

The background of the entire image is a photograph of a large satellite dish antenna against a dark, star-filled night sky. The dish is angled upwards, and the background shows a gradient from deep blue at the top to orange and red at the horizon.

# **Telecomunicaciones en tu idioma**

**Notas de un estudiante**

**Jose Antonio Hancco M.**

Copyright © 2022 Jose Hancco

LIBRO LIBRE DE USOS

[HTTPS://GITHUB.COM/YASPERTERIAN](https://github.com/YASPERTERIAN)

Con licencia de Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License (la “Licencia”). No puede usar este archivo excepto de conformidad con la Licencia. Puede obtener una copia de la Licencia en <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>. A menos que lo exija la ley aplicable o se acuerde por escrito, el software distribuido bajo la Licencia se distribuye “TAL CUAL”, SIN GARANTÍAS NI CONDICIONES DE NINGÚN TIPO, ya sea expresa o implícita. Consulte la Licencia para conocer el idioma específico que rige los permisos y las limitaciones en virtud de la Licencia.

*Primera edición, septiembre 2021*

Si existe algún error, crees que una sección se puede mejorar o dar cualquier tipo de *feedback* acerca del libro no dudes y mándame un correo a [jhanccoma@unsa.edu.pe](mailto:jhanccoma@unsa.edu.pe), te responderé lo más pronto que pueda y gracias por mejorar este libro de todos y para todos.

*Ya sabes cómo funciona esto. Coges un libro, saltas a la dedicatoria y descubres que, una vez más, el autor ha dedicado su libro a alguien que no eres tú.*

*Pero esta vez no será así...*

*Dedico este libro a mi yo del pasado, quien ha sacrificado tiempo para poder escribir este libro para quienes lo necesiten pues como cualquier carrera, no es difícil los temas que tienes que aprender, sino que te lo explican mal y sin ganas, ganas desganadas que destruyen las tuyas.*





# Contenido

I

## Electrotécnia

<b>1</b>	<b>Números complejos</b>	<b>17</b>
1.1	Operaciones con complejos	18

II

## Métodos Matemáticos I

<b>2</b>	<b>Ecuaciones Diferenciales de primer orden</b>	<b>23</b>
2.1	Conceptos introductorios	23
2.1.1	Tipos	23
2.1.2	Orden y grado	24
2.2	Variables separables	25
2.3	Ecuaciones diferenciales lineales	27
2.4	Ecuaciones Diferenciales Exactas	29
2.5	Ecuaciones Diferenciales No Exactas	31
2.6	Ecuaciones por sustitución	33
2.6.1	Ecuaciones Homogéneas	33
2.6.2	Ecuaciones Diferenciales de Bernoulli	35

III

## Sistemas Digitales

<b>3</b>	<b>Sistemas de numeración</b>	<b>41</b>
3.1	Sistema decimal: 10	41
3.1.1	Suma	41
3.1.2	Resta	41
3.2	Sistema binario-2	42
3.2.1	Suma	42
3.2.2	Resta	42

3.2.3	Negativos .....	43
<b>3.3</b>	<b>Sistema hexadecimal-16 .....</b>	<b>44</b>
3.3.1	Suma .....	44
3.3.2	Resta .....	44
3.3.3	Negativos .....	45
<b>3.4</b>	<b>Conversión .....</b>	<b>45</b>
3.4.1	Decimal a binario .....	45
3.4.2	Binario a decimal .....	45
3.4.3	Binario a hexadecimal .....	46
3.4.4	Hexadecimal a binario .....	47
3.4.5	Hexadecimal a decimal .....	47
3.4.6	Decimal a hexadecimal .....	47
<b>4</b>	<b>Lógica digital .....</b>	<b>49</b>
<b>4.1</b>	<b>Compuertas lógicas .....</b>	<b>49</b>
4.1.1	Compuerta NOT .....	49
4.1.2	Compuerta AND .....	50
4.1.3	Compuerta OR .....	51
4.1.4	Compuerta NAND .....	52
4.1.5	Compuerta NOR .....	53
4.1.6	Compuerta OR exclusiva-XOR .....	54
4.1.7	Compuerta NOR exclusiva-XNOR .....	55
<b>4.2</b>	<b>Formas de expresar funciones booleanas .....</b>	<b>55</b>
4.2.1	Suma de productos-SOP .....	55
4.2.2	Productos de sumas-POS .....	55
4.2.3	Conversión de SOP a POS .....	57
4.2.4	Forma canónica .....	57
4.2.5	Forma normalizada .....	58
4.2.6	¿Cómo pasar de la forma normalizada a la canónica? .....	58
<b>4.3</b>	<b>Axiomas .....</b>	<b>59</b>
<b>4.4</b>	<b>Teoremas del álgebra de conmutación .....</b>	<b>59</b>
4.4.1	Dualidad .....	60
<b>4.5</b>	<b>Mapas de Karnaugh .....</b>	<b>61</b>
4.5.1	Mapas de Karnaugh-4 variables .....	62
4.5.2	Agrupación de términos .....	64
4.5.3	Mapas de Karnaugh-5 variables .....	67
4.5.4	Mapas de Karnaugh-6 variables .....	68
<b>4.6</b>	<b>Parámetros TTL y CMOS .....</b>	<b>68</b>
4.6.1	Tensión de alimentación continua .....	68
4.6.2	Nivel lógico CMOS +5V .....	70
4.6.3	Nivel lógico CMOS +3V .....	70
4.6.4	Nivel lógico TTL .....	71
4.6.5	Inmunidad y Margen de ruido .....	71
4.6.6	Disipación de potencia .....	71
4.6.7	Carga y Fan-out .....	72

<b>5</b>	<b>Circuitos Lógicos</b>	<b>73</b>
5.1	<b>Sumador</b>	<b>73</b>
5.1.1	Semi-sumador	73
5.1.2	Sumador completo	74
5.1.3	Sumador paralelo	75
5.1.4	Sumador 74LS283	75
5.1.5	Sumador Acarreo Anticipado	76
5.2	<b>Codificador y Decodificador</b>	<b>77</b>
5.2.1	Encoder	77
5.2.2	Decoder	78
5.3	<b>Multiplexor y Demultiplexor</b>	<b>80</b>
5.3.1	Multiplexor	80
5.3.2	Demultiplexor	81
5.4	<b>Latch</b>	<b>82</b>
5.4.1	Latch S-R(Set-Reset)	82
5.4.2	Símbolo lógico	84
5.4.3	Latch: Eliminador de rebote	85
5.4.4	Latch con entrada de habilitación	85
5.4.5	Latch D con entrada de habilitación	86
5.5	<b>Flip-Flops</b>	<b>88</b>
5.5.1	Flip Flop tipo S-R disparado por flanco	88
5.5.2	Flip Flop D disparado por flanco	89
5.5.3	Flip Flop J-K disparado por flanco	91
5.5.4	Entradas asíncronas de inicialización y borrado	93
5.6	<b>División de frecuencia</b>	<b>94</b>
5.7	<b>Monoestables</b>	<b>94</b>
<b>6</b>	<b>Circuitos Lógicos Secuenciales</b>	<b>97</b>
6.1	<b>Máquina de estados</b>	<b>97</b>
6.1.1	Modelo de Mealy	98
6.2	<b>Grafos de estados</b>	<b>100</b>

## IV

## Smart cities

<b>7</b>	<b>Conociendo la ESP8266</b>	<b>111</b>
7.1	<b>ESP8266</b>	<b>111</b>
7.2	<b>Instalación Windows:Materiales</b>	<b>112</b>
7.3	<b>Instalación</b>	<b>112</b>
7.4	<b>Equivalente al Hola Mundo pero en placas</b>	<b>112</b>
7.5	<b>Conectar a una red Wi-Fi</b>	<b>113</b>
7.6	<b>Crear una red WiFi</b>	<b>115</b>
<b>8</b>	<b>Servicios en la red</b>	<b>117</b>
8.1	<b>Crear un servidor local</b>	<b>117</b>
8.2	<b>Lectura Analógica</b>	<b>121</b>

<b>8.3</b>	<b>Proyecto explicativo 1</b>	<b>123</b>
8.3.1	Parte 1	124
8.3.2	Parte 2	125
8.3.3	Parte 3	126
<b>8.4</b>	<b>Sensor de temperatura y humedad DHT11</b>	<b>128</b>
<b>9</b>	<b>Proyecto final</b>	<b>131</b>
<b>9.1</b>	<b>Software</b>	<b>131</b>
9.1.1	Instalación de Node.js	131
9.1.2	Instalación de Mosquitto	132
<b>9.2</b>	<b>Hardware</b>	<b>138</b>
<b>9.3</b>	<b>Back-end</b>	<b>139</b>
9.3.1	Xammp-PHP My admin	140
9.3.2	Xammp-Htdocs	141
9.3.3	Node-RED	142
<b>9.4</b>	<b>Front-end</b>	<b>153</b>

## V

## Telecomunicaciones 2

<b>10</b>	<b>Unidad I</b>	<b>157</b>
<b>10.1</b>	<b>Theorems</b>	<b>157</b>
10.1.1	Several equations	157
10.1.2	Single Line	157
<b>10.2</b>	<b>Definitions</b>	<b>157</b>
<b>10.3</b>	<b>Notations</b>	<b>157</b>
<b>10.4</b>	<b>Remarks</b>	<b>158</b>
<b>10.5</b>	<b>Corollaries</b>	<b>158</b>
<b>10.6</b>	<b>Propositions</b>	<b>158</b>
10.6.1	Several equations	158
10.6.2	Single Line	158
<b>10.7</b>	<b>Examples</b>	<b>158</b>
10.7.1	Equation and Text	158
10.7.2	Paragraph of Text	158
<b>10.8</b>	<b>Exercises</b>	<b>159</b>
<b>10.9</b>	<b>Problems</b>	<b>159</b>
<b>10.10</b>	<b>Vocabulary</b>	<b>159</b>
<b>10.11</b>	<b>Table</b>	<b>159</b>
<b>10.12</b>	<b>Figure</b>	<b>159</b>
<b>11</b>	<b>Unidad 2</b>	<b>161</b>
11.1	Modulación por ancho de pulso-PWM	161

<b>12 Repaso vectorial y fundamentos del electromagnetismo .....</b>	<b>167</b>
<b>12.1 Sistemas de coordenadas y transformaciones .....</b>	<b>167</b>
12.1.1 Coordenadas Cilíndricas ( $r, \theta, z$ ) ó ( $\rho, \phi, z$ ) .....	168
12.1.2 Coordenadas esféricas ( $r, \theta, \phi$ ) .....	169
12.1.3 Planos .....	170
<b>12.2 Cálculo vectorial .....</b>	<b>170</b>
12.2.1 Diferencial de distancia, área y volumen .....	170
12.2.2 Operador DEL( $\nabla$ ) .....	172
12.2.3 Gradiente de un campo escalar: $\nabla V$ .....	173
12.2.4 La divergencia de un vector: $\nabla \cdot A$ .....	173
12.2.5 Rotacional de un vector: $\nabla \times A$ .....	174
12.2.6 Laplaciano de un escalar: $\nabla^2 V$ .....	175
<b>13 Campos eléctricos estáticos .....</b>	<b>177</b>
<b>13.1 Ley de Coulomb .....</b>	<b>177</b>
<b>13.2 Intensidad de campo eléctrico .....</b>	<b>178</b>
<b>13.3 Campo eléctrico creado por una distribución continua de carga en un punto .....</b>	<b>178</b>
<b>13.4 Densidad de campo eléctrico .....</b>	<b>179</b>
<b>13.5 Ley de Gauss-Ecuaciones de Maxwell .....</b>	<b>180</b>
<b>13.6 Potencial eléctrico .....</b>	<b>185</b>
<b>13.7 Relación entre E y V-Ecuación de Maxwell .....</b>	<b>185</b>
<b>13.8 Dipolo eléctrico .....</b>	<b>186</b>
<b>14 Campos eléctricos en el espacio material .....</b>	<b>189</b>
<b>14.1 CORRIENTES DE CONVECCIÓN Y CONDUCCIÓN .....</b>	<b>189</b>
<b>14.2 Conductores .....</b>	<b>190</b>
14.2.1 Conductor Isolado .....	190
14.2.2 Conductor mantenido a potencial .....	190
14.2.3 Polarización de un dipolo .....	191

<b>15 Telefonía .....</b>	<b>195</b>
<b>15.1 Evolución de la telefonía .....</b>	<b>195</b>
<b>15.2 Conmutadores .....</b>	<b>196</b>
<b>15.3 Repaso: Señales analógicas y digitales .....</b>	<b>196</b>
15.3.1 Ventajas y desventajas de las señales analógicas .....	196
15.3.2 Ventajas y desventajas de las señales digitales .....	197
<b>15.4 Multiplexación .....</b>	<b>197</b>
15.4.1 ¿Para qué sirve? .....	197
15.4.2 Multiplexación por división de tiempo o TDM ( <i>time-division multiplexing</i> ) .....	197

15.4.3	Multiplexación por división de frecuencia o FDM ( <i>frequency-division multiplexing</i> ) . . . . .	198
15.4.4	Multiplexación por división de longitud de onda o WDM ( <i>wavelength-division multiplexing</i> ) . . . . .	199
15.4.5	Multiplexación por Estadística por División de Tiempo o STDM( <i>Statistical time-division multiplexing</i> ) . . . . .	199
<b>15.5</b>	<b>Técnicas de commutación . . . . .</b>	<b>199</b>
15.5.1	Commutación por circuitos . . . . .	199
15.5.2	Commutador por paquetes . . . . .	200
<b>15.6</b>	<b>Red de telefonía publica . . . . .</b>	<b>201</b>
15.6.1	Red de telefonía publica commutada-PSTN . . . . .	201
15.6.2	Características . . . . .	202
15.6.3	Componentes . . . . .	203
<b>15.7</b>	<b>Señalización telefónica . . . . .</b>	<b>205</b>
<b>15.8</b>	<b>Planta interna y externa . . . . .</b>	<b>206</b>
15.8.1	Planta Interna . . . . .	206
15.8.2	Planta externa . . . . .	207
<b>16</b>	<b>Herramientas para el análisis telefónico . . . . .</b>	<b>213</b>
<b>16.1</b>	<b>Tráfico Telefónico . . . . .</b>	<b>213</b>
16.1.1	Variaciones . . . . .	213
<b>16.2</b>	<b>Medidas de tráfico telefónico . . . . .</b>	<b>214</b>
<b>16.3</b>	<b>Tipos de tráfico . . . . .</b>	<b>218</b>
<b>16.4</b>	<b>Accesibilidad . . . . .</b>	<b>219</b>
<b>16.5</b>	<b>Grade of service(GoS) . . . . .</b>	<b>220</b>
<b>16.6</b>	<b>Diseño de redes . . . . .</b>	<b>221</b>
<b>16.7</b>	<b>Encaminamiento de tráfico . . . . .</b>	<b>224</b>
<b>16.8</b>	<b>Erlang-B . . . . .</b>	<b>228</b>
16.8.1	Erlang-B para un enlace . . . . .	229
16.8.2	Erlang-B para N enlaces . . . . .	230
<b>17</b>	<b>Telefonía IP . . . . .</b>	<b>233</b>
17.0.1	Redes de computadoras . . . . .	233
17.0.2	PDU . . . . .	234
17.0.3	Arquitectura de red . . . . .	235
17.0.4	Tipos de servicios . . . . .	237
<b>17.1</b>	<b>Repaso: TCP/IP . . . . .</b>	<b>239</b>
17.1.1	Capa de transporte . . . . .	239
17.1.2	Capa de internet . . . . .	241
<b>17.2</b>	<b>VoIP . . . . .</b>	<b>243</b>
<b>17.3</b>	<b>Digitización de la voz . . . . .</b>	<b>243</b>
17.3.1	¿Como se digitaliza de la voz? . . . . .	243
17.3.2	Transporte de Voz . . . . .	246
<b>17.4</b>	<b>Componentes de VoIP . . . . .</b>	<b>246</b>
17.4.1	Terminal IP . . . . .	247
17.4.2	Centralita IP . . . . .	247
17.4.3	Gateway . . . . .	248

17.4.4	Adaptador FXS .....	248
17.4.5	Unidad de control MCU .....	248
<b>17.5</b>	<b>Tecnología IP .....</b>	<b>249</b>
17.5.1	DSL .....	249
17.5.2	RDSI .....	249
17.5.3	LMDS .....	249
17.5.4	GSM .....	250

## VIII

## Internetworking 1

<b>18</b>	<b>Introducción y conceptualización .....</b>	<b>255</b>
<b>18.1</b>	<b>Introducción .....</b>	<b>255</b>
18.1.1	Hardware de redes .....	255
18.1.2	Servicio orientado a la conexión y servicio sin conexión .....	256
<b>18.2</b>	<b>Modelo OSI .....</b>	<b>257</b>
18.2.1	Capa 7: Aplicación .....	257
18.2.2	Capa 6: Presentación .....	257
18.2.3	Capa 5: Sesión .....	258
18.2.4	Capa 4: Transporte .....	258
18.2.5	Capa 3: Red .....	258
18.2.6	Capa 2: Enlace de datos .....	258
18.2.7	Capa 1: Física .....	259
<b>18.3</b>	<b>Modelo TCP/IP .....</b>	<b>259</b>
18.3.1	Capa de enlace de datos .....	259
18.3.2	Capa de interred .....	259
18.3.3	Transporte .....	260
18.3.4	Capa de aplicación .....	260
<b>18.4</b>	<b>Múltiplos y sub-múltiplos .....</b>	<b>260</b>
<b>19</b>	<b>La capa física en redes de datos .....</b>	<b>263</b>
<b>19.1</b>	<b>Bases teóricas .....</b>	<b>263</b>
19.1.1	Análisis de Fourier .....	263
19.1.2	Señales de ancho de banda limitado .....	263
19.1.3	Tasa de datos máxima .....	264
<b>19.2</b>	<b>Medios de transmisión guiados .....</b>	<b>265</b>
19.2.1	Medios magnéticos .....	265
19.2.2	Par trenzado .....	265
19.2.3	Cable coaxial .....	266
19.2.4	Líneas eléctricas .....	266
19.2.5	Fibra óptica .....	266
<b>19.3</b>	<b>Transmisión inalámbrica .....</b>	<b>268</b>
19.3.1	Espectro electromagnético .....	268
19.3.2	Radiotransmisión .....	271
19.3.3	Transmisión por microondas .....	272
19.3.4	Transmisión infrarroja .....	272
19.3.5	Transmisión por ondas de luz .....	273

<b>19.4 Satélites</b>	<b>273</b>
19.4.1 Satélites geoestacionarios-GEO	273
19.4.2 Satélites de órbita media-MEO	275
19.4.3 Satélites de órbita terrestre baja-LEO	275
<b>19.5 Modulación digital y multiplexión</b>	<b>277</b>
19.5.1 Transmisión Pasa-banda	277
<b>19.6 Multiplexión por división de frecuencia-FDM</b>	<b>279</b>
<b>19.7 Multiplexión por división de tiempo-TDM</b>	<b>279</b>
<b>20 Capa de enlace</b>	<b>281</b>
20.1 Cuestiones de diseño de la capa de enlace de datos	281
<b>20.2 Servicios proporcionados a la capa de red</b>	<b>281</b>
<b>20.3 Entramado</b>	<b>282</b>
20.3.1 Conteo de bytes	282
20.3.2 Bytes bandera con relleno de bytes	283
20.3.3 Bits bandera con relleno de bits	283
<b>20.4 Código de detección de errores: Paridad</b>	<b>285</b>
<b>20.5 Protocolos elementales de enlace de datos</b>	<b>285</b>
20.5.1 Protocolo simple utópico	285
20.5.2 Protocolo simplex de parada y espera para un canal libre de errores	286
20.5.3 Protocolo simplex de parada y espera para un canal ruidoso	286
<b>20.6 Protocolos de ventana deslizante</b>	<b>286</b>
<b>20.7 Protocolo retroceso N</b>	<b>286</b>

IX

## Líneas de transmisión

X

## Microcontrolador y microprocesador

<b>21 Arquitectura y principios del microcontrolador</b>	<b>297</b>
<b>21.1 Arquitectura interna de una CPU</b>	<b>297</b>
21.1.1 Memoria	297
21.1.2 RAM	298
21.1.3 I/O	300
21.1.4 ¿Cómo escriben en la memoria los periféricos?	300
21.1.5 CPU	303
21.1.6 Arquitecturas	305
<b>21.2 Código Assembler</b>	<b>305</b>
21.2.1 Ejemplos del código Assembler	307

XI

## Ingeniería en mantenimiento

<b>22 Decibelios</b>	<b>317</b>
<b>22.1 Definición de dB</b>	<b>317</b>
<b>22.2 Definición de dBm</b>	<b>317</b>

<b>22.3</b>	<b>Definición dB<math>\mu</math>V .....</b>	<b>317</b>
<b>22.4</b>	<b>Diferencia entre decibelios de tensión y decibelios de potencia .....</b>	<b>318</b>
<b>22.5</b>	<b>¿Qué es un nivel? .....</b>	<b>318</b>
<b>22.6</b>	<b>Atenuación y ganancia .....</b>	<b>319</b>
<b>22.7</b>	<b>Decibelios a porcentaje y viceversa .....</b>	<b>319</b>
22.7.1	Conversión de voltaje: porcentaje a decibelios y viceversa .....	319
22.7.2	Conversión de la energía: porcentaje a decibelios y viceversa .....	320
22.7.3	Conversión de voltaje: porcentaje más o menos a decibelios .....	320
22.7.4	Conversión de potencia: porcentaje más o menos a decibelios .....	320

## **23 Aspectos introductorios .....** **321**

<b>23.1</b>	<b>Definición de mantenimiento .....</b>	<b>321</b>
23.1.1	Evolución de mantenimiento .....	321
<b>23.2</b>	<b>Mediciones de radiofrecuencia .....</b>	<b>322</b>
23.2.1	¿Qué es radio enlace? .....	322
23.2.2	Bandas de frecuencia .....	322
<b>23.3</b>	<b>Decibelios como medida .....</b>	<b>323</b>
<b>23.4</b>	<b>Radio digital y sus partes .....</b>	<b>332</b>
<b>23.5</b>	<b>Repetidores .....</b>	<b>333</b>
23.5.1	Repetidor activo .....	334
23.5.2	Repetidor pasivo .....	334

XII

Inglés

## **24 English notes .....** **339**

<b>24.1</b>	<b><i>a/an, the</i> and no-article .....</b>	<b>339</b>
<b>24.2</b>	<b>When use <i>the</i>? .....</b>	<b>339</b>
<b>24.3</b>	<b>Use of <i>Would</i> .....</b>	<b>340</b>
<b>24.4</b>	<b>How to use <i>rather</i>? .....</b>	<b>340</b>
<b>24.5</b>	<b>Future form .....</b>	<b>341</b>
24.5.1	Present continuous .....	341
24.5.2	be going to + infinitive .....	341
24.5.3	will + infinitive .....	341
<b>24.6</b>	<b>Preset Perfect .....</b>	<b>342</b>

XIII

Extras

## **25 Logaritmos y exponentiales .....** **347**

<b>25.1</b>	<b>Propiedades .....</b>	<b>347</b>
-------------	--------------------------	------------

## **26 Matrices .....** **349**

<b>26.1</b>	<b>Conformabilidad de matrices .....</b>	<b>349</b>
-------------	--	------------

<b>27</b>	<b>Integrales .....</b>	<b>351</b>
27.1	Integral por tabulación .....	351
<b>28</b>	<b>Producto cruz y producto escalar .....</b>	<b>353</b>
28.1	Producto escalar .....	353
28.2	Producto cruz .....	353
28.3	Propiedades .....	354

## XIV

## Anexos

28.4	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía .....	357
28.5	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía .....	358
28.6	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía .....	359
28.7	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2 .....	360
28.8	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2 .....	361
28.9	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2 .....	362
28.10	Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico .....	363
28.11	Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico .....	364
28.12	Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico .....	365
28.13	Ejercicios resueltos U2-Erlang B .....	366
28.14	Ejercicios resueltos U2-Erlang B .....	367
28.15	Ejercicios resueltos U2-Erlang B .....	368
28.16	Ejercicios de la ley de Gauss .....	369
	<b>Bibliography .....</b>	<b>373</b>
	<b>Articles .....</b>	<b>373</b>
	<b>Books .....</b>	<b>373</b>
	<b>Index .....</b>	<b>375</b>



# Electrotécnia

<b>1</b>	<b>Números complejos .....</b>	<b>17</b>
1.1	Operaciones con complejos .....	18



# 1. Números complejos

**Definición 1.1 — Módulo y Argumento.** Dado un número complejo  $z = a + jb$ , se define el **módulo** de  $z$  como:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1.1)$$

Se define el argumento de  $z$  como:

$$\arg(z) = \theta = \arctg \frac{b}{a}, a \neq 0 \quad (1.2)$$

Tener en cuenta 3 puntos importantes:

1. La función arctg solo dará valores entre  $45^\circ$  y  $-45^\circ$ .
2. Observar que, por ejemplo, la función arcotangente proporciona el mismo ángulo para  $z = a - jb$  y para  $w = -a + jb$ . Sin embargo,  $z$  y  $w$  están en cuadrantes distintos, así que su argumento es distinto. Para solucionar esto:
  - Si el complejo está en el **segundo cuadrante** ( $a < 0, b > 0$ ), hay que **sumar**  $180^\circ$  al ángulo obtenido.
  - Si el complejo está en el **tercer cuadrante** ( $a < 0, b < 0$ ), hay que **restar**  $180^\circ$  al ángulo obtenido.
3. Si  $a=0$ , el argumento es:
  - $0^\circ$  ( $0$  radianes) si  $b = 0$
  - $90^\circ$  ( $\pi/2$  radianes) si  $b > 0$
  - $270^\circ$  ( $3\pi/2$  radianes) si  $b < 0$

Además, se denomina argumento principal de  $z$ ,  $\text{Arg}(z)$ , al argumento de  $z$  en el intervalo  $]-180^\circ, 180^\circ]$  o, si es en radianes  $]-\pi, \pi]$

Sea el número complejo:

$$A = 10 + j5 \quad (1.3)$$

El número se puede expresar de distintas maneras:

## Forma binómica

$$A = \Re(A) + j\Im(A)$$

$$\therefore A = 10 + j5$$

### Forma polar

$$\begin{aligned}
 A &= C \cdot e^{j\theta}, \text{ donde :} \\
 \Rightarrow C &= \sqrt{\Re(A)^2 + \Im(A)^2} \quad \theta = \tan^{-1} \left( \frac{\Im(A)}{\Re(A)} \right) \\
 \therefore C &= \sqrt{10^2 + 5^2} = 11.18 \quad \theta = \tan^{-1} \left( \frac{5}{10} \right) = 26.56^\circ \\
 \Rightarrow A &= 11.18 \cdot e^{j26.56}
 \end{aligned}$$

### Identidad de Euler

$$\begin{aligned}
 A &= C \cdot \cos \theta + jC \sin \theta = C(\cos \theta + j \sin \theta) \\
 \therefore A &= 11.18(\cos 26.56 + j \sin 26.56)
 \end{aligned}$$

### Forma polar-Tipo fasor

$$\begin{aligned}
 A &= C/\underline{\theta} \\
 \therefore A &= 11.18/\underline{26.56^\circ}
 \end{aligned}$$

## 1.1 Operaciones con complejos

- Suma:

$$\begin{aligned}
 (a + jb) + (c + jd) \\
 (a + c) + j(b + d)
 \end{aligned}$$

- Resta:

$$\begin{aligned}
 (a + jb) - (c + jd) \\
 (a - c) + j(b - d)
 \end{aligned}$$

- Multiplicar:

$$(a + jb)(c + jd) = (a \cdot c - b \cdot d) + j(b \cdot c + a \cdot d)$$

La forma más fácil de multiplicar es operando los números complejos en forma de **polar/fasorial**:

$$\begin{aligned}
 A &= Ce^{j\theta} = C/\underline{\theta} \\
 B &= Ce^{j\phi} = C/\underline{\phi}
 \end{aligned}$$

El producto entre A y B está definido por:

$$\begin{aligned}
 A \cdot B &= (C/\underline{\theta}) \cdot (C/\underline{\phi}) \\
 A \cdot B &= (C \cdot D)/\underline{\theta + \phi}
 \end{aligned}$$

- Dividir:

$$\begin{aligned}
 \frac{a + jb}{c + jd} &= \frac{a + jb}{c + jd} \cdot \frac{c - jd}{c - jd} \\
 \frac{a + jb}{c + jd} &= \frac{(a \cdot c + b \cdot d) + (b \cdot c - a \cdot d)j}{c^2 + d^2}
 \end{aligned}$$

La forma más fácil de dividir es operando los números complejos en forma de **polar/fasorial**:

$$A = Ce^{j\theta} = C/\underline{\theta}$$

$$B = Ce^{j\phi} = C/\underline{\phi}$$

la división entre A y B esta definido por:

$$A/B = (C/\underline{\theta})/(C/\underline{\phi})$$

$$A/B = (C/D)/\underline{\theta - \phi}$$

- **Potencias:** Sea  $z$  un complejo, la  $n$ -ésima potencia de  $z$  es: elevar a la  $n$  el modulo de  $z$  y multiplicar  $n$  veces el argumento de  $z$ :

$$(R/\underline{\theta})^n = (R^n)/\underline{n \cdot \theta}$$

Para usar la fórmula de **Moivre**, se trabaja con la identidad de Euler:

$$(\cos \alpha + j \sin \alpha)^n = \cos(n \cdot \alpha) + j \sin(n \cdot \alpha)$$

- **Raíces:** Las  $n$  raíces de  $z$  constituyen los vértices de un polígono regular de  $n$  lados centrado en el origen del plano complejo.

$$\sqrt[n]{z} = z^{\frac{1}{n}} = \{|z|^{\frac{1}{n}} e^{\frac{\theta+2k\pi}{n}j} : 0 \leq k \leq n-1\}$$

Para pasar a forma binómica, aplicamos Euler:

$$|z| \cdot e^{\frac{\theta+2k\pi}{n}j} = |z| \left[ \cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) + j \sin\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) \right]$$

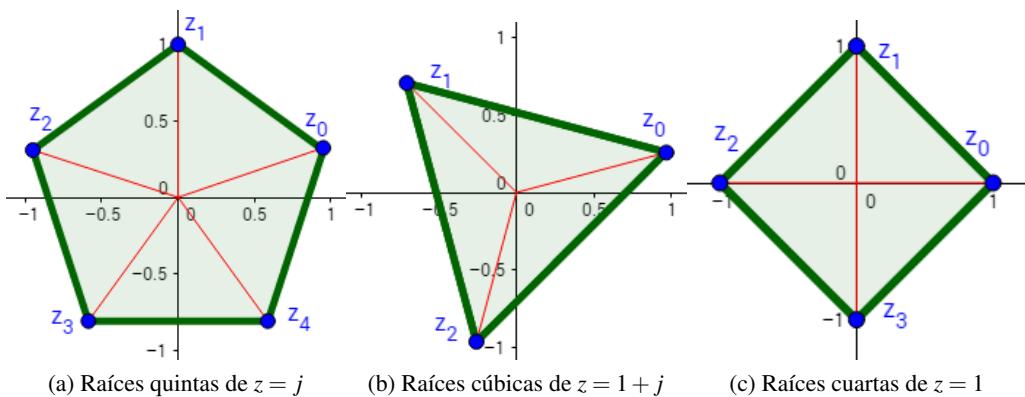


Figure 1.1: Ejemplos de raíces complejas.



Las operaciones de multiplicar y dividir un número complejo y un número real afecta tanto a la **parte real** como a la **parte imaginaria**:

$$(a + jb) \cdot k = ak + jbk$$

$$(a + jb) / k = \frac{a}{k} + j \frac{b}{k}$$

**Definición 1.2 — Inverso de un complejo.** El sistema de los números complejos tiene la propiedad de la existencia del inverso multiplicativo o recíproco para todo número distinto de cero. La propiedad del inverso multiplicativo se refiere a que para cada número  $z$ , distinto de cero, existe un número, llamado el inverso, denotado por  $z^{-1}$ , que cumple:

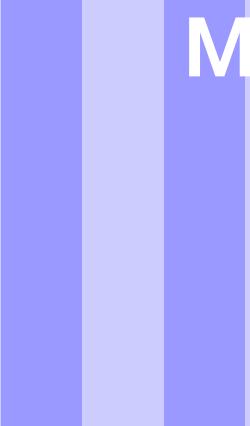
$$z \cdot z^{-1} = 1 \quad (1.4)$$

Se puede demostrar que el inverso multiplicativo de  $z = a + jb$  con  $a \cdot b \neq 0$  es:

$$z^{-1} = \frac{a - jb}{a^2 + b^2} \quad (1.5)$$

El cual se obtiene de multiplicar al numerador y denominador por el **conjugado** del denominador:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a + jb} &= \frac{a - jb}{(a + jb)(a - jb)} \\ &= \frac{a - jb}{a^2 - (jb)^2} \\ &= \frac{a - jb}{a^2 - b^2(j)^2} \\ &= \frac{a - jb}{a^2 - b^2(-1)} \\ &= \frac{a - jb}{a^2 + b^2} \end{aligned}$$



# Métodos Matemáticos I

<b>2</b>	<b>Ecuaciones Diferenciales de primer orden</b>
<b>23</b>	
2.1	Conceptos introductorios . . . . .
2.2	Variables separables . . . . .
2.3	Ecuaciones diferenciales lineales . . . . .
2.4	Ecuaciones Diferenciales Exactas . . . . .
2.5	Ecuaciones Diferenciales No Exactas . . . . .
2.6	Ecuaciones por sustitución . . . . .



## 2. Ecuaciones Diferenciales de primer orden

En este capítulo aprenderemos como resolver ecuaciones diferenciales. Para ello es necesario saber como siempre álgebra media-avanzada, cálculo diferencial e integral y sobre todo habilidad matemática.

### 2.1 Conceptos introductorios

Una ecuación diferencial es una ecuación derivada de una función desconocida(variable dependiente) respecto a una o más variables independientes.

$$\frac{dy}{dx} + 5 = e$$

Donde:

y es nuestra variable **dependiente**.

x es nuestra variable **independiente**.

#### 2.1.1 Tipos

Existen dos tipos de ecuaciones diferenciales.

##### 2.1.1.1 Ecuación diferencial Ordinaria

Son de la forma:

$$dy = 2dx$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2xy + 3$$

Donde nuestra prioridad es encontrar  $y=F(x)$ .

##### 2.1.1.2 Ecuación diferencial Parcial

Estas ecuaciones son de la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = xy$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Donde nuestra tarea es hallar  $\mathbf{u}=\mathbf{F(x,y)}$

### 2.1.2 Orden y grado

Debemos dejar en claro algunos términos claro antes de proceder: Orden y Grado.

#### 2.1.2.1 Orden

El orden de una ED<sup>1</sup> es la derivada de mayor orden que aparece.

#### 2.1.2.2 Grado

El grado de una ecuación diferencial (ya sea ordinaria o parcial) es el exponente de la mayor derivada contenida en la ecuación.

$$\underbrace{\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2}_{orden3} - 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + xy = 0$$

**Definición 2.1 — Homogeneidad en funciones.** Una función es homogénea si todos los argumentos se multiplican por un factor constante, entonces el valor de la función resulta ser un cierto número de veces el factor multiplicativo elevado a una potencia. Dicha potencia es el grado de la función homogénea.

$$G(tx,ty) = t^n \cdot G(x,y)^a \quad (2.1)$$

Una función es homogénea si al multiplicarla por  $t$  nos devuelve la misma función multiplicada  $t$  a la  $n$  veces, donde  $n$  es el grado de homogeneidad.

<sup>a</sup>Se usará letras mayúsculas para representar funciones en su forma natural y letras minúsculas como las derivadas de las mismas.

**Ejemplo 2.1** Comprobar si la función  $F(x)$  es homogénea y si lo es, indicar su grado.

$$F(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

**Solución:**

Multiplicamos por un mismo factor  $t$ .

$$F(tx,ty) = \sqrt{t^2x^2 + t^2y^2}$$

Factorizamos  $t$  de la expresión:

$$F(x,y) = t \underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{F(x,y)}$$

$$F(x,y) = t \cdot F(x,y)$$

La función es homogénea de grado 1

<sup>1</sup>Desde ahora ecuación diferencial se abreviará como ED

## 2.2 Variables separables

Son las más sencillas de identificar, para poder resolverlas es necesario hacer un despeje para "acomodar" los términos e integrar a ambos lados de la expresión.

**Definición 2.2 — ED de variables separables.** La forma estándar de estas ecuaciones es:

$$\frac{dy}{dx} = F(x, y) = \frac{g(x)}{h(y)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)}$$

$$h(y)dy = g(x)dx \rightarrow \int h(y)dy = \int g(x)dx + C$$

Después de la integración llegamos a:

$$H(y) = G(x) + C$$

También pueden verse de la forma diferencial:

$$G(x, y)dx + H(x, y)dy = 0 \quad (2.2)$$

Ambas soluciones se presentan normalmente de la manera implícita.

### Ejemplo 2.2

$$\begin{aligned} y \cdot \ln(x) \frac{dx}{dy} &= \left( \frac{y+1}{x} \right)^2 \\ \underbrace{\int x^2 \cdot \ln(x) dx}_1 &= \underbrace{\int \frac{(y+1)^2}{y} dy}_2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Resolviendo por integrales por partes para 1:

$$\begin{aligned} u &= \ln(x) & du &= \frac{1}{x} dx \\ dv &= x^2 & v &= \frac{x^3}{3} \\ \ln(x) \cdot \frac{x^3}{3} - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx && & \\ \frac{x^3 \cdot \ln(x)}{3} - \frac{x^3}{9} && & \end{aligned} \quad (2.4)$$

Resolviendo normalmente para 2:

$$\begin{aligned} \int \left( \frac{y^2}{y} + \frac{2y}{y} + \frac{1}{y} \right) dy & \\ \frac{y^2}{2} + 2y + \ln(y) & \end{aligned} \quad (2.5)$$

Juntando los resultados de 1 y 2:

$$\boxed{\frac{x^3 \ln(x)}{3} - \frac{x^3}{9} = \frac{y^2}{2} + 2y + \ln(y) + C} \quad (2.6)$$

■

**Ejemplo 2.3** Ejercicio ED de primer orden con Condiciones Iniciales<sup>a</sup>.

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} + ty &= y; \quad y(1) = 3 \\ \frac{dy}{dt} &= y - ty \\ \frac{dy}{dt} &= y(1-t) \\ \int \frac{1}{y} dy &= \int (1-t) dt \\ \ln(y) &= t - \frac{t^2}{2} + C \end{aligned} \quad (2.7)$$

De por sí, la ecuación 2.7 es la respuesta, pero por algo nos dan las C.I. Recordemos que  $y$  es una función que depende de  $t$ , en otras palabras:  $Y(t)$ . Con la C.I. que nos dieron, nos quiere decir que cuando  $t=1$ ,  $y$  vale 3. Bajo este pensamiento podemos seguir con el procedimiento (usando las ecuaciones 25.1 y 25.2) para hallar  $C$  para la ecuación 2.7.

$$\begin{aligned} y &= e^{t - \frac{t^2}{2} + C}; \quad y(1) = 3 \\ 3 &= e^{1 - \frac{1^2}{2} + C} \\ \ln(3) &= \frac{1}{2} + C \\ \ln(3) - \frac{1}{2} &= C \end{aligned} \quad (2.8)$$

Una vez despejada la ecuación de 2.8 podemos reemplazarla en la ecuación 2.7:

$$\boxed{\ln(y) = t - \frac{t^2}{2} + \ln(3) - \frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

■

<sup>a</sup>Desde ahora se abreviará como C.I.

**Ejemplo 2.4** Resolver la siguiente E.D.:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8} \quad (2.10)$$

Factorizando y separando la ecuación 2.10:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{x(y+3) - (y+3)}{x(y-2) + 4(y-2)} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{(y+3)(x-1)}{(y-2)(x+4)} \\ \frac{y-2}{y+3} dy &= \frac{x-1}{x+4} dx\end{aligned}\tag{2.11}$$

Desarrollando las divisiones de ambos lados:

$$\begin{aligned}\int 1 - \frac{5}{y+3} dy &= \int 1 - \frac{5}{x+4} dx \\ y - 5 \ln|y+3| &= x - 5 \ln|x+4| + C\end{aligned}\tag{2.12}$$

Usando propiedad de los logaritmos(25.3):

$$\ln|x+4|^5 - \ln|y+3|^5 = x - y + C\tag{2.13}$$

Usando la propiedad de logaritmos(25.4):

$$\begin{aligned}\ln\left(\frac{x+4}{y+3}\right)^5 &= x - y + C \\ \left(\frac{x+4}{y+3}\right)^5 &= e^{x-y} \cdot e^C\end{aligned}\tag{2.14}$$

En este caso, una exponencial de  $c$  es posible solo expresarla como una exponencial con exponente 1:

$\left(\frac{x+4}{y+3}\right)^5 = e^{x-y} \cdot e^C$

■

(2.15)

## 2.3 Ecuaciones diferenciales lineales

**Definición 2.3 — E.D.L.. Forma estándar:**

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)\tag{2.16}$$

Si  $Q(x)=0$ , la E.D. 2.16 es **homogénea**

Si  $Q(x) \neq 0$ , la E.D. 2.16 **NO es homogénea**.

Para resolver este tipo de E.D. necesario un cambio de variable que se demuestra de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dx} \left[ e^{\int P(x)dx} \cdot y \right]\tag{2.17}$$

Derivando el producto de funciones:

$$e^{\int P(x)dx} \cdot y + e^{\int P(x)dx} \cdot \frac{dy}{dx}$$

Acomodando los términos:

$$e^{\int P(x)dx} \left[ P(x)y + \frac{dy}{dx} \right] \quad (2.18)$$

Tengamos en cuenta la igualdad entre las ecuaciones 2.17 y 2.18, por lo que es posible reemplazarla:

$$\underbrace{\left[ P(x)y + \frac{dy}{dx} \right] e^{\int P(x)dx}}_{Ecuacion2.17} = Q(x) \cdot e^{\int P(x)dx}$$

$$\frac{d}{dx} \left[ e^{\int P(x)dx} \cdot y \right] = Q(x) \cdot e^{\int P(x)dx}$$

Integrando a ambos lados

$$\int \frac{d}{dx} \left[ e^{\int P(x)dx} \cdot y \right] dx = \int Q(x) \cdot e^{\int P(x)dx} dx$$

$$e^{\int P(x)dx} \cdot y = \int Q(x) \cdot e^{\int P(x)dx} dx$$
(2.19)

Despejando y:

$$y = \frac{\int Q(x) \cdot e^{\int P(x)dx} dx}{e^{\int P(x)dx}} + C$$

Haremos un cambio de variable:

$$U(x) = e^{\int P(x)dx} \quad (2.20)$$

Haciendo el cambio de variable de la ecuación 2.3 en el resultado de la ecuación 2.19 se obtiene:

$$U(x)Y(x) = \int Q(x)U(x)dx + C \quad (2.21)$$

En conclusión, para resolver una ecuación diferencial, se usa la ecuación 2.21, teniendo en cuenta el cambio de variable de la ecuación 2.20.

