Autómatas y Lenguajes Formales, 2022-1 | 315073120 — José Manuel Pedro Méndez
Tarea 02 Autómatas de estados finitos | 420002495 — Alejandra Ortega García

1. De los AFN's que se muestran a continuación, encuentre sus equivalentes AFD's usando la construcción por subconjuntos

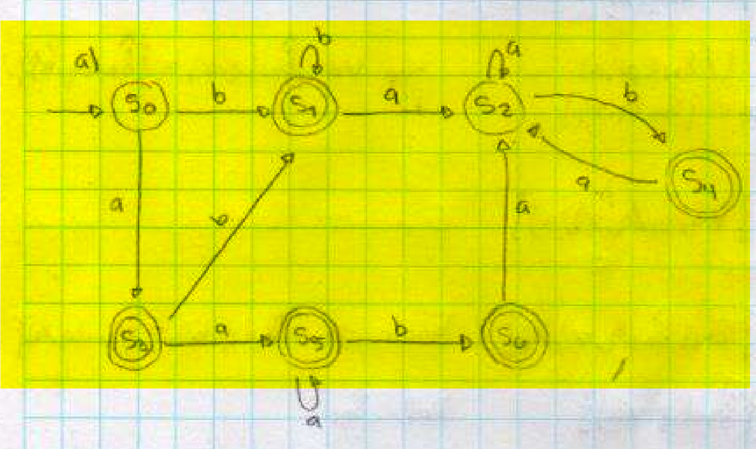
a) 

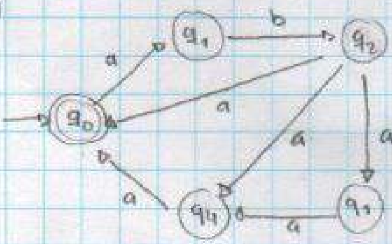
	a	b
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$
$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$
$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2, q_3\}$

Renombrando.

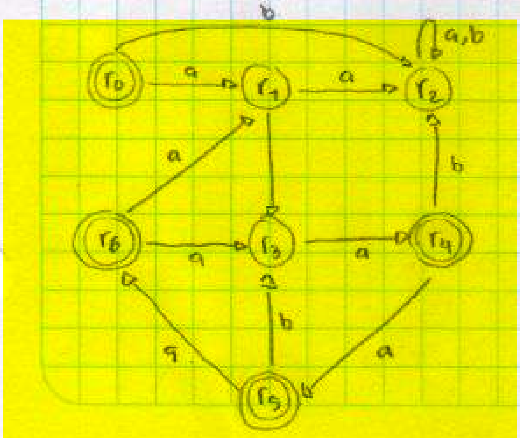
$\{q_0\} = S_0$ $\quad \{q_0, q_1\} = S_3$
$\{q_1\} = S_1$ $\quad \{q_2, q_3\} = S_4$
$\{q_2\} = S_2$ $\quad \{q_0, q_1, q_2 = S_5$

$\{q_1, q_2, q_3\} = S_6$

a) 

b) 

	a	b
$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\emptyset$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_2\}$	$\{q_0, q_3, q_4\}$	$\emptyset$
$\{q_3, q_0, q_4\}$	$\{q_1, q_0, q_4\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_1, q_0\}$	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$



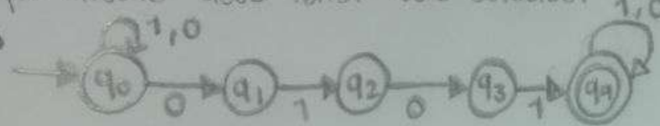
Renombrando

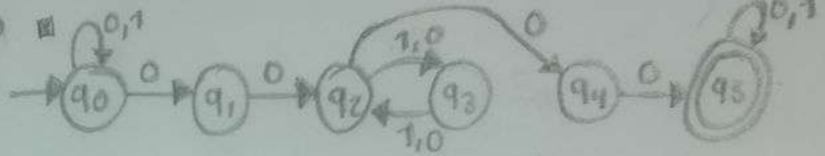
$\{q_0\} = r_0$ $\quad \{q_2\} = r_3$
$\{q_1\} = r_1$ $\quad \{q_0, q_3, q_4\} = r_4$
$\emptyset = r_2$ $\quad \{q_0, q_1, q_4\} = r_5$

$\{q_0, q_1\} = r_6$

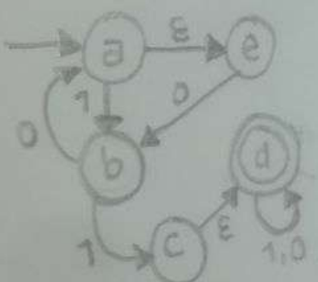
2. Construya autómatas finitos no-deterministas (AFNs) con el número especificado de estados que reconozcan los siguientes lenguajes. El alfabeto para ambos es $\{0,1\}$.

