1. Llene apropiadamente los espacios en blanco de los siguientes enunciados empleando las subcadenas más concisas que cumplan lo que se pide:

a) La expresión regular $(b+ab)^*(a+ab)^*$ describe el conjunto de todas las cadenas en $\{a,b\}^*$ que no contienen a la subcadena <u>aa</u> x <u>bb</u> para cualquier x.

b) La expresión regular $(a+b)^*(aa^*bb^*aa^* + bb^*aa^*bb^*)(a+b)^*$ describe el conjunto de todas las cadenas en $\{a,b\}^*$ que contienen tanto a la subcadena <u>ab</u> como a la subcadena <u>ba</u>.

Scanned with CamScanner

2 Encuentre una expresión regular que corresponda a cada uno de los siguientes lenguajes subconjuntos de $\{a,b\}^*$

a) El lenguaje de todas las cadenas que no terminan con ab.

$$b^*a(a+bb^*a)^*+b^*$$

b) El lenguaje de todas las cadenas que terminan con ba, donde el número total de a's es par.

$$b^*ab^*(ab^*ab^*)^*ba$$

c) El lenguaje de todas las cadenas en las que se tiene a lo más una presencia de aa

$$(b+ab)^*(aa(bb^*a)^*b^*+aa(bb^*a)^*)+(\varepsilon+a)$$

d) El lenguaje de todas las cadenas en las que no figura la subcadena aaa

$$b^*(a(b+ab)^*+(aa+a))+\varepsilon$$

3. ¿Son las expresiones regulares $R = \varepsilon + (0+1)^*1$ y $S = (0^*1)^*$ equivalentes? Justifique su respuesta.

Sea $R = \varepsilon + (0+1)^*1 = \varepsilon + 0^*(10^*)^*1$ por 7.4. $= (0^*1)^*$ por 7.5

$\therefore$ R y S son equivalentes.

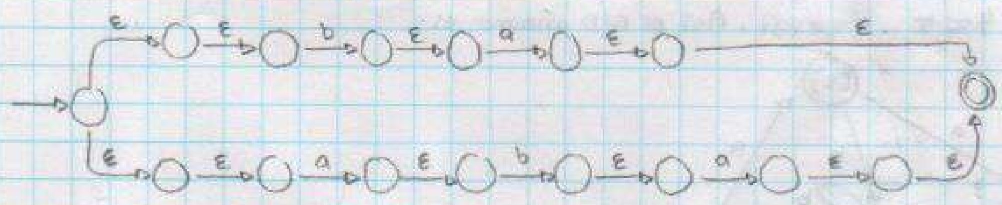
4. Mediante el método descrito en la sección 3.1 de la Nota 4, que es empleado en la demostración del Teorema de Kleene parte I, construya un AFN - ε para la expresión regular: $(ab)^*(ba + aba)^*$

El AFN-ε noble para ab es, 

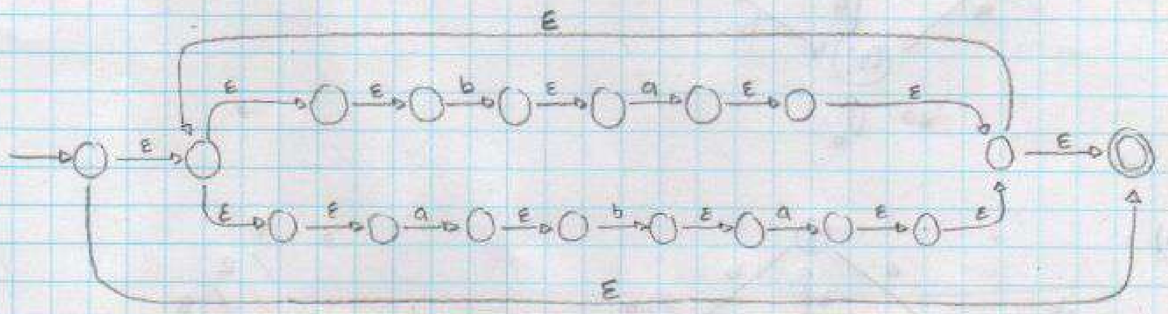
El AFN-ε noble para ba es, 

El AFN-ε noble para aba, 

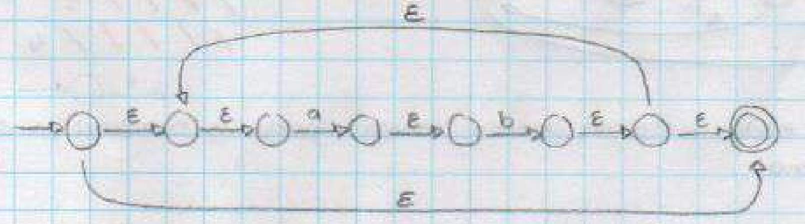
Entonces, el AFN-ε noble para ba + aba es:



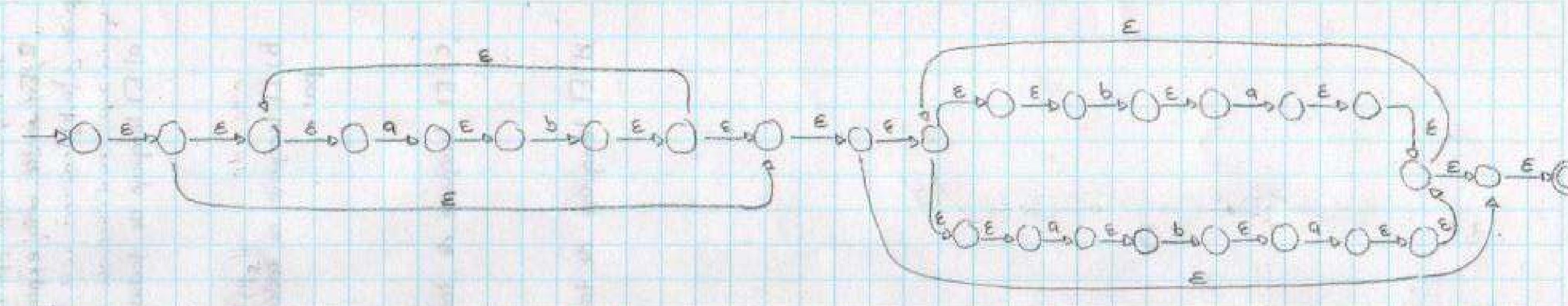
Luego, el AFN-ε noble para $(ba + aba)^*$ es:

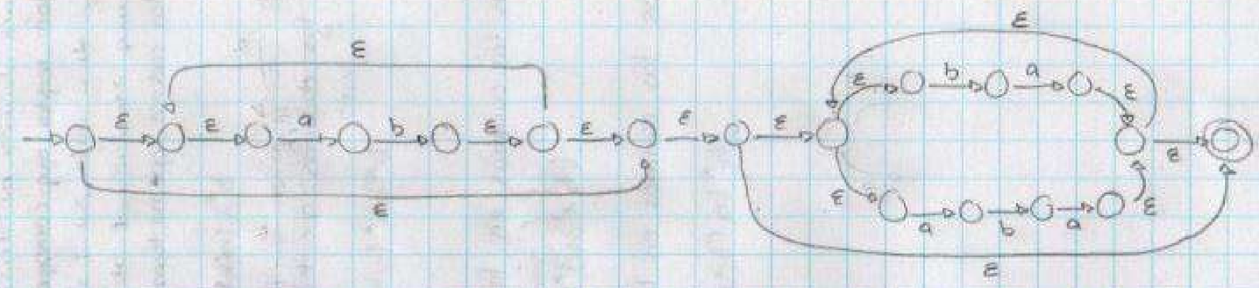


Ahora el AFN-ε noble para $(ab)^*$ es:



Finalmente, el AFN-ε noble para $(ab)^*(ba + aba)^*$ es:





AFN-ε noble para $(ab)^*(ba+aba)^*$ simplificado.

a) Observe que para este ejercicio $n=3$, así:

$X_{1,1}=\emptyset$, $X_{2,1}=\emptyset$, $X_{3,1}=\{b\}$

$X_{1,2}=\{a,b\}$, $X_{2,2}=\{a\}$, $X_{3,2}=\{a\}$

$X_{1,3}=\emptyset$, $X_{2,3}=\{b\}$, $X_{3,3}=\emptyset$

$Y_1=\emptyset$, $Y_2=\{\varepsilon\}$, $Y_3=\emptyset$

- Veamos que $X_{1,2}=\{a,b\}$ puede escribirse como $X=(a+b)$. También tenemos que $L_i=\sum_{j=1}^{n=3}X_{i,j}L_j+Y_i$. De modo que:

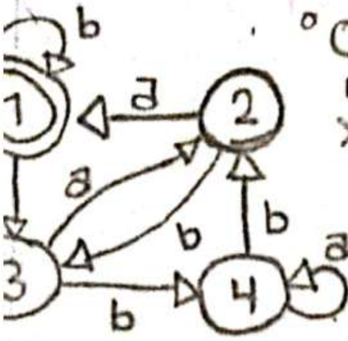
$L_3=X_{3,1}L_1+X_{3,2}L_2+X_{3,3}L_3+Y_3$
$=bL_1+aL_2+\emptyset L_3+\emptyset = bL_1+aL_2$

$L_2=X_{2,1}L_1+X_{2,2}L_2+X_{2,3}L_3+Y_2$
$=\emptyset L_1+aL_2+bL_3+\varepsilon = aL_2+bL_3+\varepsilon$

$L_1=X_{1,1}L_1+X_{1,2}L_2+X_{1,3}L_3+Y_1$
$=\emptyset L_1+\{a+b\}L_2+\emptyset L_3+\emptyset=\{a+b\}L_2$

- Por el lema de Arden, la solución $X=AX+B$ es $X=A^*B$, aplicando en las ecuaciones L_i:

*Tomando $L_3=bL_1+aL_2$ y acoplando con $L_3=AL_3+B$ tenemos $B=bL_1+aL_2$ y $A=\emptyset$ así $L_3=AL_3+B \to L_3=A^*B=\emptyset^*(bL_1+aL_2)=bL_1+aL_2$. Sustituyendo L_3 en L_2 ent $L_2=aL_2+b(bL_1+aL_2)+\varepsilon$ $=aL_2+bbL_1+baL_2+\varepsilon=(a+ba)L_2+bbL_1+\varepsilon$ acoplando L_2 con $L_2=AL_2+B$ ent $A=(a+ba)$ y $B=bbL_1+\varepsilon$ por el Lema $L_2=A^*B$, así $L_2=(a+ba)^*bbL_1+\varepsilon$. Sustituyendo L_2 en L_1 $L_1=(a+b)((a+ba)^*bbL_1+\varepsilon)=[(a+b)(a+ba)^*bb]L_1+[(a+b)(a+ba)^*]$ acoplando con $L_1=AL_1+B$ tenemos $A=[(a+b)(a+ba)^*bb$ y $B=(a+b)(a+ba)^*$ así por el lema la solución es $L_1=[(a+b)(a+ba)^*bb]^*((a+b)(a+ba)^*) \to$ Expresión buscada.



∘ Observe que para este ejercicio $n=4$ así:
$X_{1,1}=\{b\}, X_{2,1}=\{a\}, X_{3,1}=\emptyset$
$X_{4,1}=\emptyset$, $Y_1=\{\varepsilon\}$, $Y_2=\emptyset$
$X_{1,2}=\emptyset, X_{2,2}=\emptyset, X_{3,2}=\{a\}$
$X_{4,2}=\{b\}$, $Y_3=\emptyset=Y_4$.
$X_{1,3}=\{a\}, X_{2,3}=\{b\}, X_{3,3}=\emptyset, X_{4,3}=\emptyset$
$X_{1,4}=\emptyset, X_{2,4}=\emptyset, X_{3,4}=\{b\}, X_{4,4}=\{a\}$

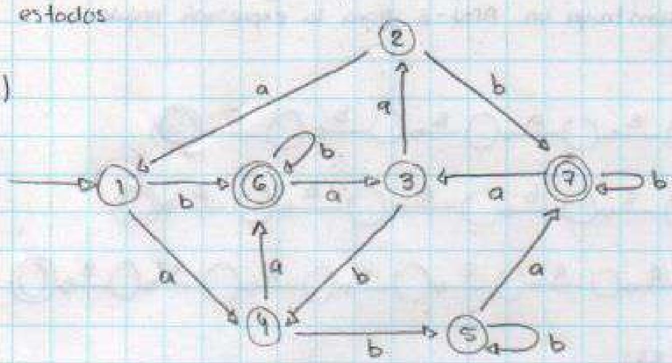
∘ Veamos que $L_i=\sum_{j=1}^{n=4} X_{i,j}L_j+Y_i$, de modo:

$L_4=X_{4,1}L_1+X_{4,2}L_2+X_{4,3}L_3+X_{4,4}L_4+Y_4$
$=\emptyset L_1+\{b\}L_2+\emptyset L_3+\{a\}L_4+\emptyset=\underline{bL_2+aL_4}$
$L_3=X_{3,1}L_1+X_{3,2}L_2+X_{3,3}L_3+X_{3,4}L_4+Y_3$
$=\emptyset L_1+\{a\}L_2+\emptyset L_3+\{b\}L_4+\emptyset=\underline{aL_2+bL_4}$
$L_2=X_{2,1}L_1+X_{2,2}L_2+X_{2,3}L_3+X_{2,4}L_4+Y_2$
$=\{a\}L_1+\emptyset L_2+\{b\}L_3+\emptyset L_4+\emptyset=\underline{aL_1+bL_3}$
$L_1=X_{1,1}L_1+X_{1,2}L_2+X_{1,3}L_3+X_{1,4}L_4+Y_1$
$=\{b\}L_1+\emptyset L_2+\{a\}L_3+\emptyset L_4+\varepsilon=\underline{bL_1+aL_3+\varepsilon}$

∘ Por el lema de Arden, la solución $X=AX+B$ es $X=A^*B$, aplicando en las ecuaciones L_i:
Tomando $L_4=bL_2+aL_4$ y acoplando con $L_4=AL_4+B$ tenemos $A=a$ y $b=bL_2$ y así $L_4=A^*B=a^*bL_2$, sustituyendo L_4 en L_3 tenemos $L_3=aL_2+b(a^*bL_2)=aL_2+(ba^*b)L_2$
$=(a+ba^*b)L_2$, acoplando con $X=AX+B$ tenemos $L_3=\emptyset L_3+(a+ba^*b)L_2$ y así por el lema de Arden $L_3=A^*B=\emptyset^*(a+ba^*b)L_2=\underline{(a+ba^*b)L_2}$
Sustituyendo L_3 en L_2. tenemos $L_2=aL_1+b((a+ba^*b)L_2)=aL_1+(b(a+ba^*b))L_2=(b(a+ba^*b))L_2+aL_1$ acoplando con $X=AX+B$ tenemos $A=(b(a+ba^*b))$ y $B=aL_1$ y así por el lema de Arden $L_2=\underline{(b(a+ba^*b))^*}aL_1$, ahora sustituyendo L_3 en L_1 tenemos $L_1=bL_1+a(a+ba^*b)L_2)+\varepsilon$ Sustituyendo L_2 tenemos
$L_1=bL_1+a((a+ba^*b)(b(a+ba^*b))^*aL_1+\varepsilon$
$=[b+a((a+ba^*b)(b(a+ba^*b))^*a]]L_1+\varepsilon$ y acoplando con $X=AX+B$ tenemos $B=\varepsilon$ y $A=[b+a[(a+ba^*b)(b(a+ba^*ba^*b)]^*a$ así por el lema tenemos que la solución es $L_1=$
$=\underline{(b+a((a+ba^*b)(b(a+ba^*ba^*b))^*a))^*}$.

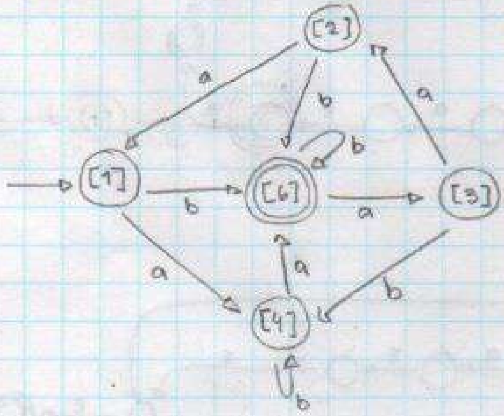
6. Para cada uno de los siguientes AFD, encuentre su AFD equivalente con el mínimo número de estados

a)

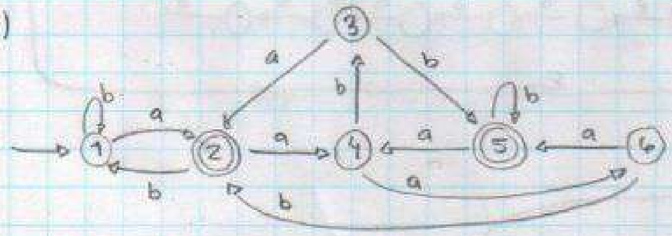


	1	2	3	4	5	6
2	/					
3	/	/				
4	/	/	/			
5	/	/	/			
6	/	/	/	/	/	
7	/	/	/	/	/	

Por consiguiente, $4 \approx 5$ y $6 \approx 7$. Así el AFD mínimo es:



b)



	1	2	3	4	5
2	/				
3	/	/			
4	/	/	/		
5	/	/	/	/	
6	/	/	/	/	/

Dado que en la tabla, todos los pares tienen marca, podemos concluir que el AFD anterior es mínimo.