UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
INSTITUTO METRÓPOLE DIGITAL
IMD1001 - Cálculo diferencial e Integral I
2025.2 - Trabalho - 20/10/2025
Turma 3

Nome: ________________________________ Mat.: ____________

Instruções básicas

- Esta atividade consiste em utilizar o método dos mínimos quadrados para gerar curvas que aproximam os conjuntos de dados fornecidos.
- A formatação dos conjuntos de dados consistem em duas colunas de números reais. Cada linha representa um ponto do plano cartesiano, em que o valor na primeira coluna contém a coordenadas x, enquanto a segunda coluna contém a coordenadas y.
- Todos os conjuntos de dados estão com um ruído colocado artificialmente, refletindo a situação real em que toda a medida carrega alguma margem de erro devido ao instrumento.
- Devido aos extensos conjuntos de dados, recomendo utilizar a linguagem de programação a sua escolha para fazer os cálculos.
- Ferramentas como Python, Gnuplot e Octave serão úteis para visualizar os dados e as curvas geradas em conjunto. (Para o fim deste trabalho, Gnuplot é o mais simples).
- Aos menos experientes em linguagens de programação, o anexo deste trabalho possui um modelo para te orientar na programação.
- Em todos os problemas, é desejado que vocês apresentem o gráfico com a curva obtida sobre o conjunto de dados do problema, acrescentando comentários sobre o que foi observado. Além disto, anexe os seus códigos junto com o trabalho.

- *Caso encontre dificuldades na programação, o arquivo minquad_reta.c contém um código base, porém incompleto, para calcular o método dos mínimos quadrados para aproximar uma reta.*

Parte 1: Retas

1. Abra o conjunto de dados "*dados_reta.txt*" e utilize o método dos mínimos quadrados para encontrar a melhor reta que aproxima estes dados.
    - A aproximação ficou satisfatória neste caso? Justifique.
2. Abra o conjunto de dados "*dados_reta2.txt*" e utilize o método dos mínimos quadrados para encontrar a melhor reta que aproxima estes dados.
    - Este conjunto de dados apresentam poucos dados e com maior espaçamento para ajudar na interpretação do resultado obtido.
    - Apesar do ruído nos dados originais, a reta obtida representou o comportamento geral dos dados?
    - A aproximação ficou satisfatória neste caso? Justifique.
3. O conjunto de dados "*dados_ruidosos.txt*" apresenta um ruído muito alto! Utilize o método dos mínimos quadrados para encontrar a melhor reta que aproxima estes dados.
    - Apesar dos altos erros ao aproximar os pontos pela reta, o método ao menos conseguiu representar uma tendência geral dos dados? Justifique.
4. Abra o conjunto de dados "*dados_reta3.txt*" e utilize o método dos mínimos quadrados para encontrar a melhor reta que aproxima estes dados.
    - Como este conjunto se difere dos anteriores?
    - A aproximação ficou satisfatória neste caso? Justifique.

5. O conjunto de dados "*dados_reta4.txt*" representa a mesma função que o caso anterior, mas com um domínio mais amplo. Utilize o método dos mínimos quadrados para encontrar a melhor reta que aproxima estes dados.

   - A aproximação ficou satisfatória neste caso? Justifique.
   - A partir deste experimento e do anterior, pondere sobre quando a aproximação por uma reta pode ser utilizada.
   - Proponha uma metodologia para verificar o quão boa uma aproximação ficou.

Parte 2: Outras funções

Agora é a sua vez! Para cada um dos conjuntos a seguir será necessário que você elabore uma nova formulação, utilizando o método dos mínimos quadrados, para os parâmetros da curva a ser aproximada. Ao obter um sistema de equações lineares, considere resolver-lo computacionalmente ao invés de calcular uma solução exata (isso não é obrigatório).

1. Obtenha a curva que aproxima o conjunto de dados "*dados_par.txt*" utilizando a função quadrática.

   $$f(x) = ax^2 + bx + c$$

   em que $a, b, c \in \mathbb{R}$. Neste problema, a modelagem será diferente da reta por envolver um sistema de 3 equações lineares com 3 variáveis.

2. Obtenha a curva que aproxima o conjuntos de dados "*dados_exp.txt*" utilizando a função exponencial.

   $$g(x) = ae^{bx}$$

   A modelagem do método dos mínimos quadrados para este problema resultará em um sistema que não é de equações lineares! Para facilitar os cálculos, vamos fazer um procedimento chamado de linearização.

Ao invés de calcular os erros como a diferença entre o valor esperado e o valor medido ($\epsilon = f(x_i) - y_i$), vamos considerar o logaritmo destes valores, ou seja:

$$\epsilon = Ln(f(x_i)) - Ln(y_i)$$

Assim, o problema se tornará análogo ao da reta. Mas tenha ciência que estamos minimizando o quadrado da diferença dos logaritmos, o que traz certas anomalias devido a alta taxa de crescimento do logaritmo em valores pequenos.