**Ejemplo 2.5** Resolver la siguiente E.D.L.:

$$(1-x^2) \frac{dy}{dx} - x = -xy$$

Para resolver esta E.D.L. es necesario darle la forma a la ecuación, osea ordenar los términos y encontrar las funciones P(x) y Q(x) de acuerdo a la ecuación 2.16. En este caso tenemos que aislar la diferencial ( $\frac{dy}{dx}$ ), es por ello que dividimos todo entre ese término que acompaña a la diferencial. Luego hemos intercambiado los términos para tener del lado izquierdo la diferencial y una función que multiplique a y, mientras que del lado derecho tenemos que tener solo una función:

$$(1-x^2) \frac{dy}{dx} - x = -xy$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{x}{(1-x^2)}y = \frac{x}{(1-x^2)}$$

$$P(x) = \frac{x}{(1-x^2)} \quad Q(x) = \frac{x}{(1-x^2)} \quad (2.22)$$

Una vez que tenemos identificamos las funciones P(x) y Q(x), tenemos que usar el cambio de variable (ecuación 2.20). Antes de seguir resolviendo la ecuación principal, resolvamos el

cambio de variable. Para ello integramos la función P(x) como manda la ecuación 2.20:

$$\int \frac{x}{(1-x^2)} dx = -\frac{1}{2} \ln|1-x^2|$$

$$\therefore e^{\int P(x)dx} = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} = U(x)$$

La solución anterior, si es un poco complicada de comprender, se uso la propiedad 25.6. Una vez que tenemos la función U(x), volvemos a la resolución principal, usando la función U(x) procedemos con la ecuación 2.21 (despejamos Y(x), para ellos dividimos a ambos entre U(x)):

$$Y(x) = \frac{\int \frac{x}{(1-x^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx}{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}} + C$$

$$Y(x) = \frac{\int \frac{x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} dx}{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}} + C$$

$$Y(x) = \frac{-\frac{1}{2} \cdot 2(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} + C}{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}}$$

Separando el denominador para cada término del numerador:

$$Y(x) = 1 + C(1-x^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

■

## 2.4 Ecuaciones Diferenciales Exactas

Este tipo de ecuaciones toman como referencia a las ecuaciones diferenciales de primer orden.

**Definición 2.4 — Ecuaciones Diferenciales exactas.** En base a la ecuación 2.2, se busca la siguiente forma estándar para poder resolver:

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0 \quad (2.24)$$

Será exacta si cumple con la siguiente condición:

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \quad (2.25)$$

### ¿Cómo resolverla?

Si hemos comprobado que nuestra ecuación diferencial es exacta usando la ecuación 2.34, entonces existe una función  $F(x,y)$  tal que:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial x} = M(x,y) \quad (2.26a)$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y) \quad (2.26b)$$

En la ecuación 2.26a podemos determinar  $F(x,y)$  si integramos  $M(x,y)$  respecto a  $x$ , obviamente manteniendo a  $y$  como una constante. Si lo hacemos obtendremos:

$$F(x,y) = \int M(x,y)dx + G(y) \quad (2.27)$$

Añadimos la función  $G(y)$  porque es una función de  $y$  implícita, es decir existe ahí, pero como derivamos en función a  $x$ , esta función  $G(y)$  desaparece porque  $y$  es considerada constante.

De la ecuación 2.27, ahora derivamos respecto a  $y$  e igualamos este resultado con la ecuación 2.26b:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \int M(x,y)dx \right) + g'(y) = N(x,y) \quad (2.28a)$$

$$g'(y) = N(x,y) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \int M(x,y)dx \right) \quad (2.28b)$$

Ahora integraremos la ecuación 2.28b respecto a  $y$  y reemplazamos en la ecuación 2.27. Con eso ya estaría resuelta la ecuación diferencial exacta. La solución general se da de la siguiente manera:

$$F(x,y) = C$$

**Ejemplo 2.6** Resolver:

$$2y^2x - 3dx + 2yx^2 + 4dy = 0$$

Antes de todo, identifiquemos las funciones  $M$  y  $N$  en nuestra E.D.E:

$$\underbrace{2y^2x - 3dx}_{M(x,y)} + \underbrace{2yx^2 + 4dy}_{N(x,y)} = 0$$

Trata de guiarte por las diferenciales( $dx$  y  $dy$ ) para identificarlas bien. Ahora tenemos que comprobar que se trata de una E.D.E:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 4xy = \frac{\partial N}{\partial x}, \therefore \text{es exacta.} \quad (2.29)$$

Como es exacta, existe una función  $F(x,y)$ , así que seguimos los pasos descritos anteriormente. Empezamos con la ecuación 2.26a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(x,y)}{\partial x} &= 2y^2x - 3 \\ F(x,y) &= \int 2y^2x - 3dx + G(y) \\ F(x,y) &= y^2x^2 - 3x + G(y) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Ya tenemos la respuesta, pero debemos hallar  $G(y)$  para poder reemplazarla en 2.30. En consecuencia seguimos con el paso detallado en la ecuación 2.26b:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = 2yx^2 + 4 \quad (2.31)$$

Lo que vamos a hacer es lo siguiente: Nosotros ya tenemos  $F(x,y)$  (ecuación 2.30) pero nos falta hallar  $G(y)$ , es por ello que hallamos el término de  $N(x,y)$ (ecuación 2.26b). Ese término nos dice que si realizamos la derivada parcial respecto a  $y$  a la función  $F(x,y)$  obtendremos  $N(x,y)$ . Nosotros tenemos  $F(x,y)$  y tenemos  $N(x,y)$ ; y tenemos una función desconocida que depende de

$y(G(y))$ , por consecuencia, hallaremos esa función desconocida:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = 2yx^2 + g'(y) = 2yx^2 + 4 \quad (2.32a)$$

$$g'(y) = 4 \quad (2.32b)$$

$$\int g'(y)dy = \int 4dy \quad (2.32c)$$

$$G(y) = 4y \quad (2.32d)$$

### ¿Qué se hizo?

Por si te cuesta entender, vamos a detallar:

1. **Ecuación 2.32a:** Hallamos el termino correspondiente a la expresión 2.26b, que es la expresión 2.31; si nos centramos solo en esta expresión nos dice que: la derivada parcial de  $F(x,y)$  respecto a  $y$  es  $N(x,y)$ . Nosotros sabemos cuanto vale  $N(x,y)$  pero no sabemos cuando vale  $F(x,y)$ . Pero, si nos fijamos bien, sabemos cuanto vale  $F(x,y)$ (ecuación 2.30), y si la derivamos podemos igualar a la expresión 2.31.
2. **Ecuación 2.32b y 2.32c:** Ya hallamos  $g'(x)$ , así que solo nos queda integrar **respecto a  $y$**  porque es una función de  $y$ .

Ahora que tenemos todo: solo nos queda reemplazar en la ecuación 2.30 el valor de la función incógnita  $G(y)$  hallada en 2.32d:

$$\boxed{F(x,y) = y^2x^2 - 3x + 4y = C} \quad (2.33)$$

■



Se puede cambiar el orden de resolver, es decir, primero hemos resuelto la expresión 2.26a y luego la expresión 2.26b, pero también es valido(y debería salir lo mismo) si haces primero la expresión 2.26b y luego la expresión 2.26a

## 2.5 Ecuaciones Diferenciales No Exactas

Este tipo de E.D.N.E son reducibles a E.D.E mediante un factor integrante.

**Definición 2.5 — Ecuaciones Diferenciales exactas.** En base a la ecuación 2.2, se busca la siguiente forma estándar para poder resolver:

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

Será exacta si cumple con la siguiente condición:

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} \neq \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \quad (2.34)$$

### ¿Cómo resolver?

Tenemos que buscar un F.I.<sup>2</sup> para que la E.D.N.E se haga E.D.E.

Si:

$$\frac{1}{N(x,y)} \left( \frac{\partial M(x,y)}{\partial y} - \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \right) \quad (2.35)$$

devuelve como resultado una función que **SOLO** depende de  $x$ ; entonces el F.I. es:

$$U(x) = e^{\int \frac{1}{N(x,y)} \left( \frac{\partial M(x,y)}{\partial y} - \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \right) dx} \quad (2.36)$$

<sup>2</sup>Abreviación de Factor Integrante

Si:

$$\frac{1}{M(x,y)} \left( \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial M(x,y)}{\partial y} \right) \quad (2.37)$$

devuelve como resultado una función que **SÓLO** depende de  $y$ ; entonces el F.I. es:

$$U(y) = e^{\int \frac{1}{M(x,y)} \left( \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial M(x,y)}{\partial y} \right) dy} \quad (2.38)$$

Cuando se hallada multiplicamos a toda la E.D.N.E por F.I.; haciendo esto la E.D pasará a ser una E.D.E. y se procede a resolver como tal.

**Ejemplo 2.7** Resolver:

$$xydx + (2x^2 + 3y^2 - 20)dy = 0$$

**Solución:**

Queda de más que antes de todo, es necesario identificar  $M(x,y)$  y  $N(x,y)$ :

$$\underbrace{xy}_{M(x,y)} dx + \underbrace{(2x^2 + 3y^2 - 20)}_{N(x,y)} dy = 0$$

Como primer paso, tenemos que ver si se trata de una E.D exacta o no exacta:

$$\begin{cases} \frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = x \\ \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 4x \end{cases} \neq \therefore \text{La E.D. no es exacta} \quad (2.39)$$

Procedemos con la solución de esta E.D.N.E., por lo tanto tendremos que hallar el F.I.. Empezaremos con la ecuación 2.35<sup>a</sup>

$$\frac{1}{(2x^2 + 3y^2 - 20)} \left( \frac{\partial(xy)}{\partial y} - \frac{\partial(2x^2 + 3y^2 - 20)}{\partial x} \right) = \frac{-3x}{2x^2 + 3y^2 - 20}$$

Aquí tenemos un problema, se supone que la función resultante solo debe depender de  $x$ , pero la nuestra depende de  $y$  también. Descartamos esta.

Como esta primera comprobación para hallar F.I. no cumple la condición probamos con la otra(ecuación 2.37):

$$\frac{1}{xy} \left( \frac{\partial(2x^2 + 3y^2 - 20)}{\partial x} - \frac{\partial(xy)}{\partial y} \right) = \frac{3x}{xy} = \frac{3}{y}$$

Este condicionante para hallar el F.I. solo depende de  $y$ , así que nos sirve y por ende, trabajaremos con ese mismo, por lo que ahora hallaremos el F.I. según la expresión 2.38:

$$U(y) = e^{\int \frac{3}{x} dy} = y^3 \quad (2.40)$$

Cuando se halla encontrado el F.I. multiplicamos a toda la E.D.N.E por  $U(y)$  para obtener una E.D.E.

$$\begin{aligned} & y^3(xydx + (2x^2 + 3y^2 - 20)dy = 0) \\ & xy^4dx + (2x^2y^3 + 3y^5 - 20y^3) = 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

Si en este momento procedemos a comprobar si es exacta, obtendremos:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 4xy^3 = \frac{\partial N}{\partial x}, \therefore \text{es exacta.}$$

Ahora podemos resolverla como lo hacemos para las E.D.E.:

$$F(x,y) = \int xy^4 dx + G(y)$$

$$F(x,y) = \frac{y^4 x^2}{2} + G(y)$$

Derivamos F(x,y) respecto a y e igualamos a N(x,y)

$$2y^3x^2 + g'(y) = 2x^2y^3 + 3y^5 - 20y^3$$

$$g'(y) = 3y^5 - 20y^3$$

$$G(y) = y^6 - 5y^4$$

$$F(x,y) = \frac{y^4 x^2}{2} + \frac{y^6}{2} - 5y^4 = C$$

Multiplicando por dos a toda la expresión, teniendo en cuenta que 2 es constante:

$$\boxed{y^4 x^2 + y^6 - 10y^4 = C} \quad (2.42)$$

<sup>a</sup>Puedes empezar con la ecuación 2.35 o 2.37, de notas formas, si una no cumple la condición usas la otra.

■

## 2.6 Ecuaciones por sustitución

### 2.6.1 Ecuaciones Homogéneas

Recordando lo aprendido en la ecuación 2.1, una ecuación de la forma:

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

será homogénea si M(x,y) y N(x,y) son homogéneas del mismo grado:

$$M(xt, yt) = t^n M(x, y) \quad N(xt, yt) = t^n N(x, y)$$

o:

$$M(x, y) = x^n M(1, u) \quad N(x, y) = x^n N(1, u), \text{ donde: } u = \frac{y}{x}$$

Al final, tenemos que devolver el cambio de variable  $u$ . Una ecuación diferencial homogénea siempre puede reducirse a una ecuación de variable separable por medio de una sustitución algebraica.

#### ¿Cómo se hace?

Sea la ecuación diferencial de la forma 2.24 y sea homogénea. Se reduce a una E.D de variable separable usando cualquiera de las sustituciones, recordando que  $u$  y  $v$  son las nuevas variables dependientes.:

$$y = u \cdot x \quad (2.43a)$$

$$x = v \cdot y \quad (2.43b)$$

Si elegimos  $y=u \cdot x$  con su derivada:

$$y = u \cdot x \longrightarrow dy = udx + xdu \quad (2.44)$$

Si reemplazamos 2.44 en 2.24:

$$M(x, ux)dx + N(x, ux) \underbrace{(udx + xdu)}_{dy} = 0$$

Aplicando la propiedad de homogeneidad a M y N es posible escribir:

$$x^n M(1, u)dx + x^n uN(1, u)dx + x^n xN(1, u)du = 0$$

$$x^n [M(1, u) + uN(1, u)]dx + x^n xN(1, u)du = 0$$

Dividiendo a toda la expresión entre  $x^n$

$$[M(1, u) + uN(1, u)]dx + N(1, u)du = 0$$

Si hacemos una división a nuestra conveniencia para arreglar la E.D.

$$\frac{dx}{x} + \frac{N(1, u)du}{M(1, u) + uN(1, u)} = 0$$



El procedimiento anterior no debe ser memorizado, puesto que es solo una ejemplo de como se debe realizar las sustituciones. El procedimiento debe hacerse por completo.

La sustitución por  $x=v \cdot y$  se realiza de manera similar.

#### Observaciones:

1. En la practica, la sustitución de  $x=v \cdot y$  se elige cuando la función  $M(x, y)$  sea de estructura más simple que  $N(x, y)$ .
2. Cuando no hay diferencia apreciable entre M y N , se puede usar cualquiera de los dos sustituciones.
3. Si al resolver la que escogimos vemos que se torna complicada(algebraicamente) usamos la otra sustitución.

#### Ejemplo 2.8

Resolver:

$$(x - y)dx + xdy = 0 \quad (2.45)$$

Si hacemos las propiedades de la homogeneidad, notaremos que son homogéneas en grado 1. Elegiremos:

$$y=u \cdot x \longrightarrow dy = udx + xdu \quad (2.46)$$

Reemplazando 2.46 en 2.8:

$$(x - ux)dx + x(udx + xdu) = 0$$

Dividimos toda la expresión entre x:

$$(1 - u)dx + (udx + xdu) = 0$$

Agrupando algebraicamente:

$$(1 - u + u)dx + xdu = 0 \longrightarrow dx + xdu = 0$$

Dividimos entre  $x^a$ :

$$\frac{dx}{x} + du = 0$$

Esta expresión ya es una E.D. de variable separable:

$$\int \frac{dx}{x} + \int du = \int x \\ \ln|x| + u = c$$

Devolviendo la variable  $u$ :

$$\boxed{\ln|x| + \frac{y}{x} = C}$$

<sup>a</sup>Este paso depende de la función, recuerda que tenemos que buscar una E.D. de variable separable.

■

## 2.6.2 Ecuaciones Diferenciales de Bernoulli

Otro tipo de ecuación que se resuelven por sustitución son las ecuaciones diferenciales de Bernoulli.

**Definición 2.6** La forma estándar de las E.D. de Bernoulli es:

$$\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^n \quad (2.47a)$$

$$\frac{dx}{dy} + P(y) \cdot x = Q(y) \cdot x^n \quad (2.47b)$$

**R** En algunos casos, pueden haber funciones que acompañen a las  $\frac{dy}{dx}$ , pero ya se trata de un trabajo algebraico en llegar a las expresiones 2.47.

En ambos casos de las formas estándares 2.47, si  $n=0$ ,  $y=1$  en la ecuación 2.47a o  $x=1$  en la ecuación 2.47b nos encontramos ante una E.D.L. y no hay problemas porque ya sabemos como resolver. Sin embargo si  $n \neq 0$ ,  $y \neq 1$  en la ecuación 2.47a o  $x \neq 1$  en la ecuación 2.47b nos encontramos frente a un E.D.B<sup>3</sup>, estas E.D. se resuelven aplicando una sustitución.

El cambio de variable es:

$$W = 1^{1-n} \quad (2.48)$$

**¿Cómo se llega a ese cambio de variable?**<sup>4</sup>

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

Dividimos entre  $y^n$ :

$$y^{-n} \frac{dy}{dx} + P(x)y^{1-n} = Q(x) \quad (2.49)$$

Haciendo un cambio de variable con su derivada:

$$W = y^{1-n} \rightarrow \frac{dw}{dx} = (1-n)y^{-n} \cdot \frac{dy}{dx} \\ \frac{1}{(1-n)} \cdot \frac{dw}{dx} = y^{-n} \cdot \frac{dy}{dx} \quad (2.50)$$

<sup>3</sup>Abreviación de Ecuación Diferencial de Bernoulli.

<sup>4</sup>Obviamente en esta caso  $y \neq 1$  y  $n \neq 0$ .

Sustituyendo la expresión 2.50 en 2.49:

$$\frac{1}{(1-n)} \cdot \frac{dw}{dx} + P(x)W = Q(x)$$

Multiplicando toda la expresión por (1-n):

$$\frac{dw}{dx} + \underbrace{(1-n)P(x)}_M W = \underbrace{(1-n)Q(x)}_N$$

Ahora es una E.D.L. y se procede con su procedimiento aprendido.

**Ejemplo 2.9** Resolver:

$$(4-x^2) \frac{dy}{dx} + 4y = (2+x)y^2$$

Buscamos una expresión similar a 2.47a:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{4}{(4-x^2)}y = \frac{2+x}{(4-x^2)}y^2$$

Dividimos entre  $y^2$ :

$$y^{-2} \frac{dy}{dx} + \frac{4}{(4-x^2)}y^{-1} = \frac{2+x}{(4-x^2)} \quad (2.51)$$

Efectuamos el cambio de variable W:

$$\begin{aligned} W &= y^{1-2} \rightarrow \frac{dw}{dx} = (1-2)y^{-2} \cdot \frac{dy}{dx} \\ -\frac{dw}{dx} &= y^{-2} \cdot \frac{dy}{dx} \end{aligned} \quad (2.52)$$

Reemplazando la expresión 2.52 en 2.51:

$$\begin{aligned} -\frac{dw}{dx} + \frac{4W}{(4-x^2)} &= \frac{2+x}{4-x^2} \\ \frac{dw}{dx} + \frac{4}{(x^2-4)} \cdot W &= \frac{1}{x-2} \end{aligned}$$

Ahora se procede a resolver como una E.D.L.

$$\begin{aligned} U(x) &= e^{\int \frac{4}{(x-2)} dx} \\ U(x) &= e^{4 \ln|x+2|} \\ U(x) &= \frac{x-2}{x+2} \\ \frac{x-2}{x+2} \cdot W(x) &= \int \frac{1}{(x-2)} \cdot \frac{(x-2)}{(x+2)} dx + C \\ W(x) &= [\ln|x+2| + C] \cdot \frac{x+2}{x-2} \end{aligned}$$

Devolviendo el cambio de variable  $W = y^{(1-2)}$ :

$$\boxed{y^{-1} = [\ln|x+2| + C] \cdot \frac{x+2}{x-2}} \quad (2.53)$$

■



# Sistemas Digitales

<b>3</b>	<b>Sistemas de numeración .....</b>	<b>41</b>
3.1	Sistema decimal: 10 .....	41
3.2	Sistema binario-2 .....	42
3.3	Sistema hexadecimal-16 .....	44
3.4	Conversión .....	45
<b>4</b>	<b>Lógica digital .....</b>	<b>49</b>
4.1	Compuertas lógicas .....	49
4.2	Formas de expresar funciones booleanas .....	55
4.3	Axiomas .....	59
4.4	Teoremas del álgebra de conmutación .....	59
4.5	Mapas de Karnaugh .....	61
4.6	Parámetros TTL y CMOS .....	68
<b>5</b>	<b>Circuitos Lógicos .....</b>	<b>73</b>
5.1	Sumador .....	73
5.2	Codificador y Decodificador .....	77
5.3	Multiplexor y Demultiplexor .....	80
5.4	Latch .....	82
5.5	Flip-Flops .....	88
5.6	División de frecuencia .....	94
5.7	Monoestables .....	94
<b>6</b>	<b>Circuitos Lógicos Secuenciales .....</b>	<b>97</b>
6.1	Máquina de estados .....	97
6.2	Grafos de estados .....	100



### 3. Sistemas de numeración

#### 3.1 Sistema decimal: 10

El que todos conocemos, los números representados en este sistema tiene como base el número diez y sus múltiplos:

6	5	4	3	2	1	0
$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$

Notamos en la primera fila el **la posición**, en la segunda fila sus potencias en **base 10** basadas en la posición. Y se sabe que un número cualquiera puede ser expresado en base de 10, con el cuadro anterior podemos deducir que:

$$127 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

Los números en base 10 van desde el 0 hasta el 9, aunque se llame base 10 **NO** llega nunca el número 10, sino que el 10 es la combinación del 1 con el 0 y así sucesivamente.

En conclusión, el número se descompone en unidades, decenas, centenas, etc y se multiplica el valor de cada uno por la base correspondiente.

##### 3.1.1 Suma

La suma se realiza columna por columna, recordando que el **límite** mayor es el 9, por ejemplo:

$$\begin{array}{r} & & 1 \\ & + & 1 & 2 & 3 \\ & & 1 & 9 \\ \hline & & 1 & 4 & 2 \end{array}$$

Si sumamos en la primera columna (de derecha a izquierda), nueve más 3 da 12 y decimos *llevamos 1* porque ha rebasado el límite, colocamos solo el número de la unidad y llevamos 1 hacia la otra columna y así sucesivamente con las demás columnas.

##### 3.1.2 Resta

En la resta pasa algo similar, si tenemos el minuendo mayor que el sustraendo no habrá problemas, sin embargo cuando el sustraendo es mayor que el minuendo solemos hacer la jugada comúnmente llamada “*nos prestamos*” de la siguiente columna.

$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 3 \\ - 1\ 9 \\ \hline 1\ 0\ 4 \end{array}$$

Prestemos atención a esa simple “jugada”, en la resta presentada tenemos: 3-9, no podemos restar así que nos prestamos 1 del 2 de la siguiente columna, ahora tenemos 13-9, aquí tengo que **resaltar** que es lo que realmente se ha hecho: al “prestarnos 1” lo que se hizo es pasar un decena o 10 al número que lo necesite y poder efectuar la resta, es por eso que el 3 pasa a ser 13 porque como pasamos 10 queda:  $10+3=13$ .

Ahora si podemos restar, 13-9 da 4; siguiente columna, el dos de donde nos “prestamos” pasa a ser 1 y en esta columna tendríamos 1-1 el cual da 0, por último bajamos el 1. En conclusión, al “prestarnos” lo que hacemos es pasar de una columna a otra un **valor de diez**.

## 3.2 Sistema binario-2

Aquí, el sistema esta basado en **potencias de 2** y los símbolos permitidos son solo el **0 y 1**. Funcionan al igual que los demás sistemas:

7	6	5	4	3	2	1	0
$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$



En este sistema no esta definido unidades, decenas o centenas, pues esos son propios del sistema decimal; en su lugar para identificarlos, cada valor es llamado **bit** y el bit que indica de donde se empieza a leer (en decimal se sobre-entiende que se lee de izquierda a derecha) se llama **bit más significativo** (MSB), usualmente es el que esta más a la izquierda pero hay aplicaciones donde cambia de posición; la contraparte del MSB es **bit menos significativo** (LSB) e indica el final del número.

Aún no tocaremos las potencias de dos, eso lo veremos más adelante.

Es usual ver números en este sistema agrupados de 4 en 4 bits, pero no es obligatorio. **8 bits son iguales a 1 byte**.

### 3.2.1 Suma

Trabajamos igual que siempre, teniendo en cuenta los bits que rebasen el sistema, es decir:

- **0+0=0**
- **0+1=1**
- **1+0=1**
- **1+1=10**, al igual que en binario, el cero lo colocamos en la respuesta y el 1 se convierte en acarreo para la siguiente columna, o en otras palabras: *llevamos 1*.

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0 \\ + 0\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 1 \end{array}$$

### 3.2.2 Resta

La resta trabaja bajo la misma teoría, el límite es 1 aunque el sistema binario trabaje en base 2:

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1 \\ - 0\ 1\ 1 \\ \hline 0\ 1\ 0 \end{array}$$

Restamos de izquierda a derecha como sabemos:

1. 1-1: Da 0

2. 0-1: Aquí no podemos restar, hacemos un “préstamo” del 1 de la siguiente fila, ese préstamo lo que hace es darnos la base del sistema como vimos antes, aquí el préstamo haría 10 en binario (o 2 en decimal<sup>1</sup>), tenemos dos opciones: ese préstamo nos dio un 2, sumamos 2+0 y tenemos 2, ahora lo restamos con el 1 u tenemos 1; la segunda opción es trabajar con binario, tendríamos 10 (1 del préstamo) y restamos 10-1=01, esta forma se entenderá mejor más adelante.

Como recurso final se puede usar las siguientes condiciones:

- **0-0=0**
- **0-1=1**, con acarreo negativo en la siguiente columna
- **1-0=1**
- **1-1=0**

### 3.2.3 Negativos

Los negativos con un tanto confuso pero funcionan bajo una lógica simple, se poseen 4 formas de expresar los negativos: Signo-magnitud, complemento a 1, complemento a 2 y exceso:

#### 3.2.3.1 Signo-magnitud

El bit más significativo (MSB) nos indicará si es positivo (0) o negativo (1). Si queremos pasar a decimal, ese uno que indica **negativo** es coloca como -1 en la suma por exponentes. Siempre deben ir agrupador de 4 bits, si tienes 1100 debes colocar el signo magnitud así: 1000 1100.

#### 3.2.3.2 Complemento a 1

También llamado inverso, para esto cambiamos todos los ceros por unos y los unos por ceros.

#### 3.2.3.3 Complemento a 2

También llamado solo complemento, para ello realizamos un complemento a 1, luego de ello le sumamos 1 al número binario

#### 3.2.3.4 Exceso

Sea un número negativo binario de n bits, pasamos a decimal, sumamos dicho número más  $2^{n-1}$  y el resultado lo pasamos a binario.

Si el número es 1101 0100, pasamos a decimal: -84, como se usaron 8 bits para representarlo:  $-84 + 2^{8-1} = 44$ , ahora pasamos el 44 a binario: 00101100.

**Ejemplo 3.1 — Representar el número -84 decimal en binario negativo.** Para los ejemplo trabaremos con el  $-84_{10} \simeq 1010100$ :

Signo-Magnitud	1	1	0	1	0	1	0	0
Complemento 1	1	0	1	0	1	0	1	1
Complemento 2	1	0	1	0	1	1	0	0
Exceso	0	0	1	0	1	1	0	0



No puedes identificar un número negativo a simple vista, pues por ejemplo 1001 1010 puede significar  $154_{10}$  o  $-26_{10}$ , es por ello que el ejercicio, el problema, el *datasheet* del microcontrolador o la documentación te especificará en que formato esta dado cierto número.

<sup>1</sup>Más adelante veremos conversiones

### 3.3 Sistema hexadecimal-16

La base aquí es 16 y suele ser confuso porque no usa solo números, sino que usa letras, las potencias son las siguientes:

7	6	5	4	3	2	1	0
$16^7$	$16^6$	$16^5$	$16^4$	$16^3$	$16^2$	$16^1$	$16^0$

Al ser base 16, el límite será 15, y los números que conocemos solo van del 0 al 9, por eso para cubrir la demanda del 10, 11, 12, 13, 14 y 15 se usan las letras: a, B, C, D, E y F respectivamente.

#### 3.3.1 Suma

La suma se realiza como siempre, te ayudas del sistema decimal, es decir si tienes  $4+6=10$  en decimal pero el 10 es A y esta dentro de los valores del sistema hexadecimal, por lo tanto,  $4+6=A$  y sigues así con cada columna. Si por ejemplo tienes A+B, daría 21 en decimal pero en hexadecimal no existe símbolo para 21; entonces tenemos que restar  $n$  veces 16 hasta que ya no se pueda:

Supongamos que sumamos 15+14 o F+E, esta suma dará  $29_{10}$ , para colocarlo en hexadecimal restamos 16  $n$ -veces:

$$29 - 16 = 13 \simeq D$$

Solo hemos necesitado restar **una** vez 16, entonces ponemos como resultado  $D$  y llevamos 1, que son las veces que restamos 16. Veamos un ejemplo para entender mejor:

**Ejemplo 3.2 — Restar AA menos 9.** Ubicamos los números:

$$\begin{array}{r} AA \\ + 9 \\ \hline B 3 \end{array}$$

- Sumamos A+9, da  $19_{10}$ , restamos 16:  $19-16=3$ , colocamos 3 en la respuesta y llevamos 1, que son las veces que restamos 16.
- Sumamos A con el 1 que llevamos:  $A+1=B$  y colocamos la respuesta.

#### 3.3.2 Resta

**Ejemplo 3.3 — Restar A39F menos 1CD8.** Ubicamos los números en forma de resta para poder hacer los cálculos sin confundirnos.

Recordando que vamos a trabajar en dos sistemas, la operación se realizará en hexadecimal y los cálculos serán ayudados por el sistema decimal.

$$\begin{array}{r} A 3 9 F \\ - 1 C D 8 \\ \hline 8 6 C 7 \end{array}$$

1. F-8=7, colocamos en la respuesta.
2. 9-D=9-13, nos prestamos 1 del 3 de la siguiente columna, recordemos que no nos presta 1, sino que nos presta 16. Ahora sumamos  $16+9=25$ , ahora si recién restamos  $25-13=12$  o C, colocamos el C en la respuesta.
3. Como prestamos 1 al 9, nos queda  $3-1=2$ , restamos  $2-C$  y vemos que no es posible, nuevamente nos prestamos una unidad del A de la siguiente columna. Esa unidad en realidad son 16, por lo tanto  $16+2=18-C=6$ , y colocamos el 6.
4. En la última columna tenemos A-1=9 porque hemos prestado. Tenemos que restar 9-

1=8, aquí no tenemos problemas pues el ocho esta dentro del sistema hexadecimal. Lo colocamos.

■

### 3.3.3 Negativos

Los negativos trabajan con el complemento a 2 de los binarios, una vez que obtengas el complemento a 2, tienes que asegurar que el número tenga grupos de 4 bits, sino completa con 1's a la **izquierda**<sup>2</sup> hasta que puedas agrupar en grupos de 4 bits. Luego de agrupar, interpreta cada grupo con su símbolo en hexadecimal correspondiente.

## 3.4 Conversión

### 3.4.1 Decimal a binario

Un método efectivo son las divisiones sucesivas, una variante permite obtener el número mucho más rápido:

1. Para ello colocamos el número en la parte derecha de nuestra hoja o donde vayamos a calcular.
2. Dividimos entre dos, si es posible la división entre 2, colocamos debajo del número un 0, si no es posible, restamos un 1 y lo colocamos debajo del número y una vez restado dividimos entre 2.
3. Si el valor es 1, colocamos debajo de este un 1.

**Ejemplo 3.4 — Convertir 135 a binario.** Nos ayudaremos de una tabla, colocamos el número a la derecha y procedemos con los pasos dados:

1	2	4	8	16	33	67	135
1	0	0	0	0	1	1	1

Los cuadros rojizos con impares, por lo que no pueden dividirse entre 2, por eso se resta 1 y es colocado debajo ellos, ahora es posible dividirlo entre 2.

Los cuadros verduscos son pares, así que son divisibles entre 2, por lo tanto se pone un 0 debajo de ellos.

El cuadro celeste es 1, ya no podemos seguir así que lo bajamos. Y como se mencionó, se suele dar las respuestas en grupo de 4 bits o bytes, no dudes en completar con ceros **a la izquierda** para que sean más entendibles, en este caso tenemos 8 bits o 1 byte así que no es necesario, la respuesta es:

$$135_{10} = 10000111_2$$



Los sub-índices indican cual es la base en la que se esta trabajando.

### 3.4.2 Binario a decimal

Para esto no es más que usar las potencias de 2 dichas antes, y al igual que expresamos cualquier número decimal en suma de potencia de 10, aquí lo son con potencias de 2.

<sup>2</sup>No sé completa con ceros porque para complemento a 1 hemos tenido que negar todos los bits.

Hexadecimal	Decimal	Binario
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

Figure 3.1: Equivalencias entre binario, decimal y hexadecimal.

**Ejemplo 3.5 — Convertir  $10000111_2$  a base 10.** Para ello solo tomamos los 1's pues los 0 no aportan nada a la suma:  
Identificamos que tenemos 8 cifras o bits:

7	6	5	4	3	2	1	0
$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
1	0	0	0	0	1	1	1

Ubicamos **SOLO** los unos y los multiplicamos por su correspondiente exponente:

$$10000111_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 135_{10}$$

■

### 3.4.3 Binario a hexadecimal

Esto es más fácil pues ambas están muy relacionadas. Con 4 bits en binario se puede representar  $2^4=16$  combinaciones únicas, ¿Cuántos valores únicos hay en hexadecimal? Son 16, es por eso que cada valor en hexadecimal tiene su valor único en binario; para ellos tenemos que seguir los siguientes pasos:

1. Agrupar el número binario en grupos de 4, si es necesario completa con ceros **a la izquierda**.
2. Una vez agrupados, busca el equivalente de cada grupo de 4 bits en hexadecimal (3.1).

**Ejemplo 3.6 — Convertir  $1010110101_2$  a hexadecimal.** Primero debemos de agrupar en grupos de 4 bits:

0010 1011 0101

Ahora usando la figura 3.1, buscamos sus equivalentes:

$$001010110101_2 = 2B5_{16}$$

### 3.4.4 Hexadecimal a binario

Aquí resulta lo mismo, cada letra y número del sistema hexadecimal lo cambiamos a binario usando la figura 3.1. Recordar que cada letra y número representa 4 bits. No hay más ciencia detrás de esto.

### 3.4.5 Hexadecimal a decimal

Se usa el mismo recurso de suma de potencias, solo que son base de 16 por la unidad, recordando los valores de la figura 3.1.

**Ejemplo 3.7 — Pasar  $2BAF_{16}$  a decimal.** Multiplicamos cada número por la potencia de 16 correspondiente vista antes:

$$2 \cdot 16^3 + B \cdot 16^2 + A \cdot 16^1 + F \cdot 16^0$$

Así no podemos operar debido a las letras, reemplazando sus valores de 3.1:

$$2 \cdot 16^3 + 11 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 11183_{10}$$

### 3.4.6 Decimal a hexadecimal

Este es probablemente el más trabajoso, una manera fácil es tener al sistema binario como intermedio, es decir: pasamos de decimal a binario y de binario a hexadecimal.

Si no hacemos eso tenemos otra forma que son divisiones sucesivas al número en base 10 entre 16, hasta que cociente sea 1. Una vez que lleguemos ahí, tomamos los residuos de derecha a izquierda, y los escribimos nosotros de izquierda a derecha. Los números 10, 11, 12, 13, 14 y 15 los reemplazamos por sus letras correspondientes.

**Ejemplo 3.8 — Pasar  $478_{10}$  a sistema hexadecimal.** Lo único que hacemos es dividir y dividir entre 16, hasta que el cociente sea 1, ten en cuenta que los residuos pues nos interesan:

$$\begin{array}{r} 478 \\ 16 \overline{)478} \\ 464 \quad 14 \\ \hline 16 \quad 13 \\ \hline 1 \end{array}$$

←  
 $478 = 11314_{16}$

Ya tenemos los residuos, ahora identifica los residuos que no son permitidos en esta base, en otras palabras, reemplaza los números 10, 11, 12, 13, 14 y 15 por sus letras:

$$11314 = 1DE_{16}$$



# 4. Lógica digital

Un sistema digital binario es un conjunto de dispositivos que son destinados a la generación, transmisión, manejo, procesamiento y almacenamiento de señales digitales.

## 4.1 Compuertas lógicas

#### 4.1.1 Compuerta NOT

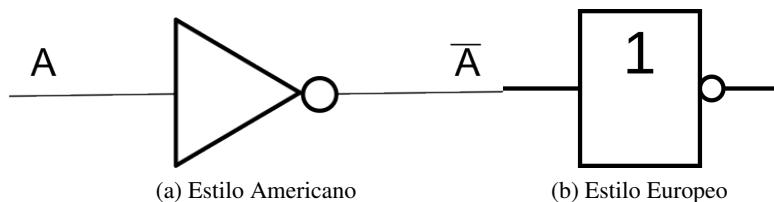


Figure 4.1: Simbología compuerta NOT

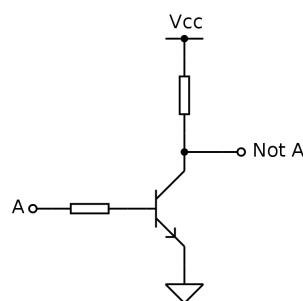


Figure 4.2: Implementación electrónica: Compuerta NOT

IN	OUT
0	1
1	0

Table 4.1: Tabla de verdad de la compuerta NOT

### 4.1.2 Compuerta AND

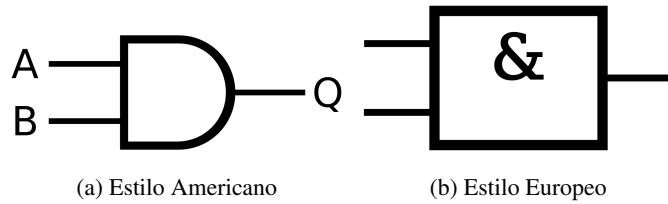


Figure 4.3: Simbología compuerta AND

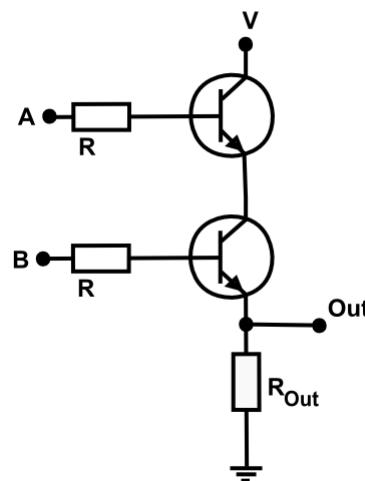


Figure 4.4: Implementación electrónica: Compuerta AND

IN		OUT
A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Table 4.2: Tabla de verdad de la compuerta AND

Se puede caracterizar como:

$$A \times B \times C \times \cdots = X$$

La salida será 1 solo si todas las entradas son 1.

### 4.1.3 Compuerta OR

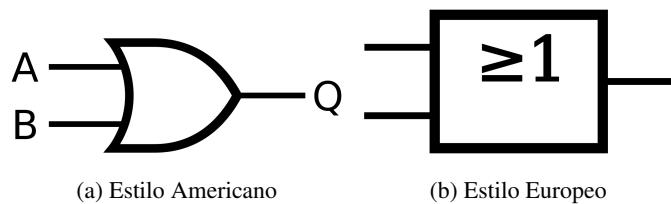


Figure 4.5: Simbología compuerta OR

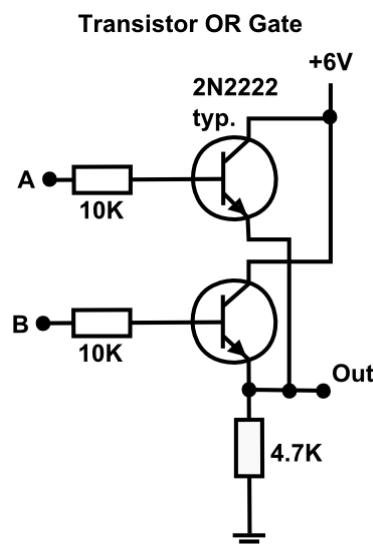


Figure 4.6: Implementación electrónica: Compuerta OR

IN		OUT
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Table 4.3: Tabla de verdad de la compuerta OR

$$A + B + C + \dots = X$$

La salida será 0 solo si todas las entradas son 0.

#### 4.1.4 Compuerta NAND

Solo cuando todas sus entradas son ALTO, la salida será BAJO.

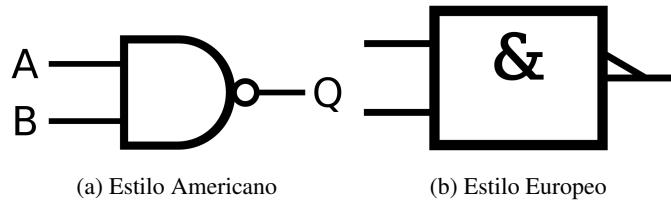


Figure 4.7: Simbología compuerta NAND

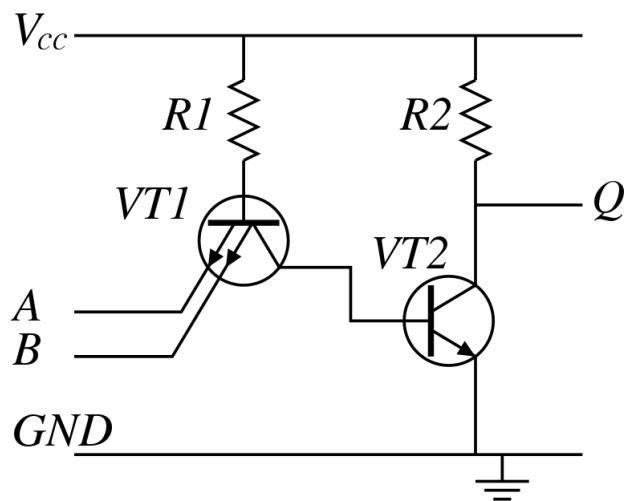


Figure 4.8: Implementación electrónica: Compuerta NAND

IN		OUT
A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Table 4.4: Tabla de verdad de la compuerta NAND

#### 4.1.5 Compuerta NOR

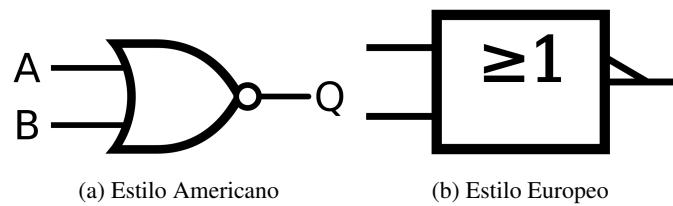


Figure 4.9: Simbología compuerta NOR

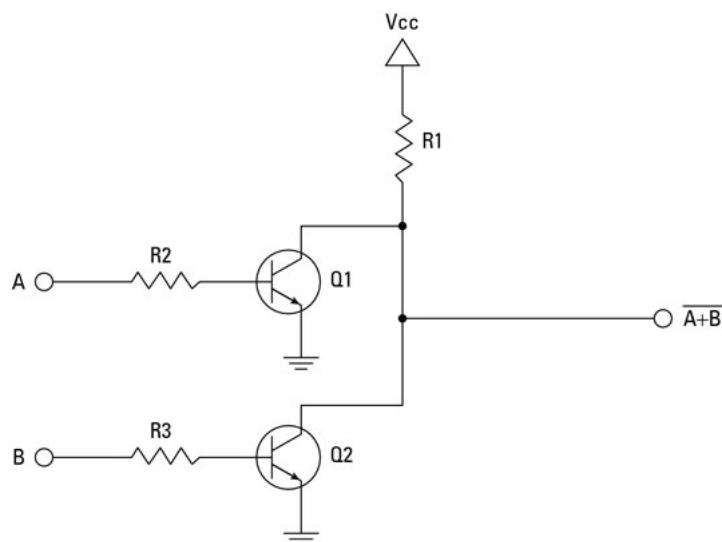


Figure 4.10: Implementación electrónica: Compuerta NOR

IN		OUT
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Table 4.5: Tabla de verdad de la compuerta NOR

Solo si todas las entradas son 0, la salida será 1.

