PORTAFOLIO CINEMTICA DE ROBOTS

Navarro Cervantes Jose

Ing. Mecatrónica

8°B

Profesor: Carlos Enrique Moran Garabito

TEMA Tarea

FECHA 8/1/2019

Navarro Cervantes Jose

1-¿Qué es un robot?

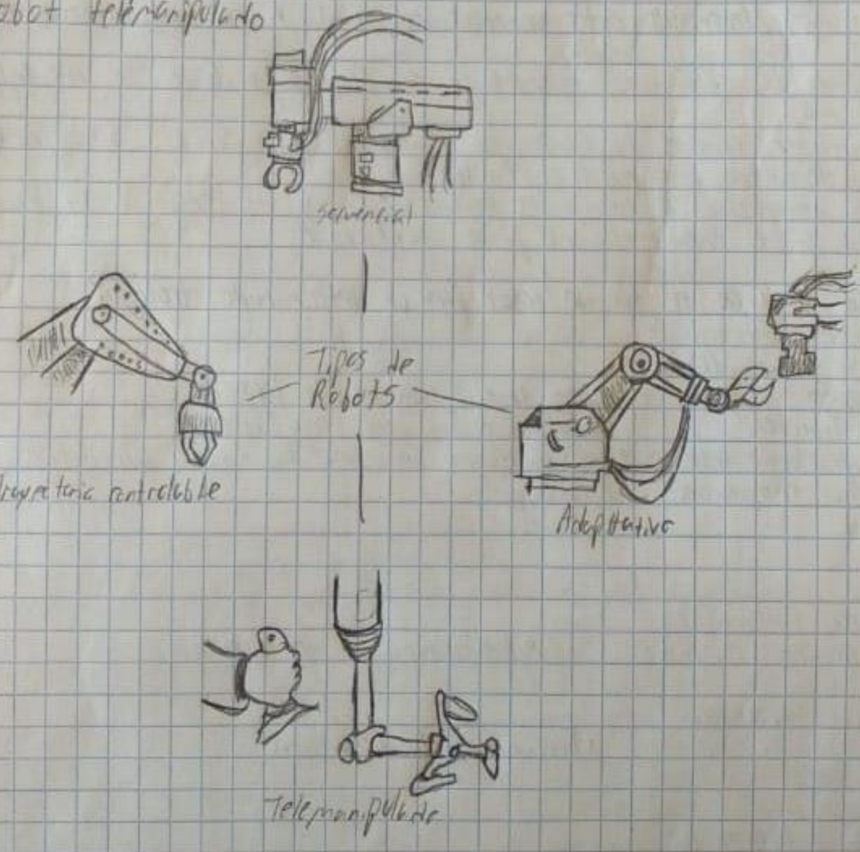
maquinas para la realización de trabajos productivos y de imitación de movimientos y comportamientos de seres vivos. (Anibal)

Un robot es un manipulador multifuncional programable diseñado para mover materiales, partes, herramientas o dispositivos especializados a través de movimientos programados para la ejecución de una variedad de tareas (Fernando Reyes)

2-¿Cuales son los tipos de robots?

Segun la IFR

- Robot secuencial
- Robot de trayectoria controlable
- Robot Adaptativo
- Robot telemanipulado



TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

8/1/2018

Clasificación Segun la AFRI
Tipo A: Manipulador con control manual o telemando
Tipo B: Manipulador automatico con ciclos preajustados
Tipo C: Robot programable con trayectoria continua o punto a punto
Tipo D: Robot capaz de adquirir datos de su entorno, readaptando su tarea

Clasificación Segun su generación
1ra generación
Repite la tarea programada secuencialmente
2da generación
Adquiere información limitada de su entorno
3ra generación
Programación realizada mediante un empleo de lenguaje natural

3-¿Cuáles son las diferencias entre un robot industrial y una maquina-herramienta CNC?
Un robot puede tomar decisiones dependiendo en el entorno que se encuentre siendo autonomo.
Los robots incluyen censores los cuales los cuales actuan como sentidos humanos
Los robot pueden usar inteligencia artificial
Una maquina herramienta su trabajo es programado y una vez ejecutado al momento de un cambio en el entorno esta no puede modificarlo

4-¿Como debe decidirse el tipo de robot para un determinado trabajo?
Se decide de acuerdo a:
Caracteristicas geometricas:
• Area de trabajo
• Grados de libertad
• Errores de posicionamiento
  * Distancia tras emergencia
  * Repetividad
  * Resolución
• Errores en el seguimiento de trayectorias
  * Calidad de una linea recta, arco..
• Precisión cuando se mueve el minimo incremento posible

Caracteristicas Cinematicas
• Velocidad nominal maxima
• Aceleración y desaceleración

Caracteristicas dinamicas
• Fuerza
  * De agarre
  * Carga maxima
  * Control de fuerza-par
• Frecuencia de resonancia

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA 8/1/2018

Tipo de movimientos
•Movimientos punto a punto •Movimientos coordinados •Trayectorias continuas (CP)

Modo programación
•Enseñanza (guiado) •Textual

Tipo de accionamiento
•Eléctrico (corriente alterna, corriente continua) •Neumático •Hidráulico

5-¿Qué es R.U.R?
Es Rossum's Universal Robot, una novela satírica donde describe al robot como una máquina que sustituye a los seres humanos para ejecutar tareas sin descanso

6-Anote las diferencias entre robots seriales y paralelos.
Un robot serial es como un brazo humano mientras que el robot paralelo consiste en una plataforma movil conectada a la base.
Un robot serial consiste en varios subsistemas
Las piernas de un robot paralelo son simetricas
Los robot paralelos se pueden clasificar por el numero de grados de libertad que posee su plataforma movil
Un robot industrial es serial
Un robot serial se clasifica por sistema de coordenadas.

7¿Cuáles son los problemas de seguridad en el uso de robots?
•Riesgo de colisión entre el operario y el robot
•Riesgo de atrapamiento y aplastamiento del operario entre el robot y un obstaculo fijo u otro componente movil.
•Riesgo de alcance al operario por piezas que el robot deje caer o proyecte
•Modificación de los parametros del controlador
•Alteración de los parametros de calibración
•Alteración de la logica de producción
•Alteración del estado del robot percibido por el usuario.

8-¿Cómo se especifica un robot industrial?
Maquina multifuncional capaz de mover materias u objetos, manipular herramientas y piezas, son programables para hacer diversas tareas automaticamente sin la necesidad de la intervención constante de una persona. En Asia se especifica a cualquier dispositivo que tenga articulaciones moviles y que se encargue de la manipulación de materiales automatica o semiautomaticamente.

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

8/1/2018

9-¿Cuál es la población de robots en el mundo?
segun la world robotics de la IFR la población robotica en 2019 crecera hasta los 2,6 millones, 1,63 millones de robots

10.¿Que industria es considerada el usuario mas grande de robots industriales de tipo serial?
La industria automotriz

11.¿Cuáles son las áreas nuevas de aplicaciones de robots?
La medicina, agricultura, educación, exploración espacial, nuevas tendencias

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 9/1/2018

Representación de la posición
La localización de un cuerpo rígido en el espacio precisa de especificar tanto su posición como su orientación siendo establecidas en relación a un sistema de referencia definido.
En un plano bidimensional la posición precisa de 2 grados de libertad y la posición queda definida por 2 componentes independientes.

