

### UNIVERSIDAD DE GRANADA

#### SIMULACIÓN DE SISTEMAS GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

## PRÁCTICA 1

#### DIFERENTES MODELOS DE SIMULACIÓN

#### Autor

José María Sánchez Guerrero

#### Rama

Computación y Sistemas Inteligentes



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE TELECOMUNICACIÓN

Curso 2018-2019

## Índice general

1.	Mi primer modelo de simulación de MonteCarlo	2
	1.1. Experimentación inicial	. 2
	1.2. Experimentación modificando los parámetros	. 4
	1.2.1. Posición de destino	. 4
	1.2.2. Número de posiciones vistas	. 6
	1.2.3. Probabilidad de encontrar aparcamiento	. 8
	1.3. Experimentación con varios parámetros y valores extremos	. 10
2.	Mi primer modelo de simulación discreto	12
	2.1. Experimentación para el número de repuestos	. 13
	2.2. Influencia en el rendimiento de los parámetros	. 15
3.	Mi primer modelo de simulación continuo	17
	3.1. Estabilizar el sistema	. 17
	3.2. Campaña de pesca	. 20
	3.3. Investigando diferentes políticas de pesca	. 22

## Capítulo 1

## Mi primer modelo de simulación de MonteCarlo

Este modelo de simulación lo vamos a tratar con el problema del aparcamiento, en el cual un coche se dispone a aparcar a una distancia x de su destino. También dispondremos de variables como el número de plazas que alcanza a ver el conductor desde su posición o la probabilidad de que esa plaza esté ocupada o no. El ejercicio consiste en elegir una plaza de aparcamiento c en la cual el conductor, ni se quede muy corto ni se pase, es decir, que encuentre un valor que minimice la distancia esperada desde el lugar de aparcamiento hasta el objetivo.

#### 1.1. Experimentación inicial

Para hacernos una idea de los valores que obtendremos y los parámetros que más afectan al rendimiento de este modelo, vamos a realizar una ejecución inicial del programa con todos los valores que trae por defecto.

Estos parámetros y sus valores son los siguientes:

- Número de veces que se repite para hacer la media: 100000
- Posición de destino x: 100
- Número de posiciones siguientes que podemos ver: 2
- Probabilidad de que el aparcamiento esté ocupado: 0.9 (90 %)

El resultado de la ejecución es el siguiente: la mejor posicion inicial ha sido c = 94 con una distancia media hasta el destino de 6.50395 posiciones. Este resultado ya nos da una idea de cuáles van a ser los mejores valores c, y es que cuanto más cerca empecemos a buscar aparcamiento, más se reducirá la distancia hasta el destino.

A continuación, vamos a mostrar una gráfica para poder comprobar esto que acabamos de decir y saber si estamos en lo cierto o no.

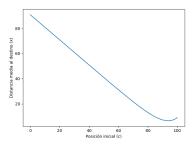


Figura 1.1: Valor medio de la distancia a medida que nos acercamos a x = 100

Como podemos ver en la gráfica, se cumple lo que habíamos mencionado. Esto se debe a que nos quedamos con el primer sitio que encontramos, y si empezamos a buscar desde una plaza muy alejada del destino, terminaremos aparcando en una plaza bastante alejada también.

En la gráfica también vemos que a partir de c=94 se aumenta la distancia al destino, ya que probablemente no encuentre ninguna posición cercana al destino y se pase. Esto nos hace pensar que, pese a que el c=94 sea la mejor plaza teniendo en cuenta únicamente la media, puede dar unos resultados muy diferentes, es decir, que puede tener una varianza más alta respecto a otras posiciones.

Al igual que hemos hecho con la distancia al destino, a continuación vamos a mostrar una gráfica conlos valores que nos ofrece la desviación típica y los mejores resultados.

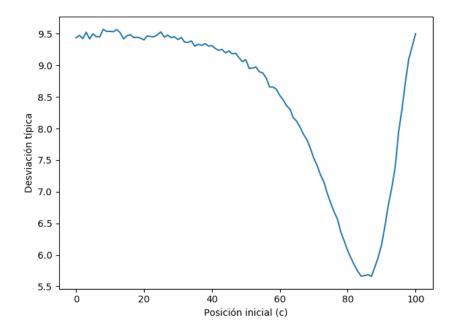


Figura 1.2: Valor medio de las desviaciones típicas a medida que nos acercamos a x=100

El resultado de la ejecución es el siguiente: la posicion inicial con menos desviación típica ha sido c=84 con un valor medio de 5.651982. Por lo que podemos ver en la gráfica, para los valores que hay alrededor del c=94, que es el que menor distancia al destino tenía, tiene unos valores de desviación típica más altos. Esto nos confirma que, efectivamente, empezar a buscar tan cerca del destino nos puede salir en ocasiones muy bien pero en otras no tanto.