#### 4.1.6 Compuerta OR exclusiva-XOR

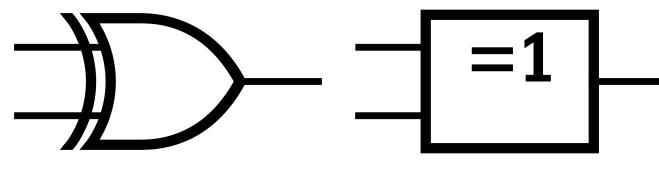


Figure 4.11: Simbología compuerta XOR

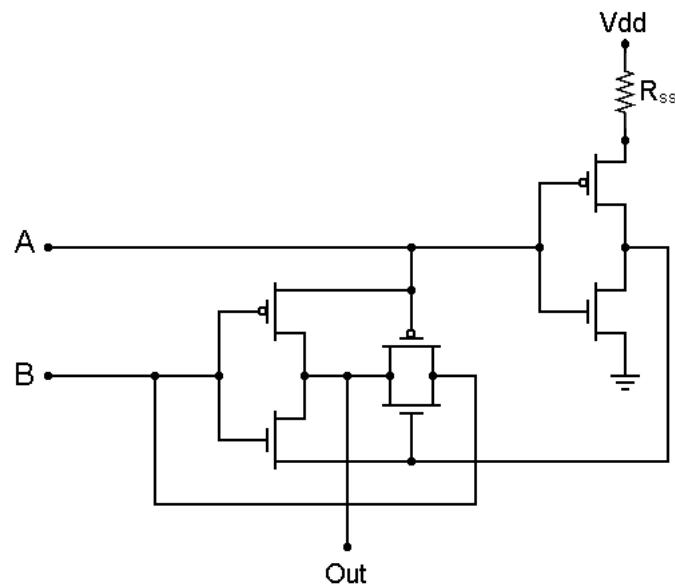


Figure 4.12: Implementación electrónica: Compuerta XOR

IN		OUT
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Table 4.6: Tabla de verdad de la compuerta XOR

#### 4.1.7 Compuerta NOR exclusiva-XNOR

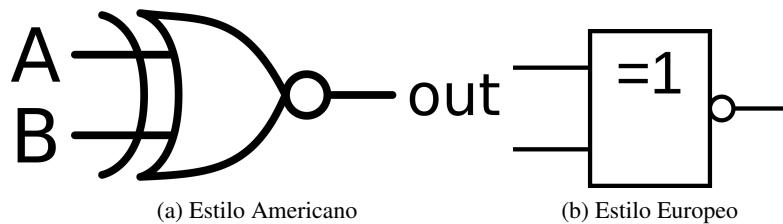


Figure 4.13: Simbología compuerta XNOR

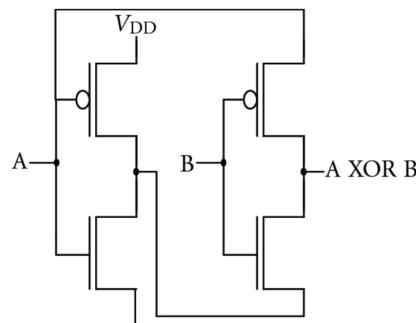


Figure 4.14: Implementación electrónica: Compuerta XNOR

IN		OUT
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Table 4.7: Tabla de verdad de la compuerta XNOR

## 4.2 Formas de expresar funciones booleanas

Existen formas de expresar las funciones booleanas: como **suma de productos** o como **productos de sumas**.

#### 4.2.1 Suma de productos-SOP

Suma(**OR**) de términos(**AND**), formados por varias variables complementadas o no. Aquí nos importan las salidas con nivel **ALTO**. Como entradas, un nivel alto será  $A=1$  mientras que un nivel bajo es  $A'=0$ .

$$f(a,b,c) = \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + abc + c$$

## 4.2.2 Productos de sumas-POS

Productos(**AND**) de sumas(**OR**) formadas por varias variables complementadas o no. Aquí nos importan las salidas con nivel **BAJO**. Como entradas, un nivel alto será  $A'=1$  mientras que un nivel

bajo es A=0.

$$F(a,b,c) = (A+B+C)(A+B'+C')(C'+A)$$



La terminología de la negación puede tener varias formas, en este libro usaremos dos:  $\bar{A}$  o  $A'$ . Ambos significan lo mismo. Asimismo, para el POS usaré letras mayúsculas y para SOP usaré letras minúsculas. Lo más importante es que entiendas como funciona todo así la terminología no será un problema.

Se detallará un ejemplo para poder explicar los SOP y POS para 3 variables. La tabla puede ser expandida para más variables pero todo funcionará bajo la misma lógica.

F	A	B	C	Min término	Notación minterm	Max término	Notación maxterm
0	0	0	0	$A'B'C'$	$m_0$	$A+B+C$	$M_0$
1	0	0	1	$A'B'C$	$m_1$	$A+B+C'$	$M_1$
2	0	1	0	$A'BC'$	$m_2$	$A+B'+C$	$M_2$
3	0	1	1	$A'BC$	$m_3$	$A+B'+C'$	$M_3$
4	1	0	0	$AB'C'$	$m_4$	$A'+B+C$	$M_4$
5	1	0	1	$AB'C$	$m_5$	$A'+B+C'$	$M_5$
6	1	1	0	$ABC'$	$m_6$	$A'+B'+C$	$M_6$
7	1	1	1	$ABC$	$m_7$	$A'+B'+C'$	$M_7$

Table 4.8: Notación de *minterm* y *maxterm*.

**Ejemplo 4.1** Se presenta la tabla 4.9, expresar la misma tabla como SOP y como POS.

#### SOP:

En SOP, solo nos fijamos en las salidas de nivel ALTO(1). Una vez que las hayamos ubicado escribimos las filas tal y como están expresando las entradas como un producto. Por ejemplo, el primer ALTO se encuentra en la posición de  $F_1$ , donde A y B son nivel BAJO y C es nivel ALTO. Escribimos, según la teoría, donde ALTO es A y BAJO es  $A'$ , el primer sumando como:  $A'B'C$ . Repetimos el mismo paso para  $F_3$ ,  $F_4$ ,  $F_5$ ,  $F_6$  y  $F_7$  puesto que tienen un nivel ALTO como salida. Si seguimos la bajo la lógica que se vio y sumando cada sumando obtendremos:

$$f(a,b,c) = \underbrace{A'B'C}_{F_1} + \underbrace{A'BC}_{F_3} + \underbrace{AB'C}_{F_5} + \underbrace{ABC'}_{F_6} + \underbrace{ABC}_{F_7}$$

Esta expresión también puede ser reducida usando notación dicha en la tabla 4.8. Como la tabla y nuestro ejemplo son de 3 variables de entrada, solo buscamos la equivalencia dentro de la columna *Notación minterm*, la forma reducida sería:

$$f(a,b,c) = m_1 + m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

#### POS:

Para POS, en vez de fijarnos en los niveles ALTOS, nos fijamos en los niveles BAJOS y seguimos la misma lógica vista en SOP, sin embargo, ahora en vez de cada fila sea expresada como un producto y luego sumemos todos, en este caso cada fila se expresa como una suma, y al agrupar todos los términos será mediante una suma. Así, los ceros están en las ubicaciones  $F_0$ ,  $F_2$  y  $F_4$ , entonces, según la teoría 1 será  $A'$  y 0 será A:

$$F(A,B,C) = \underbrace{(A+B+C)}_{F_0} \cdot \underbrace{(A+B'+C)}_{F_2} \cdot \underbrace{(A'+B+C)}_{F_4}$$

Según la tabla 4.8 también puede ser simplificado:

$$F(A, B, C) = M_0 M_2 M_5$$

■

$F_1$	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Table 4.9: Tabla ejemplo 1

### 4.2.3 Conversión de SOP a POS

A veces es necesario expresar de una forma u otra, es por eso que usa la conversión de SOP a POS. Se explicará usando un ejemplo:

$$f(x, y, z) = x'y'z' + x'yz + x'yz' + xy'z$$

- Evaluamos los binarios de los sumando, recordando las equivalencias:

$$f(x, y, z) = \underbrace{x'y'z'}_{\begin{matrix} 000 \\ 0 \end{matrix}} + \underbrace{x'yz}_{\begin{matrix} 011 \\ 3 \end{matrix}} + \underbrace{x'yz'}_{\begin{matrix} 010 \\ 2 \end{matrix}} + \underbrace{xy'z}_{\begin{matrix} 101 \\ 5 \end{matrix}}$$

El color rojo es su equivalente en binario mientras que el azul lo es en decimal.

- Identificamos los términos faltantes, como es una función lógica de 3 variables:  $2^3 = 8$ , en el paso uso, con la ayuda de nuestra tabla 4.8 logramos identificar a los términos 0,3,2,5; por consecuente nos faltan los términos 1, 4, 6 y 7 cuyos binarios son:

- 1=001
- 4=100
- 6=110
- 7=111

- Ahora escribimos esos mismos términos que faltan(1, 4, 6 y 7) como POS:

$$f(a, b, c) = \underbrace{(A + B + C')}_{\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}} \cdot \underbrace{(A' + B + C)}_{\begin{matrix} 4 \\ 4 \end{matrix}} \cdot \underbrace{(A' + B' + C)}_{\begin{matrix} 6 \\ 6 \end{matrix}} \cdot \underbrace{(A' + B' + C')}_{\begin{matrix} 7 \\ 7 \end{matrix}}$$

### 4.2.4 Forma canónica

Función en donde cada sumando o multiplicando aparecen todas las entradas, sin importar si están negada o no; en otras palabras, si se tiene una función de tres variables  $f(a, b, c)$ , una expresión canónica puede ser:

$$f(a, b, c) = ab'c + a'b'c + abc + a'b'c'$$

#### 4.2.5 Forma normalizada

Reducción de la forma canónica mediante el álgebra de conmutación. De tener, por ejemplo, una función  $f(a, b, c)$ , una forma normalizada sería:

$$f(a, b, c) = a + bc' + a'c$$

Vemos que en cada sumando o producto no están presentes todas las variables.

#### 4.2.6 ¿Cómo pasar de la forma normalizada a la canónica?

1. **Identificar** los sumandos de **NO** estén completos, usaremos de ejemplo la siguiente función lógica:  $f(a, b, c) = a + bc + \overline{abc}$ <sup>1</sup>

$$f(a, b, c) = a + bc + \overline{abc}$$

Los términos en color **rojo** son los términos que están incompletos, es decir, no están presentes todas las variables a excepción del tercer sumando de **azul**.

2. **Completar** los términos incompletos. Aunque haya una teoría detrás de todo, lo más rápido es completar los términos incompletos con todas las variaciones posibles. En este caso tenemos 3 variables, así que procedemos:

- **a:** En el caso de tener un solo término, en nuestro ejemplo  $a$ , sabemos que a este sumando le faltan 2 variables:  $b$  y  $c$ . Entonces repetimos el término unitario ( $a$  en nuestro caso)  $2^n$  veces, donde  $n$  es el número de variables faltantes; en este caso es  $n=2$  porque falta  $b$  y  $c$ . Una vez que hayamos repetidos  $2^n$  veces la variable unitaria, a cada una de ellas escribimos las posibles combinaciones que pueden tomar las dos variables restantes:

$$\begin{array}{ccc} a & \bar{b} & \bar{c} \\ a & \bar{b} & c \\ a & b & \bar{c} \\ a & b & c \end{array}$$

Hemos generado 4 términos.

- **bc:** Repetimos el mismo paso anterior, ahora  $n$  será 1, por lo tanto  $2^n = 2$ , repetimos dos veces el término  $bc$  y completamos con las posibles variantes del término faltante:

$$\begin{array}{ccc} b & c & \bar{a} \\ b & c & a \end{array}$$

Hemos generado 2 términos.

El procedimiento será el mismo para más variables, sin embargo para más variables será más largo el proceso.

3. **Sumamos** todos los términos hallados, incluso los que no hemos tocado ( $\overline{abc}$ ), al sumarlos todos debemos tener en cuenta el teorema 4.3, en otras palabras, términos repetidos solo se colocan una vez.

**R** Es común que escuchemos diferentes formas de expresar un circuito lógico. Una común es expresión booleana: Esta es una forma de expresar la salida como las operaciones que se realizan. Por ejemplo, sean las entradas  $A$  y  $B$ , la salida de una compuerta AND es  $A \cdot B$ , la compuerta OR se expresa como  $A+B$ , la compuerta XOR  $\oplus$  y así existen otros operadores para las demás compuertas y circuitos lógicos.

<sup>1</sup>Otra manera de expresar la negación aparte de  $\bar{A}$ ,  $A'$  es  $/A$

## 4.3 Axiomas

Los axiomas los conjuntos mínimos de definiciones básicas que suponemos como verdaderas:

1.  $X=0$  si  $X \neq 1 \vee X=1$  si  $X \neq 0$
2. Si  $X=0 \Rightarrow X'=1 \wedge$  Si  $X=1 \Rightarrow X'=0$
3.  $0 \cdot 0=0 \wedge 1+1=1$
4.  $1 \cdot 1=1 \wedge 0+0=0$
5.  $0 \cdot 1=1 \cdot 0=0 \wedge 1+0=0+1=1$

## 4.4 Teoremas del álgebra de commutación

Los teoremas siguientes son la base de la simplificación de circuitos complejos:

### Teorema 4.1 — Identidad.

$$X + 0 = X \quad (4.1)$$

$$X \cdot 1 = X \quad (4.2)$$

### Teorema 4.2 — Elemento nulo.

$$X + 1 = 1 \quad (4.3)$$

$$X \cdot 0 = 0 \quad (4.4)$$

### Teorema 4.3 — Potencias idénticas.

$$X + X = X \quad (4.5)$$

$$X \cdot X = X \quad (4.6)$$

### Teorema 4.4 — Involución.

$$(X')' = X \quad (4.7)$$

### Teorema 4.5 — Complementos.

$$X + X' = 1 \quad (4.8)$$

$$X \cdot X' = 0 \quad (4.9)$$

### Teorema 4.6 — Conmutatividad.

$$X + Y = Y + X \quad (4.10)$$

$$X \cdot Y = Y \cdot X \quad (4.11)$$

### Teorema 4.7 — Asociatividad.

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z) \quad (4.12)$$

$$(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z) \quad (4.13)$$

**Teorema 4.8 — Distributividad.**

$$X \cdot Y + X \cdot Z = X \cdot (Y + Z) \quad (4.14)$$

$$(X + Y)(X + Z) = X + Y \cdot Z \quad (4.15)$$

**Teorema 4.9 — Cubierta.**

$$X + X \cdot Y = X \quad (4.16)$$

$$X(X + Y) = X \quad (4.17)$$

**Teorema 4.10 — Combinación.**

$$X \cdot Y + X \cdot Y' = X \quad (4.18)$$

$$(X + Y)(X + Y') = X \quad (4.19)$$

**Teorema 4.11 — Consenso.**

$$X \cdot Y + X' \cdot Z = X \cdot Y + X' \cdot Z \quad (4.20)$$

$$(X + Y)(X' + Z)(Y + Z) = (X + Y)(X' + Z) \quad (4.21)$$

**Teorema 4.12 — DeMorgan.**

$$\overline{(X + Y)} = \overline{X} \cdot \overline{Y} \quad (4.22)$$

$$\overline{(X \cdot Y)} = \overline{X} + \overline{Y} \quad (4.23)$$

**4.4.1 Dualidad**

Cualquier teorema o identidad en el álgebra de conmutación continua siendo verdadero si tanto 0 y 1 como · y + son intercambiados en todas partes.

**Ejemplo 4.2** Dada la tabla 4.10, encuentre las formas canónicas de la forma POS y SOP:

**Solución**

**Salida R**

**POS:**

$$R = \underbrace{(X + Y + Z)}_{M_0} \underbrace{(X + Y + Z')}_{M_1} \underbrace{(X + Y' + Z)}_{M_2} \underbrace{(X' + Y + Z)}_{M_4}$$

$$R = \prod M(0, 1, 2, 4)$$

**SOP:**

$$R = \underbrace{X'YZ}_{m_3} + \underbrace{XY'Z}_{m_5} + \underbrace{XYZ'}_{m_6} + \underbrace{XYZ}_{m_7}$$

$$R = \sum m(3, 5, 6, 7)$$

**Salida S****POS:**

$$R = \underbrace{(X + Y + Z)}_{M_0} \underbrace{(X + Y' + Z')}_{M_3} \underbrace{(X' + Y + Z')}_{M_5} \underbrace{(X' + Y' + Z)}_{M_6}$$

$$R = \prod M(0, 3, 5, 6)$$

**SOP:**

$$R = \underbrace{X'Y'Z}_{m_1} + \underbrace{X'YZ'}_{m_2} + \underbrace{XY'Z'}_{m_4} + \underbrace{XYZ}_{m_7}$$

$$R = \sum m(1, 2, 4, 7)$$

■

F	X	Y	Z	R	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1

Table 4.10: Ejercicio 2

**Corolario 4.1 — Llenado de tablas de verdad.** Antes de pasar a los Mapas de Karnaugh, hacer las tablas de verdad son fáciles independientemente del número de variables. Se ubica todas las variables en la tabla y se procede a llenar cada columna de izquierda a derecha, sin embargo, en las filas intercalando ceros y unos de acuerdo a la posición de la columna restado en una unidad. Por, ejemplo para la columna número 1(de derecha a izquierdo), se intercalan ceros y unos cada  $2^0$  posiciones siempre empezando desde 0; en otras palabras en la columna escribiremos 0-1-0-1-0-1-0....

Para la columna 2, los ceros y unos se intercalan cada  $2^1$  posiciones; en otras palabras escribiremos 0-0-1-1-0-0-1-1....Para la columna 3,  $2^2$ ; 0-0-0-1-1-1-0-0-0....

El proceso funciona para n variables independiente de el número de variables.

## 4.5 Mapas de Karnaugh



**Importante:** En todo el desarrollo de este capítulo el bit más significativo será A y el menos significativo será D,E,F dependiendo del número de variables.

Los mapas de Karnaugh son una forma de expresar las tablas de verdad de varias variables. Nos permite no escribir muchas combinaciones para expresar varias funciones. Los mapas de Karnaugh tienen la siguientes formas:

	<i>B</i>
	0      1
<i>A</i>	0
	1

#### 4.5.1 Mapas de Karnaugh-4 variables

Las posiciones se detallan en el siguiente cuadro:

	<i>C</i>
	0      1
	00
<i>AB</i>	0
	1
	01
	11
	10

	0	1
00	0	1
01	2	3
11	6	7
10	4	5

Las posiciones reales cambian de acuerdo al número de variables, las posiciones reales para 4 variables es:

	<i>CD</i>
	00    01    11    10
	00
<i>AB</i>	0
	1
	01
	11
	10

	0	1	3	2
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Las posiciones reales se usan en base a los unos y ceros ubicados en base a su posición en el cuadro 4.8.

No es necesario memorizar las posiciones, puesto que las posiciones reales no son más que la forma decimal de las variables. Del cuadro de 4 variables visto antes, por ejemplo, cada número será de la forma *ABCD*: el cero es 0000, la posición 1 es 0001, la posición 15 es 1111. Este cambio se orden en los términos 2-3, 6-7, 14-15 y 10-11 se produce porque usamos la codificación Gray.

Es importante decir que los laterales del los mapas de Karnaugh son cíclicos, es decir:

- Los cuadros limítrofes del cuadro 14 son, 6 por arriba, 15 por la izquierda, 10 por abajo y 12 por la derecha.
- Los cuadros limítrofes del cuadro 10 son, 14 por arriba, 11 por la izquierda, 2 por abajo y 8 por la derecha.
- Los cuadros limítrofes del cuadro 8 son, 12 por arriba, 10 por la izquierda, 0 por abajo y 9 por la derecha.

Recordemos que cuando trabajamos con SOP solo nos importa los 1 y para POS solo importa los 0. Ademas el bit que esta a la izquierda es el **Bit más significativo(MSB)** y hacia la derecha se encuentra el **Bit menos significativo(LSB)**.



En los mapas de Karnaugh sí y solo sí se agrupan en grupos de base 2(1, 2, 4, 8...). Siempre se prioriza agrupar la mayor parte de, se pueden compartir bits entre grupos pero siempre agrupando la mayor cantidad de bits.

**Ejemplo 4.3** Expresar la siguiente expresión en un mapa de Karnaugh:

$$Z = \overline{AB}CD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D + ABCD + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + A\overline{B}C\overline{D}$$

#### Solución:

Tenemos dos opciones, la más fácil es pasar cada sumando a binario pero es requisito saber los números decimales en el sistema binario. Para ello tenemos que recodar las equivalencias de acuerdo si estamos frente a un SOP o POS, de ahí, son alterar el orden del bit más significativo tan solo escribimos ceros y unos:

$$Z = 0011 + 0100 + 1101 + 1111 + 1100 + 0001 + 1010$$

Una vez que lo hemos pasado a binario, tenemos que pasarlo a decimal para saber las casillas donde colocaremos unos, si fuera POS, sabremos las casillas donde colocaremos ceros:

$$Z = 3 + 4 + 13 + 15 + 12 + 1 + 10$$

Ya tenemos los números de casillas donde tenemos que colocar unos. Dibujamos nuestro mapa y colocamos unos **SOLO** en las casillas que nos resultó de pasar de binario a decimal. En las demás casillas en blanco colocaremos ceros.

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
	01	1	0	0	0
	11	1	1	1	0
	10	0	0	0	1



### 4.5.2 Agrupación de términos

Algo importante con los mapas de Karnaugh es la agrupación de términos que se mencionó anteriormente. La agrupación se hace una vez terminada la realización de los mapas de Karnaugh, se explicará con un ejemplo:

Dada la función lógica:

$$Z = A + \overline{C}D + A\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D}$$

Al contrario del ejemplo anterior, esta forma no es de la forma canónica, sino que es de la forma normalizada. Lo que se haría normalmente es escribir todas las posibles combinaciones para cada sumando; por ejemplo, para el primer sumando( $A$ ) le faltan 3 términos, escribiríamos  $2^3$  combinaciones faltantes, para el segundo sumando sería  $2^2$  combinaciones faltantes y así sucesivamente, es un método valido pero lento. Hay un método más sencillo que lo explicaré luego, ahora primero vamos a agrupar. La función lógica  $Z$ , generará el siguiente mapa de Karnaugh:

		CD				
		00	01	11	10	
AB		00	0	1	0	0
		01	0	1	0	1
AB		11	1	1	1	1
		10	1	1	1	1

Agrupamos, teniendo en cuenta que tenemos que agrupar la mayor cantidad de dígitos posibles y es valido compartir bits, la agrupación correcta es:

		CD				
		00	01	11	10	
AB		00	0	1	0	0
		01	0	1	0	1
AB		11	1	1	1	1
		10	1	1	1	1

Puedes apreciar que el sector verde tiene una intersección con el sector rosado, es posible agrupar los dos unos que están fuera de esa intersección pero siempre tienes que tratar de agrupar la mayor cantidad posible, puesto que los mapas de Karnaugh son un método para **simplificar** funciones lógicas. Con el sector amarillo no tenemos de otra que agrupar de dos, ya que 3 es un número

invalido de agrupación.

La función tiene 4 sumandos pero la agrupación en el mapa de Karnaugh solo tenemos 3 sectores, eso quiere decir que es puede simplificar la función Z:

- **Sector verde:** Concéntrate en el sector azul, la columna que no dice: que tanto C y D no están cambiando su valor, siempre están siendo 0 y 1. Ademas fíjate que pasa con A y B a lo largo de esa columna: están cambiando todos sus valores. Podemos decir que: *En el sector azul, los valores de C y D se mantienen estáticos pero A y B son valores cambiantes para todo C y D.* En conclusión, escribiremos el primer sumando como:

$$\bar{C}D$$

Solo es CD porque los valores para A y B no nos importan ya que estamos "englobando" todas sus variantes(de A y B).

- **Sector rojo:** Si nos centramos en el sector A, es un caso distinto. Analizamos el comportamiento para A: siempre será 1. Para B: Depende, pues toma tanto valor 0 como 1. C y D: No se puede decir mucho de ellos puesto que varían totalmente, en otras palabras: no nos importa sus variantes pues el sector cubre todas ellas. En consecuencia, la única variable "estable" es A valiendo 1, pues si A vale 1 las variables no nos importan su comportamiento ya que se engloba todo, es por ello que el segundo sumando resultante de este sector es:

$$A$$

- **Sector amarillo:** Este es el sector más pequeño, así que lo analizaremos: Para A: Si cambia, puede ser 0 como 1. Para B: No cambia, se mantiene estático valiendo 1. Para C y D: no cambia, sí o sí tiene que ser C=1 y D=0. En consecuencia, el valor de A no nos importa porque puede ser 0 como 1 pero los demás valores son importante porque delimitan el sector, el tercer sumando será:

$$BC\bar{D}$$

Como resultado final, la expresión de 4 sumando puede ser expresada como 3 sumando, siendo la nueva función simplificada:

$$Z = A + \bar{C}D + BC\bar{D}$$

**Ejemplo 4.4** Expresar la siguiente función lógica en mapa de Karnaugh:

$$Z = \bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}D + BCD$$

**Solución:**

Lo haremos de la forma larga por si no le agarras truco a los mapas de Karnaugh. Escribimos sus formas binarias y completamos los sumandos incompletos para hallar las formas binarias ya que esta la forma normalizada:

$$Z = \bar{C}D + \underbrace{A\bar{B}C\bar{D}}_{1010} + \underbrace{A\bar{B}CD}_{1000} + \underbrace{AB\bar{C}D}_{1100} + BCD$$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D(0001)$$

$$\bar{A}BCD(0111)$$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D(0101)$$

$$ABC\bar{D}(1111)$$

$$A\bar{B}\bar{C}D(1001)$$

$$AB\bar{C}D(1101)$$

Ahora puedes ubicar en todas esas posiciones **unos**, puedes pasarlo a decimal si gustas o trabajar tal como están expresadas en binario recordando la forma ABCD. Lo expresamos en su mapa de Karnaugh y agrupamos:

		CD				
		00	01	11	10	
AB		00	0	1	0	0
		01	0	1	1	0
AB		11	1	1	1	0
		10	1	1	0	1

En el mapa de Karnaugh se muestran 4 sectores, por lo tanto, 4 sumandos:

$$Z = \bar{C}D + A\bar{C} + BD + A\bar{B}D$$

Solo céntrate en las variables que no cambian, las estáticas pues las dinámicas que cambian no nos importan tanto, pues se sobreentiende que ya están agrupadas.

Si se desea también se puede expresar como POS, es absolutamente lo mismo pero nos centramos en los **ceros** y agrupamos como siempre:

		CD				
		00	01	11	10	
AB		00	0	1	0	0
		01	0	1	1	0
AB		11	1	1	1	0
		10	1	1	0	1

La expresión en SOP es:

$$Z = (A + D) \cdot (B + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D)$$

Nota que ahora  $A=0$  y  $\bar{A}=1$ , el desarrollo es el mismo que SOP, solo ahora cada factor contiene sumas y se unen todos los factores mediante un producto. ■



En necesario no olvidar lo que caracteriza a SOP y POS:

SOP es una **SUMA** donde cada sumando esta compuesto por **FACTORES**, aquí  $A=1$  y  $\bar{A}=0$ .

Por el otro lado POS es un **PRODUCTO** donde cada factor esta compuesto por **SUMAS**, aquí  $A=0$  y  $A=1$ .

**Corolario 4.2 — Forma de sumatoria y productoria.** Si recordamos la formas de expresar las funciones lógicas mediante sumatorias ( $\sum(1, 2, 3, 5)$ ) o productorias ( $\prod(1, 2, 3, 5)$ ), solo colocamos **unos** en las posiciones indicadas por la sumatoria y **ceros** en las posiciones indicadas por la productoria; ademas llenamos con sus negadas en los cuadros que restan.

### 4.5.3 Mapas de Karnaugh-5 variables

Se expresa en dos tablas. Se presenta la numeración para un mapa de 5 variables:

		DE						DE				
		00	01	11	10			00	01	11	10	
BC		00	0	1	3	2			16	17	19	18
		01	4	5	7	6			20	21	23	22
		11	12	13	15	14			28	29	31	30
		10	8	9	11	10			24	25	27	26
		A = 0						A = 1				

Para poder expresar en SOP y POS la tabla E=0 se superpone encima de la tabla E=1

		DE						DE			
		00	01	11	10			00	01	11	10
BC		00									
		01		1	1						
		11	1	1							
		10	1	1							
		A = 0						A = 1			

Imaginariamente solapa A=1 sobre A=0, notaremos que hay sectores que coinciden como el sector verde con el rojo y amarillo con celeste. Podemos escribir el sector verde y rojo como una sola expresión: no nos importa A, no nos importa B y C, solo tenemos que definir bien D y E pues son fijos:

$$D\bar{E}$$

Para los sectores amarillo y celeste: E no nos importa puesto que puede ser 0 como 1, B y C si importan pues son estables, no cambian. D tampoco nos importa, puede ser 0 como 1, sin embargo, E si importa ya que si o si tiene que ser 1:

$$\bar{B}CE$$

Los otros sectores(azul y rosado) son únicos ya que no tienen coincidencia así que se escribirán de forma única:

$$\overline{BDA}$$

$$\overline{BCDE}$$

Siendo la expresión final de la tabla:

$$Z = D\bar{E} + \bar{B}CE + \overline{BDA} + \overline{BCDE}$$

Si se realiza el álgebra de conmutación el término de la casilla número 25 desaparecerá.

#### 4.5.4 Mapas de Karnaugh-6 variables

Mientras más variables se tengan, los mapas de karnaugh dejan de ser útiles debido a su complejidad y se tornan complejos, un mapa de 6 variable es lo complicado que puedes trabajar, aunque se puede con más no es común verlos. La numeración de las casillas es:

EF				EF					
	00	01	11	10	00	01	11	10	
CD	00	0	1	3	2	16	17	19	18
	01	4	5	7	6	20	21	23	22
	11	12	13	15	14	28	29	31	30
	10	8	9	11	10	24	25	27	26
AB= 00				AB= 01					
CD	00	32	33	35	34	48	49	51	50
	01	36	37	39	38	52	53	55	54
	11	44	45	47	46	60	61	63	62
	10	40	41	43	42	56	57	59	58
AB= 10				AB= 11					



El MSB es A y el LSB es F, y las casillas como se dijo es la representación decimal de los bits en binario, por ejemplo: la casilla 56 ocupa la casilla 111000(ABCDEF) que si lo pasas a decimal es 56.

## 4.6 Parámetros TTL y CMOS

### 4.6.1 Tensión de alimentación continua

TTL En continua(DC), para los *Transistor-Transistor Logic* la alimentación es de +5V.

CMOS En DC, para los *Complementary Metal Oxide Semiconductor* existen en +5V, +3.3V, +2.5V y +1.2V

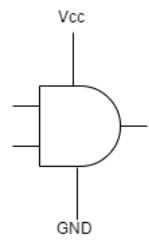


Figure 4.15: En los diagramas se omite los pines Vcc y GND.

#### 4.6.2 Nivel lógico CMOS +5V

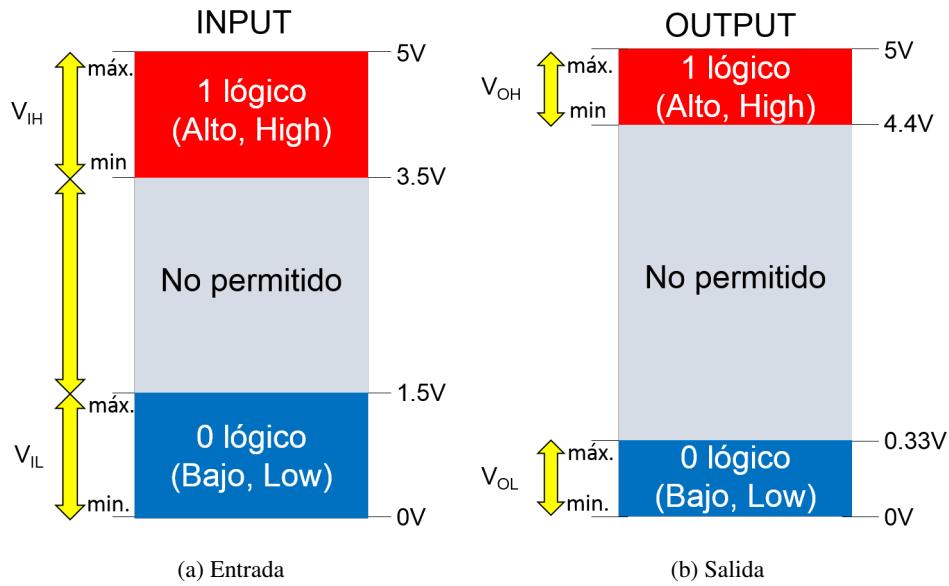


Figure 4.16: Nivel lógico CMOS a +5V.

#### 4.6.3 Nivel lógico CMOS +3V

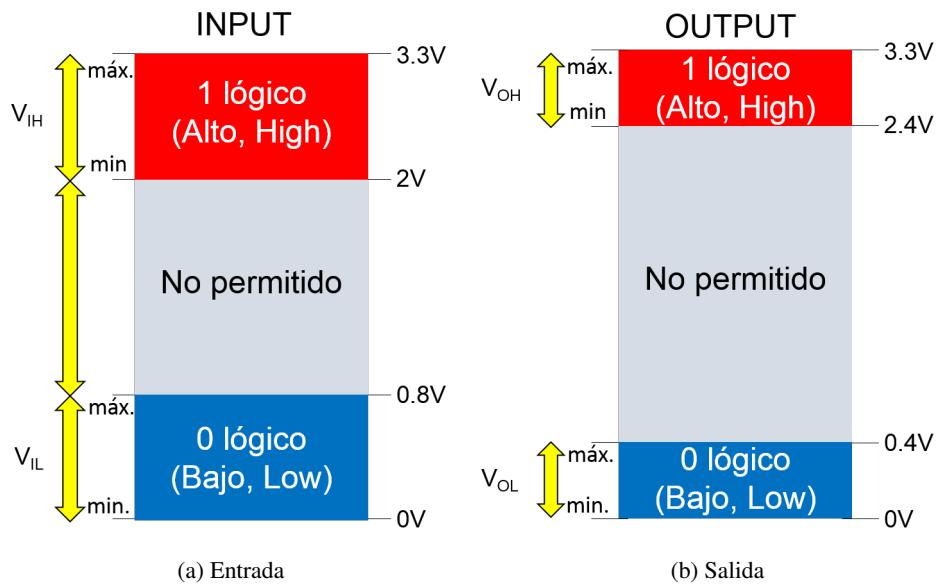


Figure 4.17: Nivel lógico CMOS a +3.3V.

#### 4.6.4 Nivel lógico TTL

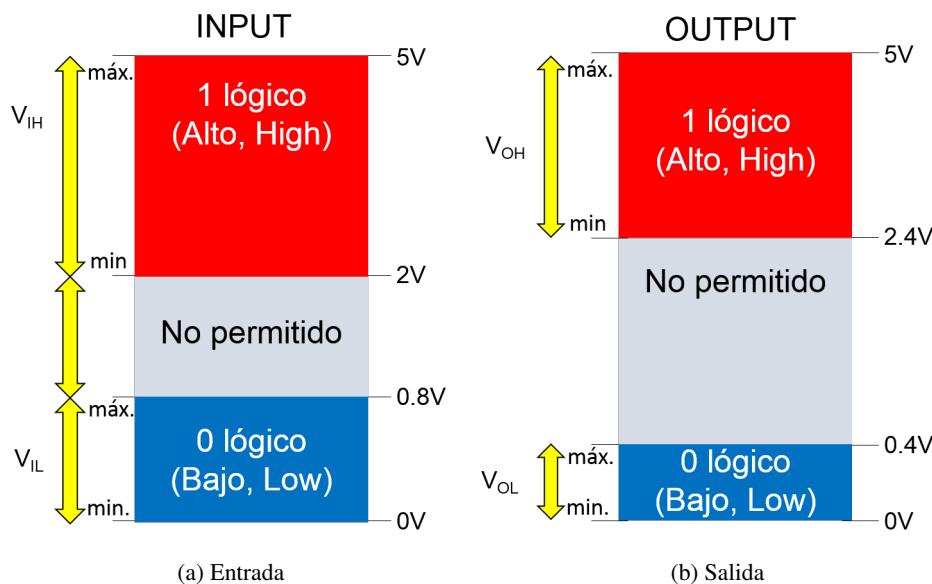


Figure 4.18: Nivel lógico TTL a +3.3V.

#### 4.6.5 Inmunidad y Margen de ruido

Capacidad de tolerar ciertas fluctuaciones de tensión no deseadas en sus entradas sin que cambie. La medida de inmunidad de ruido es el margen de ruido. Para determinado circuito se especifican dos valores:

$V_{NH}$  Margen de ruido alto.

$V_{NL}$  Margen de ruido bajo.

$$V_{NH} = V_{OH(min)} - V_{IH(min)} \quad (4.24a)$$

$$V_{NL} = V_{IL(mx)} - V_{OL(mx)} \quad (4.24b)$$

#### 4.6.6 Disipación de potencia

Cuando el estado de salida de la puerta es n nivel alto, circula la corriente  $I_{CCH}$  y cuando es nivel bajo circula una corriente  $I_{CCL}$ .

$$I_{CC} = \frac{I_{CCH} + I_{CCL}}{2} \quad (4.25)$$

**Ejemplo 4.5** Por una determinada puerta circulan  $2\mu A$  cuando su salida esta a nivel Alto y  $3.6\mu A$  cuando esta a nivel bajo. ¿Cuál es la disipación de potencia media si:

- La puerta esta en un estado de salida estático alto?
- La puerta esta en un estado de salida estático bajo?
- $V_{cc}$  es 5V y la puerta funciona con un ciclo de trabajo de 25% en alto?

**Solución:**

**1. Puerta estática en estado alto:**

$$P = I \times V$$

$$P = 2\mu A \times 5V$$

$$P = 10\mu W$$

**2. Puerta estática en estado bajo:**

$$P = I \times V$$

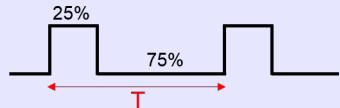
$$P = 3.6\mu A \times 10V$$

$$P = 18\mu W$$

La potencia media es:

$$P_m = \frac{10\mu W + 18\mu W}{2} = 14\mu W$$

**3.  $V_{CC}$  es 5 V y nivel alto a 25%:** 25% duty cycle es otra forma de expresar, esta forma es usada en PWM.



$$P = 25\%(10\mu W) + 75\%(14\mu W)$$

$$P = 2.5\mu W + 13.5\mu W$$

$$P = 16W$$

La disposición en un circuito TTL es escencialmente constante dentro de su rango de frecuencias de operación. Para los CMOS depende de la frecuencia.

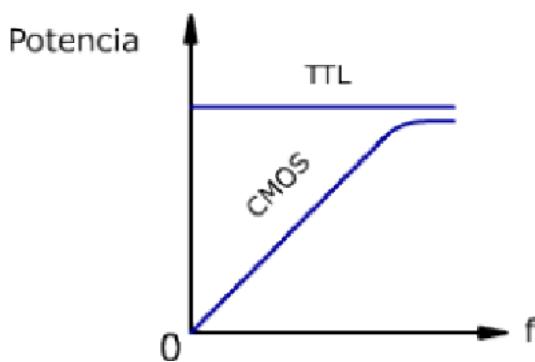


Figure 4.19: Curva disipación de potencia.

#### 4.6.7 Carga y Fan-out

Cuando la salida de una compuerta es la entrada de otra, esto se convierte en carga. Fan-out es el límite de cuantas puertas se puede colocar.

## 5. Circuitos Lógicos

Existen dos tipos de circuitos lógicos:

Combinacional Donde la salida solo depende de la entrada actual.

Secuencial Donde la salida depende de la entrada actual y la secuencia anterior.

### 5.1 Sumador

#### 5.1.1 Semi-sumador

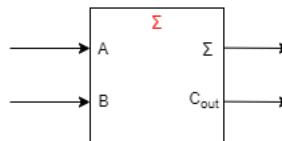


Figure 5.1: Semi-sumador

A y B Bits de entrada.

$\Sigma$  Suma.

$C_{out}$  Acarreo de salida.

Su tabla de verdad es la siguiente:

A	B	$C_{out}$	$\Sigma$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Table 5.1: Tabla de verdad: semi-sumador

Las dos entradas dos A y B, la suma en binario de ambas entradas es la salida  $\Sigma$  y el acarreo<sup>1</sup>(lo que comúnmente llamamos: "lo que llevamos") es la salida  $C_{out}$ . Ese circuito solo depende de

<sup>1</sup>Por ejemplo,  $5+3=8$ , no existe acarreo. Pero si sumamos  $8+9$ , sería 4 con acarreo de 1, en total 14. El acarreo depende del sistema de numeración. en base 10, el valor máximo es 9 ya que 10 será 0 con acarreo de 1; en base 2 ocurre lo mismo lo máximo será 10(2 en base 10).

A	B	$C_{in}$	$C_{out}$	$\Sigma$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Table 5.2: Tabla de verdad: Sumador completo.

las entradas actuales por si mismo. Para implementar este circuito, se tiene que implementar el siguiente circuito lógico:

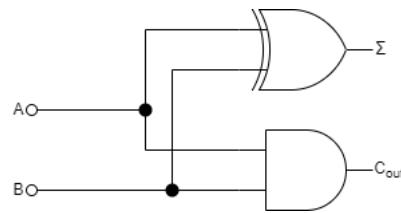


Figure 5.2: Circuito lógico semi sumador

### 5.1.2 Sumador completo

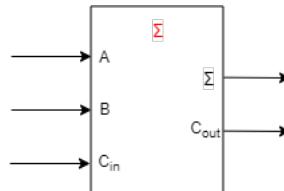


Figure 5.3: Sumador completo

Donde:

A y B Bits de entrada.

