

Estudio del coeficiente de transmisión

José Francisco Orta García

18/06/2021



**UNIVERSIDAD
DE GRANADA**

Grupo A - Subgrupo A1

Física computacional

--

Grado en física

Universidad de Granada

Resumen

En esta práctica se estudiará el coeficiente de transmisión de una onda asociada a una partícula en un pozo de potencial con paredes infinitas que incide sobre una barrera de potencial.

1. Introducción

El coeficiente de transmisión es un concepto usado usualmente en las diversas ramas de la física que trabajan con ondas, tanto electromagnéticas como de otras índoles. Este coeficiente K nos indica el porcentaje de la amplitud de una onda que se transfiere a otro medio cuando hay una interfase sobre la que incide la onda inicial.

Se define también el coeficiente de reflexión como $R = 1 - K$ (siempre que consideremos medios sin absorción), que nos indica el porcentaje de amplitud de la onda que se refleja en dicha interfase en lugar de transmitirse.

De esta manera, si en un cambio de medio una onda presenta $K = 0$ esto significa que la onda se reflejó en su totalidad, mientras que si $K = 1$ entonces esta se transmitió en su completitud.

1.1. Fundamento teórico

El coeficiente de transmisión presenta distintas expresiones que lo definen en función de la energía de la onda que incide sobre una barrera de potencial comparada con la altura de esta.

En el caso de que $E > V$ ($\lambda < 1$) tendremos que:

$$K = \frac{1}{1 + \frac{V^2 \sin^2(k_1 L)}{4E(E-V)}} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda^2 \sin^2(k_0 \sqrt{1-\lambda} N/5)}{4(1-\lambda)}} \quad (1)$$

Donde seguimos la notación usada en el ejercicio obligatorio de este tema y $k_1 = k_0 \sqrt{1-\lambda}$ y L es el ancho de la barrera.

En el caso de que $0 < E < V$ ($\lambda > 1$) encontramos una expresión similar:

$$K = \frac{1}{1 + \frac{V^2 \sinh^2(k_1 L)}{4E(E-V)}} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda^2 \sinh^2(k_0 \sqrt{\lambda-1} N/5)}{4(\lambda-1)}} \quad (2)$$

Y por último en el caso de que $E = V$ ($\lambda = 1$):

$$K = \frac{1}{1 + (N/5)^2 V_0/4} = \frac{1}{1 + (N/5)^2 \lambda k_0/4} \quad (3)$$

Con estos valores podremos obtener los valores teóricos de los coeficientes de transmisión, que compararemos con los obtenidos mediante la simulación construida.

1.2. Método numérico

Modificaremos el código escrito en la tarea obligatoria de este tema para que nuestro programa sea capaz de medir las partículas que existen en cada tramo del pozo de potencial.

El coeficiente de transmisión no es más que la probabilidad de hallar la partícula detrás de la barrera de potencial que se sitúa en medio del pozo, por lo que situaremos dos detectores, uno que abarque el intervalo $[0, \frac{N}{5}]$, que detectará la partícula si se encuentra a la izquierda de la barrera y otro que abarque el intervalo $[\frac{4N}{5}, N]$, que detectará la partícula si se encuentra a la derecha de la barrera de potencial.

Para construir los susodichos detectores calcularemos la probabilidad de encontrar la partícula a la derecha de la barrera:

$$P_D = \sum_{j=\frac{4N}{5}}^N |\Phi_{j,n}|^2 \quad (4)$$

Y la probabilidad de encontrar la partícula a la izquierda de la barrera:

$$P_I = \sum_{j=0}^{\frac{N}{5}} |\Phi_{j,n}|^2 \quad (5)$$

Generaremos un número aleatorio $x \in [0, 1]$, si $x < P_D$ la partícula se encontrará en la derecha y si $x < P_I$ en la izquierda.

En el caso de que no detectemos la partícula en alguno de los detectores podremos imponer $\Phi_{j,n} = 0$ en el intervalo abarcado por el detector, pues en allí la probabilidad de encontrar la partícula es 0. Entonces podremos recalcular la norma de la función de onda en cada punto y continuar tratando de detectarla.

En caso de que no se detectara la partícula en ninguno de los dos detectores, tan solo habría que dejar evolucionar el sistema un número n_D pasos impuesto por nosotros y volver a probar.

2. Resultados

Todo el código y material empleado para realizar esta práctica se encuentra en el repositorio de Github de la bibliografía.[1]

2.1. Variación del coeficiente de transmisión con N

Dado que el ancho de la barrera de potencial situada en el pozo posee una dependencia directa con el tamaño del mismo, alterar el valor de N hará que nuestra barrera de potencial sea más ancha, y por ende el coeficiente de transmisión cambie, haciéndose intuitivamente más pequeño.

Para comenzar mantenemos una $\lambda = 0,5$ y una proporción entre N y n_{ciclos} constante. Esto nos asegurará que la altura de la barrera de potencial no cambia al variar N . En este caso definiremos $n_{ciclos} = \frac{N}{4}$, $n_D = 80$ y ejecutaremos tres programas con $N = 500$, $N = 1000$ y $N = 2000$.