#### 1.2. Experimentación modificando los parámetros

En este apartado vamos a ver que sucede cuando modificamos los parámetros de nuestro modelo y cómo afectan al comportamiento del sistema.

#### 1.2.1. Posición de destino

Vamos a comenzar modificando la posición de destino, dándole por ejemplo un valor de  $\mathbf{x=50}$  y otro de  $\mathbf{x=200}$ . El resultado de la ejecución es el siguiente.

Para  $\mathbf{x} = \mathbf{50}$  el resultado de la ejecución nos dice que la mejor posicion inicial ha sido c = 44 con una distancia media hasta el destino de 6.50545 posiciones; y en cuanto a la desviación típica, que la posicion inicial que ha obtenido un valor más bajo sido c = 35 con una media de 5.646533.

A continuación, las dos gráfica correspondientes a los resultados:

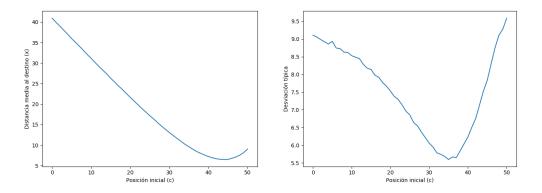


Figura 1.3: Valores medios de las distancias y las desviaciones típicas a medida que nos acercamos a  $\mathbf{x}=50$ 

Podemos ver que la posición c en la que se empieza a buscar aparcamiento lógicamente ha cambiado, ya que no tenemos tantas plazas como teníamos anteriormente. Sin embargo, observando los valores medios de la distancia y de la desviación típica, podemos observar como son muy parecidos a los que ya teníamos (incluso el valor de c con la menor desviación típica está aproximadamente 10 por debajo del que tienen las distancias).

Si nos fijamos en las gráficas, vemos que son muy similares a las que obtuvimos en la primera ejecución, y por tanto, podemos confirmar que este parámetro no influye demasiado en el modelo.

Vamos a ver ahora que sucede con un  $\mathbf{x}=200$ . El resultado de la ejecución nos dice que la mejor posicion inicial ha sido c=194 con una distancia media hasta el destino de 6.46297 posiciones; y en cuanto a la desviación típica, que la posicion inicial que ha obtenido un valor más bajo sido c=187 con una media de 5.60064.

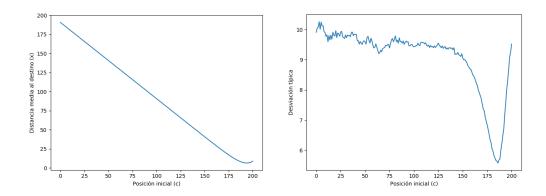


Figura 1.4: Valores medios de las distancias y las desviaciones típicas a medida que nos acercamos a  $\mathbf{x}=200$ 

Al igual que en las otras ejecuciones, tanto los resultados como las gráficas también son muy similiares (los valores cambian la forma de la curva, pero el patrón que siguen es muy parecido), lo cual nos sirve para asegurar todavía más lo comentado anteriormente.

#### 1.2.2. Número de posiciones vistas

El siguiente parámetro que vamos a modificar va a ser el número de posiciones que vamos a poder ver desde la que nos encontramos. Este parámetro tiene por defecto un valor de 2, por lo que vamos a probar por ejemplo con 0 y con 10. El resto de parámetros los dejaremos como estaban en un principio.

El resultado de las simulaciones con estos parámetros son los siguientes:

- Para **vision=0** la mejor posicion inicial ha sido c=94 con una distancia media hasta el destino de 6.54038posiciones; y la mejor desviación típica, se ha obtenido en c=86 con una media de 5.642444.
- Para **vision=10** la mejor posicion inicial ha sido c=92 con una distancia media hasta el destino de 5.65583 posiciones; y la mejor desviación típica, se ha obtenido en c=85 con una media de 5.448542.

En este caso vemos cómo la distancia media hasta el destino se está reduciendo a medida que aumentamos el número de posiciones que observamos desde el vehículo. No obstante, las desviaciones típicas, pese a que se han reducido un poco, el cambio tampoco es muy grande.

Vamos a mostrar las gráficas de estas dos ejecuciones a ver si podemos ver algo más relevante en ellas.