Sistema cartesiano de referencia
Se define mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido, denominados sistemas cartesianos al trabajar en el plano el sistema de referencia OXY queda definido por 2 vectores coordenados OX y OY. Si se trabaja en el espacio el sistema cartesiano OXYZ se compone por una terna ortonormal de vectores OX, OY y OZ

Coordenadas cartesianas
Si se trabaja en un plano un punto sera expresado por las componentes x, y asociando un vector p(x,y) que va desde el origen al punto los componentes por las que se define el vector se denominan coordenadas cartesianas. En 3 dimensiones el vector se define con respecto al sistema OXYZ y el vector esta definido por las componentes x, y, z

Coordenadas polares y cilindricas
para un plano la localización de un punto o vector respecto a un eje cartesiano OXY utiliza coordenadas polares p(r, θ) r = distancia desde el origen hasta el extremo del vector, θ = angulo del vector
En 3 dimensiones el vector se expresa con respecto al sistema de referencia OXYZ mediante coordenadas cilindricas p(r, θ, z) z = proyección sobre el eje OZ

Coordenadas esfericas
es posible utilizar las en un espacio de 3 dimensiones, el vector tendra como coordenada esferica (r, θ, ϕ) r = distancia de origen al extremo del vector, θ = angulo del vector sobre el plano OXY con el eje OX, ϕ = angulo del vector con el eje OZ

Representación de la orientación
Una orientación en el espacio tridimensional se define por 3 grados de libertad o 3 componentes linealmente independientes

Matrices de rotación
Son el metodo más extendido para la descripción de orientaciones
En un plano con dos sistemas de referencia OXY y OUV, siendo OXY

TEMA: Navarre Cervantes Jose

FECHA: 14/1/2019

sistema fijo y OUV el sistema movil. Los vectores unitarios del sistema fijo son i_x, j_y y los del sistema movil son i_u, j_v. El vector se representa como $p = p_u i_u + p_v i_v$.

A verificar las igualdades se trata de productos escalares

$$p_x = i_x p$$
$$p_y = i_v p$$

Sustituyendo se obtiene donde:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v \\ j_y i_u & j_y j_v \end{bmatrix}$$

Es la llamada matriz de rotación que define la orientación del sistema movil con respecto al sistema movil también llamada matriz de cosenos directores.

La orientación viene definida por un parametro independiente. Considerando que el sistema movil gira en un angulo α sobre OXY la matriz R será de la forma:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

En un espacio tridimencional los sistemas OXYZ y OUVW. Los vectores de OXYZ seran i_x, j_y, k_z y los de OUVW seran i_u, j_v, k_w. El vector se refiere de la siguiente manera

$$p_{uvw} = [p_u \ p_v \ p_w]^T = p_u \cdot i_u + p_v \cdot j_v + p_w \cdot k_w$$
$$p_{xyz} = [p_x, p_y, p_z]^T = p_x \cdot i_x + p_y \cdot j_y + p_z \cdot k_z$$

Equivalencia donde Es la matriz de rotación

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v & i_x k_w \\ j_y i_u & j_y j_v & j_y k_w \\ k_z i_u & k_z j_v & k_z k_w \end{bmatrix}$$

matrices basicas de rotación de un sistema espacial de 3 dimensiones

$$Rot\,x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \qquad Rot\,y(\phi) = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \operatorname{sen}\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen}\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix}$$

$$Rot\,z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 14/1/2019

Angulos de euler
Todo sistema solidario cuya orientacion se quiere describir mediante 3 angulos: ϕ, θ, ψ que representan los valores de los giros a realizar sobre 3 ejes ortogonales entre si.

Angulos de Euler WUW
Se asocia con los movimientos basicos de un giroscopio partiendo de los sistemas OXYZ y OUVW se puede colocar en cualquier orientacion el sistema OUVW
1 Girar el sistema OUVW un angulo ϕ respecto a OZ = OU'V'W'
2 Girar el sistema OU'V'W' un angulo θ respecto OU' = OU''V''W''
3 Girar el sistema OU''V''W'' un angulo ψ respecto OW'' = OU'''V'''W'''

Angulos euler WVW
1- Girar OUVW un angulo ϕ respecto a OZ = OU'V'W'
2- Girar OU'V'W' un angulo θ respecto a OV' = OU''V''W''
3- Girar OU''V''W'' un angulo ψ respecto a OW'' = OU'''V'''W'''

Angulos Euler XYZ
1- Girar OUVW un angulo ϕ respecto a OX. Denominado Yaw o guiñado
2- Girar OUVW un angulo θ respecto a OY. Denominado pitch o cabeceo
3- Girar OUVW un angulo ψ respecto a OZ. Denominado Roll o alabeo.

Par de rotacion
El sistema OUVW respecto al sistema de referencia OXYZ puede realizarse mediante el vector K (K_x, K_y, K_z) y un angulo de giro θ girandolo sobre el eje K. Al par (K, θ) se le denomina par de rotacion
Para la definicion de orientacion con este metodo se definen 4 parametros distintos: K_x, K_y, K_z y θ representado como Rot (K, θ). La aplicacion que rote sobre un vector p un angulo θ alrededor del vector unitario K

$$Rot(K, \theta)\, p = p\cos\theta + (K \times p)\,\mathrm{sen}\,\theta + K(K \cdot p)(1-\cos\theta)$$

Cuaterniones
Definidos por Hamilton. Un Cuaternio Q esta constituido por 4 componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternio base.
Un cuaternio se puede representar como
$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, v]$
S = parte escalar y V = parte vectorial

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 14/1/2019

Matrices de transformación homogenea

Las matrices de transformación homogenea permiten la localización facilitando su uso mediante el algebra matricial

Coordenadas y matrices homogeneas

Un elemento de un espacio n-dimensional es representado en coordenadas homogeneas por n+1 dimensiones. El vector $p(x,y,z)$ será representado por $p(wx, wy, wz, w)$ (w = valor arbitrario).
Los vectores nulo se representan $[0,0,0,n]^T$ n = no nulo. Los vectores de la forma $[a,b,c,0]^T$ representan direcciones.
Matriz de transformación homogenea T es de 4×4 dimensiones representa la transformación de un vector de coordenadas homogeneas.

$$T=\begin{bmatrix} R_{3\times3} & P_{3\times1} \\ f_{1\times3} & w_{1\times1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix}$$

Aplicación de matrices homogeneas

La transformación de perspectiva nula y el escalado global unitario la matriz homogenea T resulta:

$$T=\begin{bmatrix} R_{3\times3} & P_{3\times1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Puede ser utilizada para representar la orientación y posición de un sistema O'UVW resultado de rotar y trasladar.
También se puede utilizar para expresar la rotación y traslación de un vector respecto de un sistema de referencia fijo.
1- Representar la posición y orientación de un sistema girado y trasladado.
2- Transformar un vector expresado en coordenadas con respecto a un sistema
3- Rotar y trasladar un vector con respecto a un sistema de referencia fijo.

Traslación

El sistema OUVW se encuentra trasladado un vector $P=P_x i + P_y j + P_z K$ respecto al sistema OXYZ. La matriz T

$$T(P)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matriz básica de traslación

Un vector cualquiera representado en el sistema tendrá componentes del vector con respecto al sistema OXYZ

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} r_u+P_x \\ r_v+P_y \\ r_w+P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes José

FECHA 14/1/2019

El vector desplazado según T tendría

$$\begin{bmatrix} rx \\ ry \\ rz \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Px \\ 0 & 1 & 0 & Py \\ 0 & 0 & 1 & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} rx \\ ry \\ rz \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rx+Px \\ ry+Py \\ rz+Pz \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación

Suponiendo que el sistema OUVW se encuentra rotado respecto a OXYZ la submatriz de rotación define la rotación definida 3 matrices homogeneas básicas de rotación alrededor de los ejes OX OY y OZ

$$Rotx(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\text{sen}\,\alpha & 0 \\ 0 & \text{sen}\,\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Roty(\phi) = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \text{sen}\,\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen}\,\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Rotz(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\text{sen}\,\psi & 0 & 0 \\ \text{sen}\,\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Traslación junto con rotación

En esta representación se utilizan simultaneamente la matriz de rotación y el vector de traslación. La traslación y la rotación son transformaciones realizadas en relación a un sistema de referencia.
Se debe tener en cuenta si primero se ha realizado la rotación y despues la traslación o viceversa ya que según el caso se presentan matrices homogeneas distintas.