$C_{in}$  Acarreo de entrada.

$\Sigma$  Suma.

$C_{out}$  Acarreo de salida.

La tabla de verdad del sumador completo es: Simplificando por mapas de Karnaugh, se obtiene el siguiente circuito lógico:

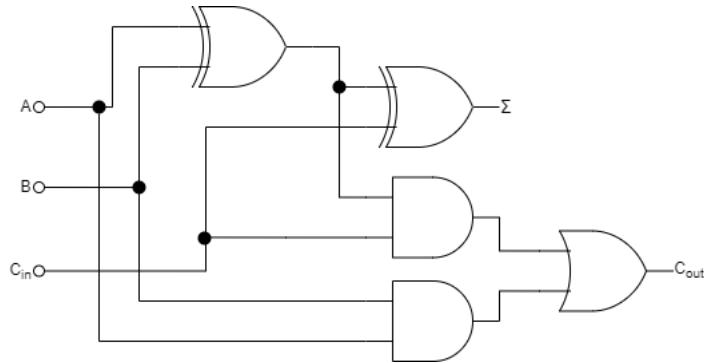


Figure 5.4: Circuito lógico sumador completo

### 5.1.3 Sumador paralelo

Si implementamos los sumadores completo en cascada se obtiene el sumador en paralelo, que tiene la capacidad de sumar números con más dígitos.

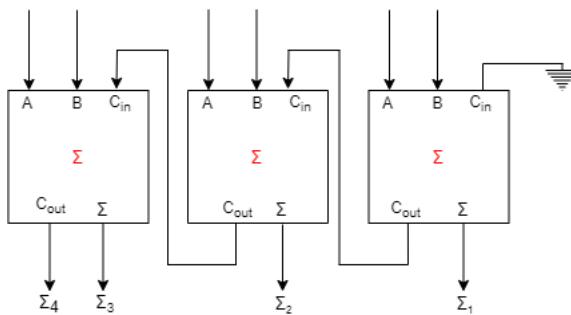


Figure 5.5: Sumador paralelo

### 5.1.4 Sumador 74LS283

Este es un circuito que sirve como sumador de dos números de 4 bits, se puede encadenar más circuitos en forma de cascada para expandir el tamaño. Para poder usar este sumador se debe seguir los siguientes pasos:

1. **Identificar los números:** En nuestro ejemplo, usaremos B=22 y A=9.
2. **Pasar números a binario:** Si se desea la suma, solo se pasa a binario. Si se desea una resta, por ejemplo 22+(-9), en necesario pasar a binario ambos números y el número negativo se tiene que negar usando complemento a 1.
3. **Colocar los números en las entradas:** Para la suma: B=22=0001 0110 y A=9=0000 1001 en caso de la suma, en caso de resta: B=22=0001 0110 y A=-9=1111 0110. En este caso el tamaño de cada número es 1 byte, y están agrupados en grupos de 4 bits. Colocamos en las entradas en grupos de 4 bits empezando con el MSB.

Para la suma:

- **B(1-4):** Colocamos 0001.
- **A(1-4):** Colocamos 0000.
- **B(5-8):** Colocamos 0110.
- **A(5-8):** Colocamos 1001.
- **Interruptor Suma/Resta:** Este es un interruptor que commuta entre una suma y resta, como sumaremos 22+9 lo dejamos en 0.

Para la resta:

- **B(1-4):** Colocamos 0001.
- **A(1-4):** Colocamos 1111.

- **B(5-8):** Colocamos 0110.
- **A(5-8):** Colocamos 0110.
- **Interruptor Suma/Resta:** Al tratarse de una resta  $22+(-9)$  lo dejamos en 1.

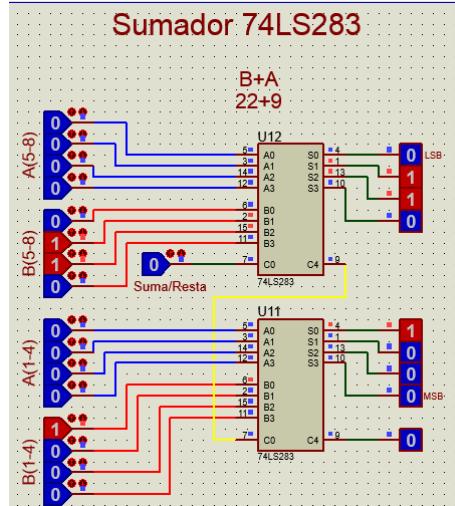


Figure 5.6: Sumador 74LS283 en proteus.

### 5.1.5 Sumador Acarreo Anticipado

La propagación de acarreo tiene lugar cuando el acarreo de entrada se transmite como acarreo de salida. El acarreo de entrada puede ser propagado por el sumador completo cuando uno o ambos bits de entrada son igual a 1. El acarreo propagado( $C_p$ ) se expresa como la función OR de los bits de entrada.

$$C_p = A + B$$

La generación tiene lugar cuando el sumador completo genera internamente un acarreo de salida. Solo cuando ambos bits de entrada son 1 se genera internamente un acarreo de salida. Solo cuando ambos bits de entrada son 1 se genera un acarreo, el acarreo acelerado  $C_g$  se expresa como la función AND de los bits de entrada A y B.

$$C_g = A \cdot B$$

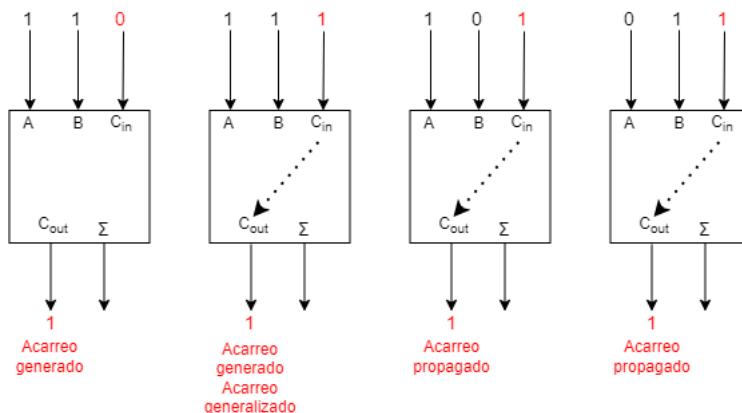


Figure 5.7: Sumador anticipado.

## 5.2 Codificador y Decodificador

Es el proceso de asignar a cada entrada una combinación única de bits.

### 5.2.1 Encoder

Son circuitos combinacionales con  $2^n$  entradas máximas y  $n$  salidas, en donde las filas de las entradas van a tener **solo un dato que cambia** y en la salida aparece un código asignado a esas entradas.

#### 5.2.1.1 Procedimiento

1. Determine cual es el único valor que cambia en la entrada.
2. Las salidas se leen por columnas tomando cada dato como un término completo.
- **Caso 1: En cada fila hay un dato que cambia.** En un teclado se utilizan teclas del 0 al 3 y se requiere que en las salidas entregue los números codificados en binario en las entradas. La

IN				OUT	
$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$B_0$	$B_1$
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1

Table 5.3: Tabla de verdad codificador 3 botones.

realización de esta tabla cumple con:  $2^2 = 4$  entradas y 2 salidas. El dato que cambia es la entrada 1, si lo escribimos como POS y SOP:

$$\begin{aligned}B_1 &= T_1 + T_3 \\B_2 &= T_2 + T_3 \\B_1 &= \overline{T_0} \cdot \overline{T_2} \\B_2 &= \overline{T_0} \cdot \overline{T_1}\end{aligned}$$

- **Caso 2: Hay una fila donde ningún dato cambia.**

IN			OUT	
$D_0$	$D_1$	$D_2$	B	A
0	1	1	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Table 5.4: Codificador: una fila no cambia.

$$A = \overline{D_1} + (D_0 \cdot D_1 \cdot D_2)$$

$$B = \overline{D_2} + (D_0 \cdot D_1 \cdot D_2)$$

$$A = D_0 \cdot D_2$$

$$B = D_0 \cdot D_1$$

- **Hay una fila donde todos los datos cambian.**

IN			OUT	
$D_0$	$D_1$	$D_2$	B	A
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
0	0	0	0	1

$$A = \overline{D_1} + (\overline{D_0} \cdot \overline{D_1} \cdot \overline{D_2})$$

$$B = \overline{D_1} + \overline{D_2}$$

$$A = D_0 \cdot D_2$$

$$B = D_0 \cdot (D_0 + D_1 + D_2)$$

Tipos:

- **Sin prioridad:** Solamente una entrada puede ser activada en cada instante.

IN								OUT		
$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1

$$Y_0 = \overline{A_1} + \overline{A_3} + \overline{A_5} + \overline{A_7} \therefore Y_0 = \overline{A_1 \times A_3 \times A_5 \times A_7}$$

$$Y_1 = \overline{A_2} + \overline{A_3} + \overline{A_6} + \overline{A_7} \therefore Y_1 = \overline{A_2 \times A_3 \times A_6 \times A_7}$$

$$Y_2 = \overline{A_4} + \overline{A_5} + \overline{A_6} + \overline{A_7} \therefore Y_2 = \overline{A_4 \times A_5 \times A_6 \times A_7}$$

Las entradas se activan con 0 lógico.

- **Con prioridad:** Codifica la entrada activa de mayor valor decimal son tener en cuenta los demás. Un ejemplo con prioridad es el IC74147, donde todas las entradas se activan con 0 lógico y las todas las salidas están negadas, es decir, se activan con 0 lógico.

### 5.2.2 Decoder

Al contrario del encoder, el decoder es lo contrario: de  $n$  entradas se puede manipular  $2^n$  entradas. El número en binario se escribe empezando por el A1 (que es más significativo). Los decodificadores tienen su propia tabla de la verdad que representa los estados posibles de entrada y los respectivos valores de las salidas para cada uno de esos estados.

De esta tabla de la verdad podemos sacar el circuito lógico combinacional con puertas lógicas, circuito lógico para construir nuestro decodificador.

**Ejemplo 5.1** Diseñe 2 circuitos que al activarse cada uno de los pulsadores en la salida se visualicen los siguientes números en binario:

1. Pulsador 1: 14

2. Pulsador 2: 50
3. Pulsador 3: 23
4. Pulsador 4: 72

**Solución:**

Primero, vamos a separar decenas y unidades de cada número y diseñar una tabla de verdad para cada uno. Solo poseemos 4 pulsadores, por lo tanto, vamos a necesitar 3 salidas puesto que los números de las decenas(1, 5, 2, 7) expresadas en binario necesitan 3 dígitos; entonces para  $n=3$  salidas nos podemos permitir  $2^3 = 8$  entradas, pero solo haremos uso de 4 entradas. Nuestro circuito constará de dos sub-circuitos: uno se encargará de mostrar los dígitos de las decenas y el otro mostrará los dígitos de las unidades. Desarrollamos la tabla de verdad para las decenas.

INPUT				OUTPUT			
$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$D_2$	$D_1$	$D_0$	$N_0$
1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	5
0	0	1	0	0	1	0	2
0	0	0	1	1	1	1	7

Una vez que hayamos desarrollado nuestra tabla de verdad las simplificamos usando POS o SOP, es preciso decir que ambos son posibles pero como hablamos de **SIMPLIFICAR** usaremos el que menos términos genere, en otras palabras: la salida  $D_0$  posee 3 salidas en 1(SOP), esa misma salida posee 1 salida en 0(POS), entonces nos combiene POS pues solo será un término comprado a los 3 que nos generaría la otra forma. Aplicando POS a la tabla de las decenas:

$$D_0 = \overline{P_3}$$

$$D_1 = \overline{P_1} \times \overline{P_2}$$

$$D_2 = \overline{P_1} \times \overline{P_3}$$

Lo mismo haremos con las unidades, sin embargo en esta tabla notamos que nos conviene expresarlo como SOP pues en cada salida hay menos salidas 1 que salidas 0, por lo tanto, simplificando mediante SOP la tabla de las unidades:

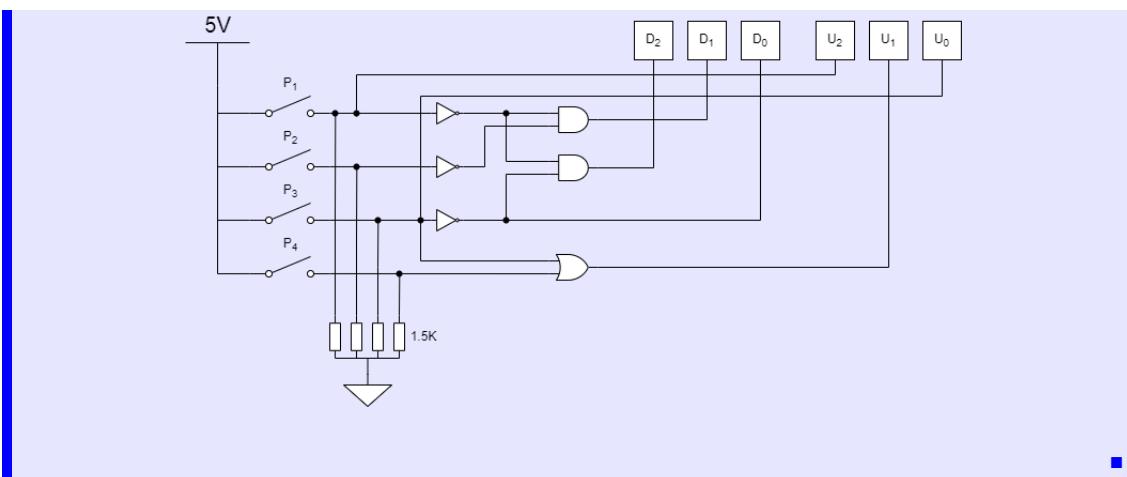
INPUT				OUTPUT			
$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$D_2$	$D_1$	$D_0$	$N_0$
1	0	0	0	1	0	0	4
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	3
0	0	0	1	0	1	0	2

$$U_0 = P_3$$

$$U_1 = P_3 + P_4$$

$$U_2 = P_1$$

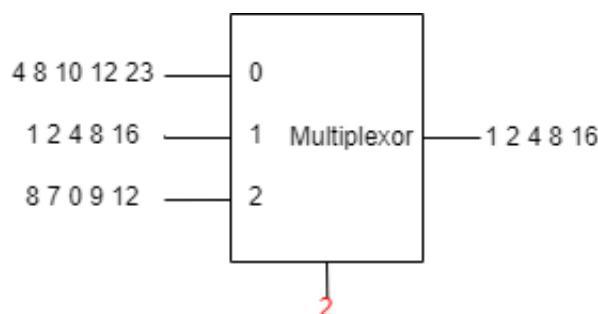
Ya tenemos las expresiones, antes de realizar el circuito esta de más aclarar que el bit más significativo es en el caso de las decenas  $D_2$  y en el caso de las unidades es  $U_2$ . Tenemos las expresiones booleanas de cada tabla así que solo queda realizar su circuito:



## 5.3 Multiplexor y Demultiplexor

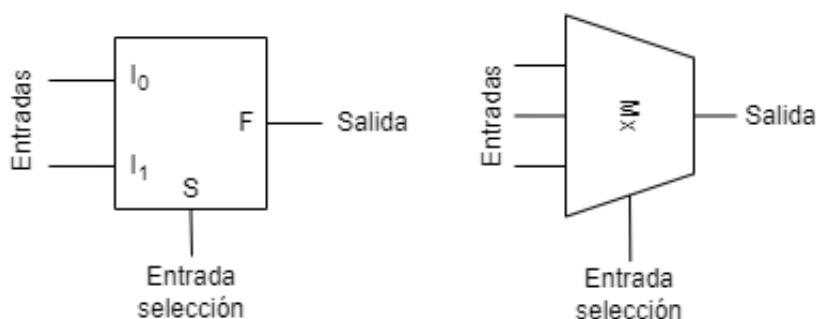
### 5.3.1 Multiplexor

Circuito combinacional al que entran varios canales y solo sale uno de ellos.



#### 5.3.1.1 Multiplexor Simple

Existen dos posibles simbologías para los multiplexores:



S	I <sub>1</sub>	I <sub>0</sub>	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

		I <sub>1</sub> I <sub>0</sub>			
		00	01	11	10
S	0	0	1	1	0
	1	0	0	1	1

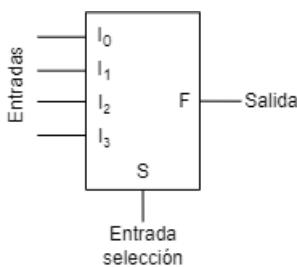
$$F = \bar{S} \cdot I_0 + S \cdot I_1$$



Es usual que en las tablas de verdad, la entrada que se encuentra a la izquierda es el más significativo(MSB) mientras que el que se encuentra más a la derecha es el menos significativo(LSB).

Si analizamos la tabla: vemos que la entrada de selección S, poseerá dos estados; si analizamos cuando S=0 vemos que la salida F estará activada siempre y cuando la entrada  $I_0$  tenga la entrada activa, mientras que si  $I_0$  posee una entrada 0, no importa el valor que posea la entrada  $I_1$ (alto o bajo) la salida F siempre será 0. Esto nos quiere decir que cuando S=0, la salida F solo le importará los estados de la entrada  $I_0$  pero no de  $I_1$ . Cuando la entrada de selección S=1, notaremos lo mismo comportamiento, la salida F solo tomará en cuenta los estados de la entrada  $I_1$  puesto que la entrada  $I_0$  no nos importa. En conclusión, la la entrada de control S es capaz de seleccionar entre dos entradas.

### 5.3.1.2 Multiplexor 2 entradas selección

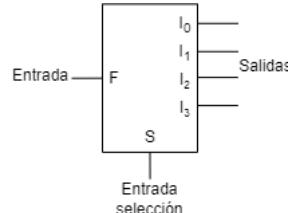


$S_1$	$S_0$	F
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$

$$F = \overline{S_1} \cdot \overline{S_0} \cdot I_0 + \overline{S_1} \cdot S_0 \cdot I_1 + S_1 \cdot \overline{S_0} \cdot I_2 + S_1 \cdot S_0 \cdot I_3$$

### 5.3.2 Demultiplexor

Al igual que el multiplexor puede poseer varias entradas, varios canales a diferentes bits.

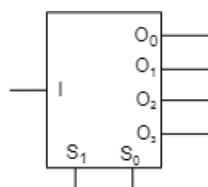


La expresión booleana para el multiplexor más simple:



S	I	$O_1$	$O_0$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	0
1	1	1	0

$$F = \overline{S_1} \cdot \overline{S_0} \cdot I_0 + \overline{S_1} \cdot S_0 \cdot I_1 + S_1 \cdot \overline{S_0} \cdot I_2 + S_1 \cdot S_0 \cdot I_3$$



$S_1$	$S_0$	$O_3$	$O_2$	$O_1$	$O_0$
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

$$O_0 = \overline{S_1} \cdot \overline{S_0} \cdot I$$

$$O_1 = \overline{S_1} \cdot S_0 \cdot I$$

$$O_2 = S_1 \cdot \overline{S_0} \cdot I$$

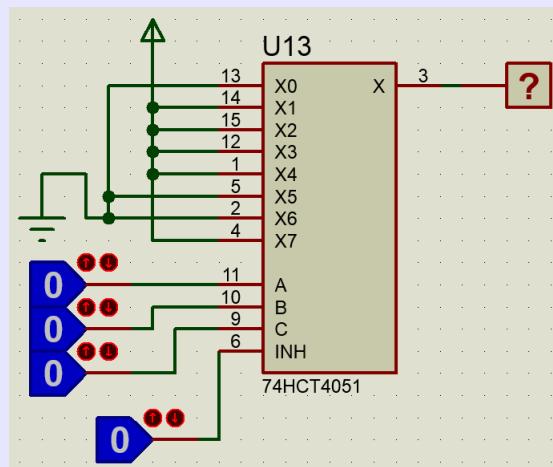
$$O_3 = S_1 \cdot S_0 \cdot I$$

**Ejemplo 5.2** Usando el IC 74HCT4051, expresar la siguiente expresión de un demultiplexor:

$$F = C\bar{B}\bar{A} + \bar{C}B\bar{A} + \bar{C}BA + CBA + \bar{C}BA$$

**Solución:**

Para poder implementarlo con el IC, necesitamos que la expresión este en su forma canónica. Una vez que este en su forma canónica, dependiendo si esta como SOP o POS nos indicará los valores donde será 1 y 0 respectivamente. Como estamos frente a un SOP, los valores decimales de los sumandos(pasando a binario los bits, donde MSB es C y LSB es A) nos dan los números de las entradas en las cuales deben tener entradas altas y las restantes entrada baja.



Cada vez que en las entradas de selección se logre colocar cualquiera de los sumandos de la función F la salida será 1. ■

## 5.4 Latch

El latch(cerrojo) es un tipo de dispositivo de almacenamiento temporal de dos estados(biestable).

### 5.4.1 Latch S-R(Set-Reset)

Dispositivo lógico biestable o multivibrador. Un Latch S-R con entrada activa a un nivel ALTO, se compone de dos puertas NOR o NAND acopladas.

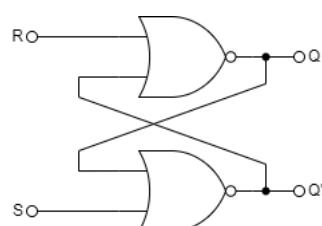
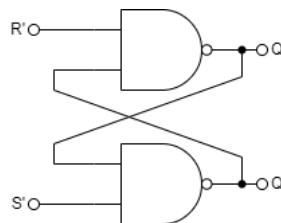


Figure 5.8: Latch S-R con entrada activa a nivel alto.

Figure 5.9: Latch  $\bar{S}$ - $\bar{R}$  con entrada activa a nivel bajo.

#### 5.4.1.1 Comportamiento

En Q, cuando S este en nivel alto y R en estado bajo, la salida Q cambia a nivel alto(Estado inicial Q=0).

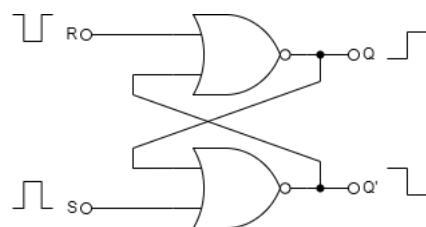


Figure 5.10: Set=1, Reset=0 y Q=1.

Una vez que nos encontramos en este estado, sea cual sea la entrada de S, la salida Q no cambiará:

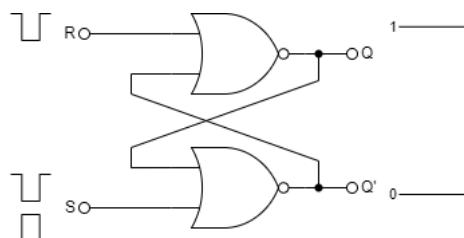


Figure 5.11: Set=1/0, Reset=0 y Q=1.

Cambiará solo si R cambia a estado alto.

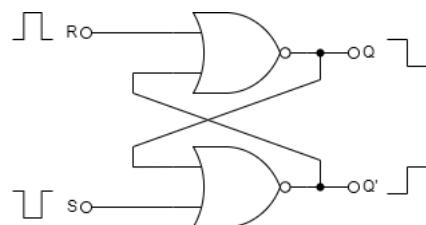
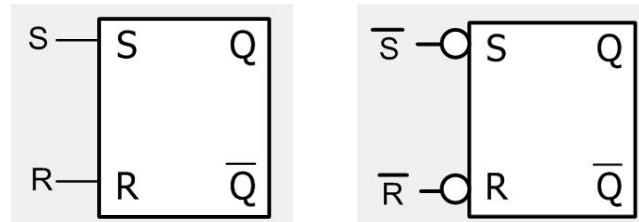


Figure 5.12: Set=0, Reset=1 y Q=0.

#### 5.4.1.2 Condiciones especiales

Los latch poseen algunas restricciones que son importantes conocerlas para tener precaución al momento de implementar circuito.



(a) Latch  $\bar{S}$ - $\bar{R}$  con entrada activa BAJO.  
 (b) Latch S-R con entrada activa ALTA.

Figure 5.15: Latch simbología

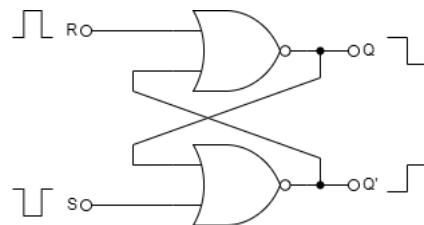


Figure 5.13: Si  $S=0$  y  $R=0$ , las salidas no cambian.

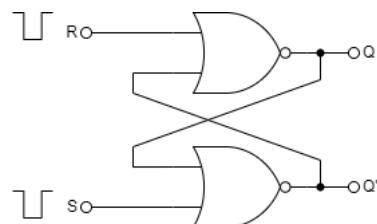


Figure 5.14: Si  $S=1$  y  $R=1$ , las salidas presentan un estado no válido: indeterminado.

### 5.4.2 Símbolo lógico

La simbología del latch es el siguiente: El diagrama de tiempos de un Latch tiene el siguiente

Input		Output		
$\bar{S}$	$\bar{R}$	Q	$\bar{Q}$	Comentarios
1	1	NC	NC	No cambia, permanece en el mismo estado
0	1	1	0	Latch estado SET
1	0	0	1	Latch estado Reset
1	1	1	1	Condición NO valida

Table 5.5: Tabla de verdad: Latch

comportamiento ejemplificado:

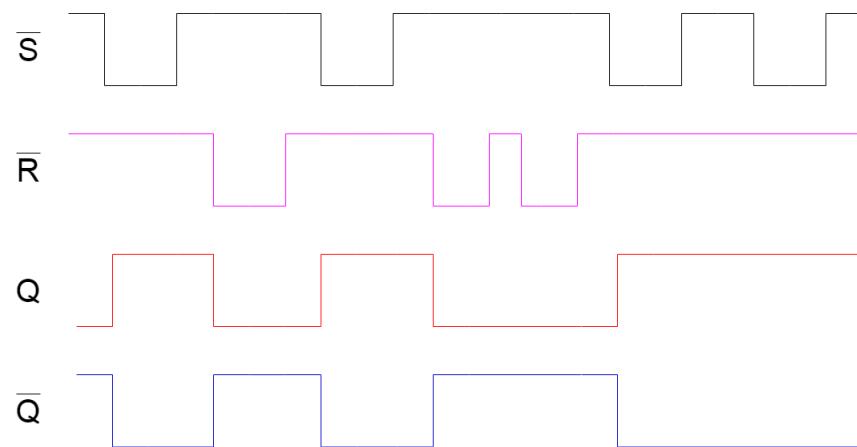
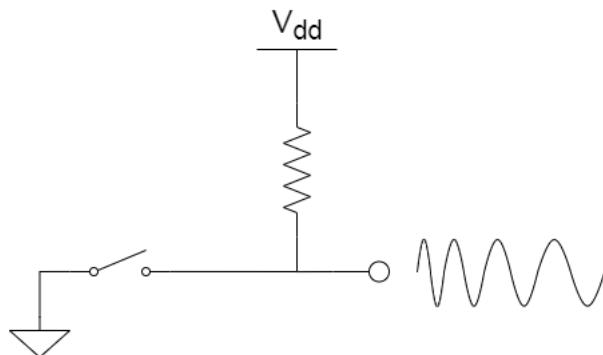


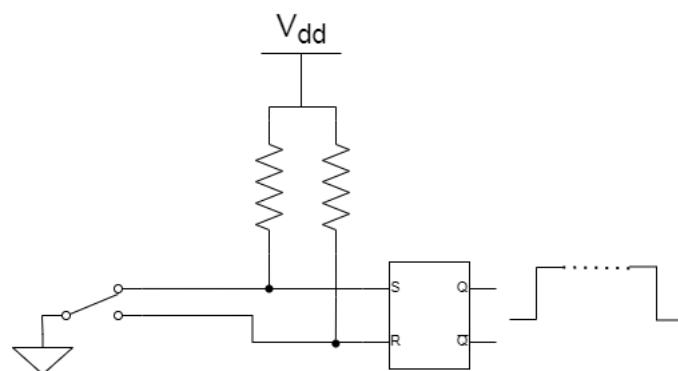
Figure 5.16: Diagrama de tiempos Latch.

### 5.4.3 Latch: Eliminador de rebote

Se presenta un circuito con interruptor:



Vemos que la salida no es estable, esta lectura inestable puede ocasionar errores de lectura o falsos altos y bajos. Por eso se añade un latch como eliminador de rebote:



### 5.4.4 Latch con entrada de habilitación

El latch no cambiará de estado hasta que la entrada EN este en nivel ALTO, mientras este en ALTO, las salidas serán controlados por las entradas S y R. Una situación invalida es cuando R y S están a nivel alto simultáneamente. Diagrama de tiempos de un Latch con entrada enable:

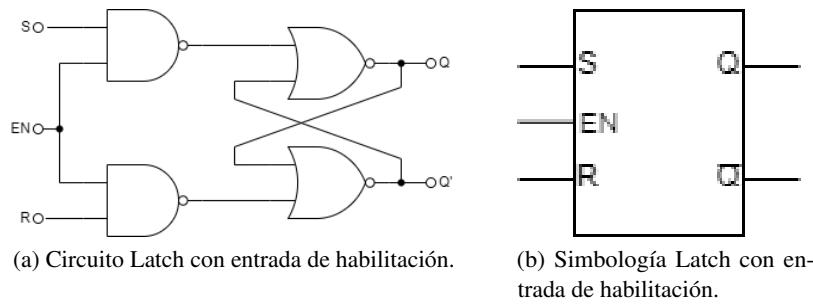


Figure 5.17: Latch con entrada de habilitación.

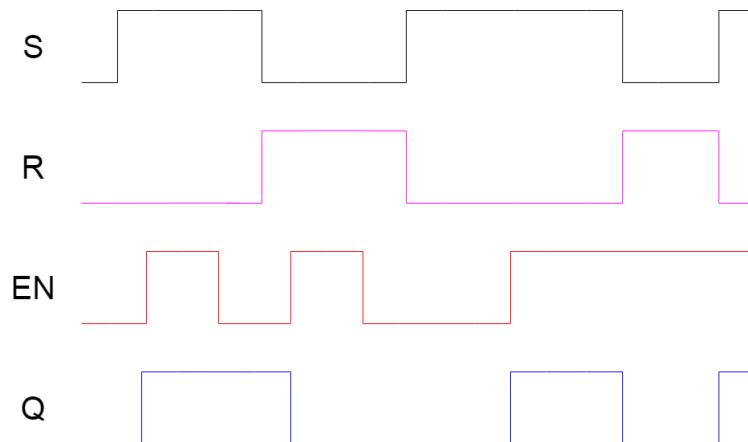


Figure 5.18: Diagrama de tiempos latch S-R con entrada de habilitación.

### 5.4.5 Latch D con entrada de habilitación

A diferencia de latch S-R con entrada de habilitación, el latch D solo tiene una entrada que recibe el nombre de entrada de datos(D) y ademas de la habilitación(EN).

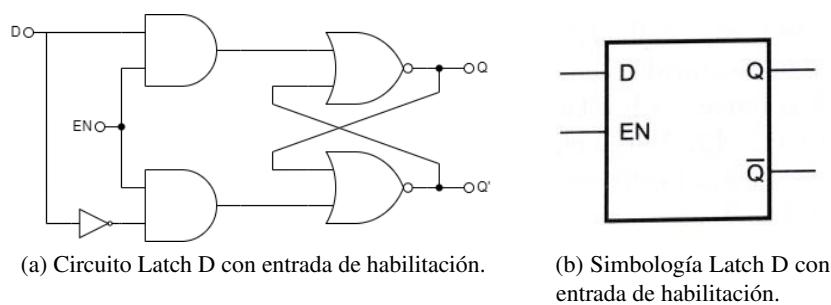


Figure 5.19: Latch D con entrada de habilitación.

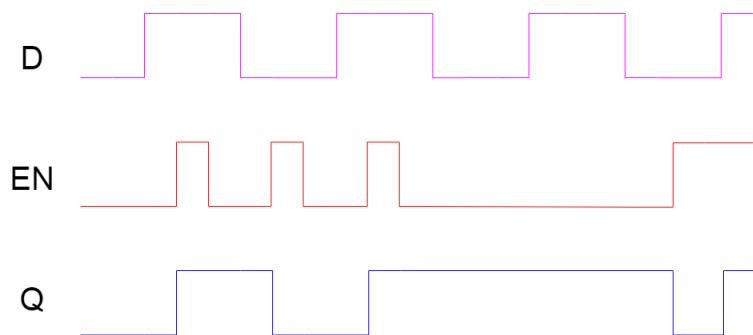


Figure 5.20: Diagrama de tiempos latch D con entrada de habilitación.

Mientras EN este en estado ALTO, la salida Q es una copia de D, si EN pasa a estado BAJO se mantiene el estado anterior.

R	S	D	E	$Q_{SR}$	$Q_{S\bar{T}e}$	$Q_D$
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	No definido	1
1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	No definido	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	No definido	No definido	0
1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1

Table 5.6: Ejemplo de tren de bits de latch S-R, latch S-R con enable y Latch D con enable.

## 5.5 Flip-Flops

Son dispositivos síncronos de dos estados, multivibradores biestables. La salida cambia de estado únicamente en un instante específico de una entrada reloj(CLK). Los cambios se producen sincronizadamente con el reloj. Normalmente son **disparados por flanco**.

Una identificación es por si símbolo lógico lo da un triángulo que se encuentra en la entrada clock. El triángulo de denotar indica entrada dinámica.

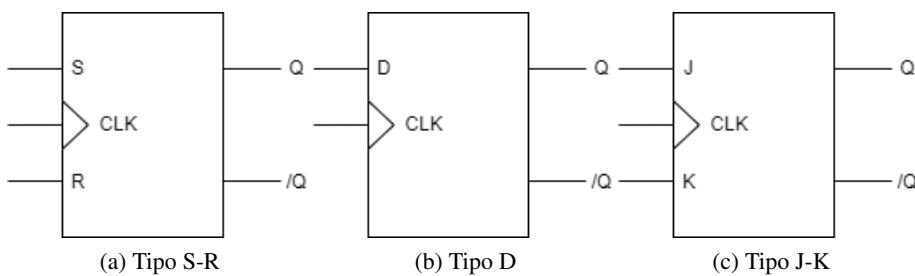


Figure 5.21: Tipos de Flip Flips

### 5.5.1 Flip Flop tipo S-R disparado por flanco

Los estados son iguales a los latch, lo diferente aquí es la entrada reloj y el flanco, hay de dos tipos: disparado por flanco ascendente o descendente.

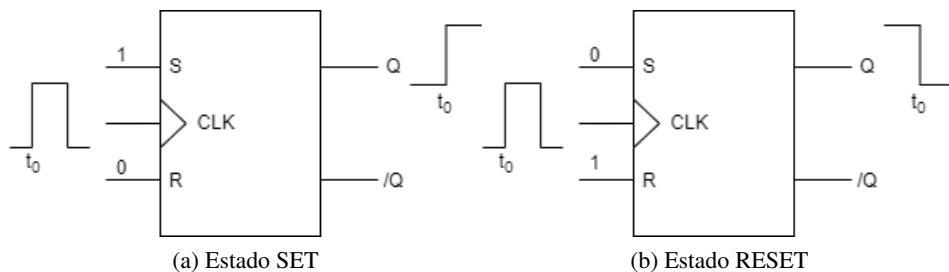
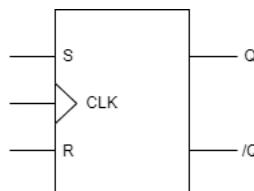


Figure 5.22: Estados



INPUT			OUTPUT		
S	R	CLK	Q	$\bar{Q}$	Comentarios
0	0	X	$Q_0$	$\bar{Q}_0$	No cambia
0	1	$\uparrow$	0	1	RESET
1	0	$\uparrow$	1	0	SET
1	1	$\uparrow$	?	?	No valida

- $\uparrow$ : Transición del reloj de nivel bajo.
- X: Irrelevante.
- $Q_0$ : Nivel de salida previo a la transición del reloj.

Para el flanco descendente positivo es lo mismo solo que  $CLK=\downarrow$ .

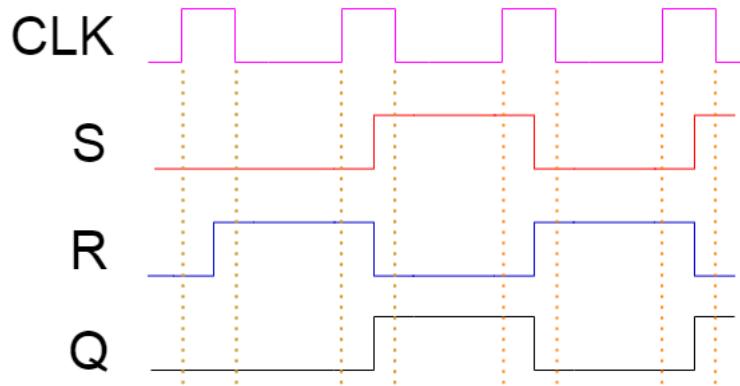


Figure 5.23: Diagrama de tiempos flip flop S-R disparado por flanco descendente.

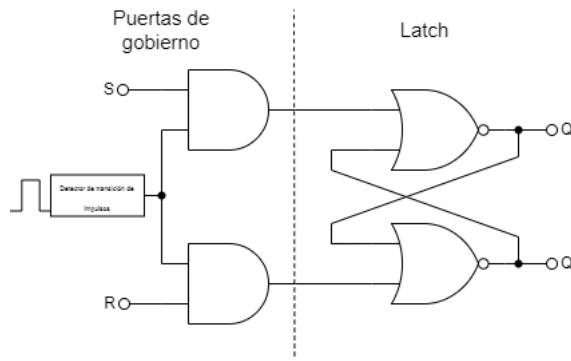


Figure 5.24: Composición de un Flip-Flop

### 5.5.2 Flip Flop D disparado por flanco

Resulta muy útil cuando se necesita almacenar un único bit de dato.

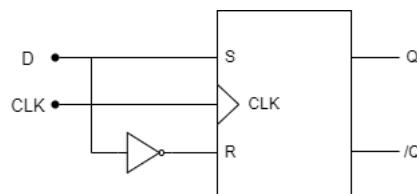


Figure 5.25: Símbolo Flip Flop D disparado por flanco.

INPUT		OUTPUT		
D	CLK	Q	$\bar{Q}$	Comentario
1	$\uparrow$	1	0	SET(almacena 1)
0	$\uparrow$	0	1	RESET(almacena 0)

Table 5.7: Tabla de verdad Flip Flop tipo D disparado por flanco

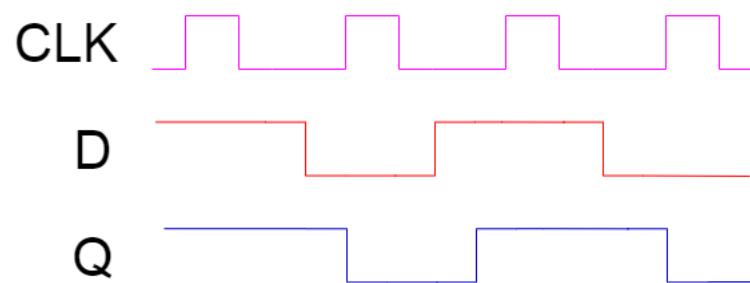


Figure 5.26: Diagrama de tiempos

J	K	CLK	Q	$\bar{Q}$	Comentario
0	0	↑	$Q_0$	$\bar{Q}_0$	No cambio
0	1	↑	0	1	RESET
1	0	↑	1	0	SET
1	1	↑	$Q_0$	$\bar{Q}_0$	Basculación

Table 5.8: Tabla de verdad Flip Flop J-K disparado por flanco

### 5.5.3 Flip Flop J-K disparado por flanco

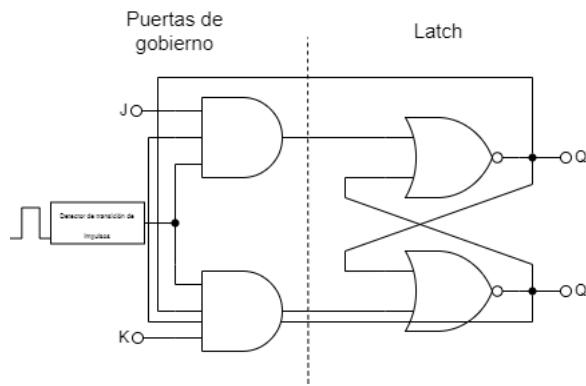


Figure 5.27: Símbolo Flip Flop J-K disparado por flanco.

- R** De acuerdo con la tabla de verdad, cuando las entradas J y K están a nivel lógico 1, a cada flanco activo en la entrada de reloj, la salida del biestable cambia de estado. A este modo de funcionamiento se le denomina modo de basculación (toggle en inglés).

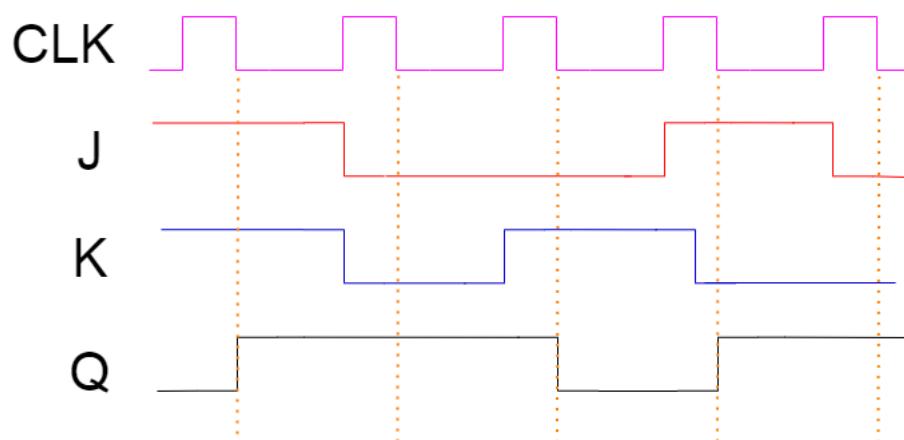


Figure 5.28: Ejemplo: flanco descendente

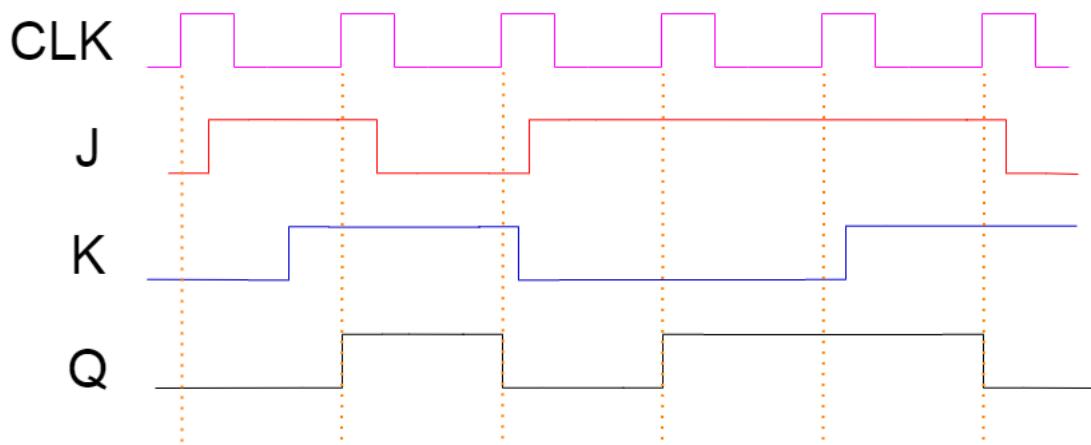


Figure 5.29: Ejemplo: flanco ascendente

### 5.5.4 Entradas asíncronas de inicialización y borrado

La mayoría de los circuitos integrados tienen también otras entradas asíncronas. Generalmente son *Preset* (PRE), *clear* (CLR), activación directa (SD) y desactivación directa (RD).