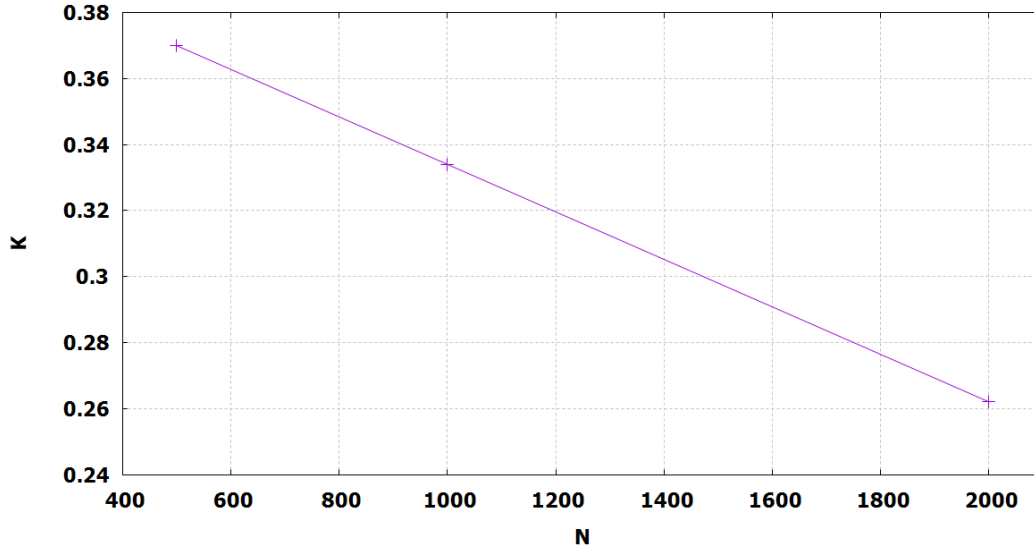


Figura 1: Variación de K con N a $\lambda = 0,5$

Como podemos observar, la variación de K con N resulta lineal en este caso. Tal y como se esperaba el aumento del tamaño del pozo conlleva una disminución del coeficiente de transmisión de la onda.

Los puntos con los que se construyó la gráfica son:

N	K
500	0.370
1000	0.334
2000	0.262

Cuadro 1: Coeficientes de transmisión frente a N

2.2. Variación del coeficiente de transmisión con V

Llamamos V al potencial al que se somete la partícula, este es

$$V(j) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < j < \frac{2N}{5} \\ \lambda k_0^2 & \text{si } \frac{2N}{5} \leq j \leq \frac{3N}{5} \\ 0 & \text{si } \frac{3N}{5} < j < N \\ \infty & \text{si } j \leq 0 \text{ o } j \geq N \end{cases} \quad (6)$$

Donde como sabemos $k_0 = \frac{2\pi n_{ciclos}}{N}$.

Si mantenemos N y n_{ciclos} constantes, podremos variar λ para alterar la altura de la barrera de potencial, alterando así el valor del coeficiente de transmisión K . Intuitivamente esperamos que al aumentar λ (y con ella la altura de la barrera) disminuya K .

Llevaremos a cabo 7 simulaciones con $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 1; 5; 10$ con $N = 1000$, $n_{ciclos} = 250$ y $n_D = 50$.

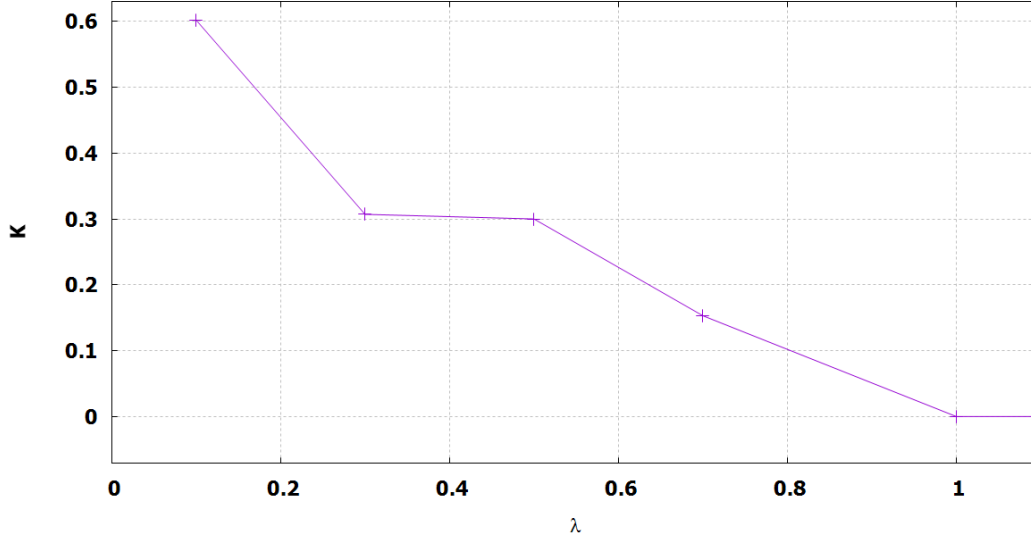


Figura 2: Variación de K con λ a $N = 1000$

Tal y como se puede observar en la **figura (2)** el coeficiente de transmisión K disminuye cuando la altura de la barrera de potencial aumenta. Cuando λ alcanza un valor de 1 el coeficiente de transmisión se hace cero, manteniéndose nulo para $\lambda > 1$, por lo que no incluimos en la gráfica los valores de $\lambda = 5; 10$.