Rotación seguida de traslación

Rotación angulo ϕ sobre eje OX seguida traslación de vector Pxyz

$$T(P)\,Rot(x)(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Px \\ 0 & \cos\phi & -\text{sen}\,\phi & Py \\ 0 & \text{sen}\,\phi & \cos\phi & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación angulo θ sobre eje OY traslación vector Pxyz

$$T(P)\,Roty(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\,\theta & Px \\ 0 & 1 & 0 & Py \\ -\text{sen}\,\theta & 0 & \cos\theta & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación angulo ψ, eje OZ, traslación vector Pxyz

$$T(P)\,Rotz(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\text{sen}\,\psi & 0 & Px \\ \text{sen}\,\psi & \cos\psi & 0 & Py \\ 0 & 0 & 1 & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 14/1/2024

Traslación seguida de rotación

Traslación vector p_{xyz} rotación ángulo ϕ eje OX

$$Rot\,x(\phi)\,T(p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & \cos\phi & -sen\phi & p_y\cos\phi - p_z sen\phi \\ 0 & sen\phi & \cos\phi & p_y sen\phi + p_z\cos\phi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Traslación vector p_{xyz} rotación ángulo θ eje OY

$$Rot\,Y(\theta)\,T(p) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & sen\theta & p_x\cos\theta + p_z sen\theta \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ -sen\theta & 0 & \cos\theta & p_z\cos\theta - p_x sen\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Traslación vector p_{xyz} rotación ángulo ψ eje OZ

$$Rot\,z(\psi)\,T(p) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -sen\psi & 0 & p_x\cos\psi - p_y sen\psi \\ sen\psi & \cos\psi & 0 & p_x sen\psi + p_y\cos\psi \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Perspectiva y escalado

Utilize una matriz tipo T para el escalado

$$T = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matriz de rescalado global

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix}$$

Para las aplicaciones en robótica de las matrices homogeneas, se supone que no existe la transformación de perspectiva y el escalado es unitario.

Significado geometrico de la matrices homogeneas

Sirve para transformar un vector expresado en coordenadas con respecto a un sistema a su expresion en las coordenadas del sistema de referencia, se puede utilizar para rotar y girar un vector referido a un sistema fijo y para expresar la orientación y posición de un sistema de referencia con respecto a otro fijo

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

n, o, a = terna ortonormal que representan la orientación y p es el vector que representa la posición.

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 14/1/2024

Composición de matrices homogeneas

La utilidad de las matrices homogeneas cobra mas importancia cuando se componen para describir diversos giros y traslaciones consecutivos sobre un sistema de referencia determinado.

De forma general al componer diversas transformaciones se deben tener en cuenta los siguientes criterios.

1- Si el sistema fijo y el transformado son coincidentes la matriz sera 4x4 identidad I_4

2- Si el sistema se obtiene por rotaciones y traslaciones con respecto al sistema fijo, la matriz de cada transformacion se debe multiplicar sobre las matrices de multiplicaciones previas

3- El sistema se obtiene mediante rotaciones y traslaciones definidas respecto al sistema movil, la matriz que representa cada transformación se debera postmultiplicar.

Aplicacion de los cuaternios

Algebra de cuaternios

Un cuaternio esta formado por 4 componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) representan las coordenadas (e, i, j, k)

Ley de composición interna de los cuaternios

o	e	i	j	k
e	e	i	j	k
i	i	-e	k	-j
j	j	-k	-e	i
k	k	j	-i	-e

Cuaternio conjugado

A todo cuaternio Q se le asocia un conjugado Q^* mantiene el signo de la parte escalar y se invierte el de la vectorial

$$Q^* = [q_0, -q_1, -q_2, -q_3] = (s, -v)$$

Operaciones algebraicas

Producto de 2 cuaternios

$$Q_3 = Q_1 \circ Q_2 = (s_1, v_1) \circ (s_2, v_2) = (s_1 s_2 - v_1 v_2, v_1 \times v_2 + s_1 v_2 + s_2 v_1)$$

Suma de 2 cuaternios

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 = (s_1, v_1) + (s_2, v_2) = s_1 + s_2, v_1 + v_2$$

Producto escalar

$$Q_3 = a Q_2 = a(s_2, v_2) = a s_2, a v_2)$$

Norma e inversa

Se denomina norma de Q y se representa por $\|Q\|$

El inverso puede hallarse mediante $Q^{-1} = \frac{Q^*}{\|Q\|}$

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 14/1/2018

Relación y comparación entre los distintos métodos de localización espacial

Comparación de métodos de localización espacial

Matrices de transformación homogénea

Sus ventajas residen en la capacidad de representación conjunta de posición y orientación.

Su principal inconveniente es su alto nivel de redundancia.

Angulos de euler

Son capaces de representar orientación y permiten una notación compacta, no permiten la composición de rotaciones ni la aplicación sobre un vector de rotación.

Par de rotación

Solo sirve para la representación de orientaciones, usa 4 parámetros para la definición de orientación de un sistema respecto a otro

Cuaternios

Solo es capaz de representar la orientación relativa de un sistema con respecto a otro mediante el uso de 4 componentes.

Relación entre los distintos métodos de localización espacial

Angulos de euler · matriz de transformación homogénea

En ocasiones en los ángulos euler son capaces de realizar una representación de la orientación. Por ello al obtener la matriz homogénea equivalente a un conjunto de ángulos de euler.

Relación directa

La obtención de la matriz homogénea a cada conjunto de ángulos de euler basta con componer las matrices que representan las rotaciones que definen los propios ángulos:

- Sistema WUW
- Sistema XYZ
- Sistema WVW

Par de rotación · matriz de transformación homogénea

Mediante un eje y un ángulo de rotación es posible representar orientación.

Par de rotación · Cuaternios

Un cuaternio Q se puede expresar como:

$$Q = \left(\cos\frac{\theta}{2}, k \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

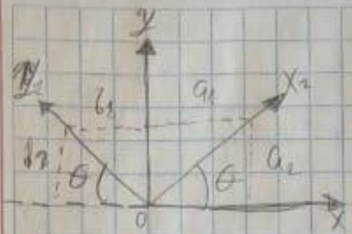
Cuaternios · matriz de transformación homogénea

El paso de cuaternios a matriz y viceversa se deduce fácilmente utilizando como representación auxiliar intermedia el eje y el ángulo de rotación

TEMA Navarro Cervantes Jose

Matrizes de rotación

FECHA 15/1/2019



x_1 con relación a x; $a_1 = |x_1| \cos\theta \rightarrow (x_1, x)$

x_1 con relación a y; $a_2 = |x_1| \operatorname{sen}\theta \rightarrow x, y$

y_1 con relación a x; $-b_1 = |y_1| \cos(\theta + 90) = -|y_1| \operatorname{sen}\theta \rightarrow y, x$

y_1 con relación a y; $b_2 = |y_1| \operatorname{sen}(\theta + 90) = y_1 \cos\theta \rightarrow y, y$

$$x_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{bmatrix} \qquad y_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta+90) \\ \operatorname{sen}(\theta+90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} x_1^0, & y_1^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1, x_0) & (y_1, x_0) \\ (x_1, y_0) & (y_1, y_0) \end{bmatrix}$$

En 3 ejes

$$\begin{bmatrix} (x_1, x_0) & (y_1, x_0) & (z_1, x_0) \\ (x_1, y_0) & (y_1, y_0) & (z_1, y_0) \\ (x_1, z_0) & (y_1, z_0) & (z_1, z_0) \end{bmatrix}$$

En x

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ 0 & \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

En y

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \operatorname{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

En z

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA: Navarro Cervantes José
matrices Homogeneas.

