

1. Dada la siguiente gramática de MiniLisp para expresiones aritméticas:

```
<expr> ::= <num>
         | (+ <expr> <expr>)
         | (- <expr> <expr>)
         | (* <expr> <expr>)
         | (/ <expr> <expr>)
         | (add1 <expr>)
         | (expt <expr> <expr>)
```

La siguiente sintaxis abstracta:

$$\begin{array}{l} \frac{}{\text{num}(n) \text{ ASA}} \qquad \frac{i \text{ ASA} \quad d \text{ ASA}}{\text{div}(i,d) \text{ ASA}} \\ \frac{i \text{ ASA} \quad d \text{ ASA}}{\text{suma}(i,d) \text{ ASA}} \qquad \frac{i \text{ ASA} \quad d \text{ ASA}}{\text{div}(i,d) \text{ ASA}} \\ \frac{i \text{ ASA} \quad d \text{ ASA}}{\text{resta}(i,d) \text{ ASA}} \qquad \frac{n \text{ ASA}}{\text{add1}(n) \text{ ASA}} \\ \frac{i \text{ ASA} \quad d \text{ ASA}}{\text{mult}(i,d) \text{ ASA}} \qquad \frac{b \text{ ASA} \quad e \text{ ASA}}{\text{expt}(b,e) \text{ ASA}} \end{array}$$

- Da las reglas de semántica natural para el lenguaje.

RESPUESTA.

$$\begin{array}{l} \frac{}{\text{num } (n) \Rightarrow n} \\ \frac{i \Rightarrow iv \quad d \Rightarrow dv}{\text{suma}(i,d) \Rightarrow iv + dv} \qquad \frac{i \Rightarrow iv \quad d \Rightarrow dv}{\text{div}(i,d) \Rightarrow iv / dv} \\ \frac{i \Rightarrow iv \quad d \Rightarrow dv}{\text{resta}(i,d) \Rightarrow iv - dv} \qquad \frac{}{\text{add1}(n) \Rightarrow n + 1} \\ \frac{i \Rightarrow iv \quad d \Rightarrow dv}{\text{mult}(i,d) \Rightarrow iv * dv} \qquad \frac{b \Rightarrow bv \quad e \Rightarrow ev}{\text{expt}(b,e) \Rightarrow bv^{\wedge}ev} \end{array}$$

- Da las reglas de semántica estructural para el lenguaje.

RESPUESTA.

$\frac{}{\text{num } (n) \Rightarrow n}$		
$\frac{i \rightarrow iv}{\text{suma}(i,d) \rightarrow \text{suma}(iv,d)}$	$\frac{i \rightarrow iv}{\text{resta}(i,d) \rightarrow \text{resta}(iv,d)}$	$\frac{i \rightarrow iv}{\text{mult}(i,d) \rightarrow \text{mult}(iv,d)}$
$\frac{d \rightarrow dv}{\text{suma}(i,d) \rightarrow \text{suma}(iv,dv)}$	$\frac{d \rightarrow dv}{\text{resta}(i,d) \rightarrow \text{resta}(iv,dv)}$	$\frac{d \rightarrow dv}{\text{mult}(i,d) \rightarrow \text{mult}(iv,dv)}$
$\frac{}{\text{suma}(iv,dv) \rightarrow iv + dv}$	$\frac{}{\text{resta}(iv,dv) \rightarrow iv - dv}$	$\frac{}{\text{mult}(iv,dv) \rightarrow iv * dv}$
$\frac{i \rightarrow iv}{\text{div}(i,d) \rightarrow \text{div}(iv,d)}$	$\frac{}{\text{add1}(n) \rightarrow n + 1}$	$\frac{b \rightarrow bv}{\text{expt}(b,e) \rightarrow \text{expt}(bv,e)}$
$\frac{d \rightarrow dv}{\text{div}(i,d) \rightarrow \text{div}(iv,dv)}$		$\frac{e \rightarrow ev}{\text{expt}(b,e) \rightarrow \text{expt}(bv,ev)}$
$\frac{}{\text{div}(iv,dv) \rightarrow iv / dv}$		$\frac{}{\text{expt}(b,e) \rightarrow bv^e}$

- Muestra la derivación de la siguiente expresión usando ambos enfoques: (expt (add1 1) 3).

RESPUESTA.

Para el enfoque natural tenemos.

$$\frac{\frac{\text{num}(1) \Rightarrow 1}{(\text{add1 num}(1)) \Rightarrow 2} \quad \text{num}(3) \Rightarrow 3}{(\text{expt } (\text{add1 num}(1)) \text{ num}(3)) \Rightarrow 2^3 = 8}$$

Para el enfoque estructural tenemos.

$$\begin{array}{c}
 \text{num}(1) \rightarrow 1 \\
 \hline
 (\text{add1 num}(1)) \rightarrow \text{add1 } 1 \\
 \hline
 (\text{expt } (\text{add1 num}(1)) \text{ num}(3)) \\
 \\
 (\text{add1 } 1) \rightarrow 2 \\
 \hline
 (\text{expt } (\text{add1 } 1) \text{ num}(3)) \\
 \\
 \text{num}(3) \rightarrow 3 \\
 \hline
 (\text{expt } 2 \text{ num}(3)) \\
 \\
 \hline
 (\text{expt } 2 \ 3) \rightarrow 2^3 = 8
 \end{array}$$

- Muestra la propiedad de determinismo sobre el lenguaje.

RESPUESTA.

Caso base. Demostrar que se cumple para las operaciones.

Caso 1. Suma.

HI. Suponemos que $i \rightarrow iv$ es determinista.

PD. $\text{suma}(i,d) \rightarrow \text{suma}(iv,d)$ es determinista.

Por HI tenemos que $i \rightarrow iv$ es determinista, entonces se cumple. ■

Caso 2. Resta.

HI. Suponemos que $i \rightarrow iv$ es determinista.

PD. $\text{resta}(i,d) \rightarrow \text{resta}(iv,d)$ es determinista.

Por HI tenemos que $i \rightarrow iv$ es determinista, entonces se cumple. ■

Caso 3. Multiplicación.

HI. Suponemos que $i \rightarrow iv$ es determinista.

PD. $\text{mult}(i,d) \rightarrow \text{mult}(iv,d)$ es determinista.

Por HI tenemos que $i \rightarrow iv$ es determinista, entonces se cumple. ■

Caso 4. División.

HI. Suponemos que $i \rightarrow iv$ es determinista.

PD. $\text{div}(i,d) \rightarrow \text{div}(iv,d)$ es determinista.

Por HI tenemos que $i \rightarrow iv$ es determinista, entonces se cumple. ■

Caso 6. Expt.

HI. Suponemos que $b \rightarrow bv$ es determinista.

PD. $\text{expt}(b,e) \rightarrow \text{expt}(bv,e)$ es determinista.

Por HI tenemos que $b \rightarrow bv$ es determinista, entonces se cumple. ■

Por lo tanto, el sistema de transición definido es determinista.