

(1) $y = x \ln(e + \frac{1}{x-1})$ 的斜渐近线方程是

(A) $y = x + e$

(B) $y = x + \frac{1}{e}$

(C) $y = x$

(D) $y = x - \frac{1}{e}$

【答案】B

(2) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, & x \leq 0 \\ (x+1)\cos x, & x > 0 \end{cases}$ 的一个原函数为

(A) $F(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} - x), & x \leq 0 \\ (x+1)\cos x - \sin x, & x > 0 \end{cases}$

(B) $F(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 1, & x \leq 0 \\ (x+1)\cos x - \sin x, & x > 0 \end{cases}$

(C) $F(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} - x), & x \leq 0 \\ (x+1)\sin x + \cos x, & x > 0 \end{cases}$

(D) $F(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} + x) + 1, & x \leq 0 \\ (x+1)\sin x + \cos x, & x > 0 \end{cases}$

【答案】D

(3) 设数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 满足 $x_1 = y_1 = \frac{1}{2}$, $x_{n+1} = \sin x_n$, $y_{n+1} = y_n^2$, 当 $n \rightarrow \infty$ 时

(A) x_n 是 y_n 的高阶无穷小

(B) y_n 是 x_n 的高阶无穷小

(C) x_n 是 y_n 的等价无穷小

(D) x_n 是 y_n 的同阶但非等价无穷小

【答案】B

(4) 微分方程 $y'' + ay' + by = 0$ 的解在 $(-\infty, +\infty)$ 有界, 则 a, b 的取值范围为 ()

(A) $a < 0, b > 0$

(B) $a > 0, b > 0$

(C) $a = 0, b > 0$

(D) $a=0, b<0$

【答案】(C) .

(5) 设函数 $y=f(x)$ 由 $\begin{cases} x=2t+|t| \\ y=|t|\sin t \end{cases}$ 确定, 则 ()

(A) $f(x)$ 连续, $f'(0)$ 不存在

(B) $f'(0)$ 存在, $f'(x)$ 在 $x=0$ 处不连续

(C) $f'(x)$ 连续, $f''(0)$ 不存在

(D) $f''(0)$ 存在, $f''(x)$ 在 $x=0$ 处连续

【答案】C

(6) 若函数 $f(a)=\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^{a+1}} dx$ 在若 $a=a_0$ 处取得最大值, 则 a_0 是 ()

(A) $-\frac{1}{\ln \ln 2}$

(B) $-\ln \ln 2$

(C) $\frac{1}{\ln 2}$

(D) $\ln 2$

【答案】A

(7) 设函数 $f(x)=(x^2+a)e^x$. 若 $f(x)$ 无极值点, 但有拐点, 则 a 的取值范围为

(A) $[0,1)$

(B) $[1,+\infty)$

(C) $[1,2)$

(D) $[2,+\infty)$

【答案】C

(8) 设 A, B 为 n 阶可逆矩阵, E 为 n 阶单位矩阵, M^* 为矩阵 M 的伴随矩阵, 则 $\begin{pmatrix} A & E \\ O & B \end{pmatrix}^* =$ ()

(A) $\begin{pmatrix} |A|B^* & -B^*A^* \\ O & |B|A^* \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} |A|B^* & -A^*B^* \\ O & |B|A^* \end{pmatrix}$

$$(C) \begin{pmatrix} |B|A & -B^*A \\ O & |A|B^* \end{pmatrix}.$$

$$(D) \begin{pmatrix} |B|A & -A^*B \\ O & |A|B^* \end{pmatrix}.$$

【答案】(D)

(9) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 + (x_1 + x_3)^2 - 4(x_2 - x_3)^2$, 则该二次型的规范形为 ().

$$(A) y_1^2 + y_2^2$$

$$(B) y_1^2 - y_2^2$$

$$(C) y_1^2 + y_2^2 - 4y_3^2$$

$$(D) y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$$

【答案】(B)