FECHA: 21/9/2024

$$T = \begin{bmatrix} R_{3\times3} & P_{3\times1} \\ F_{1\times3} & W_{1\times1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\text{Rotación}] & \begin{bmatrix}\text{Posición} \\ 3\times1\end{bmatrix} \\ [\text{perspectiva} \\ \text{Cero}] & [\text{Escalado} \\ 1] \end{bmatrix}$$

1) $X \to 60^\circ$ $Y \to 70^\circ$ $Z \to 10^\circ$

$$\begin{array}{c} X \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 60^\circ & -\operatorname{sen} 60^\circ \\ 0 & \operatorname{sen} 60^\circ & \cos 60^\circ \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} Y \\ \begin{bmatrix} \cos 70 & 0 & \operatorname{sen} 70 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen} 70 & 0 & \cos 70 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} XY \\ \begin{bmatrix} 0.342 & 0 & 0.94 \\ 0.814 & 0.5 & -0.296 \\ -0.47 & 0.866 & 0.171 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} Z \\ \begin{bmatrix} \cos 10 & -\operatorname{sen} 10 & 0 \\ \operatorname{sen} 10 & \cos 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} XYZ \\ \begin{bmatrix} 0.326 & -0.6 & 0.94 \\ 0.888 & 0.351 & -0.296 \\ -0.112 & 0.934 & 0.171 \end{bmatrix} \end{array}$$

2) $X \to 40^\circ$ $Y \to 10^\circ$ $X \to 50^\circ$

$$\begin{array}{c} X \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 40 & -\operatorname{sen} 40 \\ 0 & \operatorname{sen} 40 & \cos 40 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} Y \\ \begin{bmatrix} \cos 10 & 0 & \operatorname{sen} 10 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen} 10 & 0 & \cos 10 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} XY \\ \begin{bmatrix} 0.985 & 0 & 0.173 \\ 0.111 & 0.766 & -0.633 \\ -0.133 & 0.642 & 0.754 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} X \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 50 & -\operatorname{sen} 50 \\ 0 & \operatorname{sen} 50 & \cos 50 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} XYX \\ \begin{bmatrix} 0.985 & 0.132 & 0.111 \\ 0.111 & 0.0074 & -0.993 \\ -0.133 & 0.99 & -1.0071 \end{bmatrix} \end{array}$$

3) $X \to 20^\circ$ $Z \to 18^\circ$ $X \to 30^\circ$

$$\begin{array}{c} X \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 20 & -\operatorname{sen} 20 \\ 0 & \operatorname{sen} 20 & \cos 20 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} Z \\ \begin{bmatrix} \cos 18 & -\operatorname{sen} 18 & 0 \\ \operatorname{sen} 18 & \cos 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} XZ \\ \begin{bmatrix} 0.951 & -0.309 & 0 \\ 0.29 & 0.893 & -0.342 \\ 0.105 & 0.325 & 0.939 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{array}{c} X \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\operatorname{sen} 30 \\ 0 & \operatorname{sen} 30 & \cos 30 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} XZX \\ \begin{bmatrix} 0.951 & -0.267 & 0.1545 \\ 0.29 & 0.602 & -0.742 \\ 0.105 & 0.7509 & 0.650 \end{bmatrix} \end{array}$$

TEMA Navarro Cervantes Jese

Matrices homogeneas

FECHA 21/1/2019

4) $X \to 30°$ $Z \to 10°$ $Y \to 30°$

$$\overset{X}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\text{sen } 30 \\ 0 & \text{sen } 30 & \cos 30 \end{bmatrix}} \cdot \overset{Z}{\begin{bmatrix} \cos 10 & -\text{sen } 10 & 0 \\ \text{sen } 10 & \cos 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} = \overset{XZ}{\begin{bmatrix} 0.984 & -0.173 & 0 \\ 0.150 & 0.852 & -0.5 \\ 0.086 & 0.492 & 0.866 \end{bmatrix}} \cdot \overset{Y}{\begin{bmatrix} \cos 30 & 0 & \text{sen } 30 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } 30 & 0 & \cos 30 \end{bmatrix}}$$

$$\overset{XZY}{\begin{bmatrix} 0.852 & -0.173 & 0.492 \\ 0.374 & 0.852 & -0.358 \\ 0.358 & 0.492 & 0.742 \end{bmatrix}}$$

5) $Y \to 30°$ $Z \to 10°$ $X \to 30°$

$$\overset{Y}{\begin{bmatrix} \cos 30 & 0 & \text{sen } 30 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } 30 & 0 & \cos 30 \end{bmatrix}} \cdot \overset{Z}{\begin{bmatrix} \cos 10 & -\text{sen } 10 & 0 \\ \text{sen } 10 & \cos 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} = \overset{YZ}{\begin{bmatrix} 0.852 & -0.150 & 0.5 \\ 0.173 & 0.984 & 0 \\ -0.492 & 0.0868 & 0.866 \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\text{sen } 30 \\ 0 & \text{sen } 30 & \cos 30 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.852 & 0.120 & 0.508 \\ 0.173 & 0.852 & -0.492 \\ -0.492 & 0.508 & 0.706 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 23/1/2019

DH1- Se numeran los eslabones comenzando por el primer eslabon movil acabando con el ultimo eslabon movil. Se numera como 0 a la base

DH2- Numeración de cada articulación comenzando por 1 que es el primer grado de libertad y acabando en n

DH3- Localización del eje de cada articulación. Si rota el eje es su propio eje de giro. Si es prismatico el eje será el cual produce el desplazamiento

DH4- Para i de 0 a n-1 situando el eje Z_i sobre la articulación $i+1$

DH5- Situar el origen del sistema en cualquier punto del eje Z_0. Se sitúan los ejes X_0 y Y_0 formando un sistema dextrógiro con Z_0

DH6- Para i de 1 a n-1 se sitúa el origen del sistema con intersección con Z_i con línea normal común Z_{i-1} y Z_i. Si se cortan estos ejes se sitúa en el punto de corte y si fuesen paralelos se sitúan en la articulación $i+1$

DH7- Se sitúa X_i en la línea común Z_{i-1} y Z_i

que es?

DH8- Se sitúa Y_i formando un sistema dextrógiro con X_i y Z_i

DH9- Se sitúa el sistema de modo que Z_n coincide con la dirección Z_{n-1} y X_n y sea normal a Z_{n-1} y Z_n

DH10- θ_i se obtiene como el angulo que gira en torno a Z_{i-1} para que X_{i-1} y X_i sean paralelos

DH11- d_i se obtiene como la distancia a lo largo de Z_{i-1} que se desplaza para que X_i y X_{i-1} queden alineados

DH12- a_i se obtiene como la distancia medida a lo largo de X_i que se desplaza de S_{i-1} para que su origen coincida con S_i

DH13- α_i se obtiene como el angulo que gira en torno a X_i para que S_{i-1} coincida con S_i

DH14- Se obtienen las matrices de transformación ${}^{i-1}A$

DH15- Se obtiene la matriz de transformación en relación al sistema de la base con el extremo del robot $T = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^{n-1}A_n$

DH16- T define la orientación y posición en función de las n coordenadas

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

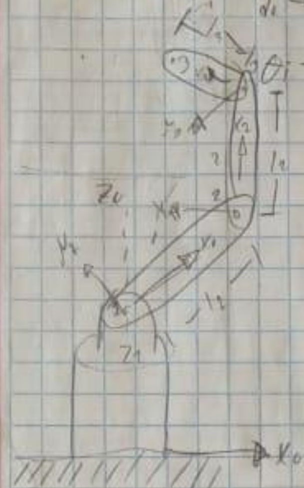
12/2/2019

a_{i-1} → distancia de z_{i-1} a z_i → a lo largo del eje x_{i-1}

α_{i-1} → angulo entre z_{i-1} y z_i → con respecto al eje x_{i-1}

d_i → distancia de x_{i-1} a x_i → a lo largo del eje z_i

θ_i → Angulo entre x_{i-1} y x_i → con respecto al z_i



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_i
2	L_1	0	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

Robot #2 Robot RRR

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	L_1	-90	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

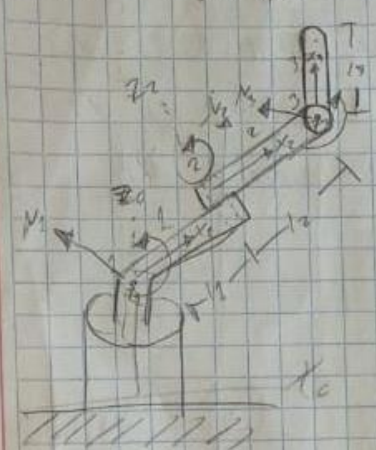
TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