- $\{w \mid w$ contiene la subcadena 0101, ie, $w = x0101y$ para algunas cadenas x y $y\}$. El AFN que diseñe debe tener cinco estados.
- $\{w \mid w$ tiene como subcadena a $00x00$ con x cadena binaria de tamaño par$\}$. El AFN que diseñe debe tener seis estados.



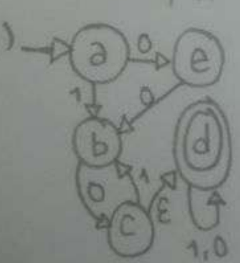


5. Sea $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un AFN-ε. Sea $S \subseteq Q$, por lo que su complemento se denota $\bar{S}$. Dibuje un diagrama de transiciones para N, mostrando el hecho que $\text{ECLOSURE}(\bar{S})$ y $\overline{\text{ECLOSURE}(S)}$ no son siempre lo mismo. ¿Cúal es siempre un subconjunto del otro? ¿Bajo qué circunstancias son iguales? Justifique sus respuestas.



Sea $S = \{a, b\}$, así $\bar{S} = \{c, d, e\}$ por lo que $\text{ECLOSURE}(\bar{S})$ $= \text{ECLOSURE}(c) \cup \text{ECLOSURE}(d) \cup \text{ECLOSURE}(e)$ $= \{c, d\} \cup \{d\} \cup \{e\} = \{c, d, e\}$ así $\text{ECLOSURE}(\bar{S}) = \{c, d, e\}$.
Por otro lado $\text{ECLOSURE}(S) = \text{ECLOSURE}(a) \cup \text{ECLOSURE}(b)$ $= \{a, e\} \cup \{b\} = \{a, b, e\}$ así $\text{ECLOSURE}(S) = \{a, b, e\}$ por lo que $\overline{\text{ECLOSURE}(S)} = \{d, e\}$ así podemos ver que $\{c, d, e\} \nsubseteq \{d, e\}$ así $\text{ECLOSURE}(\bar{S}) \neq \overline{\text{ECLOSURE}(S)}$ sin embargo $\{d, e\} \subseteq \{c, d, e\}$ por lo que $\overline{\text{ECLOSURE}(S)} \subseteq \text{ECLOSURE}(\bar{S})$, notemos que en $\overline{\text{ECLOSURE}(S)}$ están todos los estados que no se encuentran en $\text{ECLOSURE}(S)$ mientras que en $\text{ECLOSURE}(\bar{S})$ están todos los estados que se encuentran en la ECLOSURE de cada elemento que no esta en S y aquí siempre estarán los elementos de $\overline{\text{ECLOSURE}(S)}$.

- Por otro lado, si tenemos un diagrama como el siguiente (Δ)

(Δ)


donde se cumpla que $\text{ECLOSURE}(S) = S$; Sea $S = \{a, b\}$ entonces $\text{ECLOSURE}(S)$ $= \text{ECLOSURE}(a) \cup \text{ECLOSURE}(b) = \{a\} \cup \{b\}$ $= \{a, b\}$ por lo que $S = \text{ECLOSURE}(S)$, por otro lado veamos que $\bar{S} = \{e, d, c\}$ así $\text{ECLOSURE}(\bar{S}) = \text{ECLOSURE}(e) \cup \text{ECLOSURE}(d)$ $\cup \text{ECLOSURE}(c) = \{e\} \cup \{d\} \cup \{c, d\} = \{e, d, c\}$, como $\text{ECLOSURE}(S)$ $= \{a, b\}$ entonces $\overline{\text{ECLOSURE}(S)} = \{e, d, c\}$, notemos que $\text{ECLOSURE}(\bar{S}) = \overline{\text{ECLOSURE}(S)}$, entonces con esto podemos decir que para que $\text{ECLOSURE}(\bar{S})$ y $\overline{\text{ECLOSURE}(S)}$ sean iguales $\text{ECLOSURE}(S)$ y S deben tener los mismos elementos.