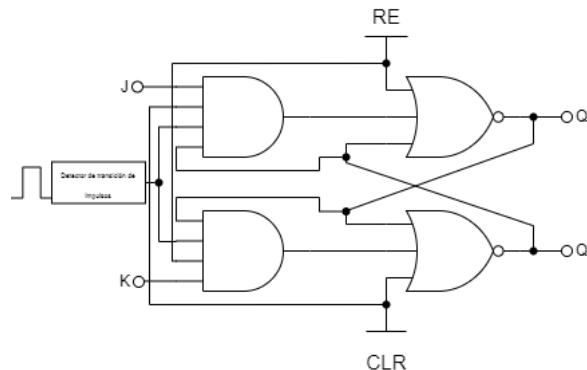


Figure 5.30: Implementación de entradas asíncronas.

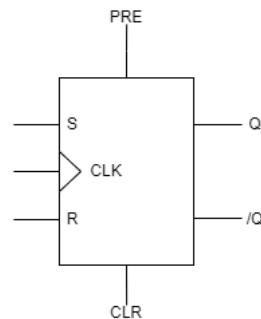


Figure 5.31: Simbología de las entradas PREset y CLeaR.

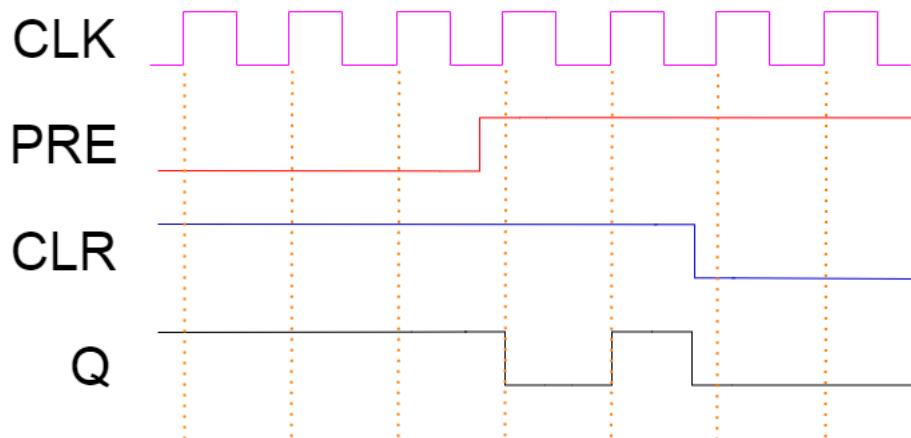
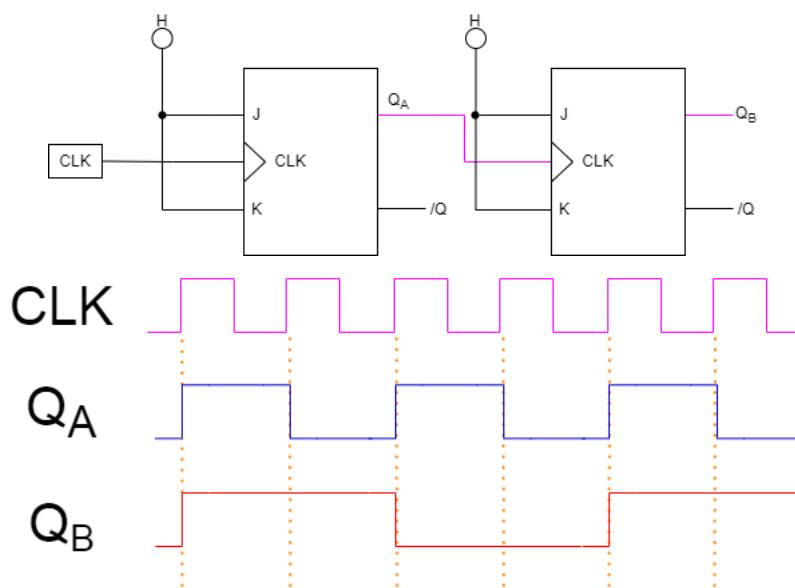


Figure 5.32: Diagrama de tiempos de las entradas PRE y CLR.

## 5.6 División de frecuencia

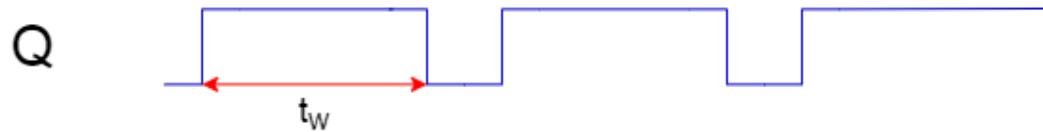
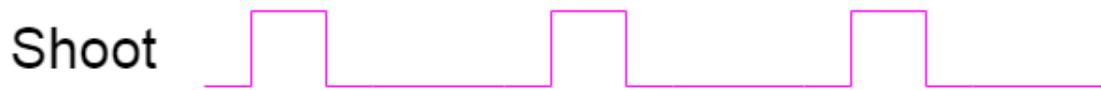
Usando Flip-Flops J-K se consigue dividir la frecuencia de reloj por 4.



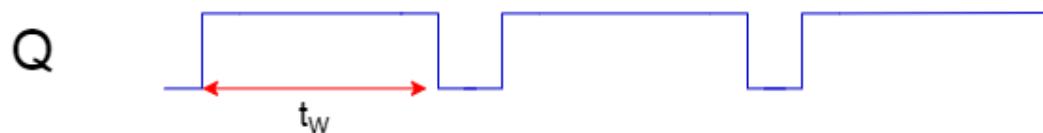
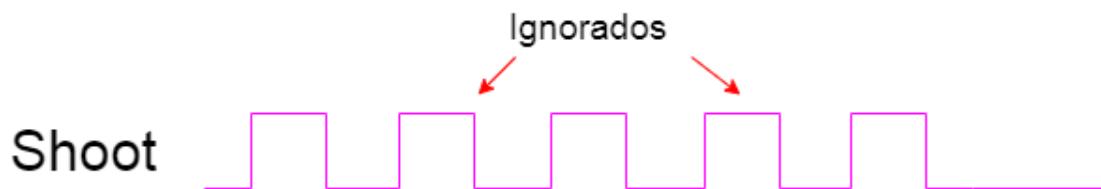
## 5.7 Monoestables

Dispositivos multivibradores que solo tienen un único estado estable. Normalmente, un monoestable se encuentra en su estado estable, cambiando a su estado inestable solo cuando se dispara. Una vez que se ha disparado, el monoestable permanece en su estado inestable durante un determinado intervalo de tiempo, volviendo a continuación a su estado estable.

El tiempo que este dispositivo permanece en el estado inestable determina la anchura del impulso de salida. Nótese que los monoestables tienen que esperar hasta que se termine el tiempo definido, mientras que los monoestables disparables al ser activado antes que termine el tiempo definido se vuelve a inicializar el tiempo.

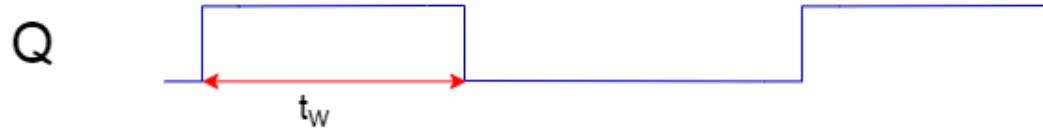


(a) Periodo shoot menor que Q.

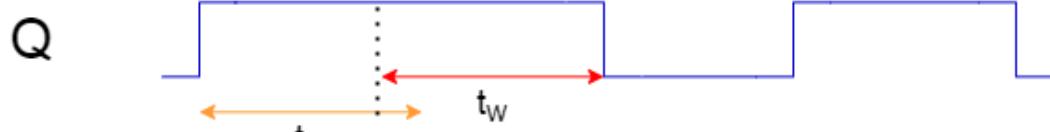


(b) Periodo shoot mayor que Q.

Figure 5.33: Monoestable no redisparable



(a) Periodo shoot menor que Q.



(b) Periodo shoot mayor que Q.

Figure 5.34: Monoestable redisparable

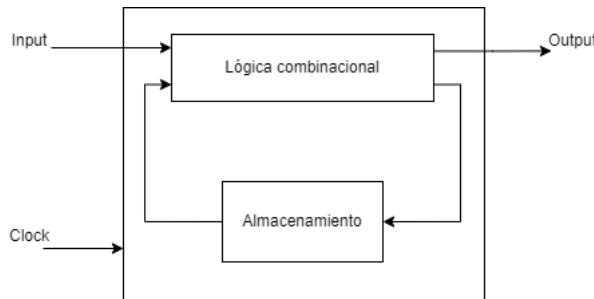


## 6. Circuitos Lógicos Secuenciales

Circuito Lógico Combinacional cuya salida depende de los valores actuales y pasados de las señales de entrada.

### Componente:

- Señal de entrada y salida(binaria).
- Señal de reloj (binaria periodica).
- Lógica combinacional(determina la salida y el próximo estado)
- Almacenamiento (mantiene información sobre el estado actual)



### 6.1 Máquina de estados

Solo hablaremos de los Circuitos Secuenciales Síncronos.

Red de combinacionales y biestables conectados entre si. Puede haber caminos cíclicos, pero tienen que atravesar al menos un biestable. Todos los biestables usan la misma señal reloj. Las señales de entrada se sincronizan con el mismo reloj.

Tiempo del reloj debe ser mayor o igual al tiempo de propagación del flip flop más el tiempo de propagación del CLC<sup>1</sup>(ecuación 6.1).

$$T_c \geq T_p(FF) + T_p(CLC) \quad (6.1)$$

Existen dos tipos de maquinas de estados:**Mealy** y **Moore**. Son parecidas pero no iguales. Veremos la de Mealy puesto que la de Moore será más fácil.

<sup>1</sup>Abreviatura de Circuito Lógico Combinacional

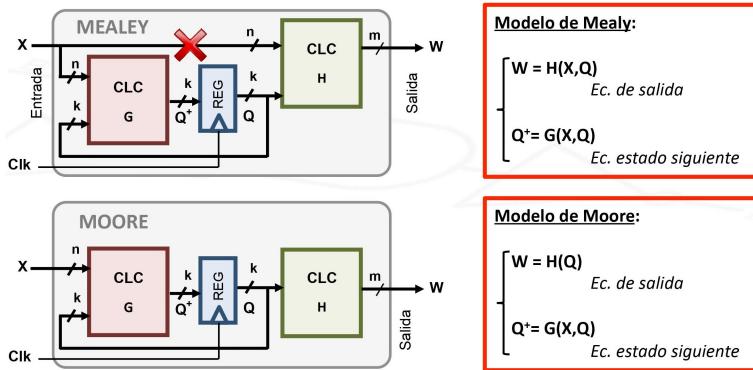


Figure 6.1: Tipos de maquina de estado

Notesé la diferencia entre ambas, la única diferencia es la entrada, en Moore solo se dirige a CLC G mientras que en el de Mealy de dirige tanto al CLC G como al CLC H.

### 6.1.1 Modelo de Mealy

Cualquier CLS<sup>2</sup> puede expresarse como: Agrupando todos los circuitos en un único CLC(en la figura 6.1, solo contariamos con REG y CLC H) y los biestables(flip flop) en único REG. Es posible que existan más CLC(en la figura 6.1 se presenta dos CLC,G y H).

Datos que queremos caracterizar

- Número de entradas:  $X=(x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1, x_0)$
- Número de salidas  $W=(W_{n-1}, W_{n-2}, \dots, W_1, W_0)$
- Número de estados  $Q=(q_{n-1}, q_{n-2}, \dots, q_1, q_0)$

Por eso necesitamos caracterizar:

- Tabla de verdad de  $W$ .
- Tabla de verdad de  $Q^+$ .
- Estado inicial de  $Q$

Puede ser un poco complicado de entender, vamos a hacer un ejercicio para entender mejor.

#### Ejemplo 6.1 Con:

- $X=(X_0)$
- $W=(W_1, W_0)$
- $Q=(q_1, q_0)$
- Estado inicial= $(0,0)$

Antes de todo, analicemos: Tenemos  $X$  que representa las entradas,  $W$  que representa las salidas,  $Q$  es el número de estados y el estado inicial, que representa el estado en el que el circuito siempre va empezar. Primero, mirando la forma de un CLC de Mealy (6.1), poseemos dos CLC: G y H. Primero empecemos con G: Este CLC G es un circuito de transición, puesto que no es la salida, sino que las salidas se almacenan para que el siguiente CLC funcione. ¿Como armamos la tabla de verdad?

Primero, como siempre identificamos las entradas: Tenemos  $X$  como entrada y  $Q$  el número de estados, podemos concluir que nuestras tablas deben tener 3 entradas:  $q_1, q_0$  y  $x_0$ ; escribimos todas las combinaciones pero ¿Cómo sabes que salidas habrá? Las salidas serán las mismas que el número de estados, se les diferencia con un símbolo de suma encima ellos que significa que el estado ha evolucionado. La **tabla de transición** se vería de la siguiente manera:

<sup>2</sup>Circuito Lógico Secuencial

$q_1$	$q_0$	$x_0$	$q_1^+$	$q_0^+$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	x	x
1	1	1	x	x

Las x significa que puede tomar cualquier valor puesto que esos valores no nos importan. En este caso, las salidas  $q^+$  serán puestas con esos números a manera de ejemplo pero pueden ser distintos valores, depende de tu propósito. Con esto ya hemos terminado nuestra **tabla de transición  $Q^+ G$** . Antes de pasar el CLC H entendamos el CLC G:

¿Qué nos quiere decir?

Nos da como estado inicial (0,0) teniendo la forma de  $Q(q_1, q_0)$ . Nuestro punto de partida será (0,0). Ahora ese estado inicial (0,0) evolucionará, cambiará a otro estado (el que queramos, ya depende de nuestro propósito), en este ejemplo el estado inicial tiene dos posibles evoluciones dependiendo si  $x_0$  es 0 o 1. Si  $x_0=0$ , el estado inicial (0,0) evoluciona a (0,0) mientras que si  $x_0=1$ , el estado (0,0) evoluciona a (0,1). Listo, ahora recordemos que el CLC G tiene en secuencia el CLC H que lo veremos luego y tiene al REGistro; es decir, las salidas  $(q_1^+, q_0^+)$  serán las entradas  $(q_1, q_0)$ . Expliquemos este paso, si tenemos (0,0) y  $x_0=0$ , es estado de evolución será (0,0), ese mismo estado será las entradas  $(q_1, q_0)$ , y entraremos en un bucle infinito, si  $x_0=1$ , las entradas (0,0) evolucionan a (0,1), vemos que aquí podemos avanzar en la tabla, ahora salida (0,1) será nuestra entrada y estaremos antes otros dos casos; ahora tenemos como estado inicial (0,1), si  $x_0=0$  la salida será (1,0) que significa que avanzaremos en la tabla pero si  $x_0=1$  no avanzaremos, nos quedaremos en ese estado infinitamente. En otras palabras, las salidas al ser las mismas que las entradas, van avanzando en su evolución, eso depende de nuestra entrada x(no siempre, depende de nuestro propósito). Si seguimos bajo esta lógica, llegaremos hasta el penúltimo estado, donde la entrada (1,0) permanecerá en el mismo estado si  $x_0=0$ , y estará en ese bucle hasta que  $x_0=1$ , donde evolucionará a (0,0) y se volverá a repetir el ciclo, con esto se asegurar un ciclo evolutivo cerrado.**¿Y el CLC H?**

Es posible añadir más CLC, si añadimos un CLC que vaya después del REG, las entradas del CLC H(el que viene después del REG) serán las salidas del CLC G. Podemos decir que las salidas del CLC G serán las entradas del mismo CLC G(se autoalimenta con respecto a las entradas) y a su vez serán las entradas del CLC H, pero el CLC H no tiene retroalimentación, solo depende de las entradas y los estados almacenados(salidas del CLC G que se almacenan en REG).

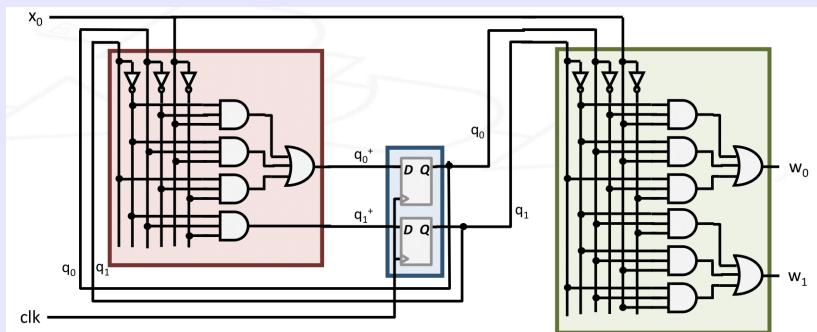
Dada la **Tabla de verdad de la salida**, en este ejemplo las definiremos de la siguiente manera<sup>a</sup>

$q_1$	$q_0$	$x_0$	$w_1$	$w_0$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

Si te fijas bien, las salidas de la tabla de transición  $Q^+$ (CLC G) están contenidas en las entradas de la tabla de verdad de W(Tabla de verdad de la salida), y las salidas son independientes, puesto que estas serán las salidas de nuestra máquina de estado.

### ¿Y como armo el circuito?

Para armar el circuito se tiene que simplificar ambas tablas a SOP o POS, según nos sea mejor, una vez que hayamos logrado simplificar lo más que podamos procedemos a implementar el circuito, el circuito de nuestro ejemplo sería:



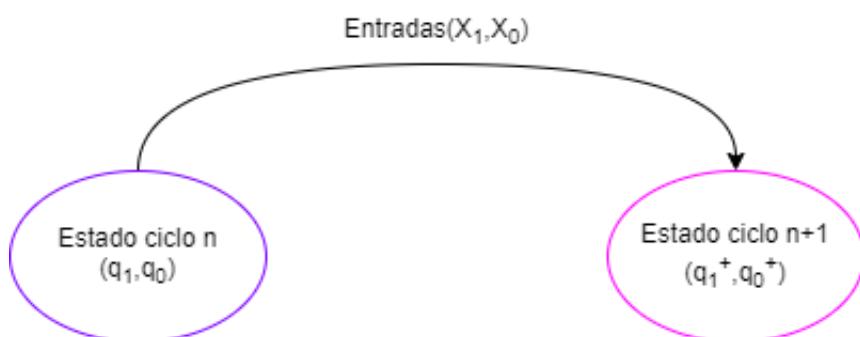
Según lo visto se puede completar la siguiente tabla sabiendo el estado inicial es  $(0,0)$ :

$q_0$	0	0	0	1	1	0	1
$q_1$	0	0	0	0	0	1	0
Ciclo	n	n+1	n+2	n+3	n+4	n+5	
$X_0$	0	1	1	0	1	1	
$w_0$	0	1	1	0	0	1	
$w_1$	0	0	1	1	0	1	
$q_0^+$	0	1	1	0	1	1	
$q_1^+$	0	0	0	1	0	0	

"Ojo, no siempre saldrá así, ya depende de nuestro proyecto o nuestras necesidades."

## 6.2 Grafos de estados

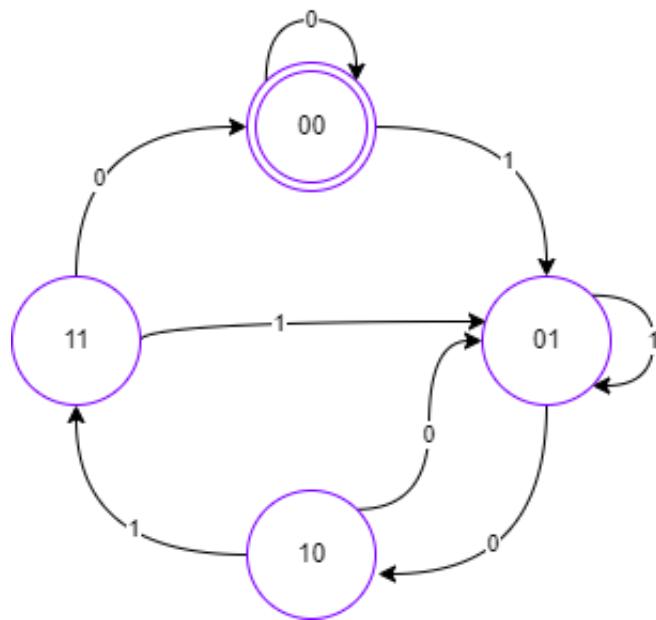
Grafos de estados o diagramas de estado son una forma de expresar las tablas de transición, el formato es el siguiente:



Dada la tabla de transición:

$q_1$	$q_0$	$x_0$	$q_1^+$	$q_0^+$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1

Su grafo correspondiente es:



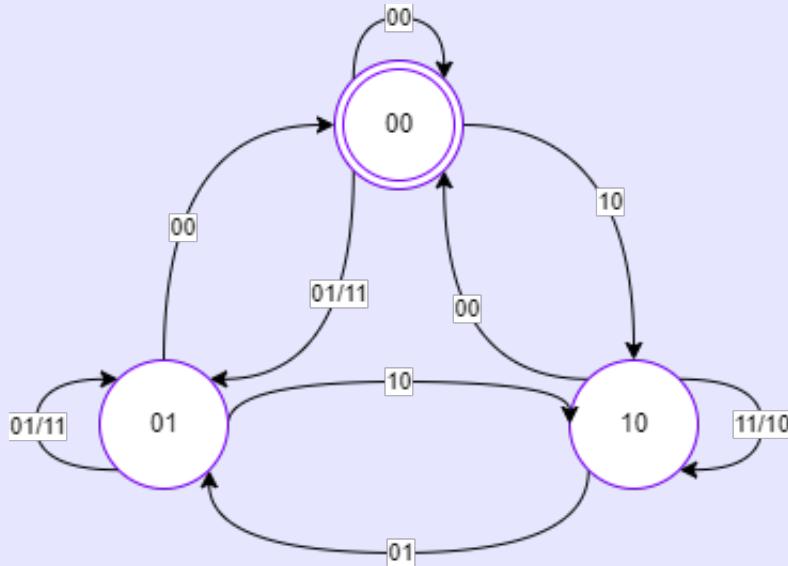
El **estado inicial** es representado con el doble círculo.

**Ejemplo 6.2** Dada la tabla de transición de un CLS, dibuja su grafo de estados:

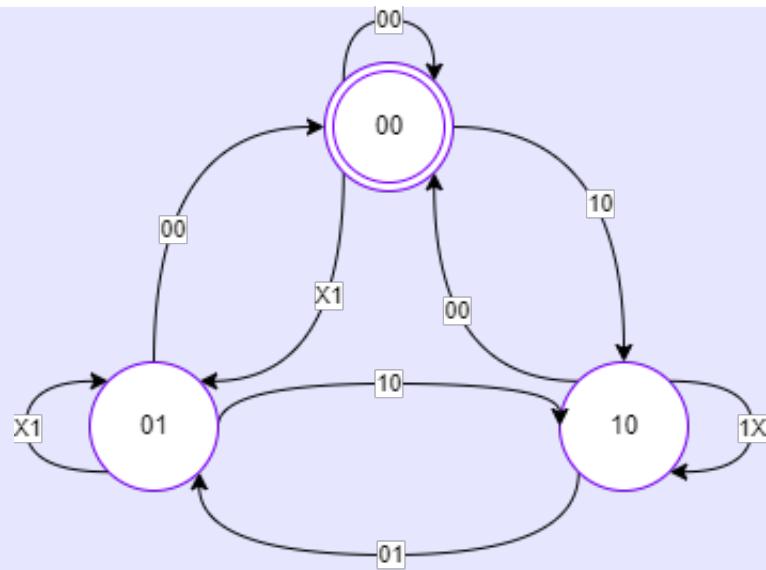
$q_1$	$q_0$	$x_1$	$x_0$	$q_1^+$	$q_0^+$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0

**Solución:**

Nos fijamos en la salidas y en las entradas, notamos que en las salidas son: (0,0), (0,1) y (1,0) en las entradas tenemos las mismas combinaciones excepto (1,1). Como conclusión de este análisis podemos decir que la entrada (1,1) no se usa, ya que ninguna salida hace que lleguemos a este estado, por ende nuestros estados son: (0,0), (0,1) y (1,0). Una vez tengamos los estados definidos procedemos a hacer las flechas basandonos en las entradas  $x_1$  y  $x_0$ .



Nota que algunas flechas tiene dos estados, por ejemplo: 01/11 o 11/10. Cuando tenemos estos casos podemos simplificarlo ya que considerando la forma que tienen ( $x_1, x_0$ ), no nos importa el valor de  $x_1$  y no nos importa  $x_0$  respectivamente en cada caso, así que podemos escribir una x indicando no importa el estado de alguna entrada, simplificando quedaría así:

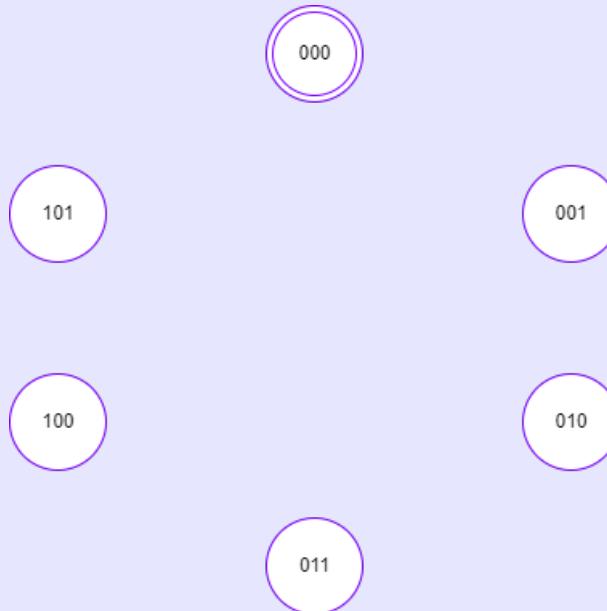


Aplicando la teoría a un ejemplo más real:

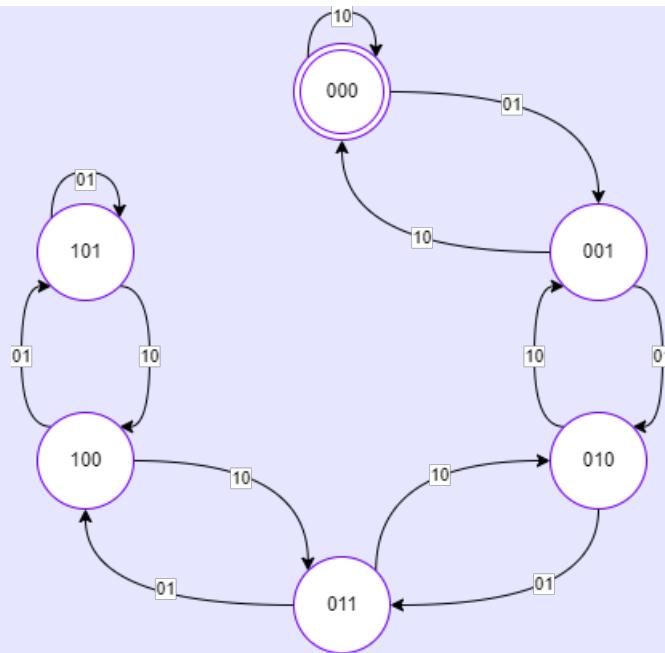
**Ejemplo 6.3** Tenemos un contador desde 0 al 5, con entradas  $x_1$  y  $x_0$ . Hacer el grafos teniendo en cuenta que  $x_1=+1$  y  $x_0=-1$  con estado inicial en 0,0.

**Solución:**

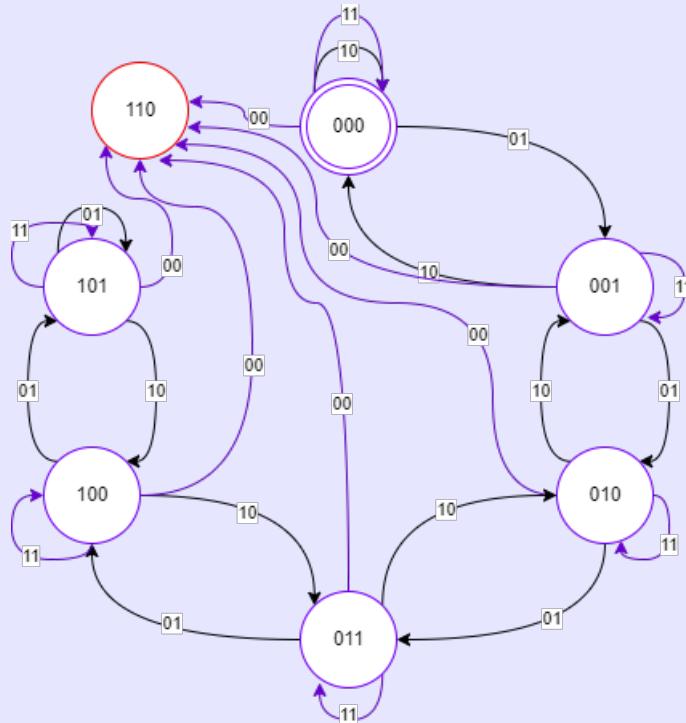
Desde el 0 al 5 tenemos 6 números, por lo tanto haremos que cada número en binario sea un estado teniendo un total de 6, así que necesitaremos  $2^3=8$  estados(como solo necesitamos 6 dos estados no serán usados):



El problema nos dice que si la combinación de las entradas es (0,1) significa que sumamos uno y si es (1,0) restamos uno. Sabiendo esto vamos a unir los estados con flechas:

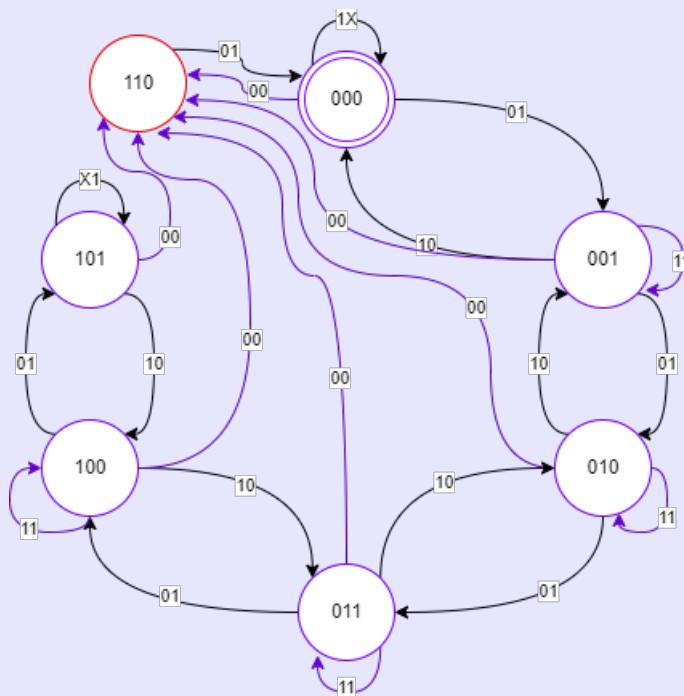


Listo, tenemos las sumas y las restas, nota que cuando llegue al estado 000 y restamos se queda en el mismo estado; lo mismo que si sumamos al último estado (101) se quedará en el mismo estado, pero podemos mejorar este modelo. Definiremos lo siguiente: que cuando las entradas sean (1,1) nos mantengamos en el mismo estado, ademas añadiremos un estado nulo que lo definiremos como (110<sup>a</sup>):



Ya hemos implementado el estado OFF (estado 110), con el estado (1,1) nos mantenemos en el mismo estado, con el estado (0,0) apagamos el circuito. Se puede mejorar los estados donde hay

dos entradas que nos llevan al mismo estado y aumentamos un flecha para salir del estado OFF:



Resumiendo, sabiendo las entradas ( $x_1, x_0$ ):

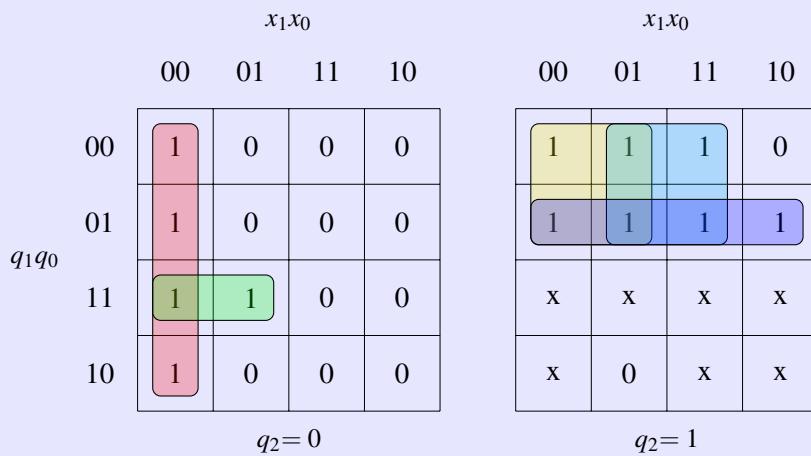
- (0,1) incremento
- (1,0) decremento
- (1,1) ni uno pulsado
- (0,0) apagamos el circuito

La tabla de verdad sería la siguiente:

Estado	$q_2$	$q_1$	$q_0$	$x_1$	$x_0$	$q_2^+$	$q_1^+$	$q_0^+$
Estado 0	0	0	0	0	0	1	1	0
	0	0	0	0	1	0	0	1
	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	1	1	0	0	0
Estado 1	0	0	1	0	0	1	1	0
	0	0	1	0	1	0	1	0
	0	0	1	1	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	0	0	1
Estado 2	0	1	0	0	0	1	1	0
	0	1	0	0	1	0	1	1
	0	1	0	1	0	0	0	1
	0	1	0	1	1	0	1	0
Estado 3	0	1	1	0	0	1	1	0
	0	1	1	0	1	1	0	0
	0	1	1	1	0	0	1	0
	0	1	1	1	1	0	1	1
Estado 4	1	0	0	0	0	1	1	0
	1	0	0	0	1	1	0	1
	1	0	0	1	0	0	1	1
	1	0	0	1	1	1	0	0
Estado 5	1	0	1	0	0	1	1	1
	1	0	1	0	1	1	0	1
	1	0	1	1	0	1	0	0
	1	0	1	1	1	1	0	1
Estado OFF	1	1	0	0	0	x	x	x
	1	1	0	0	1	0	0	0
	1	1	0	1	0	x	x	x
	1	1	0	1	1	x	x	x

Ya solo nos queda simplificar las salidas  $q^+$ :

### Mapa de Karnaugh para $q_2^+$



### Mapa de Karnaugh para $q_1^+$

		$x_1x_0$				$x_1x_0$			
		00	01	11	10	00	01	11	10
$q_1q_0$		00	1	0	0	0	1	0	0
		01	1	1	0	0	1	0	0
		11	1	0	1	1	x	x	x
		10	1	1	1	0	x	0	x
		$q_2 = 0$				$q_2 = 1$			

Mapa de Karnaugh para  $q_0^+$ 

		$x_1x_0$				$x_1x_0$			
		00	01	11	10	00	01	11	10
$q_1q_0$		00	0	1	0	0	0	1	0
		01	0	0	1	0	1	1	0
		11	0	0	1	0	x	x	x
		10	0	1	0	1	x	0	x
		$q_2 = 0$				$q_2 = 1$			

Ya solo nos queda expresar en la forma de funciones lógicas y podemos implementar el circuito.



<sup>a</sup>Aunque este es el binario del número 7, definiremos que este estado sea neutro/apagado/off.



# IV Smart cities

<b>7</b>	<b>Conociendo la ESP8266 .....</b>	<b>111</b>
7.1	ESP8266 .....	111
7.2	Instalación Windows:Materiales .....	112
7.3	Instalación .....	112
7.4	Equivalente al Hola Mundo pero en placas ..	112
7.5	Conectar a una red Wi-Fi .....	113
7.6	Crear una red WiFi .....	115
<b>8</b>	<b>Servicios en la red .....</b>	<b>117</b>
8.1	Crear un servidor local .....	117
8.2	Lectura Analógica .....	121
8.3	Proyecto explicativo 1 .....	123
8.4	Sensor de temperatura y humedad DHT11 ..	128
<b>9</b>	<b>Proyecto final .....</b>	<b>131</b>
9.1	Software .....	131
9.2	Hardware .....	138
9.3	Back-end .....	139
9.4	Front-end .....	153



## 7. Conociendo la ESP8266

Todos los códigos estarán disponibles en **GitHub**, puedes acceder desde este link: <https://github.com/Yasperterian/4rduino> o desde este código QR:

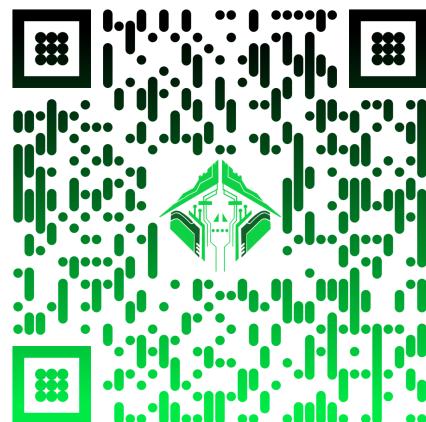


Figure 7.1: Repositorio con todos los programas

### 7.1 ESP8266

**NodeMCU ESP8266** es una plataforma de desarrollo similar a **Arduino** especialmente orientada al Internet de las cosas (IoT). La placa NodeMcu v2 ESP8266 tiene como núcleo al **SoM ESP-12E** que a su vez está basado en el **SoC Wi-Fi ESP8266**, integra además el conversor USB-Serial TTL CP2102 y conector micro-USB necesario para la programación y comunicación a PC. NodeMcu v2 ESP8266 está diseñado especialmente para trabajar montado en protoboard o soldado sobre una placa. Posee un regulador de voltaje de 3.3V en placa, esto permite alimentar la placa directamente del puerto micro-USB o por los pines 5V y GND. Los pines de entradas/salidas (GPIO) trabajan a 3.3V por lo que para conexión a sistemas de 5V es necesario utilizar conversores de nivel como: Conversor de nivel 3.3-5V 4CH o Conversor de nivel



Figure 7.2: Microcontrolador ESP8266 NodeMCU

bidireccional 8CH - TXS0108E.

## 7.2 Instalación Windows:Materiales

1. **Software IDE arduino:** Disponible desde <https://www.arduino.cc/en/software>
2. **Cable micro usb:** Que sea capaz de transmitir datos, no solo energía.
3. **Driver del ESP8266:** No siempre es necesario. Si windows no lo reconoce por si solo, es necesario que instales el driver correspondiente antes de todo.<sup>1</sup>

## 7.3 Instalación

1. Descargar e instalar el IDE de arduino, la primera vez que lo abras te preguntará sobre el *Firewall de windows*, permite el acceso<sup>2</sup>.
2. Una vez instalado, conectar tu ESP8266 por cable usb, windows lo debe reconocer asi que espera a que se instale el driver automaticamente.
3. Nos dirigimos a *Archivo>Preferencias>Gestor de URLs Adicionales de Tarjetas* y pegamos esta dirección: [https://arduino.esp8266.com/stable/package\\_esp8266com\\_index.json](https://arduino.esp8266.com/stable/package_esp8266com_index.json)<sup>3</sup>. Le damos en OK.
4. Vamos a *Herramientas>Placa:"Arduino/Genuino UNO">Gestor de Tarjetas*<sup>4</sup>
5. Introducimos en el buscador **ESP8266**, donde nos salga el resultado de la busqueda clickamos en instalar. Esperemos que termine de instalar.
6. Vamos a *Herramientas>Placas>Gestor de tarjetas>ESP8266 Boards(3.0.2)>NodeMCU 1.0 (ESP-12E Module)*
7. Vamos a *Herramientas>Upload Speed*, y (recomendablemente)seleccionamos **115200**(También asegurarse de fijar la misma cantidad usando **Serial.begin(115200)** en el código);ademas que con el **Monitor serie** tengan el mismo número de baudios).
8. *Herramientas>Puerto* y seleccionamos el puerto que aparece de la forma **COMxx**, donde xx son números. Al abrir el IDE de Arduino siempre fijate que este seleccionada la COM correcta.

## 7.4 Equivalente al Hola Mundo pero en placas

Como en la programación de computadoras es un clásico que nuestro primer programa sea el famoso "Hola mundo", dentro del mundo de programación de placas existe su equivalente: Hacer parpadear un LED.

1. Nos dirigimos a *Archivo>Ejemplos>01.Basics>Blink*.
2. Se abrirá una ventana nueva. Luego buscamos dentro del código *void setup()* y justo por encima de ella escribimos: **#define LED\_BUILTIN 2**. El número dos significa el puerto del LED, puede ser 1 en algunos casos particulares, se recomienda leer los puertos leds de tu placa.
3. Le damos click en la flecha que apunta a la derecha en la parte superior(subir) y esperamos que compile.
4. Esperamos que termine de descargar y compilar, en consecuencia, tenemos que ver nuestro LED parpadear con una frecuencia de 1 segundo.