(10) 设 $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\beta_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$, $\beta_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, γ 既可由 a_1, a_2 线性表示, 也可由

β_1, β_2 线性表示, 则 γ 为

()

$$(A) k \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, k \in R$$

$$(B) k \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}, k \in R$$

$$(C) k \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, k \in R$$

$$(D) k \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, k \in R$$

【答案】(D)

(11) 设 $f(x) = ax + bx^2 + \ln(1+x)$, $g(x) = e^{x^2} - \cos x$, 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 为等价

无穷小, 则 $ab =$

【答案】 -2

(12) 设 $y(x) = \int_{-\sqrt{3}}^x \sqrt{3-t^2} dt$, 则此曲线的弧长为

【答案】 $\frac{4}{3}\pi + \sqrt{3}$

(13) 已知 $z = z(x, y), e^z + xz = 2x - y$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$

【答案】 $-\frac{3}{2}$

(14) $3x^2 = 2y^3 + y^5$ 确定 $y = y(x)$, 则 $y = y(x)$ 在 $x=1$ 处的法线斜率为

【答案】 $-\frac{11}{9}$

(15) 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) - f(x) = x, \int_0^2 f(x) dx = 0$, 则 $\int_1^3 f(x) dx =$ _____

【答案】 $\frac{1}{2}$

(16) 方程组 $\begin{cases} ax_1 + x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \\ ax_1 + bx_2 = 2 \end{cases}$ 有解, 已知 $\begin{vmatrix} a & 0 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 2 & a \end{vmatrix} = 4$, 则 $\begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 2 & a \\ a & b & 0 \end{vmatrix} =$ _____.

【答案】 8.

(17) 设曲线 $L: y = y(x) (x > e)$ 经过点 $(e^2, 0)$, L 上任一点 $P(x, y)$ 到 y 轴距离等于该点处的切线在 y 轴上的截距.

(1) 求 $y(x)$;

(2) 在 L 上求一点使该点处的切线与两坐标轴所围三角形的面积最小并求此最小面积

【答案】 (1) $y(x) = -x \ln x + 2x$

(2) $(e^{\frac{3}{2}}, \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}}), S_{\min} = e^3$

(18) 求函数 $f(x, y) = xe^{\cos y} + \frac{x^2}{2}$ 的极值

【答案】 极小值为 $f(-e, 2k\pi) = -\frac{e^2}{2}$

(19) 已知平面区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}, x \geq 1\}$

(1) 求平面区域 D 的面积

(2) 求 D 绕 x 轴旋转一周的旋转体体积

【答案】

(1) $\ln(1+\sqrt{2})$

(2) $\pi(1-\frac{\pi}{4})$

(20) 设平面有界区域 D 位于第一象限, 曲线 $x^2 + y^2 - xy = 1, x^2 + y^2 - xy = 2, y = \sqrt{3}x, y = 0$ 围成, 求 $\iint_D \frac{1}{3x^2 + y^2} dx dy$.

【答案】 $\frac{\sqrt{3} \ln 2}{24} \pi$

(21) 函数 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上具有二阶连续导数, 证明:

(1) 若 $f(0) = 0$, 则存在 $\xi \in (-a, a)$ 使得 $f''(\xi) = \frac{1}{a^2} [f(a) + f(-a)]$.

(2) 若 $f(x)$ 在 $(-a, a)$ 取极值, 则存在 $\eta \in (-a, a)$ 使得 $|f''(\eta)| \leq \frac{1}{2a^2} |f(a) + f(-a)|$.

【答案】略

(22) 已知 $A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}$ 对所有 \mathbf{x} 均成立

(1) 求矩阵 A ;

(2) 求可逆矩阵 P 和对角阵 Λ , 使得 $P^{-1}AP = \Lambda$.

【答案】 (1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$;

(2) $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \Lambda = \begin{pmatrix} 2 & & \\ & -1 & \\ & & -2 \end{pmatrix}$.