

THEORETISCHE BEMERKUNGEN ÜBER DIE BROWNSCHE BEWEGUNG.

Von A. Einstein.



Veranlasst durch die neulich in der Z. f. Elektroch. erschienene Svedbergsche Untersuchung über die Bewegung suspendierter Teilchen, halte ich es für angezeigt, auf einige durch die molekulare Theorie der Wärme geforderten Eigenschaften dieser Bewegung hinzuweisen. Ich hoffe, durch das Nachfolgende den Physikern, welche sich experimentell mit dieser Sache abgeben, die Deutung ihres Beobachtungsmaterials sowie die Vergleichung desselben mit der Theorie etwas zu erleichtern.

1. Die molekulare Theorie der Wärme erlaubt, den Mittelwert der Momentangeschwindigkeit zu berechnen, welche ein Teilchen bei der absoluten Temperatur T besitzt. Die kinetische Energie der Schwerpunktsbewegung eines Teilchens ist nämlich unabhängig von der Grösse und Beschaffenheit des Teilchens und unabhängig von der Beschaffenheit seiner Umgebung, z. B. der Flüssigkeit, in der das Teilchen suspendiert ist; diese kinetische Energie ist gleich der eines einatomigen Gasmoleküls. Die mittlere Geschwindigkeit $\sqrt{v^2}$ des Teilchens von der Masse m ist also bestimmt durch die Gleichung

$$m \frac{v^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{RT}{N},$$

wobei $R = 8,3 \cdot 10^7$, T die absolute Temperatur und N die Anzahl der wirklichen Moleküle in einem Gramm-Molekül (etwa $4 \cdot 10^{23}$) bedeutet. Wir wollen $\sqrt{v^2}$, sowie die im folgenden noch in Betracht kommenden Grössen berechnen für Teilchen kolloidaler Platinlösungen, wie sie Herr Svedberg untersucht hat. Für diese Teilchen haben wir $m = 2,5 \cdot 10^{-15}$ zu setzen, so dass wir für $T = 292$ erhalten:

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{mN}} = 8,6 \text{ cm/Sek.}$$

2. Wir wollen nun nachsehen, ob Aussicht vorhanden ist, diese enorme Geschwindigkeit an einem suspendierten Teilchen wirklich zu beobachten.

Wüssten wir nichts von molekularer Wärmetheorie, so würden wir folgendes erwarten. Angenommen, man erteilt einem in einer Flüssigkeit suspendierten Teilchen durch einen von aussen auf dasselbe ausgeübten Kraftimpuls eine Geschwindigkeit, so wird diese Geschwindigkeit rasch aufgezehrt durch die Reibung der Flüssigkeit. Wir vernachlässigen die Trägheit der letzteren und beachten, dass der Widerstand,

den das mit der Geschwindigkeit v bewegte Teilchen erfährt, $6\pi k P v$ ist, wobei k den Viskositätskoeffizienten der Flüssigkeit und P den Radius des Teilchens bedeutet. Wir erhalten die Gleichung:

$$m \frac{dv}{dt} = -6\pi k P v.$$

Für die Zeit ϑ , in welcher die Geschwindigkeit auf ein Zehntel ihres anfänglichen Wertes sinkt, ergibt sich hieraus

$$\vartheta = \frac{m}{0,434 \cdot 6\pi k P}.$$

Für die oben erwähnten Platinteilchen (in Wasser) haben wir $P = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$ und $\eta = 0,01$ zu setzen, so dass man erhält¹⁾:

$$\vartheta = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ Sekunden.}$$

Kehren wir zur Molekulartheorie der Wärme zurück, so haben wir diese Betrachtung zu modifizieren. Wir müssen zwar auch jetzt annehmen, dass das Teilchen eine anfängliche Bewegung während der sehr kurzen Zeit ϑ durch Reibung nahezu verliere. Gleichzeitig müssen wir aber annehmen, dass das Teilchen während dieser Zeit durch einen der inneren Reibung inversen Vorgang neue Bewegungsimpulse erhalte, so dass es eine Geschwindigkeit beibehält, die im Mittel gleich $\sqrt{v^2}$ ist. Da wir aber Richtung und Grösse dieser Bewegungsimpulse uns als (nahezu) unabhängig von der anfänglichen Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit des Teilchens vorstellen müssen, so müssen wir schliessen, dass Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung des Teilchens sich schon in der ausserordentlich kurzen Zeit ϑ sehr stark ändere, und zwar in ganz unregelmässiger Weise.

