \end{cases} \quad (e)$$

FIGURE 4 – Un automate et des équations aux états.

$$\begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 + bX_3 \\ X_3 = bX_2 \\ X_4 = \epsilon X_5 + a \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon \\ X_2 = X_1\epsilon + X_3\epsilon + bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5\epsilon \\ X_5 = a + \epsilon \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} X_1 = \epsilon X_2 \\ X_2 = bX_3 + aX_4 \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = X_5 \\ X_5 = a \end{cases} \quad (c)$$

FIGURE 5 – Des systèmes d'équations possiblement correspondant avec l'automate dans la Figure 2a.

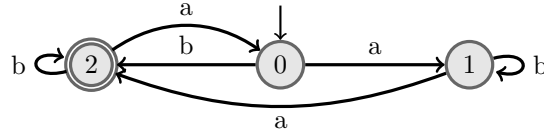


FIGURE 6 – Automate pour calcul d'expression régulière (avec la méthode des équations aux états).

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_3	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c) (d)

FIGURE 7 – Des représentations de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2	\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6

(a) (b) (c)

FIGURE 8 – Des exécutions de l'algorithme de minimisation sur des automates (non fournis).



Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : a ☒ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 2 : a ☒ b ☐ c ☐ d ☐

Question 3 : ☒ a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 4 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☒ g ☐ h

Question 5 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f

Question 6 : ☒ a ☒ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f

Question 7 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 8 : ☒ a ☐ b ☒ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 9 : a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 10 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 11 : a ☐ b ☒ c ☒ d ☒ e ☐ f ☒ g ☐ h ☐ i ☐ j

Question 12 : ☒ a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f

Question 13 : a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 14 : a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g

Question 15 : ☒ a ☒ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 16 : a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 17 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☒ h

Question 18 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 19 : ☒ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☒ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 20 :

donner ex ☐ a ☒ b *Reservé enseignant*

.....

Question 21 :

donner c ex ☐ a ☒ b *Reservé enseignant*

.....



Question 22 :

☐ f ☐ pf ☐ pj ☒ *Reservé enseignant*

en utilisant le lemme de l'itération

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 23 : ☒ b ☒ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 24 :

☒ *Reservé enseignant*

.....

.....

.....