UNIVERSIDAD DE GRANADA

Visión por Computador

grado en ingeniería informática

Cuestionario 2

Clasificación de escenas y objetos

Autor

José María Sánchez Guerrero

Rama

Computación y Sistemas Inteligentes

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación

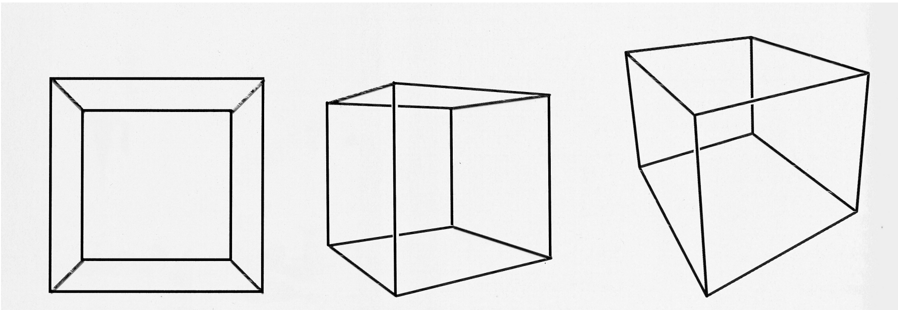
Curso 2019-2020

Índice

Ejercicio 1

¿Cuál es la transformación más fuerte de la geometría de una escena que puede introducirse al tomar una foto de ella? Dar algún ejemplo.

Es la **proyección**, porque es la transformación que menos propiedades de la imagen preserva. Cambia tanto el paralelismo, como las dimensiones, o los ángulos. Un ejemplo de ello lo podemos ver en el siguiente cubo (todas artistas y ángulos miden lo mismo):



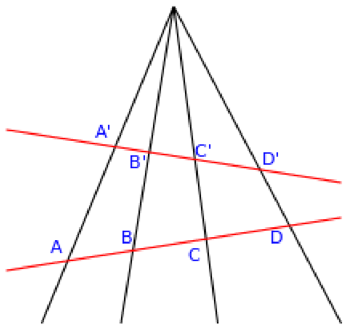
En la imagen de la izquierda podemos ver cómo la cara frontal si conserva los 90º en sus ángulos y si proyectamos sus líneas paralelas al infinito nunca se cruzarán, pero ya vemos cómo las aristas frontales y posteriores no miden lo mismo, cuando si son iguales. En los demás cubos vemos cómo ningun ángulo se mantiene con 90º y si proyectamos dos líneas paralelas cualesquiera hasta el infinito, terminarán cruzándose.

Ejercicio 2

¿Por qué es necesario usar el plano proyectivo para estudiar las transformaciones en las imágenes de fotos de escenas? Dar algún ejemplo.

Porque pese a que no se conserven tamaños o ángulos, si conserva las relaciones de **incidencia**, es decir, todos los puntos que pertenecen a una línea, seguirán perteneciendo a esta después de la transformación.

Y de **cross-ratio**, la cual dice que, dados 4 puntos A, B, C y D pertenecientes a una recta, su *cross-ratio* es igual a $(A, B; C, D) = (AC \cdot BD)/(BC \cdot AD)$. Por ejemplo, si lo llevamos a un plano proyectivo como el siguiente:



Los puntos A, B, C, D y A', B', C', D' están relacionados porque sus relaciones cruzadas, (A, B; C, D) y (A', B'; C', D') son iguales.

Ejercicio 3

Sabemos que en el plano proyectivo un punto no existe en el sentido del plano afín, sino que se define por una clase de equivalencia de vectores definida por $\{k(x, y, 1), k \neq 0\}$. Razone usando las coordenadas proyectivas de los puntos afines de una recta que pase por el (0,0) del plano afín y verifique que los puntos de la recta del infinito del plano proyectivo son necesariamente vectores del tipo (*,*,0) con *=cualquier número.

Si tenemos en cuenta que *=cualquier número, por ejemplo a, cualquier punto representado en el plano proyectivo vendría dado por:

$$(ax, ay, 1) = (x, y, \frac{1}{a})$$

Un punto en el infinito del plano proyectivo hace que $a = \infty$ y en consecuencia que $\frac{1}{a} = 0$, y por tanto podemos decir que su vector de coordenadas es del tipo $(x, y, 0)$.

Ejercicio 4

¿Qué propiedades de la geometría de un plano quedan invariantes cuando se toma una foto de él? Justificar la respuesta.