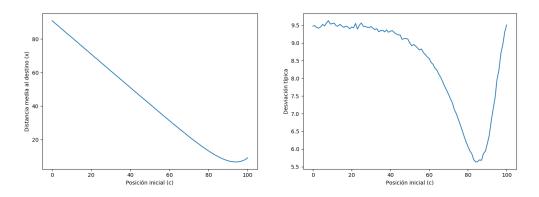


Figura 1.5: Valores medios de las distancias y las desviaciones típicas con visión=0

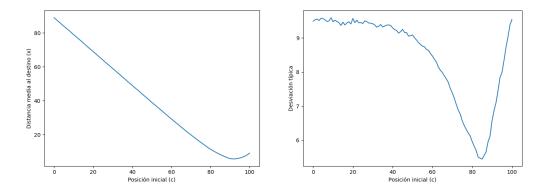


Figura 1.6: Valores medios de las distancias y las desviaciones típicas con vision=10

Podemos ver que las gráficas siguen la misma tendencia que las gráficas de la ejecución por defecto y las del apartado anterior, lo cual nos dice que, aun cambiando este parámetro, cuanto más cerca empecemos a buscar aparcamiento, más se reducirá la distancia hasta el destino.

Sin embargo, con las gráficas no se puede apreciar bien cuánto se llega a reducir esta distancia, algo que si apreciamos con valores numéricos, asi que voy a realizar otra ejecución con un abanico de valores más amplio para este parámetro.

${f Visi\'{o}n}$	Mejor posición inicial	Mejor distancia
0	94	6.55275
5	94	6.29162
10	92	5.64137
15	89	5.26576
20	86	5.03522
25	83	4.9281
30	82	4.82683

A continuación, una tabla con el resultado de esta ejecución:

Como podemos observar, la mejor posición inicial es cada vez más lejana al destino, no obstante, la mejor distancia media también se está reduciendo. Esto se debe a que, contra más visión se tenga de los aparcamientos que tenemos delante, no necesitaremos avanzar hasta posiciones cercanas a nuestro destino, porque ya sabremos si hay aparcamiento o no.

#### 1.2.3. Probabilidad de encontrar aparcamiento

Este parámetro sería el único que tiene aleatoriedad, ya que en un problema de la vida real, podemos saber dónde está nuestro destino o el número de aparcamientos que somos capaces de ver, pero nunca tendremos control sobre la cantidad de aparcamiento libres que hay en una calle.

Por esta razón, este parámetro será el que más merezca la pena estudiar. Vamos a comenzar sacando una tabla similar a la del apartado anterior, ya que se pueden ver con más detalle los valores obtenidos en la ejecución.

% de ocupación	Mejor posición inicial	Mejor distancia
25	99	0.273390
50	99	0.743700
75	98	2.162840
80	97	2.955510
85	96	4.138430
90	94	6.494790
95	87	13.458690

Como podemos observar en la tabla, cuanto más bajo es el porcentaje de ocupación, más fácil es encontrar aparcamiento, y por tanto, la distancia media a la que aparcamos es también muy baja. A medida que vamos aumentando este por-

centaje, vemos como la posicion inicial a la que se empieza a buscar aparcamiento está más lejos y, en cosecuencia, la mejor distancia aumenta.

Por último, vamos a mostrar una gráfica que muestra tres porcentajes de ocupación distintos para observar cómo cambia la distancia entre ellos.

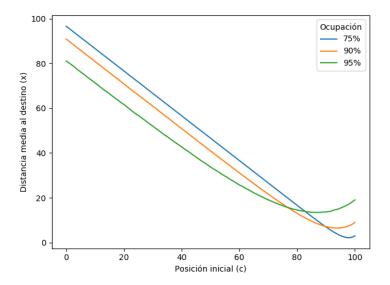


Figura 1.7: Valores medios de la distancias con distintos porcentajes de ocupación

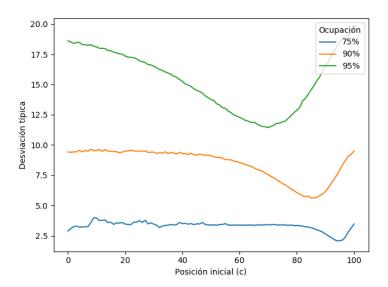


Figura 1.8: Valores de la desviación típica con distintos porcentajes de ocupación

En la primera gráfica vemos cómo para un porcentaje bajo de ocupación, los valores de la gráfica llegan a sus mínimos cuando se aproximan a c=100, porque da igual lo tarde que empiece a buscar un aparcamiento si las probabilidades de que encuentre uno libre son bastante altas. Por otra parte, con un porcentaje de ocupación más alto, la distancia que tiene que recorrer no es tan baja como antes, ya que si la posición inicial es cercana al destino la probabilidad de que se pase es más alta.

Esto último lo podemos corroborar con la gráfica de las desviaciones típicas, en la cual vemos cómo para estos altos porcentajes de ocupación, la línea es mucho más pronunciada y ocupa unos valores más altos en comparación a los bajos porcentajes de ocupación. Es decir, que cuanta más ocupación exista, es más propenso a pasarse del destino y a que las distancias aumenten.

