Técnicas de Integración

Fernando José Garavito Ovando 18071 Juan Fernando Meléndez 18127 Fernando José De León Borrayo 19713

Sustitución o Cambio de Variable

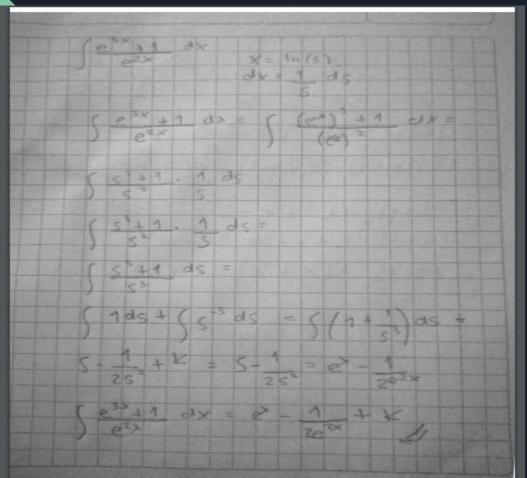
Cuando se utiliza: Cuando necesitamos un reemplazo de variables adecuado que permita convertir el integrando en algo sencillo con una integral o antiderivada simple.

Fórmula:

$$\int f'(u) \cdot u' \, dx = F(u) + C$$

Estrategia:

- Se hace el cambio de variable y se diferencia en los dos términos.
- Si la integral resultante es más sencilla, integramos.
- Se vuelve a la variable inicial.



Sucede que en la integral anterior es mucho más sencillo utilizar el método de sustitución debido a que tenemos una función donde se repiten términos. En otras palabras, colocar la "u" como alguna función en el integrando cuya diferencial también esté presente.

Por Partes

Cuando se utiliza: Cuando queremos hacer la integral de un producto de funciones.

Fórmula:

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

Estrategia:

- Tenemos que derivar u e integrar v', por lo que será conveniente que la integral de v' sea inmediata.
- Las funciones polinómicas, logarítmicas y arcotangente se eligen como u.
- Las funciones exponenciales y trigonométricas del tipo seno y coseno, se eligen como v'.

Integración por Partes fx. in (x) dr identifical U y du U= Ln(+1 dv = +dr - Ealcolor du y v = ln (+) du= 1 de V: Sx dx = 2 - Aplien y resolve. formulus

\[\times \lambda \lambd V.v - Sv. du Ln(x), x2 - fx2, 1 dx Calculu integral $\int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2} \int + dx$ 2 2 2 Colorer +C (x. ln(x) = in(x). x2 - x2 x2. (1/11-2)+C

En la integral por partes anterior, se resolvió con este método ya que contiene dos funciones donde podemos obtener "u" y "v".

Fracciones Parciales

Cuando se utiliza: Cuando el numerador y denominador son funciones racionales enteras, en otras palabras son funciones en la que la variable no está afectada de exponentes negativos o fraccionarios, en el numerador el grado de la función es igual o mayor al del denominador, en este caso la fracción puede reducirse a una expresión mixta dividiendo el numerador por el denominador.

Fórmulas y Estrategias

Primer Caso: Factores Lineales Distintos donde a cada factor lineal ax + b, del denominador de una fracción racional propia le corresponde una fracción de la forma:

$$\frac{A}{ax + b}$$

Segundo Caso: Factores Lineales Iguales donde a cada factor lineal, ax + b, que figure n veces en el denominador de una fracción racional propia, le corresponde una suma de n fracciones de la forma:

$$\frac{A_1}{ax+b} + \frac{A_2}{(ax+b)^2} + \dots + \frac{A_n}{(ax+b)^n}$$

Tercer Caso: Factores Cuadráticos Distintos donde a cada factor cuadrático reducible, que figure el denominador de una fracción racional propia, le corresponde una fracción de forma:

$$\frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c}$$

Cuarto Caso: Factores Cuadráticos Iguales donde a cada factor cuadrático irreducible, que se repita n veces en el denominador de una fracción racional propia, le corresponde una suma de n fracciones de la forma:

$$\frac{A_1x + B_1}{ax^2 + bx + c} + \frac{A_2x + B_2}{(ax^2 + bx + c)^2} + \dots + \frac{A_nx + B_n}{(ax^2 + bx + c)^n},$$