11/2/2019

Robot #3 Robot RRR



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L_1	90	d_2	θ_2
3	L_2	-90	0	θ_3

Robot #4

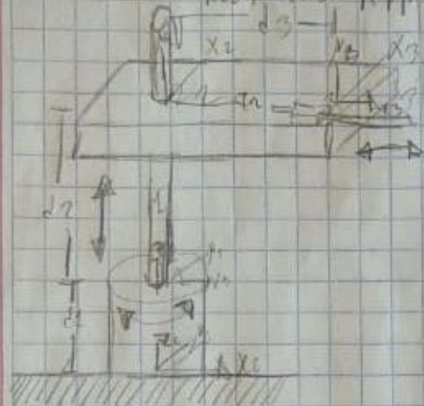
i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	3/4 L	0	d_2	θ_2
3	L	0	d_3	θ_3

TEMA Tarea

Navarro Cervantes Jose

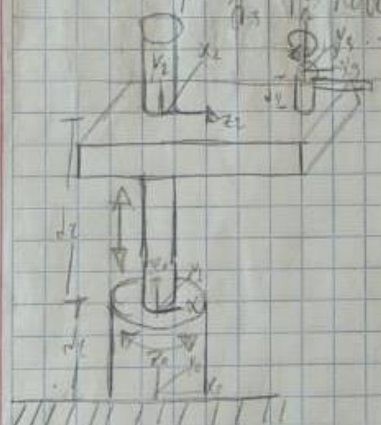
FECHA 12/2/2019

Robot #5 RPP



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	0	90	d_2	90
3	0	0	d_3	0

Robot #6 RPP



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	0	90	d_2	90
3	0	-90	d_3	θ_2

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

12/1/2014

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot #1

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L_1	0	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

$$T_3^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_1 & -C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L1 \\ S\theta_2 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta_3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_1 & -C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

Navarro Cervantes Jose
Robot #2

FECHA 13/2/2019

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_i \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	L_1	-90	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_1^2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^3 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Navarro Cervantes Jes

TEMA Navarro Cervantes Jes
Robot # 3

FECHA 13/2/2018

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_i & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L_1	90	d_2	θ_2
3	L_2	-90	0	θ_3

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_1 & -C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_3 & -C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose

Robot # 4

FECHA 13/2/2018

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	$3/4L$	0	d_2	θ_2
3	L	0	d_3	θ_3

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_1^2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 3/4L \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose
Robot #5

FECHA 13/2/2019

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	0	90	d_2	90
3	0	0	d_3	0

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_1^2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose

Robot #6

FECHA 13/2/2019

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	0	90	d_2	90
3	0	-90	d_4	θ_2

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad T_1^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ -S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA: Navarro Cervantes Jose

FECHA: 14/2/2019

Cinematica inversa

El objetivo del problema cinematico inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot $q=[q_1, q_2, \ldots, q_n]^T$ para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial (p, [n, o, a]).
Se han desarrollado algunos procedimientos genericos suceptibles a ser programados de modo que un computador pueda obtener la n-upla de valores articulares que posicionan y orientan su extremo.
El inconveniente de estos procedimientos es que se trata de metodos numericos iterativos cuya velocidad de convergencia e incluso su convergencia en si no esta siempre garantizada.

La mayor parte de los robots poseen cinemáticas relativamente simples que facilitan en cierta medida la resolución de su problema cinematico inverso. Considerando los 3 primeros grados de libertad, tienen una estructura planar (los 3 primeros elementos quedan contenidos en un plano). Facilitando la resolución del problema. En muchos robots los 3GDL ultimos corresponden a giros sobre ejes que se cortan en un punto.

Los metodos geometricos permiten obtener los valores de las primeras variables articulares (son las que posicionan al robot). Utilizan relaciones trigonometricas y geometricas sobre los elementos del robot. Se recurre a la resolución de triangulos formados por los elementos y articulaciones del robot.

Los robot con 6 GDL, el metodo de desacoplamiento cinematico permite resolver los primeros grados de libertad dedicados al posicionamiento, independiente de los ultimos GDL, dedicados a la orientación.

Resolución del problema cinematico inverso por metodos geometricos

Este procedimiento es adecuado para robot con pocos GDL o para el caso en el que se consideran los primeros GDL.
Se basa en encontrar suficientes números de relaciones geometricas en las que intervienen las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones fisicas de sus elementos.
Un robot de 3 GDL de rotación los datos de partida son las coordenadas (P_x, P_y, P_z) referidas a $\{S_0\}$. Posee una estructura planar, definido por el angulo de la variable articular q_1

$$q_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

TEMA: Alvarado Cervantes Jose

FECHA: 19/2/2019

Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea

Obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir de su modelo directo.
El primer paso para resolver el problema cinemático inverso es obtener la expresión correspondiente del robot. Obtener la matriz T que relaciona el sistema de referencia asociado a la base con el sistema de referencia asociado a su extremo.
Obtenida la expresión T en función de las coordenadas articulares, y supuesta una localización de destino para el extremo del robot definida por los vectores n, o, a y p se intenta manipular las ecuaciones resultantes de T.

Matriz jacobiana

Jacobiana analítica
Conocida la posición x, y, z del extremo del robot así como su orientación.
La jacobiana analítica relaciona las velocidades articulares con las velocidades de articulación del extremo del robot.
El método más directo para obtener la relación entre velocidades articulares y del extremo del robot consiste en diferenciar ecuaciones correspondientes al modelo cinemático directo.

Supóngase conocidas las ecuaciones que resuelve el problema cinemático directo de un robot de n-GDL

$x = f_x(q_1, \ldots, q_n) \quad y = f_y(q_1, \ldots, q_n) \quad z = f_z(q_1, \ldots, q_n)$

$\phi = f_\phi(q_1, \ldots, q_n) \quad \theta = f_\theta(q_1, \ldots, q_n) \quad \psi = f_\psi(q_1, \ldots, q_n)$

Se derivan respecto al tiempo

$$\dot{x} = \sum_1^n \frac{\partial f_x}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{y} = \sum_1^n \frac{\partial f_y}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{z} = \sum_1^n \frac{\partial f_z}{\partial q_i} \dot{q}_i$$

$$\dot{\phi} = \sum_1^n \frac{\partial f_\phi}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{\theta} = \sum_1^n \frac{\partial f_\theta}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{\psi} = \sum_1^n \frac{\partial f_\psi}{\partial q_i} \dot{q}_i$$

De forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_a \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

J_a se denomina matriz Jacobiana analítica. Puesto que el valor numérico de cada uno de los elementos dependerá de los valores de las coordenadas articulares

TEMA: Navarro Cervantes José

FECHA: 19/12/2019

Jacobiana geométrica

Otra posible relación es la que se establece entre las velocidades articulares y la velocidad lineal y angular del extremo del robot.

La deducción de esta matriz Jacobiana es menos directa que la Jacobiana analítica.

La velocidad lineal del extremo expresada en el sistema vendrá dada por las derivadas respecto del tiempo de las coordenadas del extremo del robot

$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \dot{p}_x \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} = \dot{p}_y \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} = \dot{p}_z$

La relación de la velocidad lineal del extremo del robot con las velocidades articulares será la misma que la de $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ definida en la Jacobiana analítica, obtenida del vector $p = (p_x, p_y, p_z)$ de la matriz T.

Para obtener la relación angular con las velocidades articulares se considera la submatriz (3x3) de rotación de la matriz de transformación homogénea del robot T.

$R \cdot R^T = I$

Derivando respecto al tiempo

$\dot{R} \cdot R^T + R \cdot \dot{R}^T = 0$

Ω se define como:

$\Omega = \dot{R} \cdot R^T$

Siendo evidente que

$\Omega^T = R \cdot \dot{R}^T$

se cumple que

$\Omega + \Omega^T = 0$

Obtención de la Jacobiana geométrica

Debe considerarse que las matrices ${}^{i-1}A_i$ tienen una expresión genérica función de q_i; estos procedimientos pueden ser aplicables de manera analítica para obtener la expresión general como numérica para obtener el valor instantáneo en una posición concreta.