Dependiendo de la foto que hayamos tomado, las propiedades que quedan invariantes serán unas u otras. Si tomamos la siguiente imagen de las transparencias como guía, las transformaciones que no se producen son la de su misma fila más las que aparecen debajo:

Name	Matrix	# D.O.F.	Preserves:	Icon
translation	$\left[\, \boldsymbol{I} \mid \boldsymbol{t} \,\right]_{2\times 3}$	2	orientation $+\cdots$	
rigid (Euclidean)	$\left[\, \boldsymbol{R} \mid \boldsymbol{t} \,\right]_{2\times 3}$	3	lengths $+\cdots$	
similarity	$\left[\, s\boldsymbol{R} \mid \boldsymbol{t} \,\right]_{2\times 3}$	4	angles $+\cdots$	
affine	$\left[\, \boldsymbol{A} \,\right]_{2\times 3}$	6	parallelism $+\cdots$	
projective	$\left[\, \tilde{\boldsymbol{H}} \,\right]_{3\times 3}$	8	straight lines	

Por ejemplo, teniendo en cuenta las fotografía de abajo, si tomamos la de la izquierda, vemos cómo la foto no ha sufrido cambios y las propiedades que se conservan son la orientación + tamaños + ... + líneas rectas. Mientras que si tomamos la imagen de la derecha, que es una foto en el plano proyectivo, sólo conserva las propiedades de éste (como pueden ser la incidencia o el *cross-ratio* comentados en el ejercicio 2).

Ejercicio 5

En coordenadas homogéneas los puntos y rectas del plano se representan por vectores de tres coordenadas (notados x y l respectivamente), de manera que si una recta contiene a un punto se verifica la ecuación $x^T l = 0$, es decir $(x_1, x_2, x_3)\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$. Considere una homografía H que

transforma vectores de puntos, $x' = Hx$. Dado que una homografía transforma vectores de tres coordenadas también existen homografías G para transformar vectores de rectas $l' = Gl$. Suponga una recta l y un punto x que verifican $x^T l = 0$ en el plano proyectivo y suponga que conoce una homografía H que transforma vectores de puntos. En estas condiciones ¿cuál es la homografía G que transforma los vectores de las rectas? Deducirla matemáticamente.

Para calcular una homografía G tal que $l' = Gl$, tendremos en cuenta que para todos los puntos de la recta l, si aplicamos una homografía conocida H ($x' = Hx$) obtenemos una nueva recta l'. Si cada punto x' debe de estar contenido en la recta l', podemos verificar que $(x')^T l' = 0$.

Si ahora consideramos las transformaciones que realizan las homografías H y G en los vectores de puntos y rectas, respectivamente, tenemos que:

$$(x')^T l' = (Hx)^T Gl = x^T H^T Gl = 0$$

Por otra parte, si hacemos que $H^T G = I$, siendo I la matriz identidad, podremos llegar a donde queríamos:

$$x^T H^T Gl = x^T (H^T G)l = x^T (I)l = x^T l = 0$$

Por último, ya sólo nos queda despejar la G de forma que:

$$H^T G = I \to G = (H^-1)^T$$

Ejercicio 6

¿Cuál es el mínimo número de escalares necesarios para fijar una homografía general? ¿Y si la homografía es afín? Justificar la respuesta

Ejercicio 7

Defina una homografía entre planos proyectivos que haga que el punto (3,0,2) del plano proyectivo-1 se transforme en un punto de la recta del infinito del plano proyectivo-2? Justificar la respuesta.

Ejercicio 8

Ejercicio 9

¿Cuáles son las propiedades necesarias y suficientes para que una matriz defina un movimiento geométrico no degenerado entre planos? Justificar la respuesta

Ejercicio 10

¿Qué información de la imagen usa el detector de Harris para seleccionar puntos? ¿El detector de Harris detecta patrones geométricos o fotométricos? Justificar la contestación.

Ejercicio 11

¿Sería adecuado usar como descriptor de un punto Harris los valores de los píxeles de su región de soporte? Identifique ventajas, inconvenientes y mecanismos de superación de estos últimos.

Ejercicio 12

Describa un par de criterios que sirvan para seleccionar parejas de puntos en correspondencias ("matching") a partir de descriptores de regiones extraídos de dos imágenes. ¿Por qué no es posible garantizar que todas las parejas son correctas?

Ejercicio 13

Cual es el objetivo principal del uso de la técnica RANSAC en el cálculo de una homografía. Justificar la respuesta

Ejercicio 14

Si tengo 4 imágenes de una escena de manera que se solapan la 1-2, 2-3 y 3-4. ¿Cuál es el número mínimo de parejas de puntos en correspondencias necesarios para montar un mosaico? Justificar la respuesta

Ejercicio 15

¿En la confección de un mosaico con proyección rectangular es esperable que aparezcan deformaciones geométricas de la escena real? ¿Cuáles y por qué? ¿Bajo qué condiciones esas deformaciones podrían no estar presentes? Justificar la respuesta.