Fracciones Parciales 5 3 dr Factoriación 4 (x-3) + Bx Y(x+3) 3 = A (++3) +B+ 3 = A (0+3) +B(0) 3 = A (31+0 3 = 3A A = 1 Resolver B 3=A(x+3)+BK) 3=A(-3+3)+B-(3) 3=-3B B=-3 $\int \frac{3}{x^2+3r} dr = \int \left(\frac{A}{x} + \frac{B}{r+3}\right) dr = \int \frac{1}{x} dr - \int \frac{1}{x+3} dr$ Ln 1x1 - Ln 1 x+3 1 + C

En las integral anterior se tiene una fracción reducible donde es posible aplicarle sustitución después de sacar la constante y así aplicar "u".

Integración Directa

Cuando se utiliza: Cuando se necesita conocer una función F(x) que sea el resultado de la antiderivada de f(x).

Fórmula:

TIPO DE FUNCIÓN PRIMITIVA	PRIMITIVA SIMPLE
Función potencial a ≠ −1	$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
Función exponencial	$\int e^x dx = e^x + C$
	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
Función logarítmica	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$

Función seno	$\int \cos x dx = \sin x + C$
Función coseno	$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C$
Función tangente	$\int (1+tg^2x)dx=tgx+C$
	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$

Función cotangente	$\int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + C$
	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot g x + C$
Función arco seno	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
Función arco tangente	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$

Estrategia:

- Entender si son simples o compuestas.
- En las simples tiene para tener la misma forma se debe aplicar la fórmula.
- En las compuestas tienen la misma forma de la compuesta, pero aparece una funcion con mas de un termino y multiplicacion por su derivada.

Integrales director arcs: 14) = 7

En la integral anterior es realiza de manera directa debido a que tiene una función primitiva.

Trigonométricas

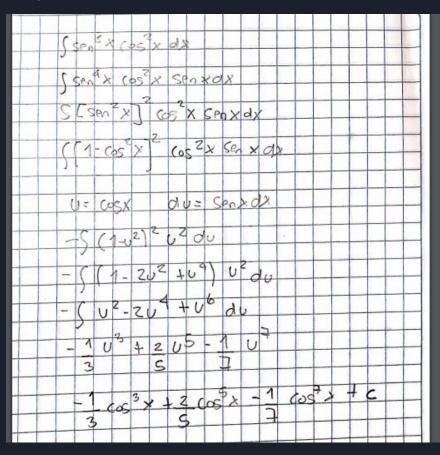
Fórmulas:

Función seno	$\int \cos x dx = \sin x + C$
Función coseno	$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C$
Función tangente	$\int (1 + tg^2 x) dx = tg x + C$
	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$

Función cotangente	$\int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + C$
	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$
Función arco seno	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
Función arco tangente	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$

Estrategia:

- Si la potencia del seno es impar y positiva, conservar un factor seno y pasar los factores restantes a cosenos. Entonces, desarrollar e integrar.
- Si la potencia del coseno es impar y positiva, conservar un factor coseno y pasar los factores restantes a senos. Entonces, desarrollar e integrar
- Si las potencias de ambas son pares y no negativas, usar repetidamente las identidades para convertir el integrando a potencias impares de coseno. Entonces procédase como en la estrategia 2.



En la integral anterior se debe usar trigonométricas debido al seno y coseno, pero sucede que más adelante se puede usar una sustitución debido a que el coseno puede tener integración inmediata y ya después obtener la integral más sencilla de expresar.

Referencias

https://katyagm.weebly.com/home/integracion-por-fracciones-parciales

http://ieszaframagon.com/matematicas/matematicas2/integral/11_integrales_inmediatas.html