Es ist daher — wenigstens für ultramikroskopische Teilchen — unmöglich, $\sqrt{v^2}$ durch Beobachtungen zu ermitteln.

3. Beschränkt man sich auf die Untersuchung der Wege oder — präziser ausgedrückt — der Lagenänderungen in Zeiten τ , welche wesentlich grösser sind als ϑ , so gilt nach der Molekulartheorie der Wärme

$$\sqrt{\lambda_x^2} = \sqrt{\tau} \sqrt{\frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi k P}},$$

falls man mit λ_x die während τ stattfindende Aenderung der x -Koordinate des Teilchens be-

¹⁾ Für „mikroskopische“ Teilchen ist ϑ bedeutend grösser, indem ϑ unter sonst gleichen Umständen dem Quadrat des Teilchenradius proportional ist.

zeichnet. Man kann als mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall τ die Grösse

$$\frac{\sqrt{\lambda_x^2}}{\tau} = \frac{w}{\sqrt{\tau}}$$

definieren, wobei zur Abkürzung

$$\sqrt{\frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi kP}} = w$$

gesetzt ist. Diese mittlere Geschwindigkeit ist aber desto grösser, je kleiner τ ist; so lange τ gross ist gegen θ , nähert sich dieselbe mit abnehmendem τ keinem Grenzwert.

Da ein mit bestimmten Beobachtungsmitteln in bestimmter Weise operierender Beobachter niemals die in beliebig kleinen Zeiten zurückgelegten Wege wahrnehmen kann, so wird stets eine gewisse mittlere Geschwindigkeit ihm als Momentangeschwindigkeit erscheinen. Es ist aber klar, dass der so ermittelten Geschwindigkeit keine objektive Eigenschaft der untersuchten Bewegung entspricht — wenigstens falls die Theorie den Tatsachen entspricht.

Bern, Januar 1907.

(Eingegangen: 22. Januar.)

WISSENSCHAFTLICHES REPERTORIUM.

ZEITSCHRIFTEN-AUSZÜGE.

Compt. rend. 143, 198—201 (23. 7. 06). Ch. Bouchard und V. Balthazard. Action toxique et localisation de l'émanation du radium. Verff. haben Tierversuche mit Radium gemacht und gefunden, dass dasselbe im allgemeinen bei der Einführung in die tierischen Organe als Gift wirkt. Wenn man dagegen emanationshaltige Flüssigkeiten injiziert, so verschwindet die Emanation aus dem Organismus in kurzer Zeit, ohne irgend welche Schädigungen zu hinterlassen. H. D.

ib. 213—215. L. Bloch. Sur la mobilité des ions produits par la lampe Nernst. Verff. hat die Beweglichkeit der Ionen, die von Nernstlampen ausgehen, auf zwei verschiedenen Wegen gemessen. Er beschreibt eingehend die Messmethoden und findet für die positiven und negativen Ionen eine Beweglichkeit von etwa 0,3 mm im Durchschnitt. Einige Ionen haben Beweglichkeiten bis 0,35, andere wenige unter 0,15. Ferner wurde die Geschwindigkeit der Ionen gemessen, nachdem das ionisierte Gas auf Zimmertemperatur abgekühlt war. Verff. erhielt dann Beweglichkeiten von 0,02 mm, d. h. von derselben Grössenordnung wie die Beweglichkeit der Ionen von Flammgasen. H. D.