## 1.3. Experimentación con varios parámetros y valores extremos

En esta sección no vamos a analizar todas y cada una de las posibilidades que tenemos, ni lo vamos a hacer tan en profundidad como lo hicimos anteriormente, ya que nos podríamos extender demasiado.

Lo primero a tener en cuenta es, que la posición de destino x la vamos a mantener en todas las ejecuciones como 100, porque como hemos visto, es un parámetro muy poco relevante para la simulación. Dicho esto, pasemos a comentar cómo vamos a proceder en esta experimentación.

Los parámetros a tener en cuenta serán:

- Visión. Que lo variaremos entre 0 y 100 para probar todas las posibilidades hasta llegar a valores extremos como el 100 que nos permitan ver todos los aparcamientos
- Porcentaje de ocupación. Que irá desde el 50 % hasta un ≈ 100 %, ya que el máximo hace que obtengamos un error (lógicamente, si todos los aparcamiento están ocupados, el programa buscará uno libre hasta que se quede sin memoria).

En la siguiente tabla podemos observar los resultados de combinar todos los parámetros:

${f Visi\'{o}n}$	% de ocupación	Mejor posición inicial	Mejor distancia
$\overline{}$	50	98	0.747980
10	50	94	0.662560
50	50	90	0.662040
100	50	40	0.659470
$\overline{}$	75	98	2.155360
10	75	94	1.766020
50	75	73	1.701890
100	75	56	1.698420
2	90	94	6.527760
10	90	91	5.662930
50	90	72	4.743880
100	90	36	4.712600
2	99	31	68.768227
10	99	34	68.632362
50	99	30	67.091072
100	99	18	60.555672

Analizando los valores que hemos obtenido, podemos ver como, pese a que el número de posiciones que vemos 'Visi'on' reduce ligeramente la distancia, a lo que realmente afecta es a la posición inicial a partir de la cual empezamos a buscar aparcamiento. Esto se debe lógicamente a la capacidad que tenemos de ver los siguientes aparcamientos, y en el caso de valores extremos (como es el caso de verlos todos vision = 100) obtenemos los valores más bajos.

En cuanto al porcentaje de ocupación, sin duda es el parámetro que más influye en la distancia a la que aparcaremos de nuestro destino, ya que la mejora que se puede llegar a conseguir entre un 50 % de ocupación y un 99 % de ella es de aproximadamente 68 posiciones; mientras que la máxima mejora que se consigue gracias a la visión, es de aproximadamente de 8 posiciones. Incluso si nos fijamos en la última fila de la tabla (donde tenemos los dos parámetros con valores extremos), podemos ver cómo ni teniendo toda la visión de la calle, conseguimos bajar a un valor considerable la distancia.

## Capítulo 2

# Mi primer modelo de simulación discreto

Para este modelo de simulación utilizaremos un problema llamado radares, en el que tendremos varios radares funcionando y al cabo del tiempo una de sus componentes se romperá, teniendo que reemplazarla por repuestos que tendremos almacenados. En caso de que nos quedemos sin repuestos, el radar se quedará fuera de servicio.

Los parámetros que se le pueden pasar a este programa son los siguientes (con sus valores por defecto):

- Número de radares que hay "radares": 5
- Número de repuestos almacenados "disponibles": por determinar
- $\blacksquare$  Tiempos mínimo y máximo de devolción de componentes reparados "vminz" "vmax": 15 y 30
- Tiempo entre fallos "tfallo": 20
- Tiempo total a simular "tiempo total": 365 (un año)
- Número de simulaciones "simulaciones":por determinar

Tendremos que realizar dos experimentos. El primero que investigue el número mínimo de componentes que habría que tener para no tener el espacio aéreo desprotegido; y el segundo será un análisis de cómo influyen los distintos parámetros en el rendimiento del sistema.

#### 2.1. Experimentación para el número de repuestos

En este ejemplo, únicamente tendremos que determinar nosotros el número de simulaciones y el número de repuestos almacenados. El resto los dejaremos tal y como están, por defecto.

En primer lugar, vamos a determinar el número mínimo de radares que tendremos que tener, el cual lo determinaremos con un *simulaciones* = 1000, ya que es un valor suficientemente grande para obtener unos buenos resultados de media. Aun asi, posteriormente, veremos que pasa cambiando este parámetro.