El siguiente procedimiento está basado en la propagación de las velocidades. Permitiendo obtener las columnas de la matriz Jacobiana geométrica que relaciona las velocidades articulares con las velocidades lineales y angulares.

Se denomina ${}^0z_i$ al vector unitario orientado según el eje de la articulación $i+1$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}n_i & {}^{i-1}o_i & {}^{i-1}a_i & {}^{i-1}p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^0A_i = \begin{bmatrix} {}^0n_i & {}^0o_i & {}^0a_i & {}^0p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Contiene información de los vectores directores y origen del sistema en la base

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA 18/2/2019

Relación entre la Jacobiana analítica y la Jacobiana geométrica

La matriz Ja que relaciona las velocidades articulares con las velocidades de la localización del extremo del robot y la matriz J que relaciona las velocidades articulares con el vector de velocidad lineal y angular.
La relación entre ambas viene dada por la expresión

$$J = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \cdot J_a$$

Donde I y O son la matriz de identidad y nula de dimensión y la matriz Q se define por la expresión

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & S\phi & C\phi S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi S\theta \\ 1 & 0 & C\theta \end{bmatrix}$$

Jacobiana inversa

Supuesta conocida la relación directa, se puede obtener la relación inversa invirtiendo simbólicamente la matriz

$$\begin{bmatrix} \dot q_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot q_n \end{bmatrix} = J_a^{-1} \begin{bmatrix} \dot x \\ \dot y \\ \dot z \\ \dot\phi \\ \dot\theta \\ \dot\psi \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \dot q_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot q_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix}$$

1er
Suponiendo que la matriz sea cuadrada, la inversión simbólica, cuyos elementos son funciones trigonométricas.

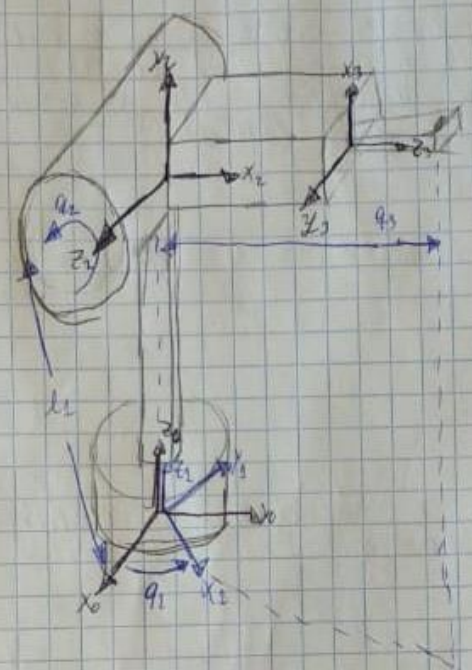
2do
Se plantea la evaluación numérica para una configuración concreta, e invirtiendo numéricamente la matriz encontrar la relación inversa válida para esa configuración.
En los casos en que el robot sea redundante existirán grados de libertad articulares innecesarios

3er
Válido el caso de Jacobiana analítica inversa es repetir el procedimiento seguido
La matriz Jacobiana inversa se obtendrá por diferenciación con respecto del tiempo

$$\begin{bmatrix} \dot q_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot q_n \end{bmatrix} = J_a^{-1} \begin{bmatrix} \dot x \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot\psi \end{bmatrix}$$

Navario Cervantes Jose

FECHA 20/2/2019



z-6x   x→z

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	q_1
2	l_1	-90	0	q_2
3	0	90	q_3	90

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & 0 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2^1 = \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cancel{l_1} \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} -Sq_1 & -Cq_1 * Cq_2 & Cq_1 * Sq_2 & l_i * Sq_1 + q_3 * Cq_1 * Sq_2 \\ Cq_1 & -Cq_2 * Sq_1 & Sq_1 * Sq_2 & q_3 * Sq_1 * Sq_2 - l_i * Cq_1 \\ 0 & -Sq_2 & -Cq_2 & -q_3 * Cq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

26/12/2024

Cinematica inversa

$T_3^0 = T_1^0 \; T_2^1 \; T_3^2$

$\frac{T_3^0}{T_3^2 \; T_2^1} = T_1^0$

$T_3^0 \, (T_3^2)^{-1} (T_2^1)^{-1} = T_1^0$

$T_1^0 =$

$T_2^1 =$

$T_3^2 =$

66

Metodo de programación de velocidades

Articulación rotacional

$W_{i+1}^{i+1} = R^{i+1} \, W^i + \dot{\theta}_{i+1} + z_{i+1}^{i+1}$

$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} + V_i^i + R_i^{i+1} [W_i^i \times r_{i+1}^i]$

Articulación prismatica

$W_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} \, W_i^i$

$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} \, V^{i+1} + R_i^{i+1} [W_i^i \times r_{i+1}^i] + \dot{d}_{i+1} \; z_{i+1}^{i+1}$

TEMA

Nuvarro cervantes Jose

FECHA

27/2/2019

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & 0 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

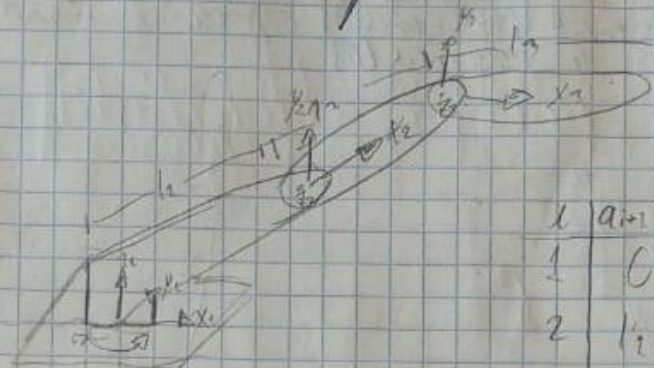
$$T_2^1 = \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_2 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA

Practica 1

FECHA



i	a_{i+1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	l_1	-90	0	θ_2
3	l_2	0	0	θ_3

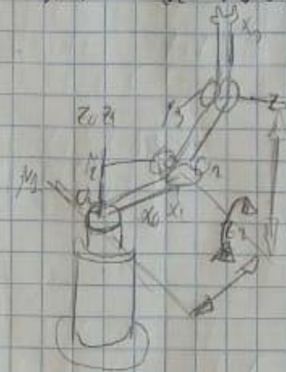
$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & l_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA: Navarro Cervantes Jose

FECHA: 4/3/2024

Aplicar el método de programación de velocidades para determinar la velocidad angular y lineal del manipulador mostrado en la figura 4.7 para el sistema de referencia {3}. Además, expresar los mismos resultados en el sistema de referencia {0}



Parámetros DH para robots de 3-GDL

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	90°	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3

Empleando los valores DH del manipulador, se obtienen las siguientes matrices de transformación homogénea:

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_2 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -C_1S_2 & S_1 & L_1C_1 \\ S_1C_2 & -S_1S_2 & -C_1 & L_1S_1 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_3^0 = \begin{bmatrix} C_1C_{23} & -C_1S_{23} & S_1 & L_1C_1 + L_2C_1C_2 \\ S_1C_{23} & -S_1S_{23} & -C_1 & L_1S_1 + L_2S_1C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & L_2S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora se cuenta con toda la información necesaria para aplicar el método de programación de velocidades. Para ello, contando con $i=0$, se obtiene

$$w_1^1 = R_0^1 w_0^0 + \dot{\theta}_1 Z_1^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \qquad v_1^1 = R_0^1 v_0^0 + R_0^1 [w_0^0 \times r_1^0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