3. Sea $M = (Q, \Sigma, \delta_M, q_0, F)$ un AFD, y sea $N = (Q, \Sigma, \delta_N, q_0, F)$ el AFN para el cual $\delta_N(q,a) = \{\delta_M(q,a)\}$ para toda $q \in Q$ y $a \in \Sigma$. Muestre que para toda $q \in Q$ y $w \in \Sigma^*$

Demostración. Por inducción sobre $|w|$

Base Inductiva: Para $w = \varepsilon$, se tiene que $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = \{\hat{\delta}_M(q,\varepsilon)\} \Rightarrow \{q\} = \{q\}$ por definición de $\hat{\delta}_N$ y $\hat{\delta}_M$

Hipotesis Inductiva: Supongamos que se cumple para $w = x$, e i, $\hat{\delta}_N(q,x) = \{\hat{\delta}_M(q,x)\}$

Paso Inductivo. P.D. que se cumple para $w = xa$, es decir, $\hat{\delta}_N(q,xa) = \{\hat{\delta}_M(q,xa)\}$

$$\hat{\delta}_N(q,xa) = \bigcup_{p_i \in \hat{\delta}(q,x)} \delta_N(p_i,a) \qquad \text{Def } \hat{\delta}_N$$

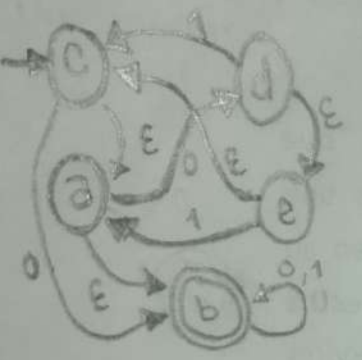
$$= \bigcup_{p_i \in \{\hat{\delta}_M(q,x)\}} \delta_N(p_i,a) \qquad \text{Hip Ind } \hat{\delta}_N(q,x) = \{\hat{\delta}_M(q,x)\}.$$

$$= \{\delta_N(\hat{\delta}_M(q,x),a)\}$$

$$= \{\delta_M(\hat{\delta}_M(q,x),a)\} \qquad \text{Enunciado } \delta_N(q,a) = \{\delta_M(q,a)\}$$

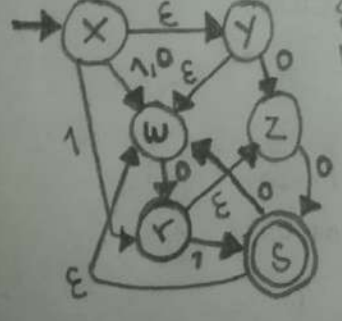
$$= \{\hat{\delta}_M(q,xa)\} \qquad \text{Def. } \hat{\delta}_M$$

4. Sea $N=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ un AFN-ε. Dibuje un diagrama de transiciones para N mostrando el hecho que ECLOSURE($S\cap T$) y ECLOSURE(S)$\cap$ECLOSURE(T) no son siempre lo mismo. ¿Cuál es siempre un subconjunto del otro? Justifique sus respuestas.



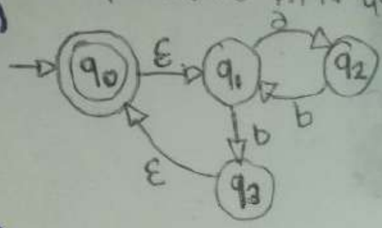
Sean $S=\{c,a\}$ y $T=\{d,e\}$, Veamos que $S\cap T=\emptyset$
Así ECLOSURE($S\cap T$) $=\emptyset$ ya que no hay elementos en $S\cap T$ a los cuales podamos calcular ECLOSURE. Por otro lado, veamos que ECLOSURE(S) = ECLOSURE(c) $\cup$ ECLOSURE(a) = $=\{c,a,b\}\cup\{a,b\}=\{c,a,b\}$ y ECLOSURE(T) = = ECLOSURE(d) $\cup$ ECLOSURE(e) $=\{d,e,c,a,b\}\cup\{e,c,a,b\}$ $=\{d,e,c,a,b\}$ y así ECLOSURE(S)$\cap$ECLOSURE(T) = $\{c,a,b\}$ y así podemos ver que ECLOSURE($S\cap T$) $\neq$ ECLOSURE(S) $\cap$ECLOSURE(T). El conjunto que suele ser más grande es el conjunto ECLOSURE(S)$\cap$ECLOSURE(T), así el conjunto que es un subconjunto del otro es ECLOSURE($S\cap T$) como en este caso $\emptyset\subseteq\{c,a,b\}$ y esto es porque en la ECLOSURE de ($S\cap T$) solo tendremos los estados obtenidos a través de la ECLOSURE de cada estado que se encuentra en S y T mientras que en ECLOSURE(S)$\cap$ECLOSURE(T) tendremos los estados que se encuentran en ECLOSURE(S) y ECLOSURE(T).