Vamos a realizar una ejecución para un número de radares de repuesto que va de 5 a 20. Estos son los resultados que hemos obtenido:

Radares	Media del porcentaje del tiempo desprotegido	Desviación típica del porcentaje del tiempo desprotegido
5	37.0384	8.39283
6	24.8135	7.50727
7	15.1238	6.04561
8	8.85408	5.00746
9	4.76202	3.41032
10	2.28223	2.30909
11	0.933034	1.42739
12	0.460005	0.950908
13	0.162082	0.535298

Vemos que a partir de 11 radares almacenados, la media del porcentaje ya es inferior al 1 %, sin embargo, como podemos ver en el valor de la desviación típica, es relativamente alto. Esto quiere decir que, pese a que la media nos ha salido por debajo del umbral, han habido bastantes ejecuciones en las que sí lo ha superado. Si probamos con 12 radares, tenemos una situación parecida, ya que la media nos sale por debajo del umbral, pero la desviación tipica también es bastante alta. Quizás no lo hace por mucho, pero para más seguridad yo almacenaría un radar más, ya que tampoco será un coste muy alto y tengo la certeza de que no superará el umbral o lo hará en muy pocas ocasiones.

Una vez ya hemos encontrado unos valores para el número de radares almacenados, vamos a comentar que sucede si cambiamos el número de simulaciones. Si probamos con un número de simulaciones alto, como puede ser 1000 (el que ya emos utilizado), 500 o 100; podremos decir que el experimento es bastante bueno, ya que la media será bastante representativa.

Sin embargo, veamos lo que puede pasar con un número bajo de ejecuciones:

```
InsempleskTOP-MACEATA MINGMOM -/Universidad/SS (Simulación de Sistemas)/SS_Practicas/P1 (master)

5 ./radares.exe 11 10

SIMULANDO...

MEDIAS:

La media del numero de fallos en los radares es: 1.1

La media del tiempo de desproteccion es: 2.10446

La media del tiempo de desproteccion es: 2.10446

La media del porcentaje de tiempo de desproteccion es: 0.576565

DESVIACIONES TIPICAS:

La desviacion tipica del tiempo de desproteccion es: 4.21713

La desviacion tipica del tiempo de desproteccion es: 4.21713

La desviacion tipica del porcentaje de tiempo de desproteccion es: 1.15538

El tiempo en realizar las 10 simulaciones ha sido de: 0.015 segundos, con 5 radares y 11 piezas, para un tiempo de parada de: 365 y período de envio a reparacion entre 15 y 30, y tiempos entre fallos del radar: 20

TOSOMOSSITOR-MACEATA MINGMOM -/Universidad/SS (Simulación de Sistemas)/SS_Practicas/P1 (master)

5 ./radares.exe 11 10

SIMULANDO...

MEDIAS:

La media del tiempo de desproteccion es: 0.29582

La media del tiempo de desproteccion es: 1.72488

DESVIACIONES TIPICAS:

La desviacion tipica del numero de fallos en los radares es: 1.44847

La desviacion tipica del numero de fallos en los radares es: 2.85363
```

Figura 2.1: Ejecución con 10 simulaciones.

Como podemos observar, con 11 radares no nos ha costado mucho obtener, tanto una simulación que pasa del 1%, como otra que obtiene valores por debajo. Esto quiere decir que, como tenemos ciertas variables aleatorias no obtenemos un resultado válido con un número tan bajo de ejecuciones, es decir, no ofrece una media representativa del modelo.

Si probamos ahora con un número de simulaciones aun más bajo, vemos que el resultado varía todavía más:

```
JOSEMBLESKIOP-MACEATA MINAMO4 "/Universidad/SS (Simulación de Sistemas)/SS_Practicas/P1 (master)

5./Padares.exe 11 5_

SIMULANDO...

MEDIAS:

La media del numero de fallos en los radares es: 3.4

La media del tiempo de desproteccion es: 7.08155

La media del procentaje de tiempo de desproteccion es: 1.92645

DESVIACIONES TIPICAS:

La desviacion tipica del numero de fallos en los radares es: 3.28634

La desviacion tipica del tiempo de desproteccion es: 7.08829

La desviacion tipica del tiempo de desproteccion es: 7.08829

La desviacion tipica del procentaje de tiempo de desproteccion es: 2.18389

El tiempo en realizar las S simulaciones ha sido de: 0 segundos, con 5 radares y 11 piezas, para un tiempo de parada de: 365 y periodo de envio a reparacion entre 15 y 30, y tiempos entre fallos del radar: 20

DESCRICENTOP-MACEATA RINAMO4 "/Universidad/SS (Simulación de Sistemas)/SS_Practicas/P1 (master)

5.IMULANDO...

NEDIAS:

La media del numero de fallos en los radares es: 1.8

La media del procentaje de tiempo de desproteccion es: 0.757858

DESVIACIONES TIPICAS:

La desviacion tipica del numero de fallos en los radares es: 2.38747

La desviacion tipica del numero de desproteccion es: 4.75957

La desviacion tipica del numero de desproteccion es: 1.13961
```

Figura 2.2: Ejecución con 5 simulaciones.