TEMA

Navarrete Cervantes Jose

FECHA

4/3/2019

Se prosiguen con $i=1$

$$W_2^2 = R_1^2 W_1^1 + \dot\theta_2 Z_2^2 = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot\theta_1 \end{bmatrix} + \dot\theta_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 \dot\theta_1 \\ C_2 \dot\theta_1 \\ \dot\theta_2 \end{bmatrix}$$

$$V_2^2 = R_1^2 V_1^1 + R_1^2 [W_1^1 \times r_1^1]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot\theta_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\dot\theta_1 & 0 \\ \dot\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \dot\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \dot\theta_1 \end{bmatrix}$$

Notese que en el calculo anterior se hizo uso de la matriz antisimetrica para obtener el producto cruz, es decir, se empleo $S(W_i^i) r_i^i = W_i^i \times r_i^i$

Finalmente para $i=2$

$$W_3^3 = R_2^3 W_2^2 + \dot\theta_3 Z_3^3$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2 \dot\theta_1 \\ C_2 \dot\theta_1 \\ \dot\theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot\theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot\theta_1 [S_2 C_3 + C_2 S_3] \\ \dot\theta_1 [C_2 C_3 - S_2 S_3] \\ \dot\theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot\theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot\theta_1 S_{23} \\ \dot\theta_1 C_{23} \\ \dot\theta_2 + \dot\theta_3 \end{bmatrix}$$

$$V_3^3 = R_2^3 V_2^2 + R_2^3 [W_2^2 \times r_2^2]$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \dot\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} S_2 \dot\theta_1 \\ C_2 \dot\theta_1 \\ \dot\theta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \dot\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\dot\theta_2 & C_2 \dot\theta_1 \\ \dot\theta_2 & 0 & -S_2 \dot\theta_1 \\ -C_2 \dot\theta_1 & S_2 \dot\theta_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \dot\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ L_2 \dot\theta_2 \\ -L_2 \dot\theta_1 C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \dot\theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_2 \dot\theta_2 S_3 \\ L_2 \dot\theta_2 C_3 \\ -L_2 \dot\theta_1 C_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_2 \dot\theta_2 S_3 \\ L_2 \dot\theta_2 C_3 \\ -\dot\theta_1 [L_1 + L_2 C_2] \end{bmatrix}$$

TEMA

Nirvana Cervantes Ise

FECHA

4/3/2024

$$V_3^0 = R_3^0 V_3^3 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 \\ S_{23} & C_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_2 \dot\theta_2 S_3 \\ L_2 \dot\theta_2 C_3 \\ -\dot\theta_1 (L_1 + L_2 C_2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_2 \dot\theta_2 C_1 [S_3 C_{23} - C_3 S_{23}] - \dot\theta_1 [L_1 S_1 + L_2 S_1 C_2] \\ L_2 \dot\theta_2 S_1 [S_3 C_{23} - C_3 S_{23}] + \dot\theta_1 [L_1 C_1 + L_2 C_1 C_2] \\ L_2 \dot\theta_2 S_3 S_{23} + L_2 \dot\theta_2 C_3 C_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_2 \dot\theta_2 C_1 S_2 - \dot\theta_1 [L_1 S_1 + L_2 S_1 C_2] \\ -L_2 \dot\theta_2 S_1 S_2 + \dot\theta_1 [L_1 C_1 + L_2 C_1 C_2] \\ L_2 \dot\theta_2 S_3 S_{23} + L_2 \dot\theta_2 C_3 C_{23} \end{bmatrix}$$

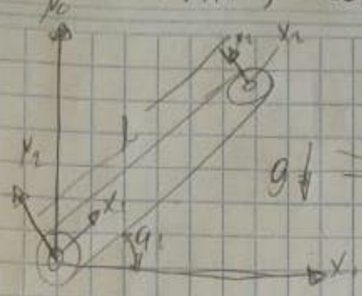
$$= \begin{bmatrix} -L_2 \dot\theta_2 C_1 S_2 - \dot\theta_1 [L_1 S_1 + L_2 S_1 C_2] \\ -L_2 \dot\theta_2 S_1 S_2 - \dot\theta_1 [L_1 C_1 + L_2 C_1 C_2] \\ L_2 \dot\theta_2 C_2 \end{bmatrix}$$

$$W_3^0 = R_3^0 W_3^3$$

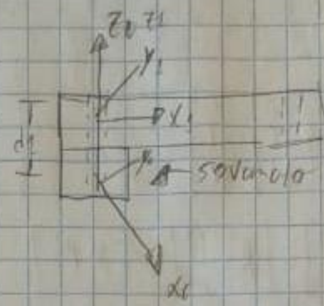
$$= \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 \\ S_{23} & C_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot\theta_1 S_{23} \\ \dot\theta_1 C_{23} \\ \dot\theta_2 + \dot\theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot\theta_2 S_1 + \dot\theta_3 S_1 \\ -\dot\theta_2 C_1 - \dot\theta_3 C_1 \\ \dot\theta_1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose Péndulo

FECHA 4/3/2024



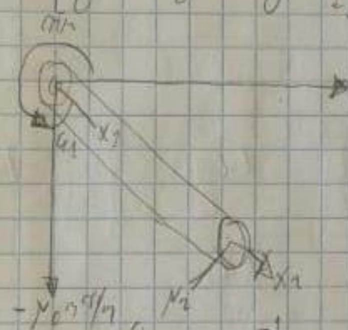
$g \downarrow \Rightarrow$



$q_1 = 0 = \text{home}$

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	q_1
2	l_1	0	0	0

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & 0 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$T_1\left(\frac{3\pi}{2}\right) \begin{bmatrix} C\left(\cancel{\frac{3\pi}{2}}\right)^{0} & -S\left(\cancel{\frac{3\pi}{2}}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ S\,\cancel{\frac{3\pi}{2}}^{\,-1} & C\left(\cancel{\frac{3\pi}{2}}\right)^{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C(q_1) & -Sq_1 & 0 & 0 \\ Sq_1 & C(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Navarro Cervantes Jose

FECHA 5/3/2024

$$w_1^1 = R_0^1 w_0^0 + \dot{\theta}_1 z_1^1 = \left[R_1^0\right]^T w_0^0 + \dot{\theta}_1 z_1^1$$

$$= \begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{q}_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}$$

$$V_1^1 = R_0^1 V_0^0 + R_0^1 \left[w_0^0 \times r_1^0\right] = \left[R_1^0\right]^T \left[w_0^0 \times r_1^0\right]$$

$$= \begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} + q_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = q_1$$

$$V_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right] = \begin{bmatrix} l_1 S(q_1) \\ l_1 C(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_0^2 = V_1^2 = V = d \begin{bmatrix} l_1 S(q_1) \\ l_1 C(q_1) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \quad \frac{\partial F_R}{\partial q_1} \dot{q}_1 \begin{bmatrix} l_1 S(q_1) \\ l_1 C(q_1) \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} l_1 S(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & l_1 C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J(q)} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}}_{\dot{q}} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} = J(q)\dot{q}$$

IK

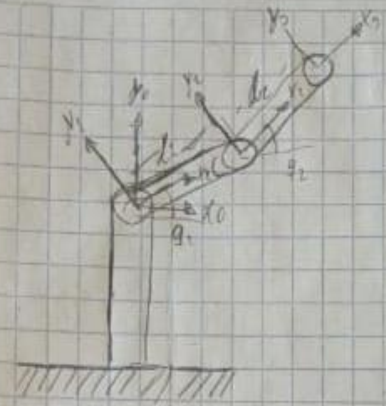
$$q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

6/3/2019



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	q_1
2	l_1	0	0	q_2
3	l_2	0	0	0

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C(q_2) & -S(q_2) & 0 & l_1 \\ S(q_2) & C(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^3 = \begin{bmatrix} C(q_1+q_2) & -S(q_1+q_2) & 0 & l_1 C(q_1) + l_2 C(q_1+q_2) \\ S(q_1+q_2) & C(q_1+q_2) & 0 & l_1 S(q_1) + l_2 S(q_1+q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEMA Practica #2

Navarro Cervantes Jose

FECHA 25/3/2019

$l_1 = 2.96$

$l_2 = 4.52$

(4,6) 6. (1,-7) (-6,3) (-2,8)

(-2,8)