ib. 218—220. P. Massoulier. Sur la relation qui existe entre la résistance électrique et la viscosité des solutions électrolytiques. Aus früheren Versuchen des Verff. in gemischten Lösungsmitteln ergab sich, dass Ionenbeweglichkeit und Viskosität parallel gehen und ungefähr dieselbe Grössenordnung haben. Die Aenderungen bei den dort benutzten Alkoholwassergemischen waren aber relativ klein, so dass die Beobachtungsfehler grossen Einfluss hatten. Ein geeignetes Lösungsmittel zu derartigen Messungen fand Verff. in Mischungen von Wasser und Glycerin. Er beschreibt Messungen von KCl -Lösungen, sowohl in den Glycerinwassermischungen, wie auch in Rohrzuckerlösungen sehr verschiedener Viskosität. Die Versuche wurden bei 0° und Verdünnungen von 20, 40, 80, 160 Liter pro Mol KCl gemacht. Als Lösungsmittel diente Wasser mit 0, $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$ des Volumens der Lösung Glycerin. Sind V die Viskositäten, C die Leitfähigkeiten bei den im Index stehenden Verdünnungen, so ergibt sich folgende Tabelle.

Man sieht, dass für eine gegebene Verdünnung das Produkt $C \cdot V$ nicht konstant ist, d. h. der Widerstand ist der Viskosität nicht proportional, aber während die Viskosität im Verhältnis 1 zu 5,6 variiert, und die Leitfähigkeit sich im entgegengesetzten Sinne in etwa gleicher Grössenordnung ändert, variiert das Produkt $C \cdot V$ sehr schwach. Die relativen Aenderungen

Glycerin	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$
V	28	40	60	94	157
C_{20}	1036	768	566	380	240
$V \cdot C_{20}$	290	307	340	357	377
C_{40}	1062	796	579	392	250
$V \cdot C_{40}$	297	318	347	368	392
C_{80}	1081	816	580	398	252
$V \cdot C_{80}$	303	326	348	374	396
C_{160}	1097	823	583	405	249
$V \cdot C_{160}$	307	329	350	381	391

dieses Produktes betragen 0,34, 0,32, 0,30 und 0,27 bei den Verdünnungen 20, 40, 80, 160. Die Messungen in Zuckerlösungen von 0 bis 10% bei 25° gaben eine Viskositätsänderung von 1 zu 2,4, während der Widerstand im Verhältnis 1 zu 1,94 variierte. Das Produkt $C \cdot V$ änderte sich etwa um das 0,31fache. Nirgends also herrscht strenge Proportionalität zwischen Viskosität und Widerstand, was ja übrigens auch nicht zu erwarten war, da doch auch die Dissociationskraft der Lösungsmittel verschieden ist. Das Produkt $C \cdot V$ ändert sich um so weniger, je verdünnter die Lösung, d. h. je vollständiger die Dissociation ist. Verff. will die Versuche fortsetzen. H. D.

ib. 220—222. A. Chassy. Influence de la pression et de la forme de la décharge sur la formation de l'ozone. Verff. hat mit dem Berthelotschen Apparat Ozon durch dunkle Entladungen hergestellt und sein Augenmerk hauptsächlich auf den Einfluss des Druckes gerichtet. Man muss zweierlei unterscheiden, erstens die Anfangsgeschwindigkeit der Ozonbildung, zweitens den Prozentsatz, bis zu welchem der Sauerstoff überhaupt ozonisiert werden kann. Die Bildungsgeschwindigkeit des Ozons nimmt, dem Gesetz der Kinetik entsprechend, in dem Masse ab, wie die Ozonmenge zunimmt, um endlich Null zu werden, und diese Geschwindigkeit hängt von den elektrischen Spannungen ab, wohingegen der maximal erreichbare Ozongehalt davon unabhängig ist, vorausgesetzt, dass man sich nicht unter der sogen. kritischen Spannung befindet, wo kein Ozon mehr entsteht. Verff. fand, dass die Menge, die im Beginn in einer bestimmten Zeit erzeugt wird, mit dem Druck abnimmt, aber weniger schnell als dieser. Wenn man den Druck von 76 auf 10 mm verringert, nimmt die Anfangsgeschwindigkeit der Ozonbildung nur um etwa die Hälfte ab. Wenn man die Konzentration des so gebildeten Ozons betrachtet, d. h. das Verhältnis zum gesamten vorhandenen O_3 , so ergibt sich, dass man