#### 2.2. Influencia en el rendimiento de los parámetros

En esta sección analizaremos cómo cambia el rendimiento del sistema modificando sus parámetros internos, como pueden ser tanto acortar el tiempo de devolución de componentes reparados o emplear componentes con más tiempo de vida.

Vamos a empezar cambiando el tiempo de devolución. Por defecto en la simulación tardan entre 15 y 30 días, asi que nosotros podemos probar reduciendo este tiempo en, por ejemplo, 10 días. Comentar antes de mostrar los resultados, que para el resto de parámetros pondremos los que vienen por defecto (excepto el número de repuestos, que estamos optimizando) y el número de simulaciones a 1000, ya que es el más representativo y no tarda demasiado en ejecutarse.

Radares	Media del porcentaje	Desviación típica del	
Radares	del tiempo desprotegido	porcentaje del tiempo desprotegido	
5	8.03518	3.88919	
6	3.42126	2.46856	
7	1.24311	1.37181	
8	0.440921	0.776739	
9	0.128418	0.402314	

Podemos ver en estos resultados que, los resultados que anteriormente obteníamos con 12-13 radares aproximadamente, ahora los conseguimos con 8-9 radares. Esto quiere decir que la simulación está bien hecha, ya que lo lógico al reducir el tiempo de devolución, tengamos un porcentaje de tiempo desprotegido inferior. También nos hace cuestionarnos si merece la pena o no, pagar el precio que valdría una devolución más rápida o invertir más en piezas (incluso podríamos plantearnos en reducir aun más el tiempo de devolución, si fuese posible).

A continuación, modificaremos el tiempo de vida de los componentes, es decir, vamos a comprobar si merece la pena gastar más dinero en emplear componentes más robustos. El tiempo de vida que tenemos por defecto es de aproximadamente 20 días, asi que vamos a aumentarlo en 10 días y comprobamos que sucede.

Radares	Media del porcentaje del tiempo desprotegido	Desviación típica del porcentaje del tiempo desprotegido
5	14.1074	6.39146
6	7.12183	4.6315
7	3.11415	2.80384
8	1.20292	1.80842
9	0.486128	1.05936

Vemos que aumentar el tiempo de vida a un mes (10 días más) también nos mejora los resultados por defecto. Volvemnos a plantearnos el mismo dilema de antes, y es si nos merece la pena aumentar el presupuesto en piezas más duradera o invertir en más cantidad. Aqui podemos ver que siendo un poco mejores, ya podríamos utilizar 9 repuestos aproximadamente.

No obstante, veamos que sucede si cambiamos los dos parámetros que acabamos de cambiar en una misma simulación.

Radares	Media del porcentaje	Desviación típica del	
Radares	del tiempo desprotegido	porcentaje del tiempo desprotegido	
5	1.81117	1.7544	
6	0.493805	0.872734	
7	0.103228	0.344626	
8	0.0213589	0.142657	
9	0.00386476	0.0482657	

Los valores ya son muy bajos aún con 5 radares, pero para entrar en el umbral permitido tendríamos que tener almacenados entre 6-7 repuestos, los cuales son prácticamente la mitad de repuestos que teníamos en la simulación inicial.

Partiendo de que estos componentes son muy caros, yo preferiría invertir un poco más en reducir costes de devolución y en aumentar la calidad del producto, ya que estamos hablando de tener la mitad de estos (sale a casi un repuesto por radar). Esto es simple especulación, ya que no disponemos de los precios exactos de cada parámetro, pero en caso de tenerlos se podría hacer un estudio aun más completo.

## Capítulo 3

# Mi primer modelo de simulación continuo

Este modelo de simulación lo estudiaremos con el problema Simulacion\_lago 2especiespeces, en el que tendremos que introducir una cantidad de peces inicial en un lago, grandes y pequeños, y veremos cómo evoluciona la población en diferentes instantes de tiempo. Hay que tener en cuenta varias cosas, como la tasa de crecimiento, que los peces grandes comen unos 10 peces pequeños cada día o que el lago tiene una capacidad máxima de 10000000 de peces pequeños y 36000 grandes. Posteriormente, también estudiaremos cómo afectaría una campaña de pesca y regularemos un política.

#### 3.1. Estabilizar el sistema

Para comenzar, vamos a intentar que el sistema alcance un punto estable de equilibrio para cada especie. Tendremos que simular varios años para que se vea correctamente la evolución, asi que yo optaré por poner 20 (o 7300 días); y en cuanto a la cantidad de peces, una que impida que los peces grandes extingan a los pequeños, pero sin tener que meter una cantidad exagerada de estos, ya que su tasa de crecimiento es tres veces mayor.

Vamos a poner en un principio 25 peces grandes y ajustaremos el valor de los pequeños en base a estos. Empecemos poniendo un valor de 1000 peces pequeños y mostremos en una gráfica el resultado.