<sup>1</sup>Puedes probar el driver <https://parzibyte.me/blog/2020/02/09/instalar-driver-esp8266-windows/>

<sup>2</sup>Si deseas cambiar el lenguaje a español ve a: *File>Preferences>Editor Language>Español(Spanish)*. Presionamos OK y reiniciamos el Arduino IDE

<sup>3</sup>Repositorio oficial: <https://github.com/esp8266/arduino>

<sup>4</sup>Puede tener el nombre de: Placa"*Nombre genérico*"



Figure 7.3: QR program: 1.Blink

```

1 // the setup function runs once when you press reset or power the board
2 #define LED_BUILTIN 2
3 void setup() {
4     // initialize digital pin LED_BUILTIN as an output.
5     pinMode(LED_BUILTIN, OUTPUT);
6 }
7 // the loop function runs over and over again forever
8 void loop() {
9     digitalWrite(LED_BUILTIN, HIGH); // turn the LED on (HIGH is the voltage level)
10    delay(1000); // wait for a second
11    digitalWrite(LED_BUILTIN, LOW); // turn the LED off by making the voltage LOW
12    delay(1000); // wait for a second
13 }
```

Código 7.1: Blink Program

## 7.5 Conectar a una red Wi-Fi

Una de las funciones más elementales e importantes del ESP8266 es la posibilidad de conectarse a internet para realizar proyectos de IoT(*Internet of things*). Así que, como primer paso vamos a conectarnos a nuestra red WiFi:

```

1 #include <ESP8266WiFi.h>
2
3 String ssid    = "FIWI";
4 String password = "21040411";
5
6 byte cont = 0;
7 byte max_intentos = 50;
8
9 void setup() {
10 // Inicia Serial
11 Serial.begin(115200);
12 Serial.println("\n");
13 // Conexion WIFI
14 WiFi.begin(ssid, password);
15 while (WiFi.status() != WL_CONNECTED and cont < max_intentos) {
16 //Cuenta hasta 50 si no se puede conectar lo cancela
17     cont++;
18     delay(500);
19     Serial.print(".");
20 }
21 Serial.println("");
```

Figure 7.4:  
QR pro-  
gram:  
2.Wifi-  
Connect

```

22
23 if (cont < max_intentos) { //Si se conecto
24     Serial.println("*****");
25     Serial.print("Conectado a la red WiFi: ");
26     Serial.println(WiFi.SSID());
27     Serial.print("IP: ");
28     Serial.println(WiFi.localIP());
29     Serial.print("macAddress: ");
30     Serial.println(WiFi.macAddress());
31     Serial.println("*****");
32 }
33 else { //No se conecto
34     Serial.println("-----");
35     Serial.println("Error de conexión");
36     Serial.println("-----");
37 }
38 }
39
40 void loop() {
41 }
```

Código 7.2: Conectarse a una red WiFi

Debemos cambiar algunas cosas en nuestro programa:

**ssid** Línea 3. Colocamos el nombre de nuestra red wifi, en el ejemplo la red se llama *FIWI*, así que le cambias al nombre de tu red.

**password** Línea 4. Aquí colocaremos la contraseña de nuestra red, en el ejemplo es *21040411*, coloca la tuya.

Las líneas de **byte**(Lineas 6-7) son dos variables que van contar el número de intentos en los que va tratar de conectarse a la red, esta inicializada en 0 y el límite es 50 intentos. Además el programa tiene algunos mensajes para mostrarse en el display, como no poseemos ni un display por el momento usaremos una función del mismo IDE de arduino llamado **Monitor serie**. Tenemos que tener el *monitor serie*<sup>5</sup> abierto antes de correr el programa, puesto que el código nos mostrará información acerca del estado de la placa.

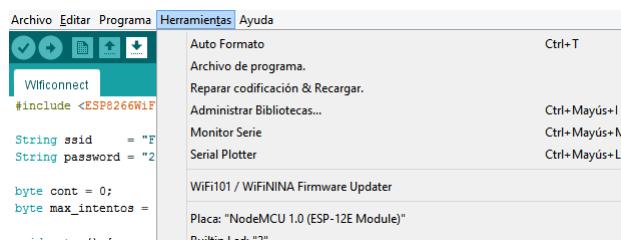


Figure 7.5: Ubicación del Monitor serie

<sup>5</sup>En el monitor serie asegurate de tener seleccionada: sin ajuste de linea y tener seleccionada la cantidad correcta de baudios, que coincide con el definido en el programa

## 7.6 Crear una red WiFi

Nuestra ESP8266, como hemos visto, se puede conectar a una red wifi pero también puede crear su propia red wifi para que dispositivos se conecten a ella. En este apartado veremos como podemos crear una red wifi:

```
1 #include <ESP8266WiFi.h>
2 const char* ssid="WIFI_ESP8266";//Name of your red
3 const char* password="12345678";//Your password, remember, at
4     least 8 characters
5 void setup() {
6     Serial.begin(115200);
7     Serial.print("\nSetting Ap");//Status message, you can view it
8         in monitor serie
9     WiFi.softAP(ssid, password);
10    Serial.println("WiFi is ready");
11 }
12 void loop() {
13     int device= WiFi.softAPgetStationNum();//It counts numbers of
14         users connected to your red
15     Serial.printf("Devices connected =%d\n",device);
16     delay(5000);
17 }
```

Código 7.3: Conectarse a una red WiFi



Figure 7.6:  
QR pro-  
gram:  
3.Cre-  
ateWiFi





## 8. Servicios en la red

### 8.1 Crear un servidor local

Para crear esto utilizaremos el lenguaje HTML, hay varias formas pero esta es la básica para empezar.<sup>1</sup>. Puedes hacerlo en **Sublime text**<sup>2</sup> o en **VScode**<sup>3</sup>, en nuestro caso usaremos VScode, luego copiamos el código en nuestro editor. **OJO: Hacemos este código solo para ver como funcionan las etiquetas en el "lenguaje" HTML.**

```
1 <!DOCTYPE html>
2 <html>
3
4 <head>
5   <style>
6     html {
7       font-family: Helvetica;
8       display: inline-block;
9       margin:
10      0px auto;
11      text-align: center;
12    }
13
14   .button {
15     background-color: #195B6A;
16     border: none;
17     color:
18     white;
19     padding: 16px 40px;
20     text-decoration: none;
21     font-size: 30px;
22     margin: 2px;
23     cursor: pointer;
24   }
25
26   .button2 {
27     background-color: #77878A;
```



Figure 8.1:  
QR pro-  
gram:  
4.Server  
local On  
Off led

<sup>1</sup>Si da error, puedes ponerle una tilde en la i de titulo en línea 33

<sup>2</sup><https://www.sublimetext.com/>

<sup>3</sup><https://code.visualstudio.com/>

```

28      }
29    </style>
30  </head>
31
32 <body>
33   <h1>Titulo</h1>
34   <p>GPIO 5 </p>
35   <p><button class="button">ON</button></p>
36   <p>GPIO 4 </p>
37   <p><button class="button button2">OFF</button></p>
38 </body>
39
40 </html>

```

Código 8.1: Conectarse a una red WiFi

Cuando lo hemos copiado, damos click derecho en cualquiera parte del editor y le damos en *Dar formato al texto* como en la figura 8.2: Luego de ello, guardamos.

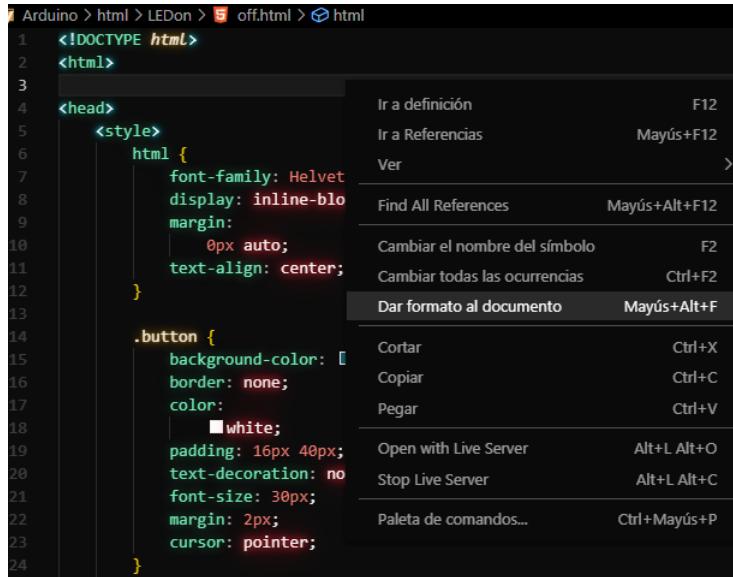


Figure 8.2: Dar formato al texto

Tenemos la primera parte. Ahora nos vamos a arduino y abrimos el programa llamado *ejemplo.ino*<sup>4</sup> modificamos las líneas 3 y 4 donde nos piden nuestras credenciales de nuestra red WiFi. Una vez hecho abrimos el Monitor serie 7.5 y ejecutamos nuestro programa(no esta de más decir que te fijes que el puerto correcto esta seleccionado<sup>5</sup>)

Implementamos el circuito de la figura 8.6, una vez implementado ejecutamos el programa. Al ejecutar observamos en nuestro Monitor que después de buscar nuestra red nos dirá su nombre y su IP como en la figura 8.3. Nos dará nuestra IP y lo copiamos en nuestro navegador, por ejemplo: nuestra IP es 192.123.0.123, tal como está, lo copiamos e ingresamos.

<sup>4</sup>Escanear el código qr 8.1 para conseguir el programa

<sup>5</sup>Ver item 8 de la parte 1.3 Instalación



Figure 8.3: Dar formato al texto



Figure 8.4: Página de ON y OFF

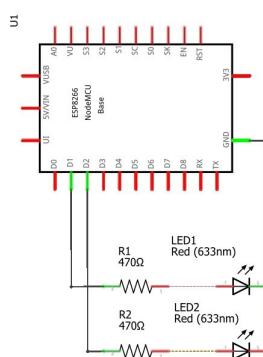


Figure 8.5: Diagrama de la conexión leds

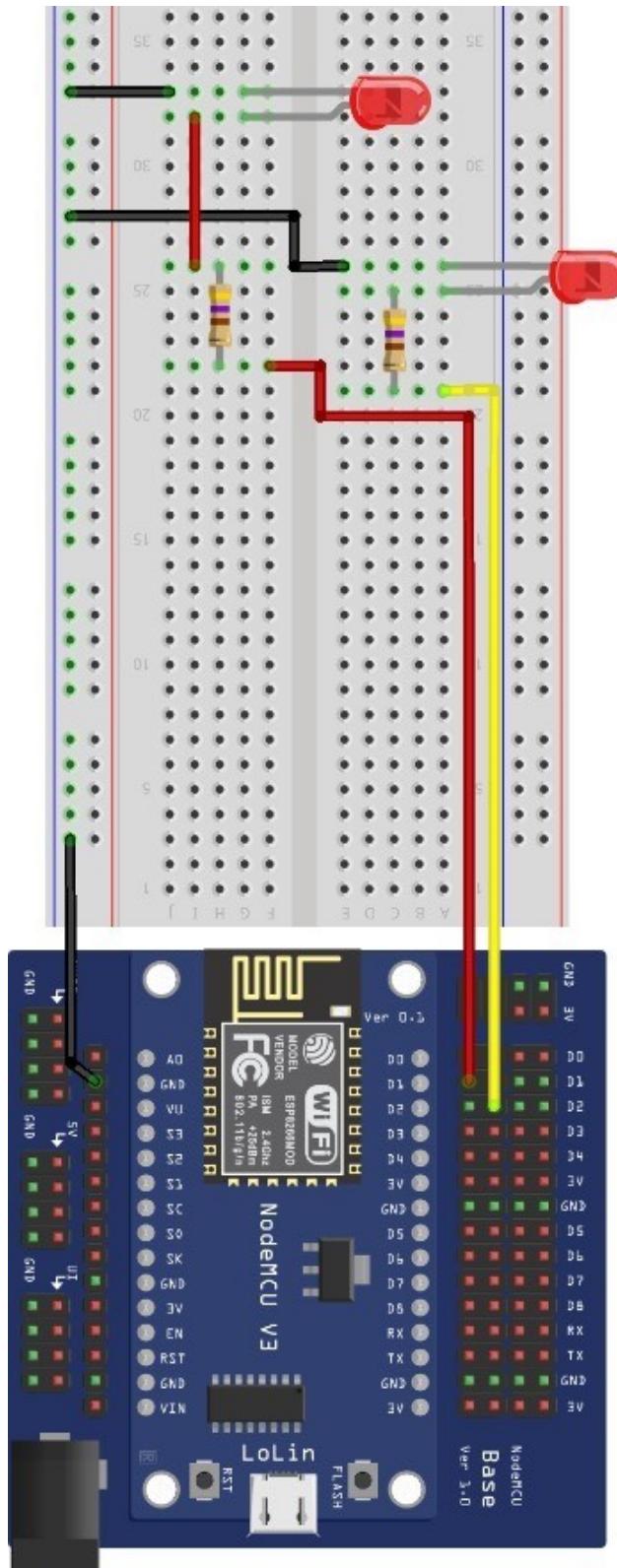


Figure 8.6: Diagrama de la conexión leds implementado, las resistencias pueden variar desde los 100Ω hasta los 500Ω.

## 8.2 Lectura Analógica

También podemos usar nuestra ESP8266 para medir dispositivos analógicos como por ejemplo, medir la resistencia de un potenciómetro: ver gráficamente como cambia este valor.

En nuevo documento copiamos el siguiente programa:

```
1 const int analogInPin=A0;
2 int SensorValue=0;
3
4 void setup() {
5     // put your setup code here, to run once:
6 Serial.begin(115200);
7 }
8
9 void loop() {
10    // put your main code here, to run repeatedly:
11    SensorValue=analogRead(analogInPin);
12    Serial.println(SensorValue);
13 }
```



Figure 8.7:  
QR pro-  
gram:  
5.GraphAna-  
log

### Código 8.2: Medir la resistencia de un potenciómetro

Y implementamos el circuito de la figura 8.8:

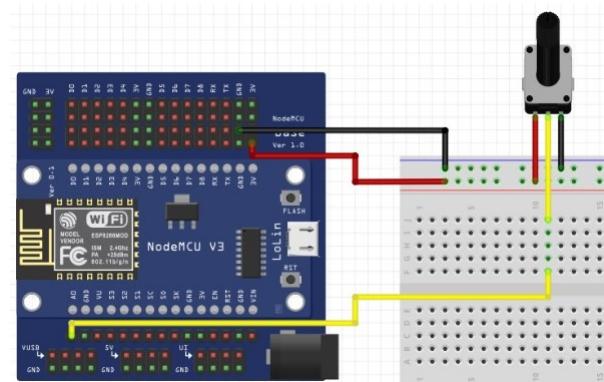


Figure 8.8: Diagrama de la conexión para el potenciómetro (presta mucha atención)

Una vez que tenemos todo conectado corremos el programa entramos a la siguiente ruta: **Herramientas>Serial Plotter**(Imagen 8.9)

Luego de ingresar al Serial Plotter podremos ver el estado de la resistencia de nuestro potenciómetro desde el 0 hasta 1024.

Los pines de entrada analógica permiten leer valores analógicos que se convertirán en valores dentro del rango de 0-1024(Image8.10), (2 elevado a la 10). Se trata de una conversión analógica digital de 10 bits de resolución, donde el menor valor es: **0000000000** y el máximo valor es **1111111111** ademas las señales analógicas no deben superar los 5V.

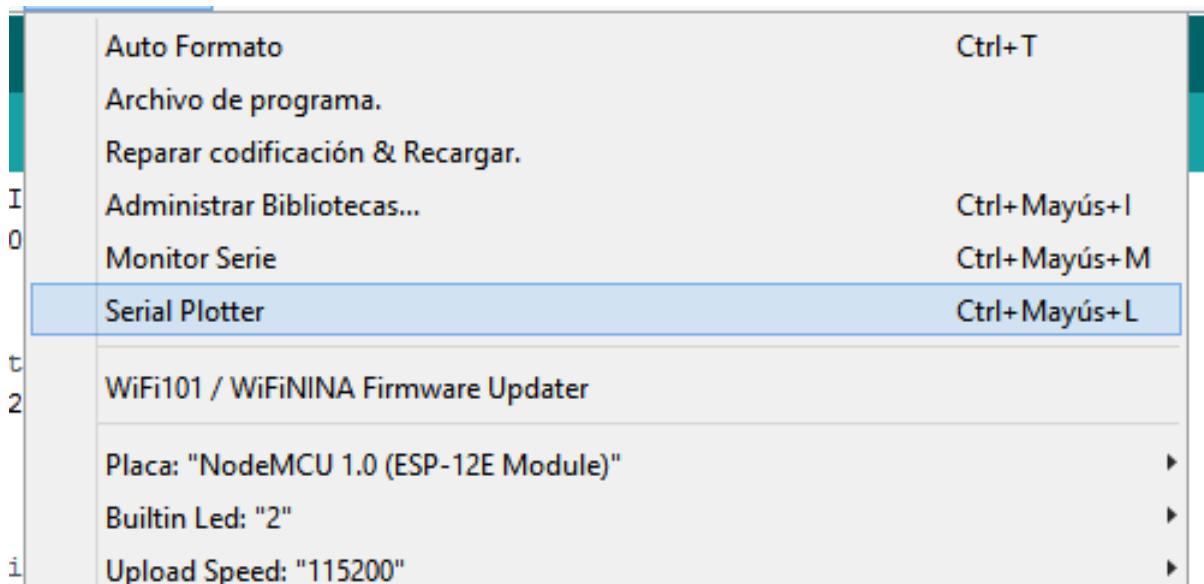


Figure 8.9: Ubicación del Serial Plotter

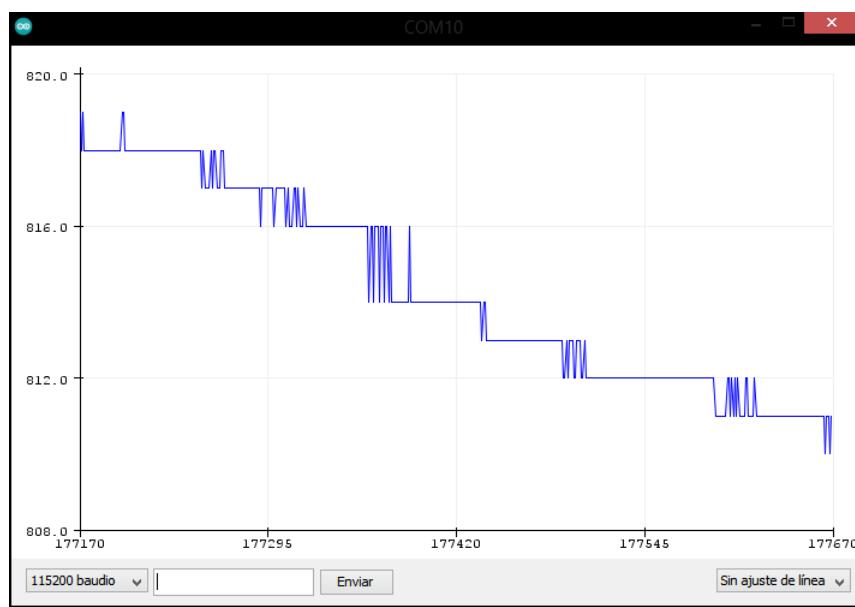


Figure 8.10: Serial Plotter

## 8.3 Proyecto explicativo 1

Ahora analizaremos un proyecto acerca de bases de dato, IoT y servidores locales.

Antes de todo necesitamos tener instalado en nuestro computador **Xammp**, para ello no vamos a su pagina oficial y los descargamos. Una vez instalado, lo abrimos y nos aparecerá una ventana como esta(figura 8.11).

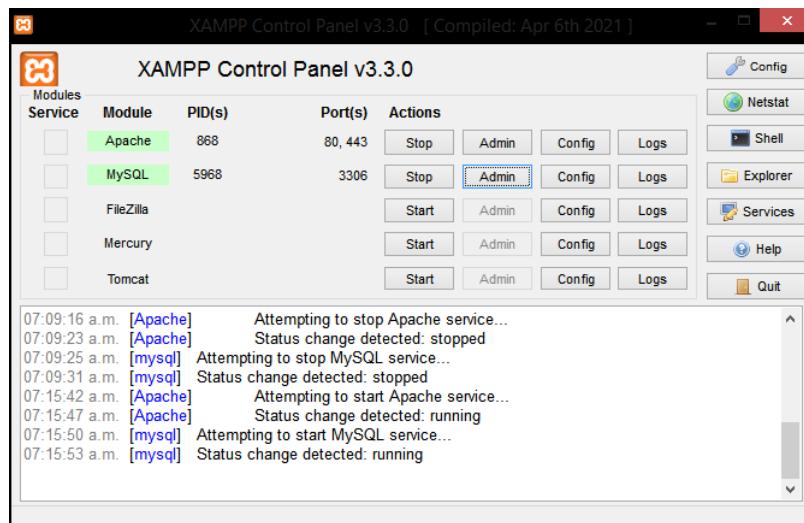


Figure 8.11: Xammp interfaz de server

Por ahora solo necesitamos **Apache** y **MySQL**. Si es necesario, podemos correrlo como administrador. A veces es necesario que los check estén marcados, no siempre. Le damos al botón de start para Apache y para MySQL. Esperamos que nos de la confirmación y listo. En nuestro navegador podemos ingresar a las dirección [localhost](http://localhost)(figura 8.12) y debe aparecer una pantalla del Xammp:

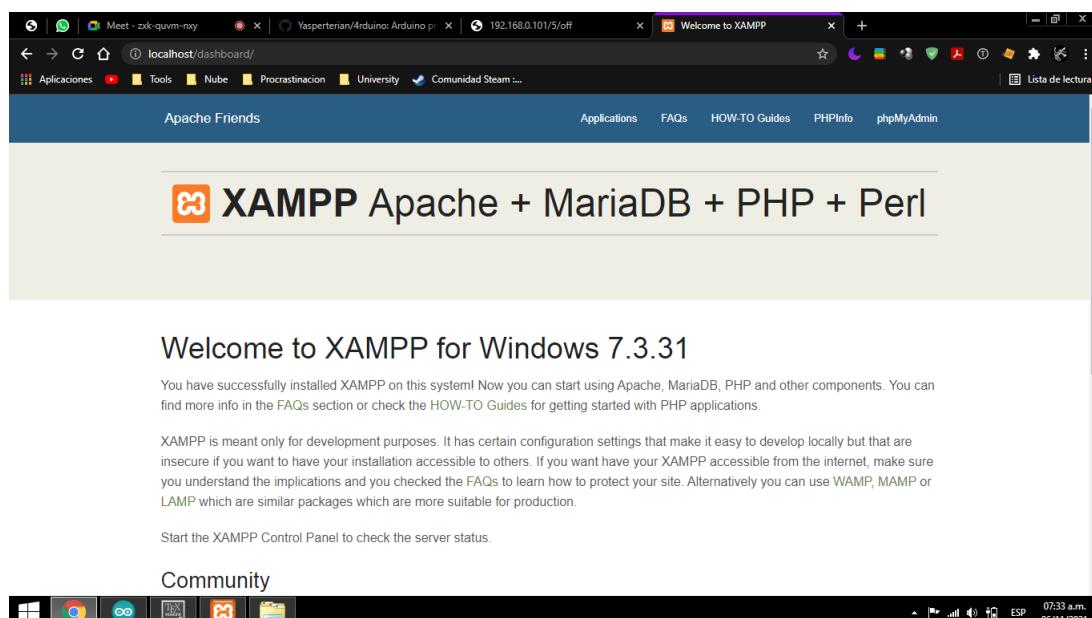


Figure 8.12: Local host en Google Chrome

Descargamos el archivo rar<sup>6</sup>, extraemos y tendremos dos carpetas: terminal y web. Mientras avancemos tendremos que hacer algunos cambios a los archivos.

### 8.3.1 Parte 1

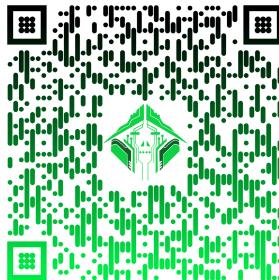


Figure 8.13: QR program: 6.Proyecto explicativo 1

Abrimos el archivo que esta ubicado en *6.Proyecto explicativo 1>Terminal>wifi\_get>wifi\_get.ino*, cambiamos nuestras credenciales de la red wifi. Ahora necesitamos nuestra IP para conectarnos a la red. Para ello vamos abrir nuestro CMD(windows + R, escribimos *cmd* y enter), cuando abra escribimos **ipconfig** y buscamos **Direccion IPv4**(figura 8.14) del adaptador de red, es dirección la pegamos en la linea 44 reemplazando a la anterior(figura 8.15).

```
Selezionar C:\Windows\system32\cmd.exe
Adaptador de LAN inalámbrica Conexión de área local* 4:
  Estado de los medios . . . . . medios desconectados
  Sufijo DNS específico para la conexión . . . .
Adaptador de LAN inalámbrica Wi-Fi:
  Estado de los medios . . . . . medios desconectados
  Sufijo DNS específico para la conexión . . . .
  Vínculo: dirección IPv6 local . . . : fe80::54a9:c8c0:260c:70be%4
  Dirección IPv4 . . . . . : 192.168.0.104
  Máscara de subred . . . . . : 255.255.255.0
  Puerta de enlace predeterminada . . . . : 192.168.0.1
Adaptador de Ethernet Ethernets:
  Estado de los medios . . . . . medios desconectados
  Sufijo DNS específico para la conexión . . . .
Adaptador de Ethernet VirtualBox Host-Only Network:
  Estado de los medios . . . . . medios desconectados
  Sufijo DNS específico para la conexión . . .
  Vínculo: dirección IPv6 local . . . : fe80::1ca7:7c3:83c0:9221%17
  Dirección IPv4 . . . . . : 192.168.56.1
  Máscara de subred . . . . . : 255.255.255.0
```

Figure 8.14: IP desde el CMD

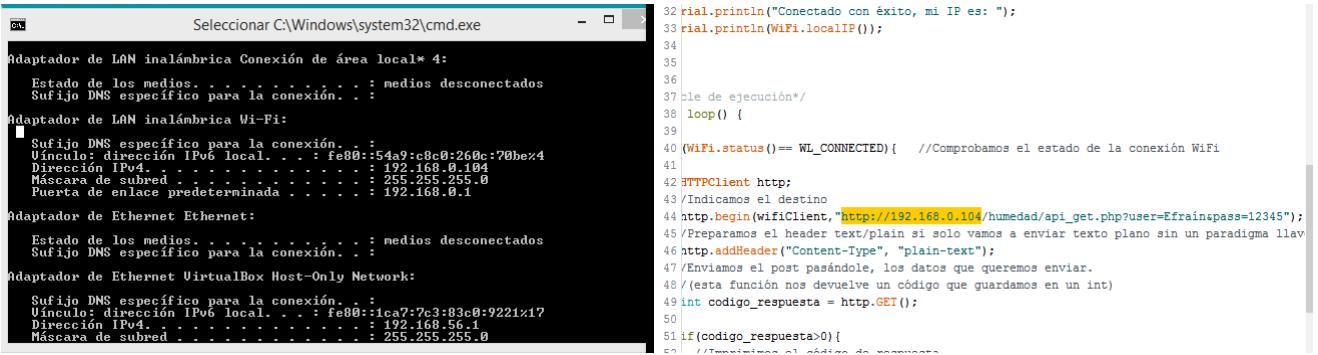
Volvemos al IDE de arduino y nos vamos a la linea 44, revisamos que tenga el siguiente formato: *dirección IP/nombre de la carpeta que creamos/nombre de la API/usuarios y contraseña*<sup>7</sup>.

Nos vamos a *C>xampp>htdocs*, y creamos la carpeta **practica1**, entramos en la carpeta y pegamos **api\_get.php** ubicada en *6.Proyecto explicativo1>web>api\_get.php*

Corremos el programa y entramos a la dirección URL de la linea 44(toda la URL)(figura 8.15) y lo ponemos en nuestro navegador.

<sup>6</sup><https://www.dropbox.com/s/hvx174ye9pk1slc/6.Proyecto%20explicativo%201.rar?dl=0>

<sup>7</sup>el usuario y contraseña no es relevante aún, puedes poner cualquier cosa, pero solo puedes cambiar la palabra "joss" y "12345"



```

    Seleccionar C:\Windows\system32\cmd.exe

Adaptador de LAN inalámbrica Conexión de área local* 4:
  Estado de los medios. . . para la conexión.: medios desconectados
  Sufijo DNS específico para la conexión.: medios desconectados
Adaptador de LAN inalámbrica Wi-Fi:
  Sufijo DNS específico para la conexión.: .
  Vínculo: dirección IPv6 local. . . : fe80::54a9:c8c0:260c:70be%4
  Dirección IPv4. . . . . : 192.168.0.104
  Máscara de subred . . . . . : 255.255.255.0
  Puerta de enlace predeterminada . . . . . : 192.168.0.1

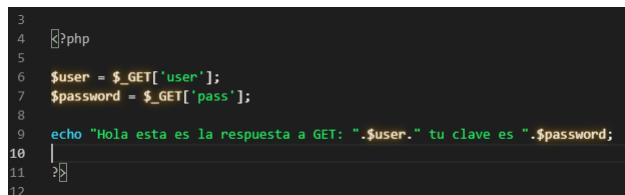
Adaptador de Ethernet Ethernet:
  Estado de los medios. . . para la conexión.: medios desconectados
  Sufijo DNS específico para la conexión.: medios desconectados
Adaptador de Ethernet VirtualBox Host-Only Network:
  Sufijo DNS específico para la conexión.: .
  Unidad: dirección IPv6 local. . . : fe80::1ca7:7c3:83c0:9221%17
  Dirección IPv4. . . . . : 192.168.56.1
  Máscara de subred . . . . . : 255.255.255.0

32 rial.println("Conectado con éxito, mi IP es: ");
33 rial.println(WiFi.localIP());
34
35
36
37 ble de ejecución/
38 loop() {
39
40 WiFi.status() == WL_CONNECTED) { //Comprobamos el estado de la conexión WiFi
41
42 HTTPClient http;
43 /Indicamos el destino
44 http.begin(wifiClient,"http://192.168.0.104/practica1/api_get.php?user=Efrain&pass=12345");
45 /Preparamos el header text/plain si solo vamos a enviar texto plano sin un paradigma llave:valor.
46 http.addHeader("Content-Type", "plain-text");
47 /Enviamos el post pasándole, los datos que queremos enviar.
48 /esta función nos devuelve un código que guardamos en un int
49 int codigo_respuesta = http.GET();
50
51 if(codigo_respuesta>0){
52   //Realizamos el análisis de respuesta
}

```

Figure 8.15: Atento con la linea 44

Si abrimos el archivo *api\_get.php* con VScode o sublime text podemos editar la respuesta de la API.(figura 8.16)



```

3
4 ?php
5
6 $user = $_GET['user'];
7 $password = $_GET['pass'];
8
9 echo "Hola esta es la respuesta a GET: ".$user." tu clave es ".$password;
10
11 ?>

```

Figure 8.16: Editar respuesta de la API

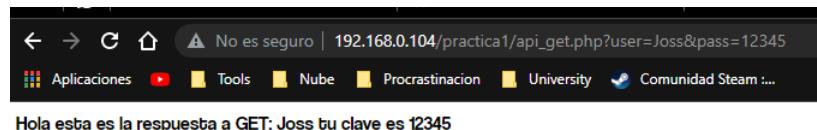


Figure 8.17: Resultado final Parte 1

### 8.3.2 Parte 2

Para la parte 2, copiamos la API de la carpeta *6. Proyecto explicativo 1>web>api\_post.php* a nuestra carpeta del servidor(`C>xampp>htdocs>practica1`), igual que la parte anterior. En el programa de arduino hacemos los mismos cambios(credenciales de red y link con la IP de la linea 44(figura 8.18)).

La diferencia está en como obtiene los datos, en la parte 1 lo mandamos a través del link. Mientras que para la parte 2, le estamos mandando por medio de una cadena **string** que esta incluida en el código, y esta nos la devolverá a la ESP8266 los datos de usuario y password mediante el **monitor series**.

```

1
2 ; http;
3 ; el destino
4 ;( wifiClient,"http://192.168.0.104/practica1/api_get.php?user=Efrain&pass=12345");
5 ; el header text/plain si solo vamos a enviar texto plano sin un paradigma llave:valor.
6 ;addHeader("Content-Type", "plain-text");
7 ;el post pasándole, los datos que queremos enviar.
8 ;acción nos devuelve un código que guardamos en un int
9 ;_respuesta = http.GET();
^

```

Figure 8.18: Modificando URL

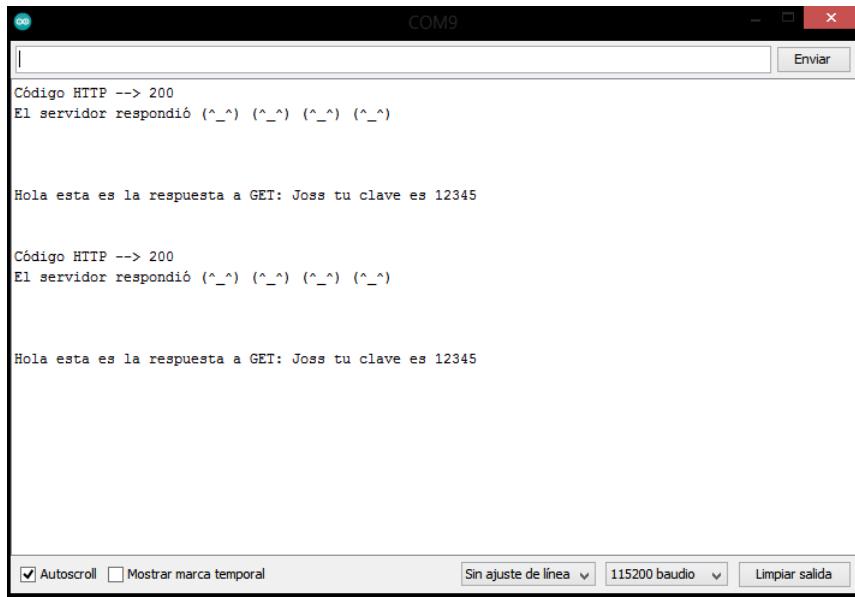


Figure 8.19: Usuario monitor series

### 8.3.3 Parte 3

**Importante:** Realizar primero la sección "Sensor de temperatura y humedad DHT11".

Para la parte 3 tenemos que abrir el sql, para ello en el administrador de servidores ponemos **admin**(figura 8.20).

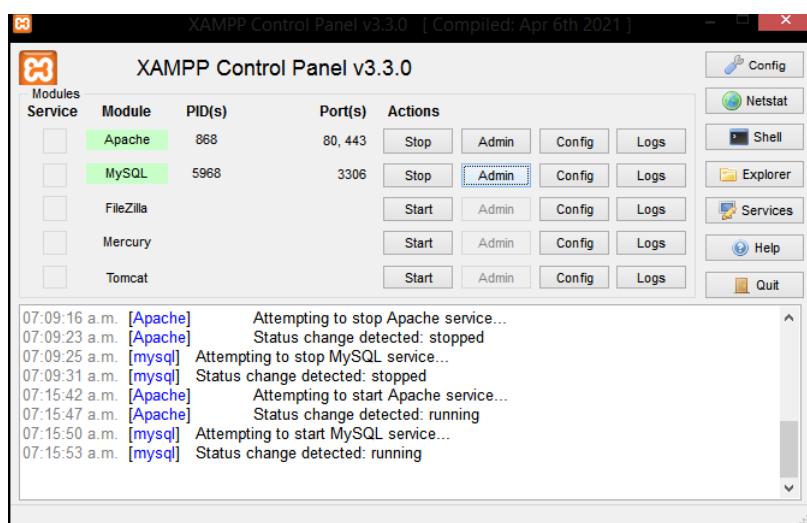


Figure 8.20: Localizar MySQL

Creamos una base de datos, nos dirigimos a Nueva(figura 8.23)>Ponemos un nombre y creamos, seleccionamos nuestra base de datos(imagen 8.21) que esta ubicada en *6. Proyecto explicativo 1>web>schema.sql*(figura 8.22), continuar y ya estará. En el panel izquierdo aparecerá nuestra base de datos.

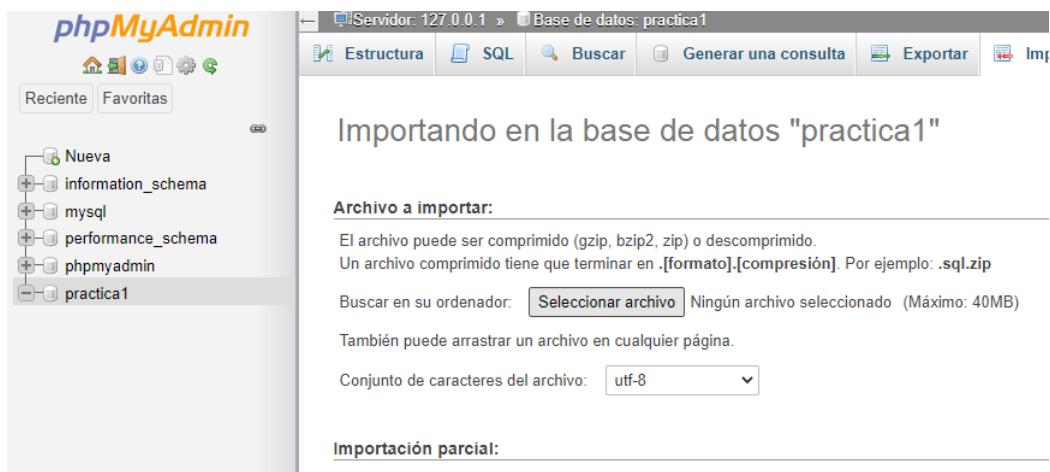


Figure 8.21: Importando SQL

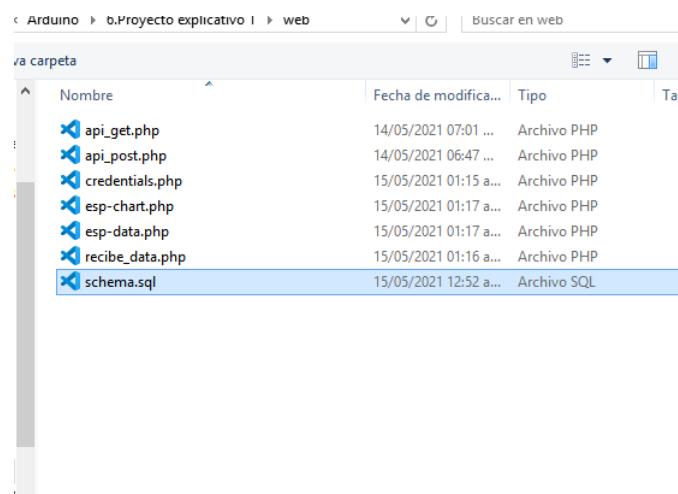


Figure 8.22: Seleccionar un archivo sql

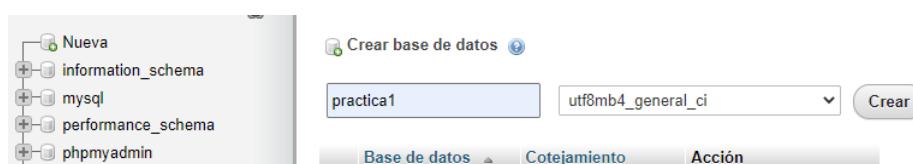


Figure 8.23: Creando una base de datos

De la carpeta del proyecto copiamos **recibe\_data.php** a la carpeta del servidor. Lo abrimos, y modificamos el **dbname** que por defecto esta en **schema**, le ponemos el nombre de nuestra carpeta(practica1 en nuestro caso(figure 8.24) y guardamos.

```

$servername = "localhost";
$dbname = "practica1"; // replace with dbname
$password = ""; // replace with password
$username = "root"; // replace with username

if ($_SERVER["REQUEST_METHOD"] == "POST") {
    $temperature = floatval($_POST["temperature"]);
    $humidity = floatval($_POST["humidity"]);
    $connection = new mysqli($servername, $username, $password);
    if ($connection->connect_error) die("Connection failed: ");
}

```

Figure 8.24: Cambiar Scheme

Ahora abrimos el programa **Send\_Data\_MySQL.ino** y modificamos lo mismo que los anteriores(credenciales, nuestra IP, carpeta del servidor(línea del comentario *Indicamos el destino-Modificar* debe parecido a esto pero con tus datos: [http://192.168.0.104/practica1/recibe\\_data.php](http://192.168.0.104/practica1/recibe_data.php)) ;))

Nos fijamos bien en la conexión de los puertos del sensor de temperatura y humedad(**La instalación de este sensor se detalla más adelante**). Una vez que tenemos todo listo, corremos el programa y nos vamos a nuestro servidor, nos dirigimos a **practica1>sensor data** y veremos(figura8.25) que los datos se registrarán en nuestro servidor local.

	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	id	temperature	humidity	datetime
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	1	0	158.8	2021-11-06 12:07:51
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	2	0	158.8	2021-11-06 12:08:02
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	3	0	0	2021-11-06 12:08:12
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	4	0	146	2021-11-06 12:08:22
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	5	11.2	146	2021-11-06 12:08:55
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	6	11.2	146	2021-11-06 12:09:05
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	7	11.2	146	2021-11-06 12:09:15
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	8	11.2	146	2021-11-06 12:09:25
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	9	0	0	2021-11-06 12:09:57
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	10	0	0	2021-11-06 12:10:07
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	11	0	0	2021-11-06 12:10:17
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	12	-12	146	2021-11-06 12:10:27
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	13	0	0	2021-11-06 12:10:37
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	14	12.3	146	2021-11-06 12:10:48
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	15	-12.6	146	2021-11-06 12:10:58
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Editar	<input type="checkbox"/> Copiar	<input type="checkbox"/> Borrar	16	-14	146	2021-11-06 12:11:08

Figure 8.25: Datos en la nube local

## 8.4 Sensor de temperatura y humedad DHT11

Instalamos las librerías desde la IDE de arduino, para eso vamos a **Programa>Incluir Librería>Administrar bibliotecas** y buscamos DHT11(figura 8.26), uno hecho por Adafruit.

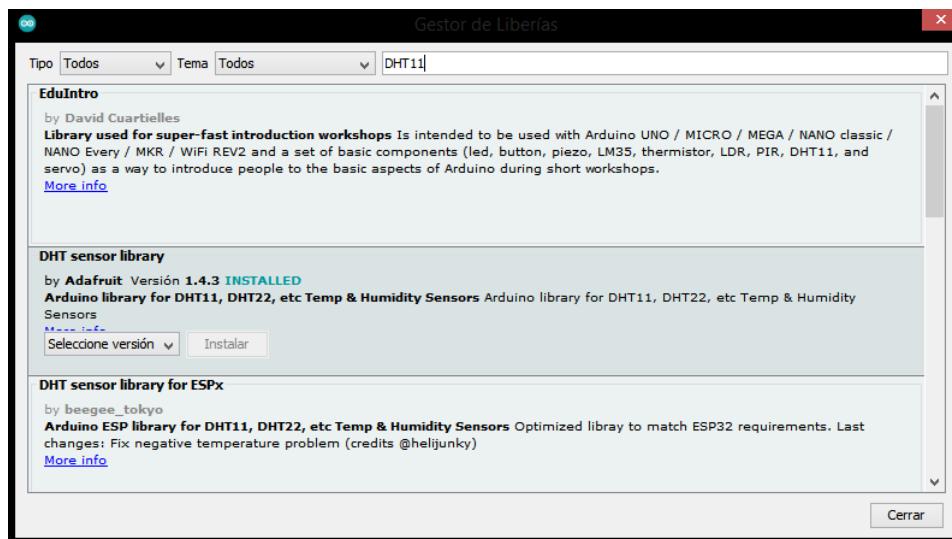


Figure 8.26: Librerías del DHT11

Probamos el programa `testSensorDHT11.ino` y vemos si todo funciona correctamente, debe leer la temperatura y la humedad y temperatura en grados farenheit y mostrará en el **monitor serie**.