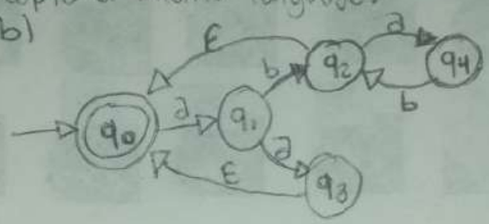
Agrego otro diagrama donde podemos observar lo anterior:



Sea $T=\{r,z,s\}$ y $S=\{x,w,r\}$, así $T\cap S=\{r\}$ por lo que ECLOSURE($T\cap S$) = ECLOSURE(r) $=\{r,z\}$, por otro lado ECLOSURE(S) $=\{x,y,w,r,z\}$ y ECLOSURE(T) $=\{r,z,s,w\}$ así ECLOSURE(S)$\cap$ECLOSURE(T) $=\{r,z,w\}$ y aquí podemos ver que $\{r,z\}\subseteq\{r,z,w\}$.

8. En cada uno de los siguientes AFN-ε aplique el algoritmo visto en clase para encontrar su correspondiente AFN que acepte el mismo lenguaje.

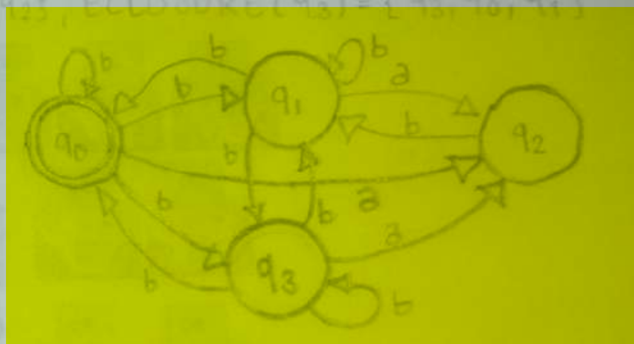
a) 

b) 

a) $ECLOSURE(q_0) = \{q_0, q_1\}$, $ECLOSURE(q_2) = \{q_2\}$, $ECLOSURE(q_3) = \{q_3, q_0, q_1\}$

$ECLOSURE(q_1) = \{q_1\}$

- $\delta_M(q_0, a) = \{q_2\}$ - $\delta_M(q_0, b) = \{q_3, q_0, q_1\}$
- $\delta_M(q_1, a) = \{q_2\}$ - $\delta_M(q_1, b) = \{q_3, q_0, q_1\}$
- $\delta_M(q_2, a) = \{\phi\}$ - $\delta_M(q_2, b) = \{q_1\}$
- $\delta_M(q_3, a) = \{q_2\}$ - $\delta_M(q_3, b) = \{q_3, q_0, q_1\}$



b) $ECLOSURE(q_0) = \{q_0\}$, $ECLOSURE(q_1) = \{q_1\}$

$ECLOSURE(q_4) = \{q_4\}$, $ECLOSURE(q_3) = \{q_3, q_0\}$, $ECLOSURE(q_2) = \{q_2, q_0\}$.

- $\delta_M(q_0, a) = \{q_1\}$ - $\delta_M(q_0, b) = \{\emptyset\}$
- $\delta_M(q_1, a) = \{q_3, q_0\}$ - $\delta_M(q_1, b) = \{q_2, q_0\}$
- $\delta_M(q_2, a) = \{q_4, q_1\}$ - $\delta_M(q_2, b) = \{\emptyset\}$
- $\delta_M(q_3, a) = \{q_1\}$ - $\delta_M(q_3, b) = \{\emptyset\}$
- $\delta_M(q_4, a) = \{\emptyset\}$ - $\delta_M(q_4, b) = \{q_2, q_0\}$