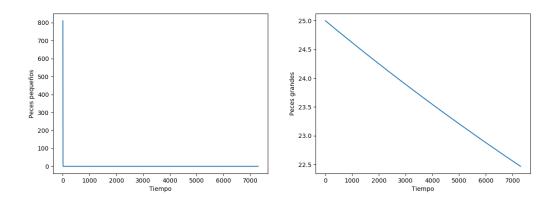


Figura 3.1: Evolución de la población de peces en 7300 días con pequeños: 1000 y grandes: 25.

Como podemos comprobar, esta cantidad de peces pequeños es muy baja, por lo que rápidamente han desaparecido, mientras que los grandes, al cabo del tiempo, también lo han ido haciendo por falta de comida. Esto quiere decir que necesitamos meter más peces pequeños desde el principio, asi que probemos con unos 4000. Este el el resultado:

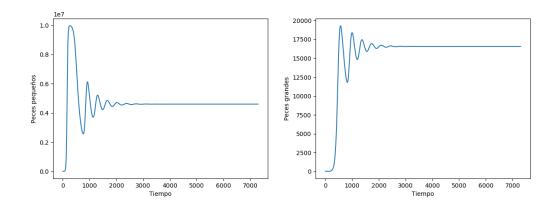


Figura 3.2: Evolución de la población de peces en 7300 días con pequeños: 4000 y grandes: 25

En este caso sí podemos cómo, alrededor de los 2000 días, los dos tipos de peces han conseguido estabilizarse, llegando a punto en el que su población no varía. También podemos observar cómo ha aumentado considerablemente el número de peces, llegando los pequeños a los 70 millones y los grandes a los 20.000; y por eso decíamos que era innecesario tener que meterlos desde un principio.

A continuación, vamos a mostrar en una gráfica cómo evoluciona una población frente a la otra:

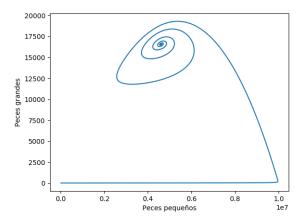


Figura 3.3: Evolución de la población de peces pequeños y grandes

Se puede ver claramente la forma en espiral que tiene. Esto es por lo siguiente: si nos fijamos en las dos gráficas anteriores, vemos cómo tras crecer la población de pequeños, empieza a disminuir a medida que aumenta la de peces grandes. Cuando no hay suficientes pequeños para alimentar a los grandes, estos últimos van disminuyendo otra vez, en incremento de los pequeños.

Si superponemos las dos gráficas que representan las poblaciones, se podrá ver todavía mejor (simplemente visual, ya que las cantidades de peces que tenemos para cada especie son totalmente diferentes).

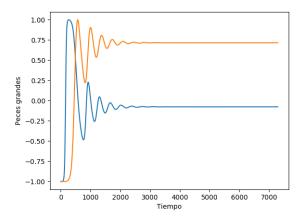


Figura 3.4: Comparación de las poblaciones

#### 3.2. Campaña de pesca

Supongamos ahora que la especie de pez depredador tiene interés comercial, y que se realizarán campañas de pesca en un determinado instante de tiempo y en las cuales el 50 % de los peces grandes será pescado. Vamos a comprobar cómo afectaría al equilibrio del sistema esta campaña. Para que se vea bien cómo afecta la pesca al sistema ya equilibrado, la he puesto cada 10 años para que se ejecute justo en mitad de la simulación, ya que lo teniamos puesto que durase 20 años.

Tras ejecutarlo, este ha sido el resultado:

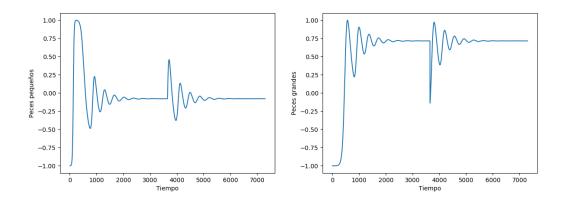


Figura 3.5: Evolución de la población de peces en 7300 días con pequeños: 1000, grandes: 25 y campaña de pesca:  $50\,\%$ 

El resultado que obtenemos tras la campaña de pesca es prácticamente el mismo que se obtiene al principio de la ejecución, cuando no están equilibrados. El número de peces grandes disminuye a la mitad y, en consecuencia, el número de peces pequeños aumenta, ya que no hay tantos depredadores. Una vez vuelva a crecer el número de peces grandes, el número de peces pequeños disminuirá y así sucesivamente hasta volver al equilibrio que teníamos.