Es notable ver que entre los valores de $\lambda = 0,3$ y $\lambda = 0,5$ existe una disminución muy sutil de K , manteniéndose casi constante. Es posible que, dado que el coeficiente de transmisión para barreras de potencial oscila y no crece ni decrece linealmente, se haya dado el caso en que estos dos puntos se sitúen a la misma altura sobre la gráfica pero se hallen en oscilaciones distintas del potencial. [2]

2.3. Comparación con valores teóricos

Utilizando las **ecuaciones (1), (2) y (3)** podemos construir una función a trozos que nos dé los valores teóricos de la variación de T con respecto a λ y compararlos con los obtenidos en el apartado anterior.

Si representamos la susodicha función a trozos teórica y la superponemos con la **figura (2)** obtenemos que:

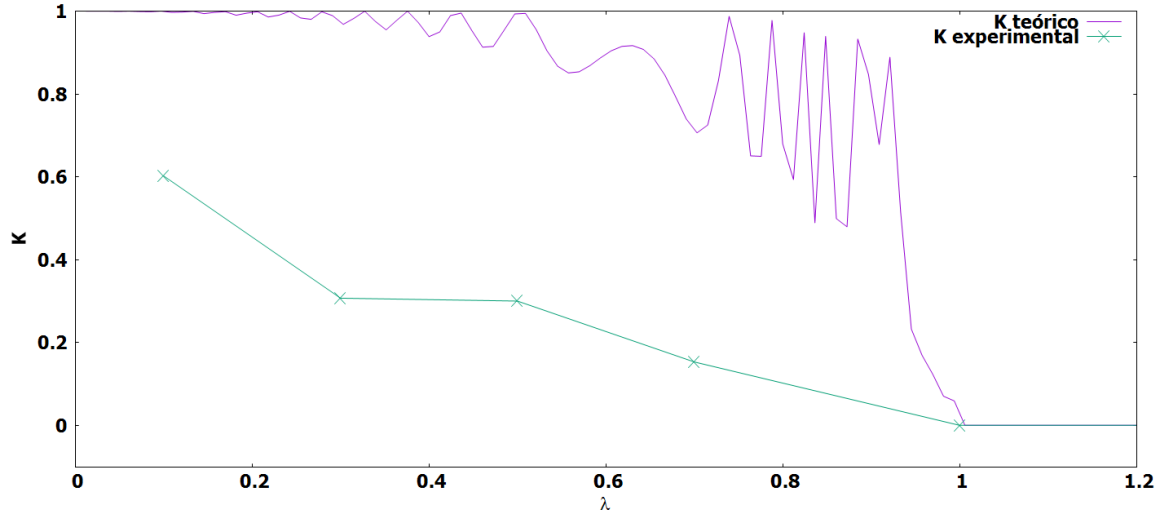


Figura 3: Comparación de valores teóricos y experimentales para $N = 1000$

Como podemos apreciar, existe una clara disparidad entre los resultados de nuestra simulación y los predichos teóricamente, ya que solo coinciden cuando $\lambda > 1$, para los que todos los valores de K son nulos.

Lo más probable es que el error se encuentre en el código escrito y alguna de las diversas operaciones realizadas para obtener K esté mal plasmada en el programa, aunque también debemos tener en cuenta que la elección del valor n_D hace variar considerablemente los resultados obtenidos con el programa, por lo que puede que experimentando con valores de n_D diferentes consigamos aproximarnos más a los valores esperados de K .

3. Conclusión

En conclusión, pudimos estudiar como se comporta una onda al incidir sobre una barrera de potencial. Se observó como variaba el coeficiente de transmisión K de dicha onda con el ancho del pozo de potencial N , apreciando que este decaía tal y como cabría esperar, ya que un ensanchamiento del pozo conlleva un ensanchamiento de la barrera de potencial.

También tratamos de estudiar la variación de K con la altura de la barrera de potencial, pero no obtuvimos resultados satisfactorios, pues las gráficas de resultados teóricos y experimentales difieren claramente. Lo más probable es que se haya tratado de un error de programación no encontrado, que altere los resultados numéricos obtenidos.

Referencias

- [1] J.F.Orta-García, Material para la práctica de estudio del coeficiente de transmisión.
https://github.com/Jorta18400/Repositorio_prueba/tree/main/Coef%20Transmision%20Schrodinger
- [2] Herbert Galarza, C. G., Orozco Duarte, R., Romo Martínez, R. (2019). *Tunelaje Cuántico en Potenciales Graduales*. REVISTA DE CIENCIAS TECNOLÓGICAS, 2(2), 50–57.
<https://doi.org/10.37636/recit.v225057>