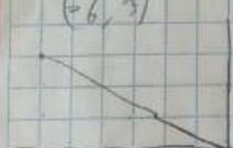
$$q_2 = a\tan\left(\frac{(-2)^2 + (-8)^2 - (2.96)^2 - (4.52)^2}{2(2.96)(4.52)}\right) = a\tan\ 1.45032093$$

$$q_2 = \underline{55.493°}$$

$$q_1 = a\tan\left(\frac{y}{x}\right) - a\tan\left(\frac{l_2\ sen(q_2)}{l_1 + l_2 \cos q_2}\right) = 75.463 - a\tan\left(\frac{3.721}{5.525}\right)$$

$$q_1 = 75.463 - 33.459 = \underline{42.004°}$$

(-6,3)



$$q_2 = a\tan\left(\frac{(-6)^2 + (3)^2 - (2.96)^2 - (4.52)^2}{2(2.96)(4.52)}\right) = \frac{15.808}{26.758} = a\tan\ 0.5907$$

$$q_2 = \underline{30.573°}$$

$$q_1 = a\tan\left(\frac{3}{-6}\right) - a\tan\left(\frac{4.52\ sen(30.573)}{2.96 + 4.52\cos(30.573)}\right) = -26.565 - a\tan\frac{2.299}{6.851}$$

$$q_1 = -26.565 - 18.55 = \underline{-45.115°}$$

(1,-7)

$$q_2 = a\tan\left(\frac{(1)^2 + (-7)^2 - (2.96)^2 - (4.52)^2}{2(2.96)(4.52)}\right) = \frac{20.808}{26.758} = a\tan\ 0.777$$

$$q_2 = \underline{37.869°}$$

$$q_1 = a\tan\left(\frac{-7}{1}\right) - a\tan\left(\frac{4.52\ sen(37.869)}{2.96 + 4.52\cos(37.869)}\right) = -81.864 - a\tan\frac{2.774}{6.528} = -81.864 - 23.0$$

$$q_1 = \underline{-104.891}$$

TEMA

Navarro Cervantes Jese

FECHA

25/03/2019

$$q_2 = \mathrm{acos}\left(\frac{(4)^2+(6)^2-(2.46)^2-(4.52)^2}{2\,(2.46)(4.52)}\right) = \mathrm{acos}\ \frac{22.808}{26.758}$$

$$q_2 = \boxed{40.443^\circ}$$

$$q_1 = \mathrm{atan}\left(\frac{6}{4}\right) - \mathrm{atan}\left(\frac{2.46\ \mathrm{sen}(40.443)}{(2.46)+(4.52)\cos(40.443)}\right) = 56.309 - \mathrm{atan}\ \frac{3.976}{6.394}$$

$$q_1 = 56.309 - 16.701 = \boxed{39.608^\circ}$$

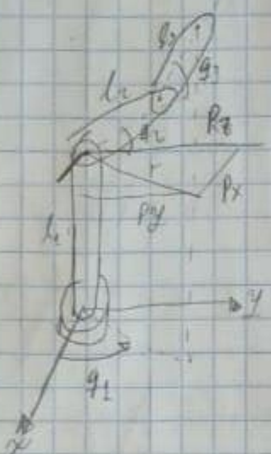
TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

26/3/2014

Metodo Geometrico



$$q_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$\cos q_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2\, l_2 l_3}$$

$$\operatorname{sen} q_3 = \pm\sqrt{1 - \cos^2 q_1}$$

$$\therefore\ q_3 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 q_3}}{\cos q_1}\right)$$

Datos: P_x, P_y, P_z donde se quiere situar el extremo del Robot

Para q_2

$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{P_z}{r}\right) = \frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

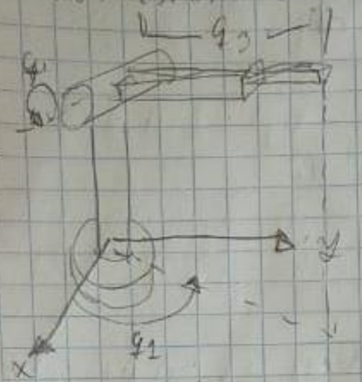
$$q_2 = \arctan\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$- \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

TEMA: Navarro Cervantes Jose

FECHA: 27/3/2019

Robot esferico de 3 GDL



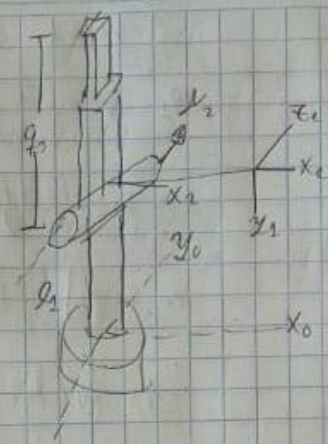


Tabla D-H

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	L_1	0	-90°
2	q_2	0	0	90°
3	0	q_3	0	0

Obtener

$T_0^0, A_1^0, A_2^1, A_3^2$

TEMA

Navarro Cervantes Jose

FECHA

2/4/2019

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & 0 & Sq_1 & 0 \\ Sq_1 & 0 & Cq_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^1 = \begin{bmatrix} Cq_2 & 0 & -Sq_2 & 0 \\ Sq_2 & 0 & Cq_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = A_1^0 \, A_2^1 \, A_3^2$$

$$(A_1^0)^{-1} \, T_n^0 = A_2^1 \, A_3^2 \longrightarrow \text{despejamos } q_1$$

$$(A_1^0)^{-1} \, T_n^0 = A_2^1 \, A_3^2 \longrightarrow \begin{bmatrix} Cq_1 & 0 & -Sq_1 & 0 \\ Sq_1 & 0 & Cq_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq_2 & 0 & Sq_2 & 0 \\ Sq_2 & 0 & -Cq_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Cq_1 & Sq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 \\ -Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq_2 & 0 & Sq_2 & Sq_2 q_3 \\ Sq_2 & 0 & -Cq_2 & -Cq_2 q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-P_x Sq_1 + P_y Cq_1 = 0 \Rightarrow \frac{Sq_1}{Cq_1} = \frac{P_y}{P_x} \Rightarrow q_1 \ \arctan g\left(\frac{P_x}{P_z}\right)$$

$$(A_2^1)^{-1} (A_1^0)^{-1} \, T_n^0 = \begin{bmatrix} Cq_2 Cq_1 & Cq_2 Sq_1 & Sq_2 & -L_1 Sq_2 \\ -Sq_1 & Cq_1 & 1 & 0 \\ -Sq_2 Cq_1 & -Sq_2 Sq_1 & Cq_2 & -L_1 Cq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_y Cq_2 Cq_1 + P_y Sq_1 Cq_2 + P_z Sq_2 - L_1 Sq_2 = 0 = b = \frac{Sq_2}{Cq_2} = \frac{P_x Cq_1 + P_y Sq_1 - 0}{P_z - L_1}$$

$$q_2 = \arctan = \left(\frac{P_x Cq_1 + P_y Sq_1}{P_z - L_1}\right)$$

$$Sq_2 Cq_1 P_z - Sq_2 Sq_1 P_y + P_z Cq_2 - L_1 Cq_2 = q_3 \Rightarrow q_3 = Cq_3 - Cq_2 (P_z - L_1)$$

$$-Sq_2 (Cq_1 P_z + Sq_1 P_y)$$

TEMA Practica 3
Navarro Cervantes Jose

FECHA 8/4/2019

Paquetes de Ros para brazo antropomorfico

Metapaquete 1 - open_manipulator (Kinetic)

Paquetes
- Open_manipulator control gui
- Open_manipulator controller
- Open_manipulator description
- Open_manipulator libs
- Open_manipulator moveit
- Open_manipulator teleop

Meta-paquete 2: rosserial (Kinetic)

Paquetes
- rosserial client
- rosserial msgs
- rosserial python
- rosserial mbed

Meta-paquete 3: Universal_robot (Kinetic)

Paquetes
- Universal robots

paquete 1: rviz (Kinetic)

paquete 2: cartographer (Kinetic)