Si analizamos la gráfica resultante de comparar el número de peces pequeños con el grande, obtenemos lo siguiente:

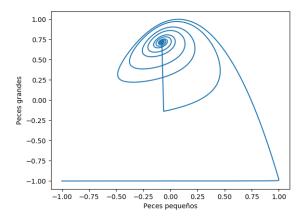


Figura 3.6: Evolución de la población de peces pequeños y grandes con campaña de pesca

Podemos ver que la gráfica no ha cambiado en exceso. Tenemos un escalón bastante grande por mitad de la espiral, el cual representa la campaña de pesca realizada. Sin embargo, sigue manteniendo una forma de espiral muy parecida a la que hemos visto anteriormente, es decir, pese a alterar el sistema, las poblaciones han vuelto a equilibrarse de la misma forma que lo estaban haciendo.

Veamos lo que sucedería si aumentamos la cantidad de peces pescados en la campaña. Pongamos que se pesca un 75 % de los peces grandes. Este sería el resultado:

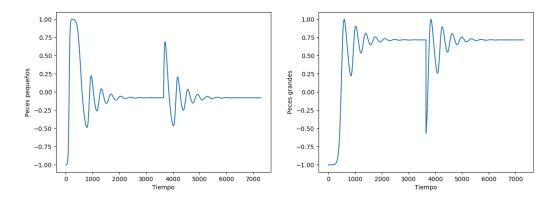


Figura 3.7: Evolución de la población de peces en 7300 días con pequeños: 1000, grandes: 25 y campaña de pesca:  $75\,\%$ 

Se puede comprobar a simple vista que, en esta última gráfica, hay una desviación un poco más alta en cuanto a la cantidad de peces, debida a que hemos eliminado aun más peces grandes y que, en consecuencia, el número de peces pequeños ha aumentado todavía más.

#### 3.3. Investigando diferentes políticas de pesca

Si partimos de los resultados obtenidos anteriormente, los mejores momentos para una campaña de pesca sería cuando más peces grandes tenemos, los cuales vienen relativamente después de una campaña. El momento sería cuando todavía están equilibrándose, pero no se han perdido peces grandes por falta de alimento (peces pequeños). El mayor problema es que si nos equivocamos y hacemos la campaña un poco antes o un poco más tarde, puede ser que se pesque muy poco o que acabemos con casi tods los peces.

Para que esto no ocurra, vamos a hacer una simulación para varios momentos después de una campaña. También tendremos en cuenta que no partiremos de la primera vez que metemos los peces en el lago, ya que lo más lógico sería comenzar las campañas una vez ya esté equilibrado todo por primera vez (que es cuando más tardaría, dependiendo del número de peces echados al principio). Prefiero hacerlo así porque el problema no nos dice si podemos controlar o no el número de peces inicial, si no también podríamos barajar esa opción

Veamos los resultados que obtenemos con una variación de campañas entre los 2 y los 6 meses pescando el 70 %, 80 % y 90 %:

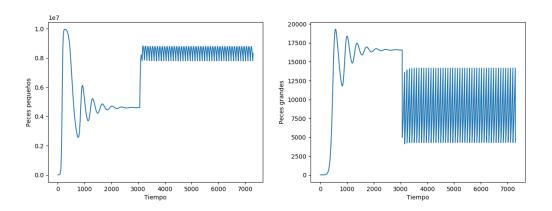


Figura 3.8: Resultados de la mejor política de pesca

Meses entre campaña	Porcentaje de peces	Número de peces
$\overline{}$	70	217677
2	80	263093
<b>2</b>	90	20854
3	70	476841
3	80	340578
3	90	33701
4	70	436078
4	80	438955
4	90	253930
5	70	372296
5	80	411514
5	90	381355
6	70	320225
6	80	367629
6	90	392488

Podemos ver que la mejor política ha sido una pesca cada 3 meses del  $70\,\%$  de los peces, la cual podemos ver en la gráfica cómo va cambiando la población regularmente. En ella podemos comprobar como lo que hemos dicho antes puede no ser del todo cierto, y es que realizar la pesca cuando hay más peces, no garantiza que se pesque más.

Esto se debe a que, por mucho peces que haya, si realizo una pesca muy grande, tendré que esperar más tiempo a que vuelva a haber una cantidad considerable de estos. No obstante, si pesco una cantidad más reducida, tardaré menos en poder volver a pescar una cantidad semejante.

También podemos ver en la tabla como los valores tienen muy poco que ver entre unos porcentajes y otros. Se puede ver que, tanto pescar mucho porcentaje y esperar más, como pescar un porcentaje menor y esperar menos, pueden ofrecer unos resultados bastante aceptables. En mi caso, yo me quedaría con pescar menos, porque el número de peces que se pescan no tienen una varianza tan grande en comparación con los otros, y además, te arriesgas menos a extinguir la especie.