Implementamos el diagrama de la figura 8.29 encima del diagrama de la figura 8.6, es preferible cambiar el color de los leds, rojo que este conectado al puerto D2 y verde al puerto D1. Si da error de lectura, asegúrate que este bien conectado el DHT11, a veces no hace contacto bien con la protoboard.

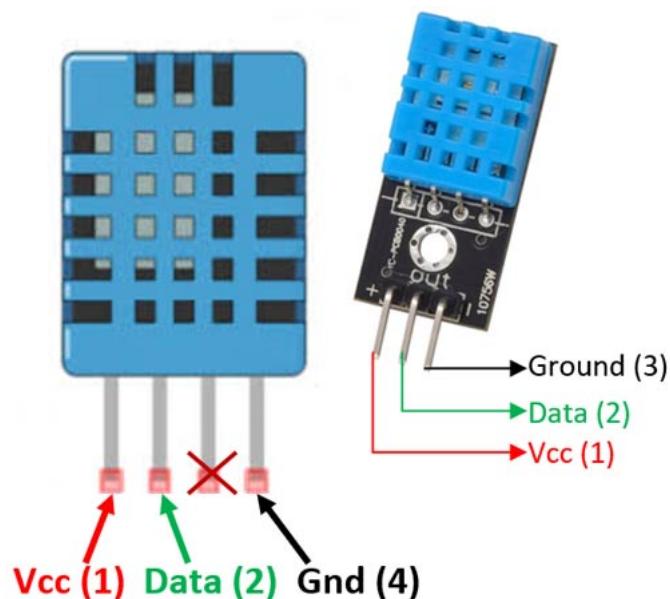
Figure 8.27: QR  
program: Test  
DHT11

Figure 8.28: DHT11 pinout

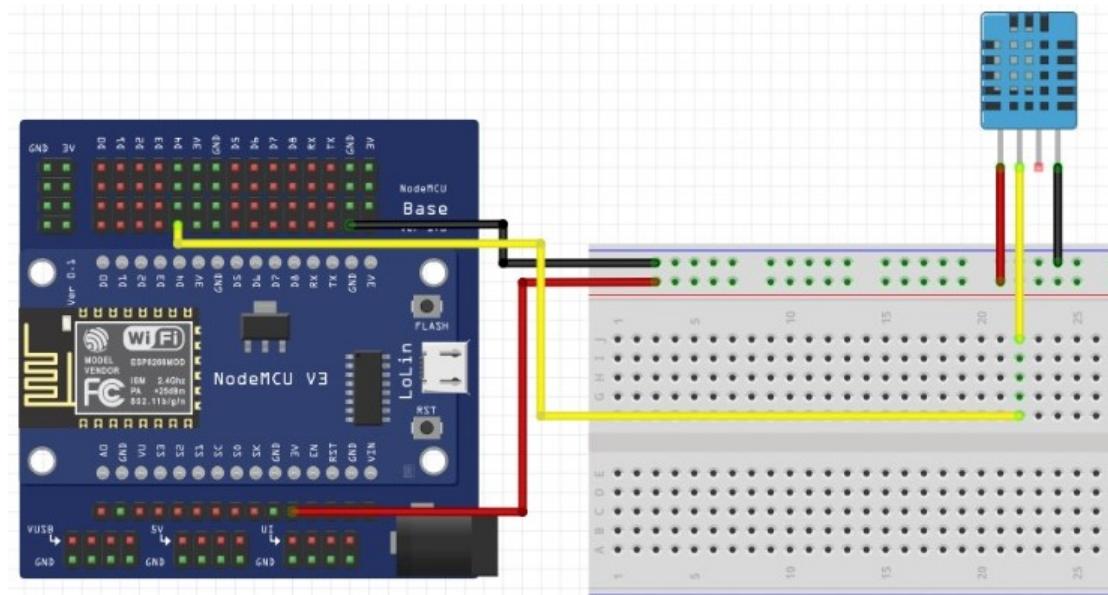


Figure 8.29: Diagrama de la conexión para el DHT11

## 9. Proyecto final

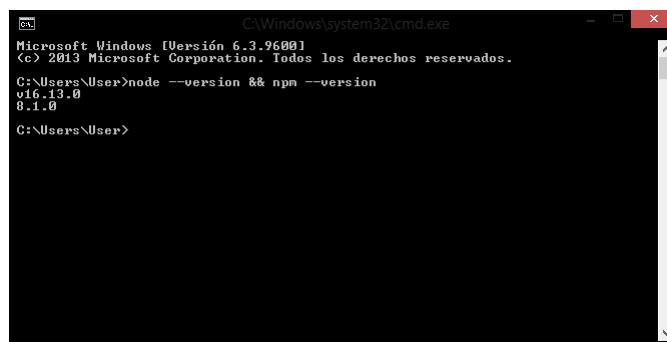
### 9.1 Software

Para este proyecto necesitaremos instalar algunas cosas, por ahora tenemos que instalar **node.js** y **Mosquitto**. No te explicaré a profundo sobre que van o que hacen cada tecnología, eso ya depende de ti.

#### 9.1.1 Instalación de Node.js

Descargamos el paquete de instalación de <https://nodejs.org/en/>, la que tu quieras pero preferible la más estable, en mi caso yo trabajaré con la 16.13.0 LTS. Abriremos el archivo *.msi* y lo ejecutamos, aceptamos todo e instalamos. Una vez finalizada abrimos nuestra ventana de comandos<sup>1</sup>, dentro del CMD<sup>2</sup> escribimos: **node --version && npm --version** y presionas enter, esperas y te debe dar las versiones que actualmente tienes en tu PC(figura 9.1).

Si llegamos aqui sin problemas tenemos el node.js instalado perfectamente.



```
C:\Windows\system32\cmd.exe
Microsoft Windows [Versión 6.3.9600]
(C) 2013 Microsoft Corporation. Todos los derechos reservados.
C:\Users\User>node --version && npm --version
v16.13.0
8.1.0
C:\Users\User>
```

Figure 9.1: Versión Node red

Luego de ello, sin salir del CMD abierto escribimos: **npm install -g --unsafe-perm node-red**, con esto instalaremos Node red en nuestra computadora. Esperamos a que instale.

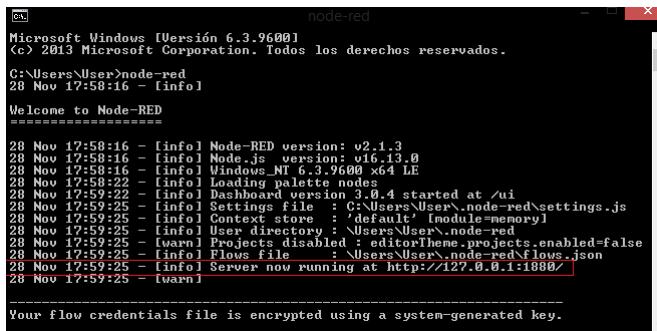
Cuando ya se haya instalado cerramos el CMD y lo volvemos a abrir, para correr el node red escribimos el siguiente comando: **node-red<sup>3</sup>**, esperamos a que se lance el programa. Una vez lanzado, buscamos la linea donde nos dice en que dirección esta corriendo el server(figura 9.2) y

<sup>1</sup>windows+R, escribimos cmd y presioamos enter

<sup>2</sup>para powershell escribes: node --version; npm --version

<sup>3</sup>De no correr, prueba subir de directorio hasta el C:/, para subir tienes que escribir le siguiente comando: **cd..**

entramos a esa dirección desde nuestro navegador.



```

node-red
Microsoft Windows [Versión 6.3.9600]
(c) 2013 Microsoft Corporation. Todos los derechos reservados.
C:\Users\user>node-red
28 Nov 17:58:16 - [info] Welcome to Node-RED
=====
28 Nov 17:58:16 - [info] Node-RED version: v2.1.3
28 Nov 17:58:16 - [info] Node.js version: v16.13.0
28 Nov 17:58:16 - [info] Windows_NT 6.3.9600 x64 LE
28 Nov 17:58:22 - [info] Loading palette nodes
28 Nov 17:59:22 - [info] Dashboard version 3.0.4 started at /ui
28 Nov 17:59:25 - [info] Settings file : C:\Users\user\.node-red\settings.js
28 Nov 17:59:25 - [info] Context store : 'default' (module='memory')
28 Nov 17:59:25 - [info] User directory : 'C:\Users\user\.node-red'
28 Nov 17:59:25 - [warn] Project disabled : editorTheme.projects.enabled=false
28 Nov 17:59:25 - [info] Flows file : C:\Users\user\.node-red\flows.json
28 Nov 17:59:25 - [info] Server now running at http://127.0.0.1:1880/
28 Nov 17:59:25 - [warn] Your flow credentials file is encrypted using a system-generated key.

```

Figure 9.2: Localizar el servidor actual de Node red

Aprovechando que estamos dentro de la interfaz del Node red, instalaremos algunas paletas que nos serán utiles. Para instalar paletas vamos a las tres barras horizontales de la esquina superior derecha > Manage palettes > install; y buscamos *node-red-contrib-ibm-watson-iot*, *node-red-dashboard*. Por ahora debemos tener 4 palettes instaladas(figura 9.3).

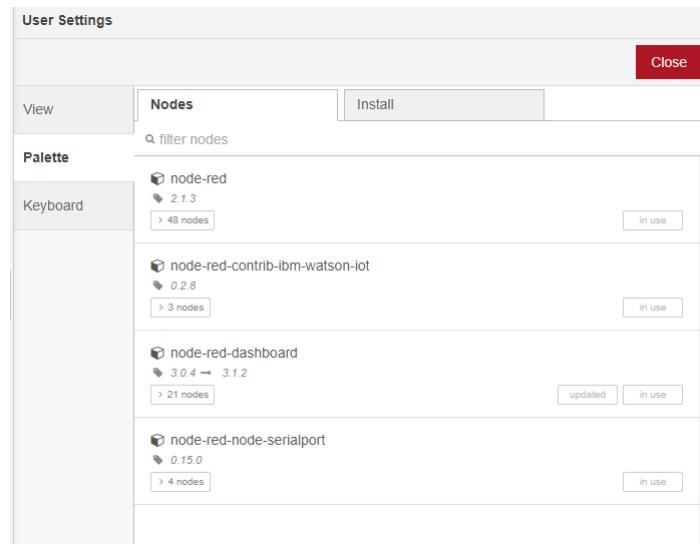


Figure 9.3: Paletas necesarias en node red

Si queremos salir de Node red, cerramos la pestaña donde esta abierto la interfaz de node red; luego nos vamos al CMD donde se esta ejecutando node red y presionamos ctrl+c, con esto se detendrá y se cerrará.

### 9.1.2 Instalación de Mosquitto

Para la instalación de mosquitto, descargamos el instalador desde <https://mosquitto.org/download/>, cuando lo instalamos tenemos que tener por lo minimo marcados la casilla de **files** y la casilla **Service**. Ojo: acuerdate bien de donde lo estan instalando, en mi caso lo estoy estando el Archivos de programa, una carpeta en el disco local C. Procedemos con la instalación y esperamos. Una vez instalado cerramos todo y abrimos el CMD, tenemos que irnos hacia donde hemos instalado el Mosquitto. En la mayoria de casos cuando abres el CMD estarás en la ruta: *C:\user\User*, para ir donde a la carpeta donde esta instalado Mosquitto, tenemos que subir hasta el disco C y bajar. Tipeamos el comando *cd..* pasa subir un nivel, ahora nos encontramos en *C:\user*, tipeamos el comando una vez más y nos encontramos en *C:*.

Ahora que estamos en el disco C, nos dijimos a donde hemos instalado el mosquitto(en mi caso: C>Archivos de programa>mosquitto) usando el comando *dir*. Entonces tipeamos el comando: *dir* y presionamos enter, podremos ver los archivos en esa carpeta, en mi caso esta la carpeta **Program Files**, por lo que escribimos: *cd Program Files<sup>4</sup>* y damos enter, ahora usando de nuevo el comando *dir* para ver si efectivamente esta la carpeta mosquitto. Si no esta sube de nivel y sigue buscando, si esta usa el comando *cd mosquitto* y con esto estamos dentro de la carpeta mosquitto. Para asegurarnos que estamos en la carpeta correcta escribimos el comando ***mosquitto -v***(figura 9.4).

```
C:\Windows\system32\cmd.exe - mosquitto -v
C:\>cd "Program Files"
C:\Program Files>cd mosquitto
C:\Program Files\mosquitto>mosquitto -v
1638142518: mosquitto version 2.0.14 starting
1638142518: Using default config.
1638142518: Starting in local mode. Connections will only be possible from
clients running on this machine.
1638142518: Create a configuration file which defines a listener to allow remote
access.
1638142518: For more details see https://mosquitto.org/documentation/authentication-methods/
1638142518: Opening ipv4 listen socket on port 1883.
1638142518: Opening ipv6 listen socket on port 1883.
1638142518: mosquitto version 2.0.14 running
```

Figure 9.4: Ver la versión de mosquitto

Dejamos todo por un momento, vamos a la ubicación donde hemos instalado el mosquitto mediante nuestro explorador de archivos, y dentro de la carpeta donde hemos instalado mosquitto buscamos el archivo **mosquitto.conf** y lo abrimos con VScode o Sublime Text; tenemos que configurar, porque si no te diste cuenta, en la figura 9.4 nos dice que las conexiones solo serán posibles para clientes DENTRO de esta maquina; pero obviamente nuestra ESP8266 no esta dentro de la maquina, es por ello que editamos este archivo de configuración. Entonce añadimos las dos primeras lineas de la figura 9.5 y guardamos, si nos dice error al guardar en VScode, nos da opciones, escogemos guardar como administrador, esperamos y aceptamos la solicitud que nos pedirá.

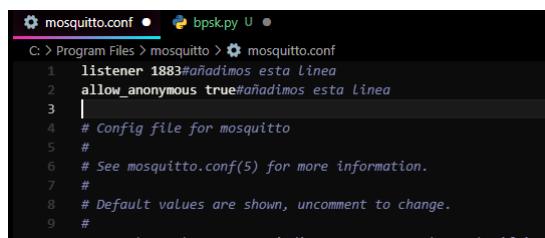


Figure 9.5: Editando archivo de configuración

Cerramos el explorador de archivos y volvemos al CMD de mosquitto. Presionamos **ctrl+c** para detener mosquitto y ahora usando el comando ***mosquitto -c mosquitto.conf -v*** hacemos que mosquitto inicie usando el archivo de configuración que acabamos de modificar.

En este punto realmente ver es siguiente lista de reproducción <https://youtube.com/playlist?list=PLcmn4IteQPYrMOJ06rCerzIcbaGYdUPz6>

Para los trabajos de aquí en adelante, antes de programar tenemos que tener corriendo al mismo tiempo Node Red como Mosquitto como ya hemos visto en estos dos pasos.

<sup>4</sup>puedes escribir solo *cd pro* y apretar tab las veces que sea necesaria para que windows lo autocomplete

### 9.1.2.1 Conexión de Mosquitto a Node red desde ESP8266

Antes de todo, tenemos que saber nuestra IP de nuestro adaptador sea de Ethernet o Wifi, para ello abrimos una consola de CMD y escribimos el comando: **ipconfig /all**, y uso mediante red inalámbrica, por eso busco mi IP(figura 9.6) de ese adaptador, anótate esa dirección IP porque será importante.

```

Selezionare C:\Windows\system32\cmd.exe
DHCP habilitado . . . . . : no
Configuración automática habilitada . . . . . : sí
Adaptador de LAN inalámbrica Wi-Fi:
  Sufijo DNS específico para la conexión . . . . . : Qualcomm Atheros AR9485 Wireless Network Adapter
  Descripción . . . . . : Qualcomm Atheros AR9485 Wireless Network Adapter
  Dirección física . . . . . : D0-53-49-9A-27-BE
  DHCP habilitado . . . . . : sí
  Configuración automática habilitada . . . . . : sí
  Vínculo: dirección IPv6 local . . . . . : fe80::54a9:c0c0:260c:70be%4<Preferido>
  Dirección IPv4 . . . . . : 192.168.0.104<Preferido>
  Máscara de subred . . . . . : 255.255.255.0
  Concesión obtenida . . . . . : domingo, 28 de noviembre de 2021 08:13:05 p.m.
  La concesión expira . . . . . : domingo, 28 de noviembre de 2021 10:10:48 p.m.
  Puerta de enlace predeterminada . . . . . : 192.168.0.1
  Servidor DHCP . . . . . : 192.168.0.1
  ID del DHCPv6 . . . . . : 131093321
  DUID del cliente DHCPv6 . . . . . : 00-01-00-01-d1-11-CA-40-F0-76-1C-8C-2A-6D
  Servidores DNS . . . . . : 8.8.8.8
                                         8.8.4.4

```

Figure 9.6: IP de nuestro computador

Una vez hemos puesto a correr Mosquitto y Node Red(se tienen que ejecutar desde CMD independientes) nos vamos a Node red y buscamos en las paletas del lateral izquierdo el Nodo **mqtt in** y lo arrastramos a nuestro entorno de trabajo, le damos doble click y lo configuraremos como la figura 9.7, en server que dice *Add new mqtt-broker...*, damos click al icono de lapiz de su derecha y lo configuraremos como la figura 9.8.

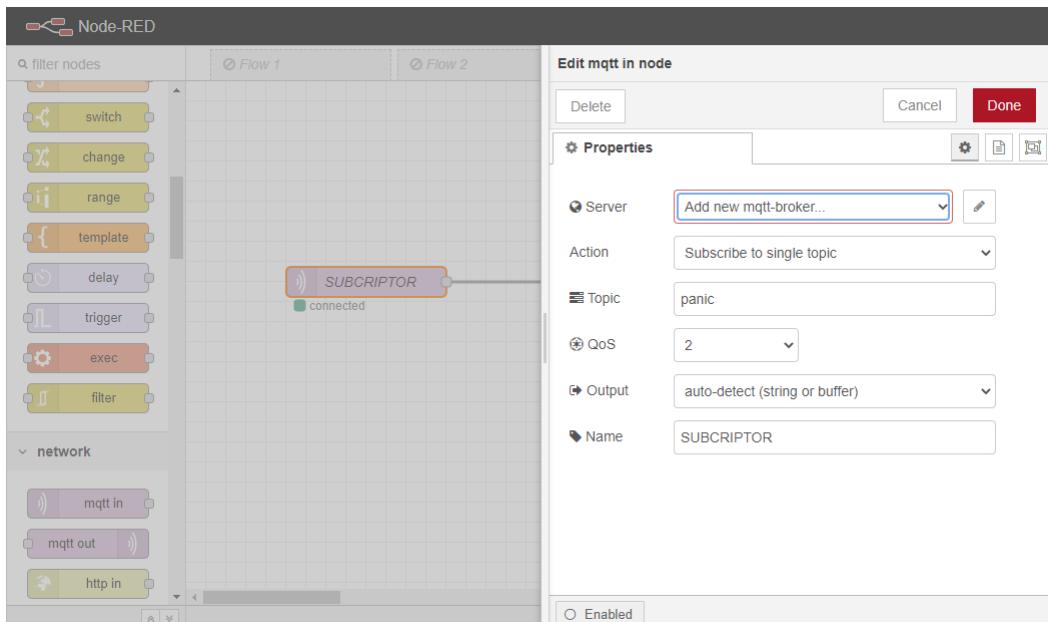


Figure 9.7: Configuración de mqtt in

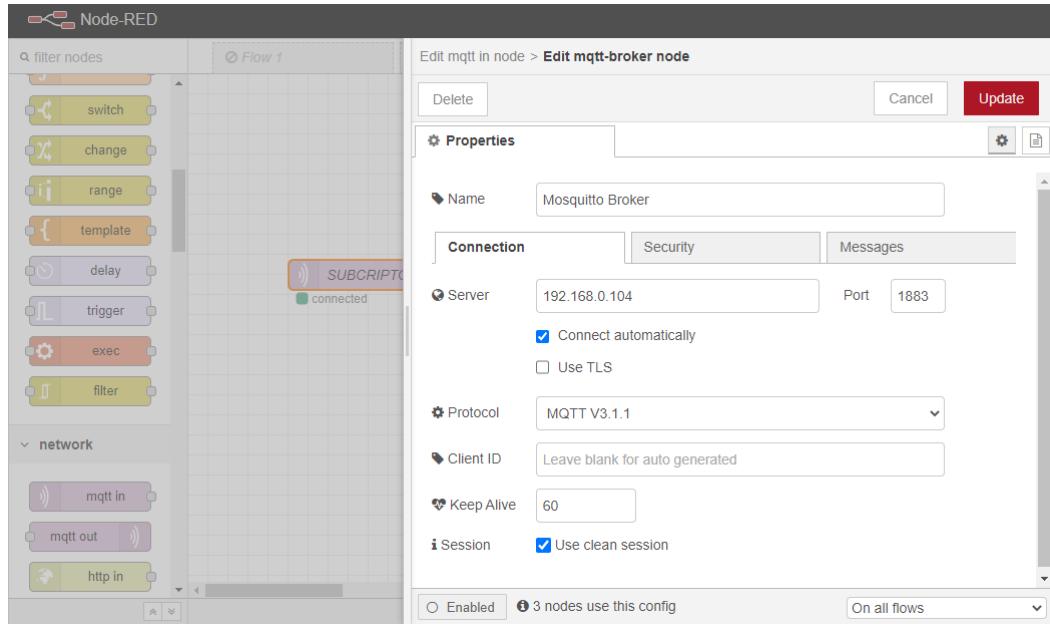


Figure 9.8: Server es nuestro IP y port es 1880 u 1883. No esta de más ver las IP de nuestro ordenador con **netstat -an** Una vez que lo termines de crear, selecciona este broker siempre en el apartado server de la figura 9.7

Ahora, al nodo de *mqtt in* le añadimos los siguientes nodos(ver figura 9.9 y figura 9.10):

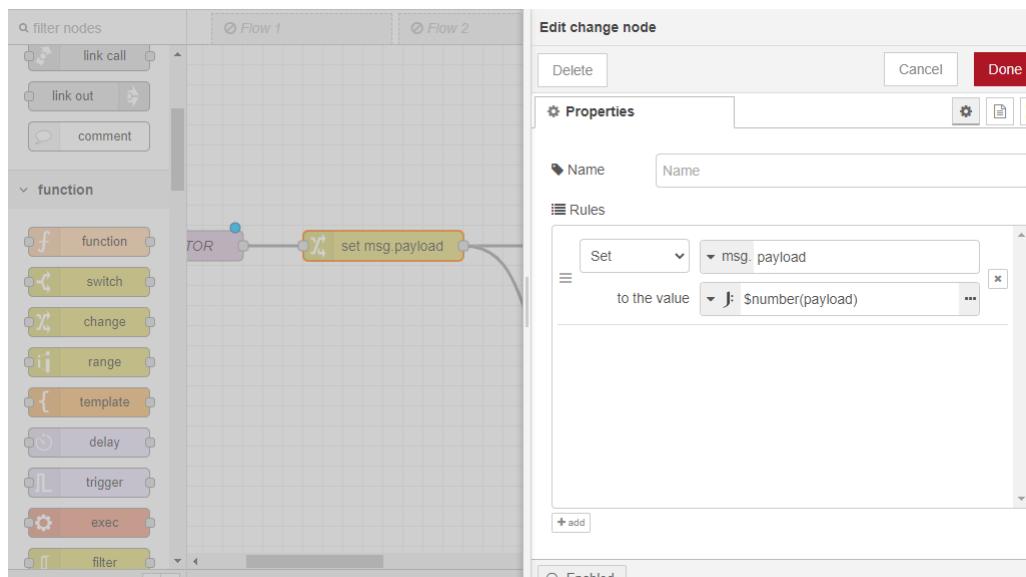


Figure 9.9: Configuración nodo *change*

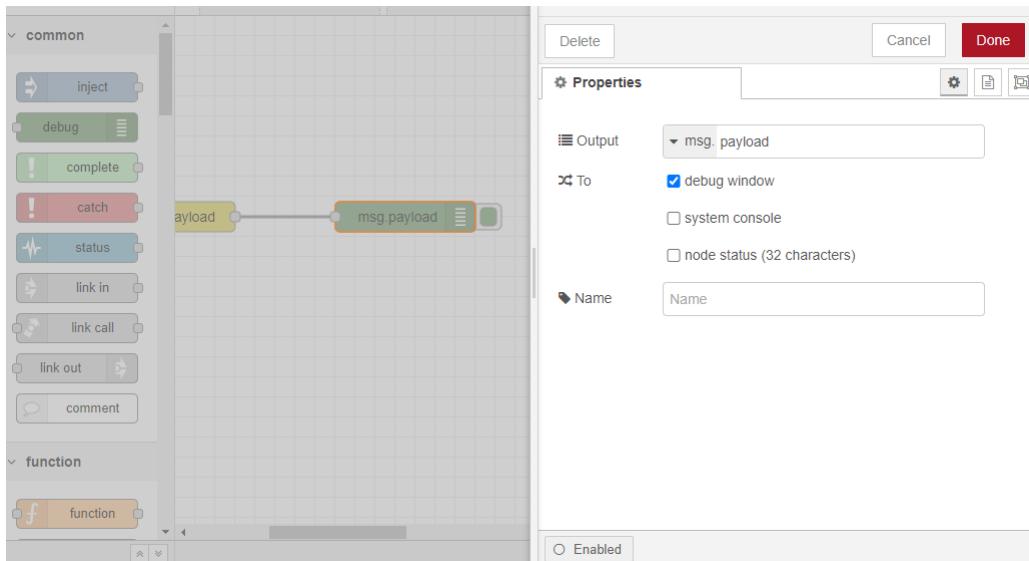


Figure 9.10: Configuración del nodo *debug*

El proyecto esta disponible en GITHUB. Así que vamos a dividir la explicación del proyecto en **Back-end** y **Front-end**.

## 9.2 Hardware

Los componentes requeridos son:

1. 1 ESP-8266 MCU
2. 1 I2C LCD
3. 1 LCD 16x2
4. 4 LEDs(rojo, verde, azul, amarillo)
5. 4 resistencias  $470\Omega$
6. 1 timer 555
7. 2 resistencias  $47k\Omega$
8. 1 botón momentáneo 2 pines
9. 1 metro de cables de colores

Se tiene que desplegar el circuito de la figura 9.11

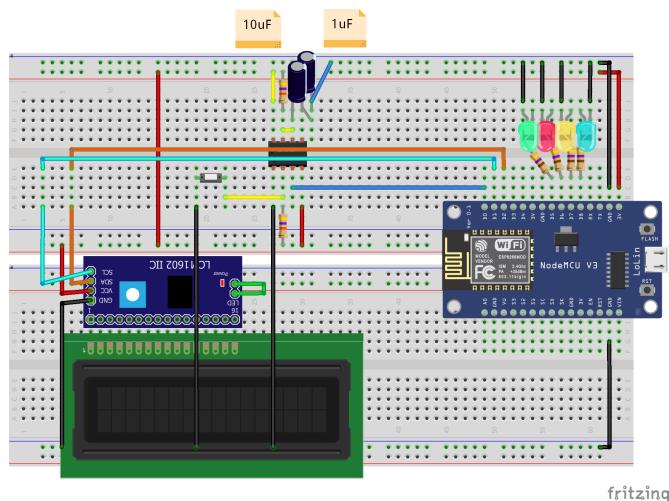


Figure 9.11: Circuito botón de pánico

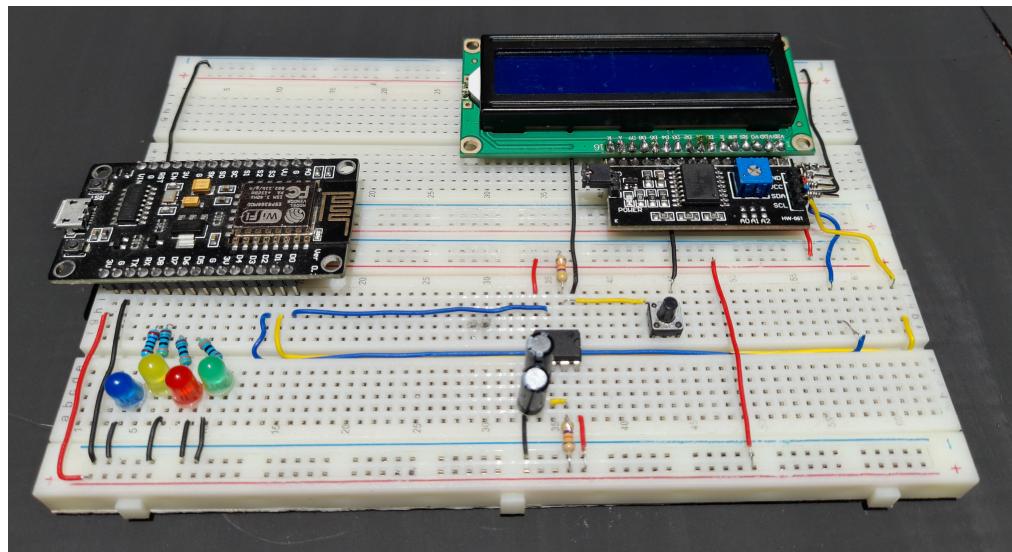


Figure 9.12: Circuito terminado-Vista trasera

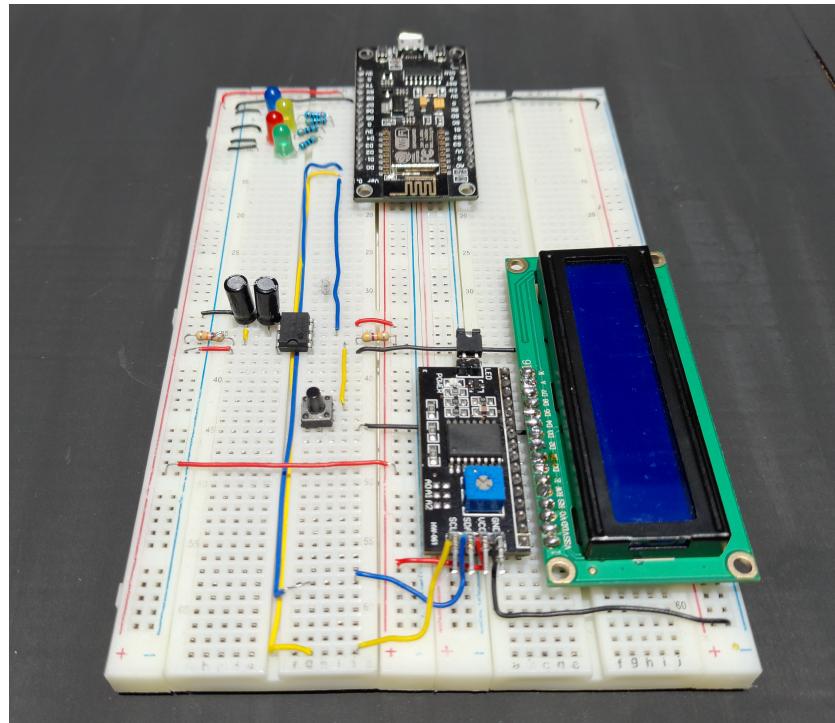


Figure 9.13: Circuito terminado-Vista izquierda

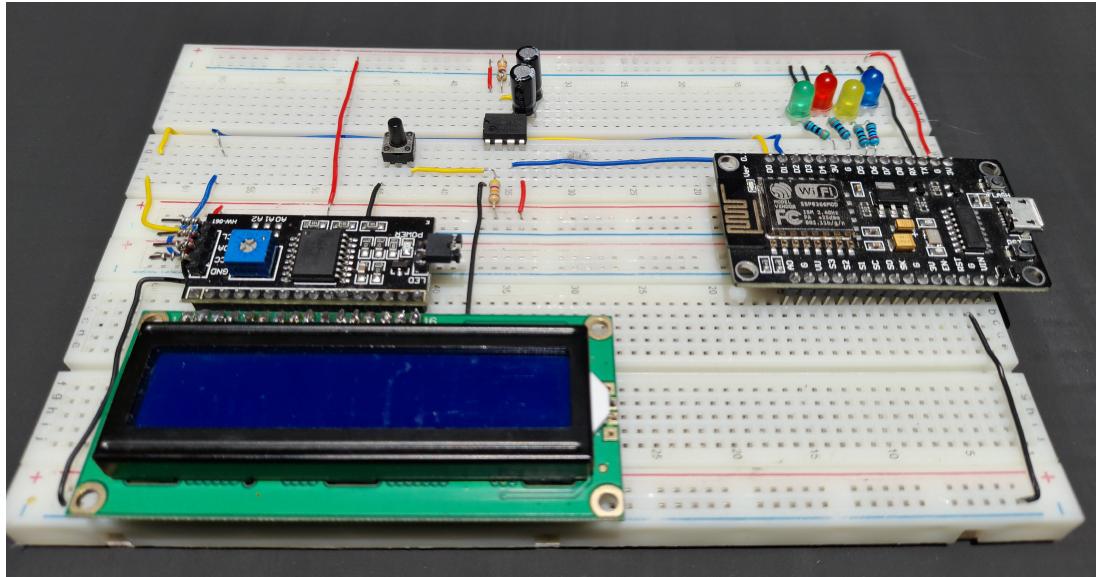


Figure 9.14: Circuito terminado-Vista frontal

### 9.3 Back-end

En la parte del back-end, descargaremos el archivo *7.PanicButton.ino*. El código está comentado para comprender qué hace el programa. En cuanto a nuestra computadora, donde ya tenemos el Node-red, Xammp y Mosquitto instalado, prepararemos el entorno para que la ESP-8266 pueda enviar datos. Ojo: respeta las mayúsculas y todos los parámetros que se establecen.

### 9.3.1 Xammp-PHP My admin

Entramos en `localhost:/phpmyadmin`, y crearemos 3 bases de datos: para el GPS, para los usuarios y para los estados del botón.

#### 9.3.1.1 Base de datos: GPS

Crearemos la base de datos en base a los siguientes parámetros:

Base de datos	Cotejamiento	Acción
gpsdata	utf8mb4_general_ci	Seleccionar privilegios
information_schema	utf8_general_ci	Seleccionar privilegios
mysql	utf8mb4_general_ci	Seleccionar privilegios
performance_schema	utf8_general_ci	Seleccionar privilegios
phpmyadmin	utf8_bin	Seleccionar privilegios
php_login_database	utf8_unicode_ci	Seleccionar privilegios
practica1	utf8mb4_general_ci	Seleccionar privilegios
statusbutton	utf8mb4_general_ci	Seleccionar privilegios

Total: 8

Figure 9.15: Creación de la database

Figure 9.16: Creación de la tabla dentro del database

Nombre	Tipo	Longitud/Valores	Predeterminado	Cotejamiento	Atributos	Nulo	Índice	A_J	Comentarios
id	INT		Ninguno			PRIMARY		PRIMARY	
Nombre	CHAR	32	Ninguno						
LAT	INT	32	Ninguno						
LON	INT	32	Ninguno						
time	INT	32	Ninguno						

Figure 9.17: Creación de las columnas de la tabla del database

Resumiendo los pasos mostrados en las imágenes<sup>5</sup>, podemos decir que: Se ha creado un

<sup>5</sup>Los datos de las imágenes 9.15, 9.16 y 9.17 son erróneos, tener en cuenta ello.

database de nombre **gpsdata**, que contiene una tabla llamada **puntosgps**. La tabla **puntosgps** tiene las siguientes columnas(9.18):

1. id: Con parámetro de creación A\_I(auto incrementar)
2. Nombre:Tipo varchar, tamaño 32.
3. LAT:Tipo float, tamaño 32.
4. LON:Tipo float, tamaño 32.
5. time: Tipo timestamp, predeterminado CURRENT\_TIMESTAMP

#	Nombre	Tipo	Cotejamiento	Atributos	Nulo	Predeterminado	Comentarios	Extra	Acción
1	id	int(11)			No	Ninguna		AUTO_INCREMENT	Cambiar  Eliminar  Más
2	Nombre	varchar(32)	utf8mb4_general_ci		No	Ninguna			Cambiar  Eliminar  Más
3	LAT	float			No	Ninguna			Cambiar  Eliminar  Más
4	LON	float			No	Ninguna			Cambiar  Eliminar  Más
5	time	timestamp			No	current_timestamp()		ON UPDATE CURRENT_TIMESTAMP()	Cambiar  Eliminar  Más

Figure 9.18: Resumen de la creación del database: GPS

### 9.3.1.2 Base de datos: Usuarios

Para la base de datos, tenemos que nombrar a nuestra base: **php\_login\_database**, y dentro de ella crear una tabla llamada **users** con los siguientes parámetros(figura 9.19)

#	Nombre	Tipo	Cotejamiento	Atributos	Nulo	Predeterminado	Comentarios	Extra	Acción
1	id	int(11)			No	Ninguna		AUTO_INCREMENT	Cambiar  Eliminar  Más
2	email	varchar(200)	utf8_unicode_ci		No	Ninguna			Cambiar  Eliminar  Más
3	password	varchar(200)	utf8_unicode_ci		No	Ninguna			Cambiar  Eliminar  Más

Figure 9.19: Resumen de la creación del database: Usuarios

### 9.3.1.3 Base de datos: Estados

Nombrada en phpmyadmin como: **statusbutton**, con una tabla dentro de ella, llamada **historial**, que debe tener las siguientes columnas(figura 9.20).

#	Nombre	Tipo	Cotejamiento	Atributos	Nulo	Predeterminado	Comentarios	Extra	Acción
1	id	int(11)			No	Ninguna		AUTO_INCREMENT	Cambiar  Eliminar  Más
2	status01	int(11)			No	Ninguna			Cambiar  Eliminar  Más
3	tiempo	datetime			Sí	current_timestamp()			Cambiar  Eliminar  Más

Figure 9.20: Resumen de la creación del database: Estados

## 9.3.2 Xammp-Htdocs

En C>xammp>htdocs tenemos que creamos una carpeta llamada **panicbuttonserver**, y dentro de ella pegamos nuestros archivos que se encuentran en la carpeta *panicbuttonserver* dentro del repositorio de GITHUB.<sup>6</sup>. Como resultado debe ser como la figura 9.21

<sup>6</sup><https://github.com/Yasperterian/4rduino>

Nombre	Fecha de modifica...	Tipo	Tamaño
assets	11/12/2021 08:58 ...	Carpeta de archivos	
database.php	12/12/2021 05:01 ...	Archivo PHP	1 KB
forgotten.php	12/12/2021 12:36 ...	Archivo PHP	0 KB
index.php	28/12/2021 05:29 ...	Archivo PHP	2 KB
info.php	28/12/2021 09:56 ...	Archivo PHP	3 KB
logout.php	12/12/2021 06:17 ...	Archivo PHP	1 KB
main.php	28/12/2021 05:30 ...	Archivo PHP	2 KB
negro.php	21/12/2021 07:58 a...	Archivo PHP	0 KB
signup.php	27/12/2021 05:54 ...	Archivo PHP	2 KB

Figure 9.21: Resumen de la creación de la carpeta htdocs.

### 9.3.3 Node-RED

En node-red(Windows+R y escribimos node-red y presionamos enter, luego entramos la dirección que nos devuelve en la consola)vamos a configurar dos nodos paralelos:

1. Status
2. GPS

Antes de desplegar los nodos, tenemos que tener instalados los siguientes paquetes de nodos:

- node-red-contrib-ui-led
- node-red-contrib-web-worldmap
- node-red-dashboard
- node-red-node-email
- node-red-node-mysql
- node-red-node-ui-table

#### 9.3.3.1 Nodos estados del botón

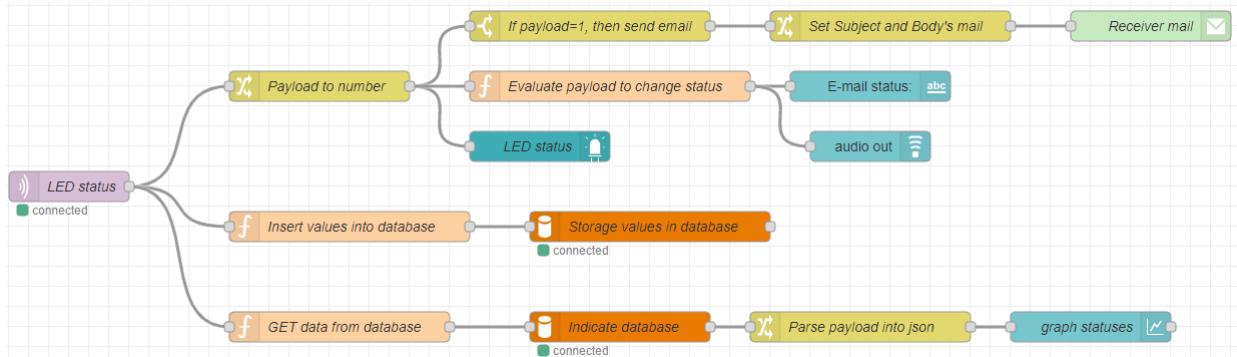


Figure 9.22: Flujo de datos: status button

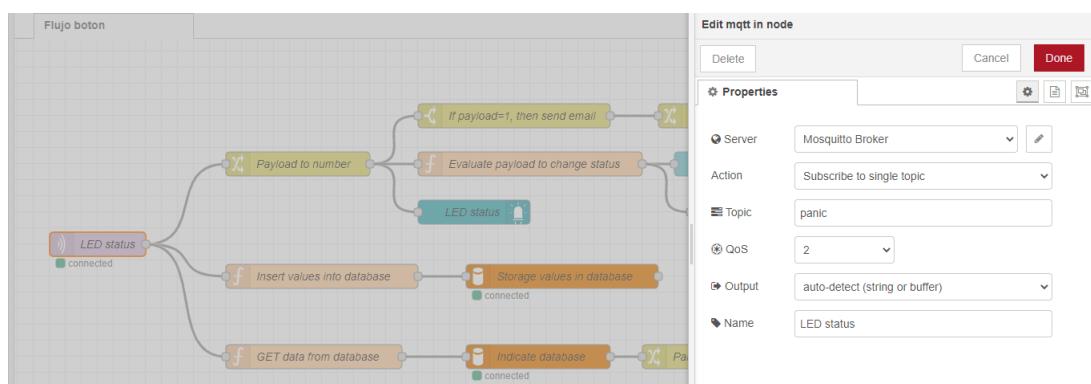
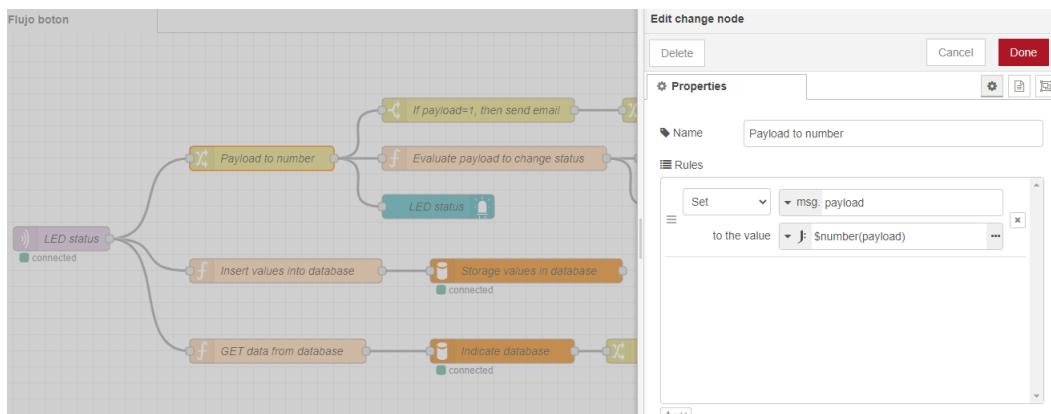
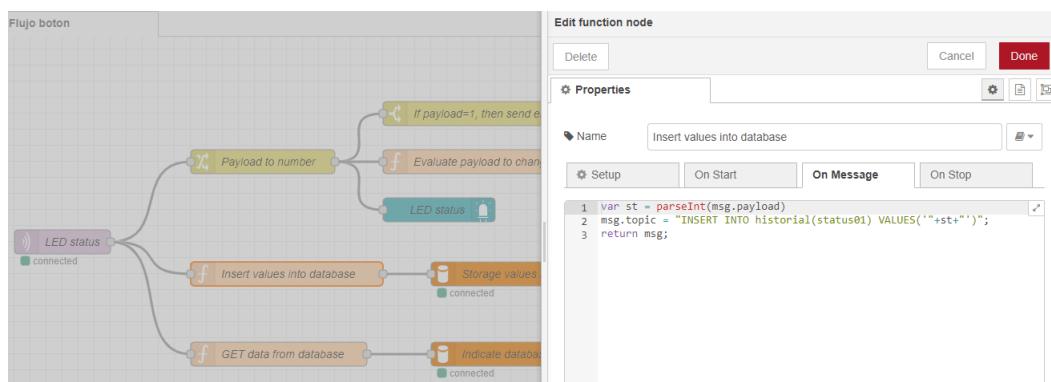
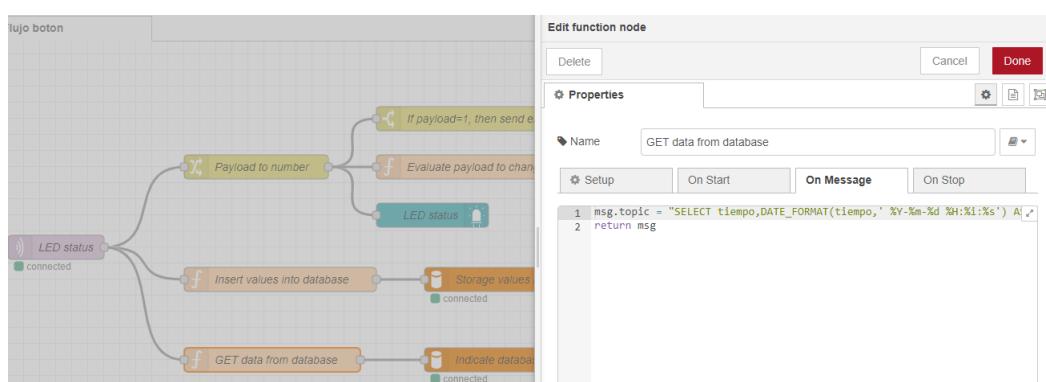
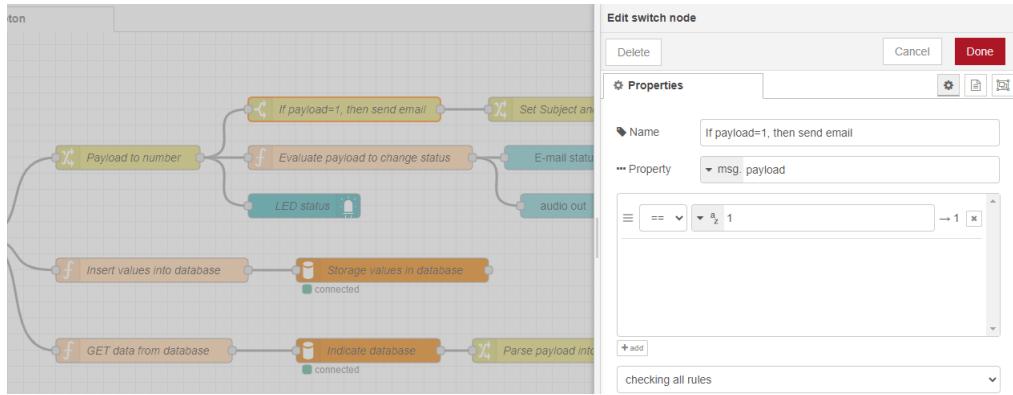
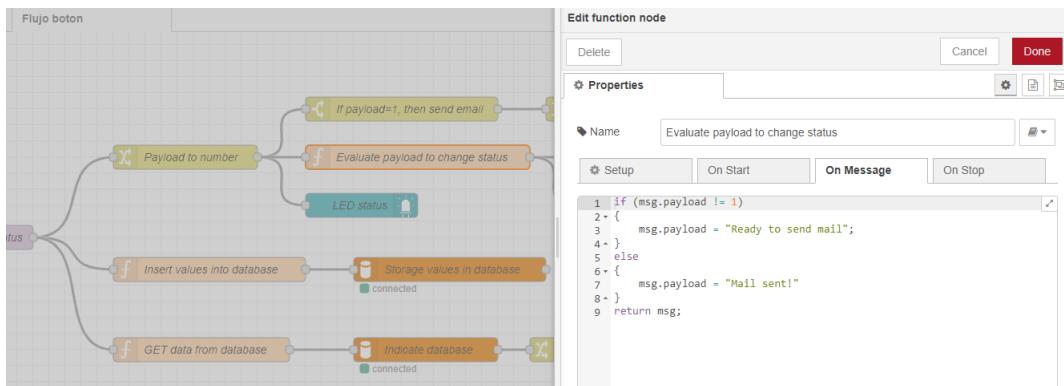
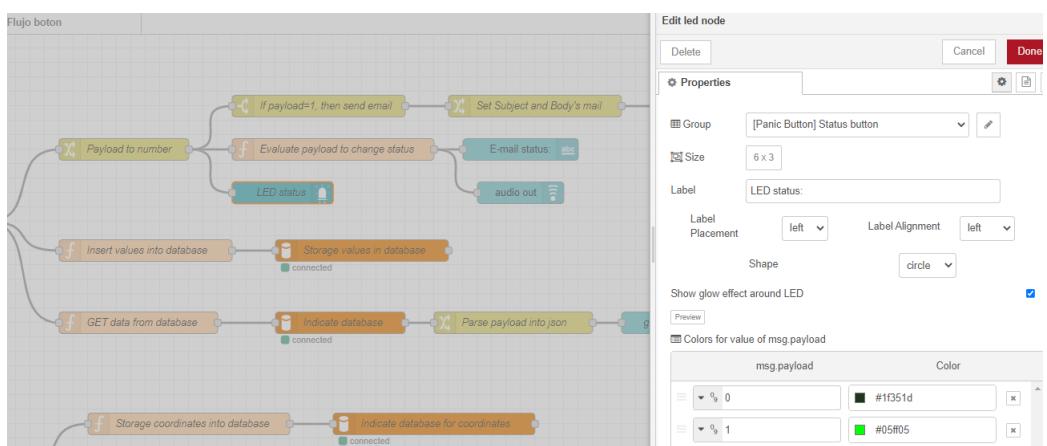


Figure 9.23: Nodo: LED status

Figure 9.24: Nodo: Change node(*payload to number*)Figure 9.25: Nodo: function node(*insert values into database*)Figure 9.26: Nodo: function node(*GET data from database*)

Figure 9.27: Nodo: switch node(*If payload=1, then send email*)Figure 9.28: Nodo: function node(*Evaluate payload to change status*)Figure 9.29: Nodo: led node(*LED status*)

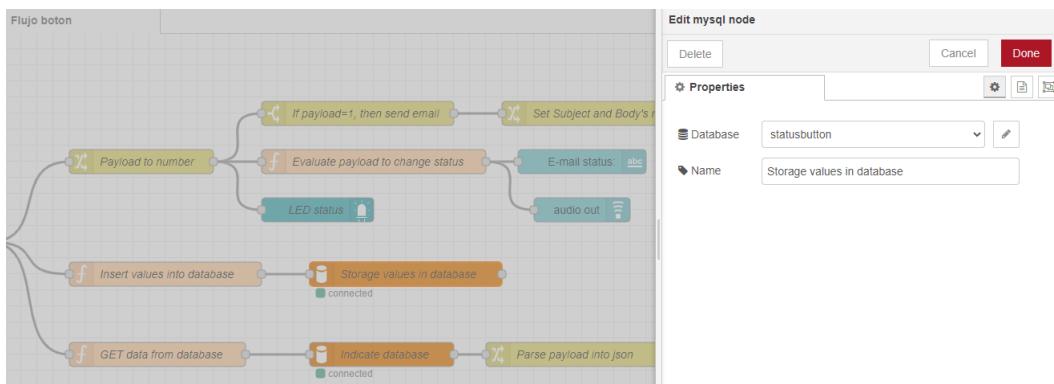
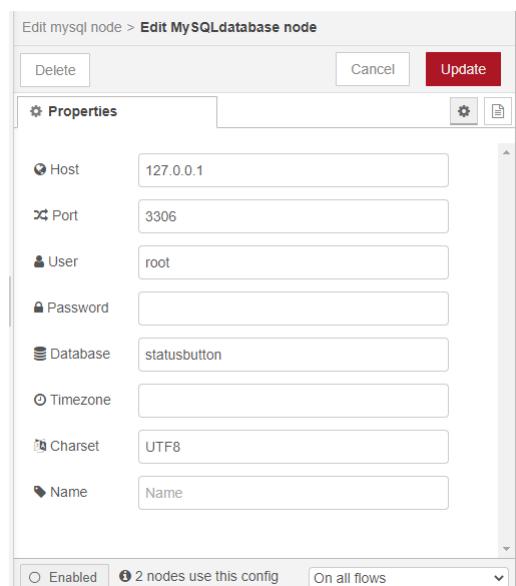
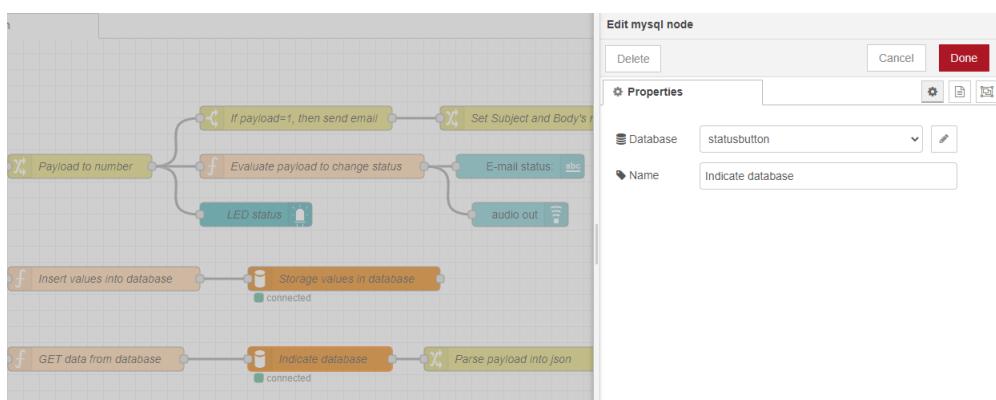
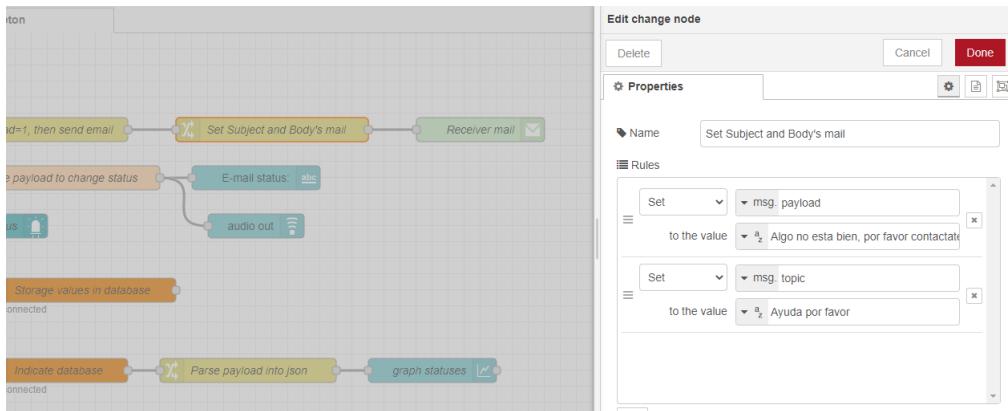
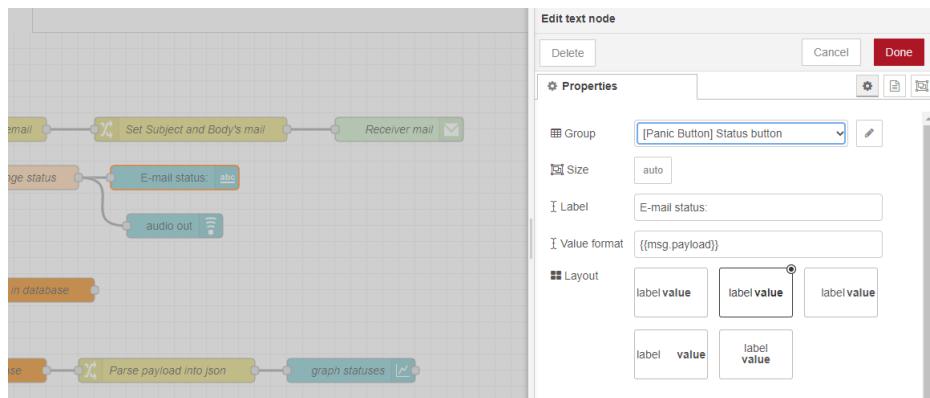
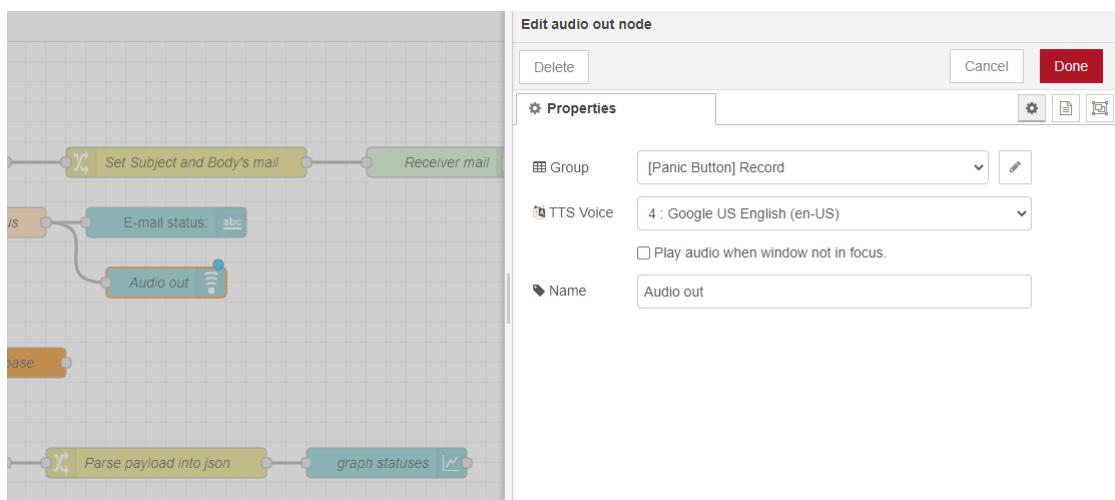
Figure 9.30: Nodo: mysql node(*Storage values in database*)

Figure 9.31: Configuración del database: statusbutton

Figure 9.32: Nodo: mysql node(*Indicate database*)

Figure 9.33: Nodo: change node(*Set Subject and Body's mail*)Figure 9.34: Nodo: text node(*E-mail status*)Figure 9.35: Nodo: audio out node(*Audio out*)

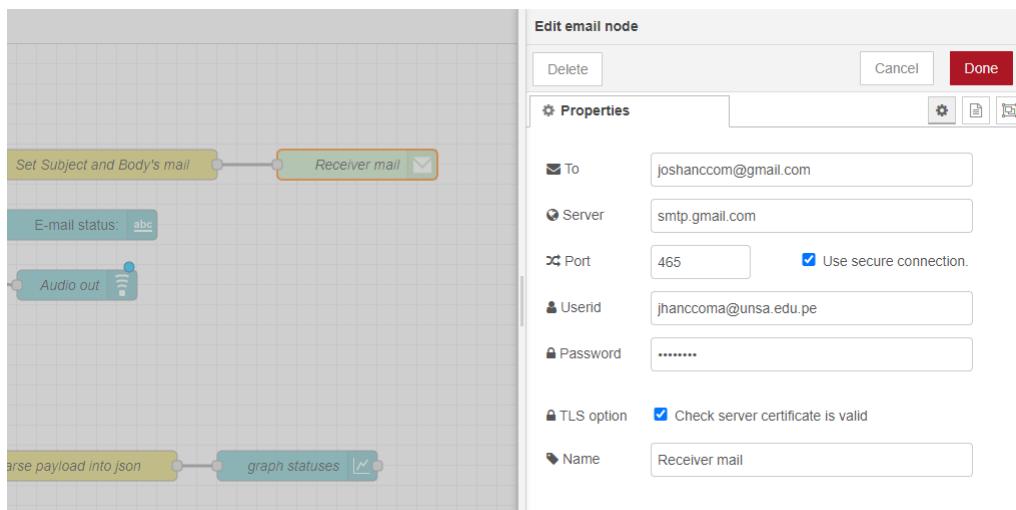


Figure 9.36: Nodo: email node(*Receiver mail*), el password debe ser del correo desde donde se va enviar el correo.

### 9.3.3.2 Nodo coordenadas gps

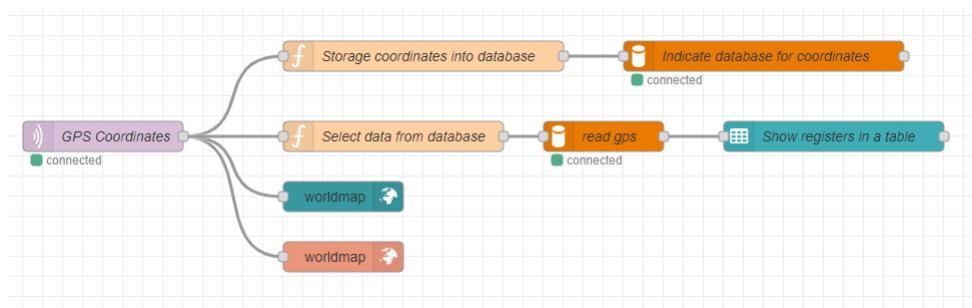


Figure 9.37: Flujo de datos: coordenadas gps

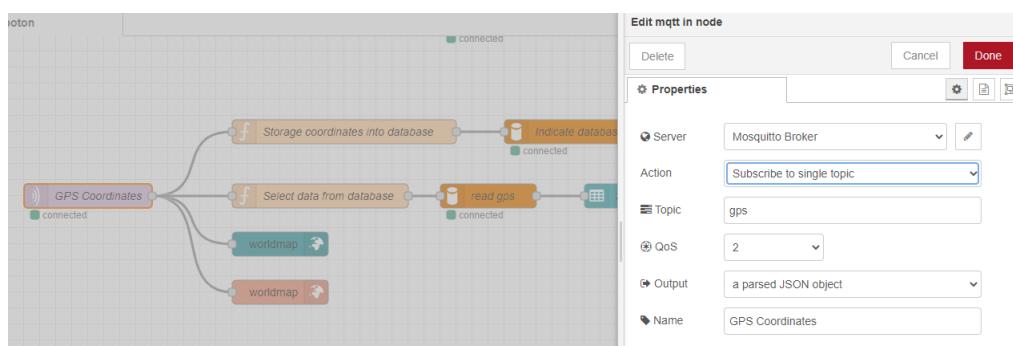


Figure 9.38: Nodo: mqtt node(*SGPS Coordinates*)

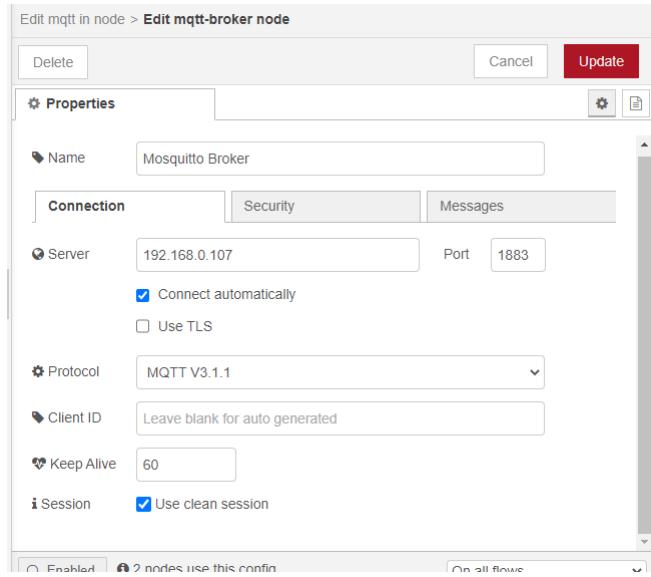


Figure 9.39: Mosquitto broker, se necesario para la figura 9.23

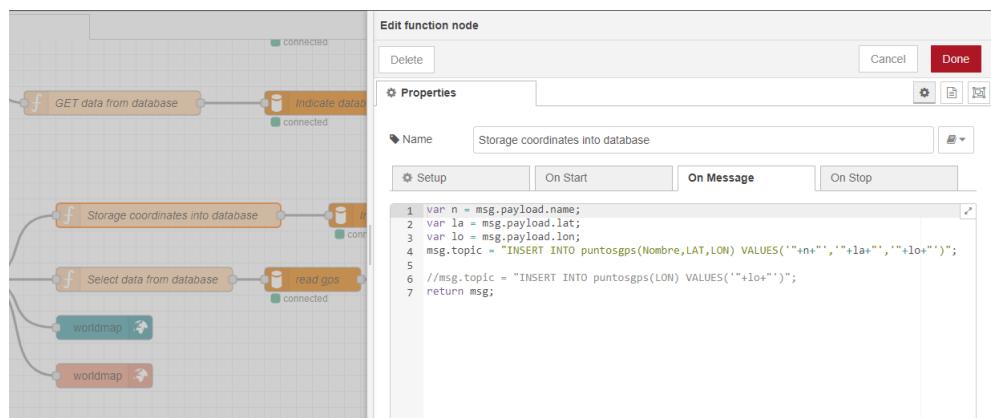


Figure 9.40: Nodo: function node(*Storage coordinates into database*)

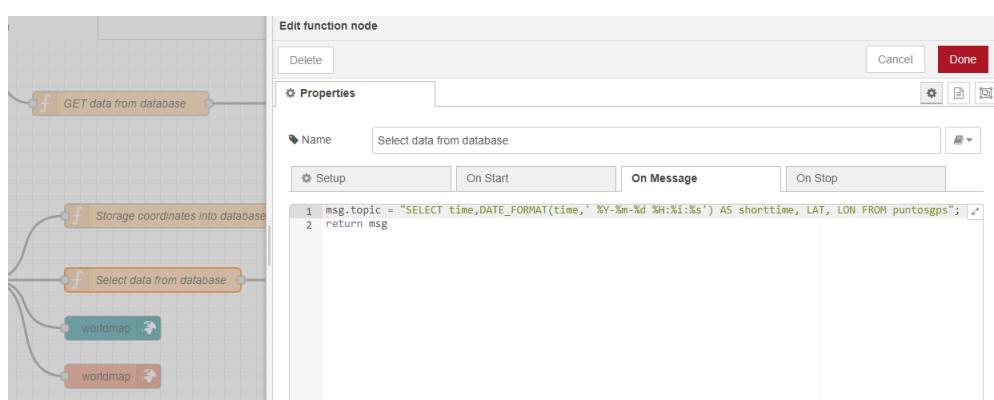


Figure 9.41: Nodo: function node(*Select data from database*)

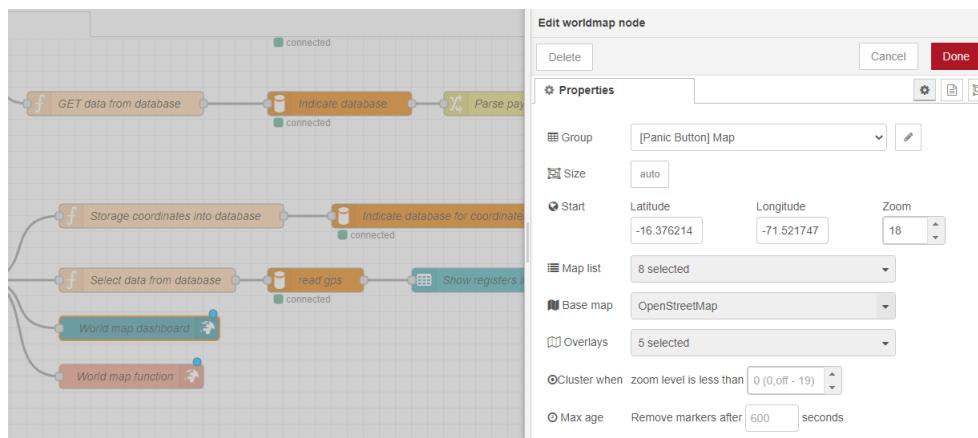
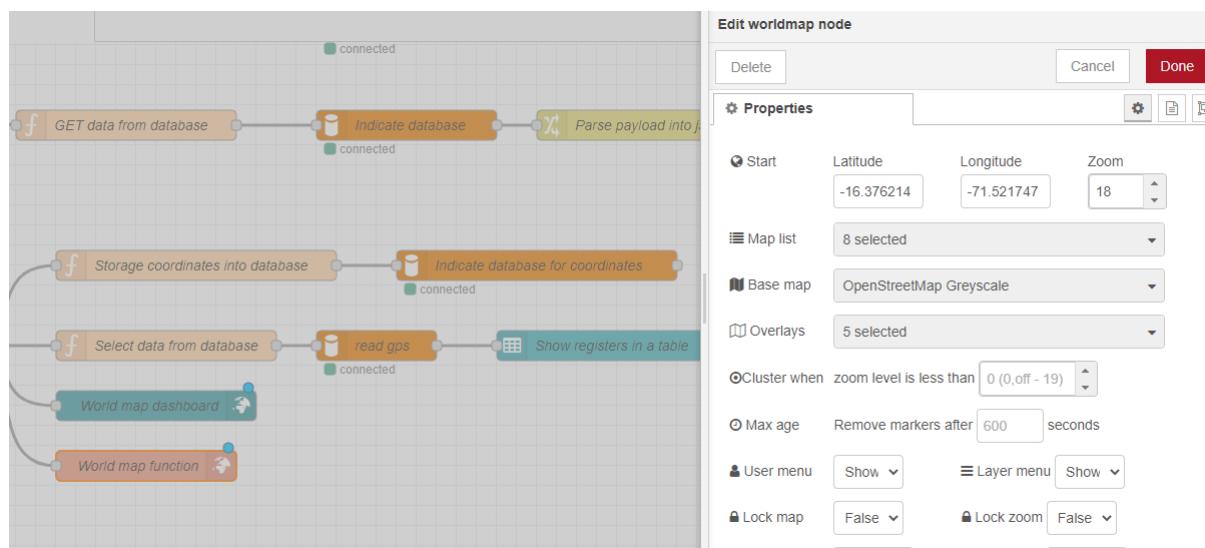
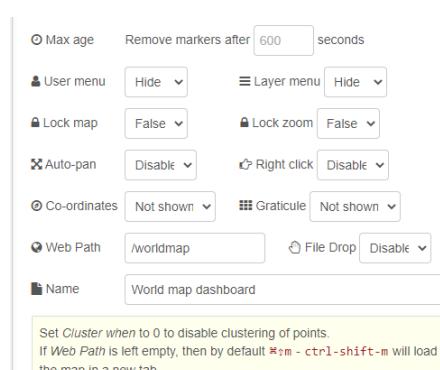
Figure 9.42: Nodo: worldmap node(*World map dashboard*)Figure 9.43: Nodo: worldmap node(*World map function*)

Figure 9.44: Nodo: worldmap node propiedades para la figura 9.42

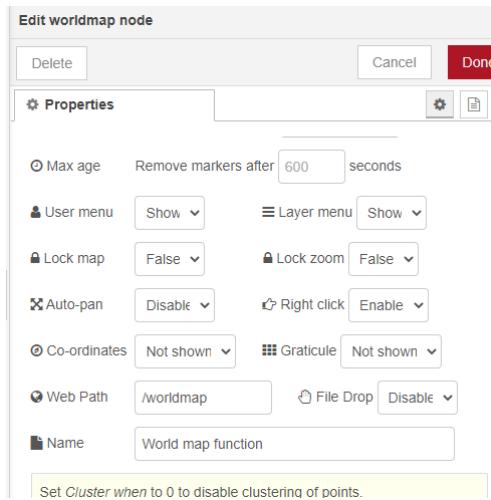


Figure 9.45: Nodo: worldmap node propiedades para la figura 9.43

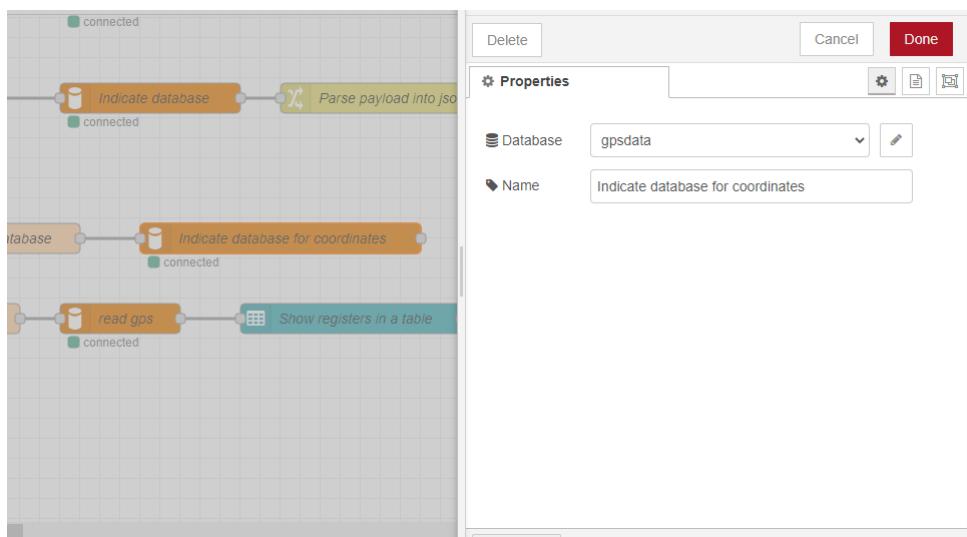


Figure 9.46: Nodo: mysql node(*Indicate database for coordinates*)

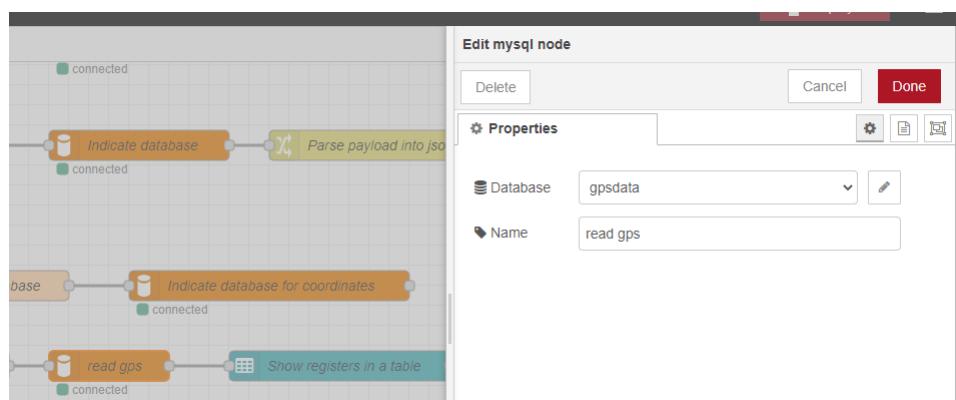


Figure 9.47: Nodo: mysql node(*read gps*)

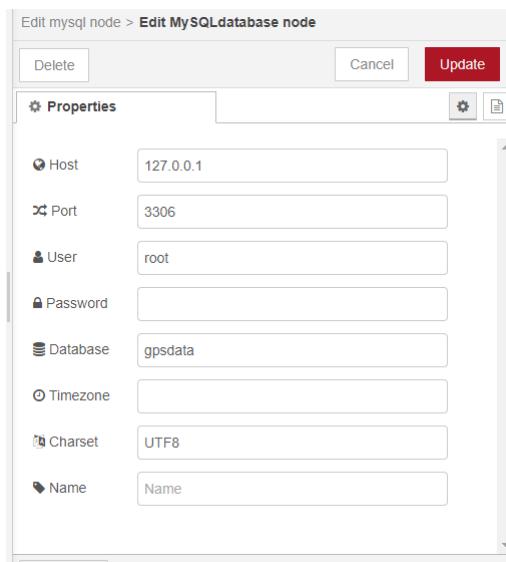


Figure 9.48: Nodo:edit mysql node para gps

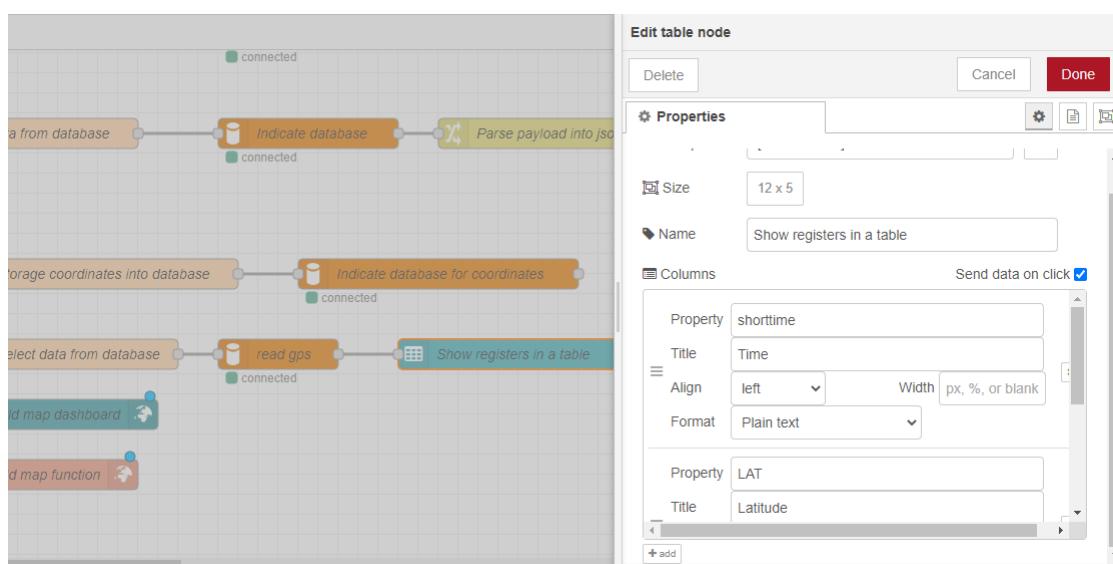


Figure 9.49: Nodo:edit table node para gps

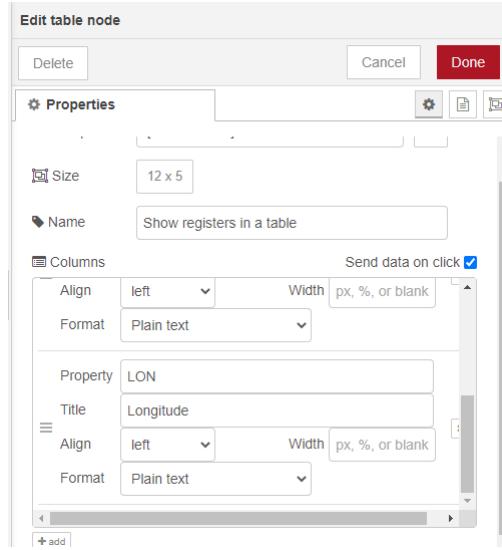


Figure 9.50: Nodo:edit table node para gps. Parte 2

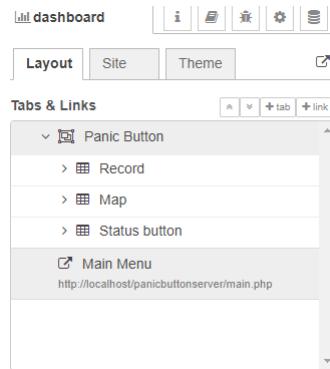


Figure 9.51: Resultado final de la organización del dashboard.

Igual se deja un archivo JSON llamado *flows.json* en la carpeta del botón de pánico para que lo puedas importar a node-red.

## 9.4 Front-end

En cuanto al front-end, ya todo esta configurado y listo para usarse. Tan solo hay que copiar los archivos como se dijo en la carpeta htdocs y poder acceder a ellos desde localhost. Se tendrá como pagina principal <http://localhost/panicbuttonserver/>. Se puede usar un editor de texto para poder cambiar textos dentro de cada archivo CSS. Hay algunos apartados que no funcionan como configuración o recuperar cuenta.



# V Telecomunicaciones 2

<b>10</b>	<b>Unidad I</b>	<b>157</b>
10.1	Theorems	157
10.2	Definitions	157
10.3	Notations	157
10.4	Remarks	158
10.5	Corollaries	158
10.6	Propositions	158
10.7	Examples	158
10.8	Exercises	159
10.9	Problems	159
10.10	Vocabulary	159
10.11	Table	159
10.12	Figure	159
<b>11</b>	<b>Unidad 2</b>	<b>161</b>
11.1	Modulación por ancho de pulso-PWM	161



# 10. Unidad I

## 10.1 Theorems

This is an example of theorems.

### 10.1.1 Several equations

This is a theorem consisting of several equations.

**Teorema 10.1 — Name of the theorem.** In  $E = \mathbb{R}^n$  all norms are equivalent. It has the properties:

$$\| |\mathbf{x}| - |\mathbf{y}| \| \leq \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \| \quad (10.1)$$

$$\| \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \| \leq \sum_{i=1}^n \| \mathbf{x}_i \| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer} \quad (10.2)$$

### 10.1.2 Single Line

This is a theorem consisting of just one line.

**Teorema 10.2** A set  $\mathcal{D}(G)$  is dense in  $L^2(G)$ ,  $|\cdot|_0$ .

## 10.2 Definitions

This is an example of a definition. A definition could be mathematical or it could define a concept.

**Definición 10.1 — Definition name.** Given a vector space  $E$ , a norm on  $E$  is an application, denoted  $\| \cdot \|$ ,  $E$  in  $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$  such that:

$$\| \mathbf{x} \| = 0 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (10.3)$$

$$\| \lambda \mathbf{x} \| = |\lambda| \cdot \| \mathbf{x} \| \quad (10.4)$$

$$\| \mathbf{x} + \mathbf{y} \| \leq \| \mathbf{x} \| + \| \mathbf{y} \| \quad (10.5)$$

## 10.3 Notations

■ **Notación 10.1** Given an open subset  $G$  of  $\mathbb{R}^n$ , the set of functions  $\varphi$  are:

1. Bounded support  $G$ ;

2. Infinitely differentiable;  
a vector space is denoted by  $\mathcal{D}(G)$ .

## 10.4 Remarks

This is an example of a remark.



The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , however, established properties are easily extended to  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ .

## 10.5 Corollaries

This is an example of a corollary.

**Corolario 10.1 — Corollary name.** The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , however, established properties are easily extended to  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ .

## 10.6 Propositions

This is an example of propositions.

### 10.6.1 Several equations

**Proposición 10.1 — Proposition name.** It has the properties:

$$|||\mathbf{x}|| - ||\mathbf{y}||| \leq ||\mathbf{x} - \mathbf{y}|| \quad (10.6)$$

$$||\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i|| \leq \sum_{i=1}^n ||\mathbf{x}_i|| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer} \quad (10.7)$$

### 10.6.2 Single Line

**Proposición 10.2** Let  $f, g \in L^2(G)$ ; if  $\forall \varphi \in \mathcal{D}(G)$ ,  $(f, \varphi)_0 = (g, \varphi)_0$  then  $f = g$ .

## 10.7 Examples

This is an example of examples.

### 10.7.1 Equation and Text

**Ejemplo 10.1** Let  $G = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| < 3\}$  and denoted by:  $x^0 = (1, 1)$ ; consider the function:

$$f(x) = \begin{cases} e^{|x|} & \text{si } |x - x^0| \leq 1/2 \\ 0 & \text{si } |x - x^0| > 1/2 \end{cases} \quad (10.8)$$

■

### 10.7.2 Paragraph of Text

**Ejemplo 10.2 — Example name.** Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur

ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

## 10.8 Exercises

This is an example of an exercise.

**Ejemplo 10.3** This is a good place to ask a question to test learning progress or further cement ideas into students' minds.

## 10.9 Problems

**Problema 10.1** What is the average airspeed velocity of an unladen swallow?

## 10.10 Vocabulary

■ **Vocabulario 10.1 — Word.** Definition of word.

## 10.11 Table

Treatments	Response 1	Response 2
Treatment 1	0.0003262	0.562
Treatment 2	0.0015681	0.910
Treatment 3	0.0009271	0.296

Table 10.1: Table caption

Referencing Table 10.1 in-text automatically.

## 10.12 Figure



Figure 10.1: Figure caption

Referencing Figure 10.1 in-text automatically.



## 11. Unidad 2

### 11.1 Modulación por ancho de pulso-PWM

PWM es una técnica que se usa para transmitir señales analógicas cuya señal portadora será digital. En esta técnica se modifica el ciclo de trabajo de una señal periódica (una senoidal o una cuadrada, por ejemplo), ya sea para transmitir información a través de un canal de comunicaciones o para controlar la cantidad de energía que se envía a una carga.

**Definición 11.1 — Duty Cicle.** El ciclo de trabajo (*duty cycle*) de una señal periódica es el ancho de su parte positiva, en relación con el período. Está expresado en porcentaje, por tanto, un duty cycle de 10% indica que está 10 de 100 a nivel alto.

$$\text{Duty cycle} = \frac{t}{T} \quad (11.1)$$

Donde:

t: Tiempo en parte positiva.

T: Periodo, tiempo total.

Básicamente, consiste en activar una salida digital durante un tiempo y mantenerla apagada durante el resto, generando así pulsos positivos que se repiten de manera constante. Por tanto, la frecuencia es constante (es decir, el tiempo entre disparo de pulsos), mientras que se hace variar la anchura del pulso, el duty cycle. El promedio de esta tensión de salida, a lo largo del tiempo, será igual al valor analógico deseado.

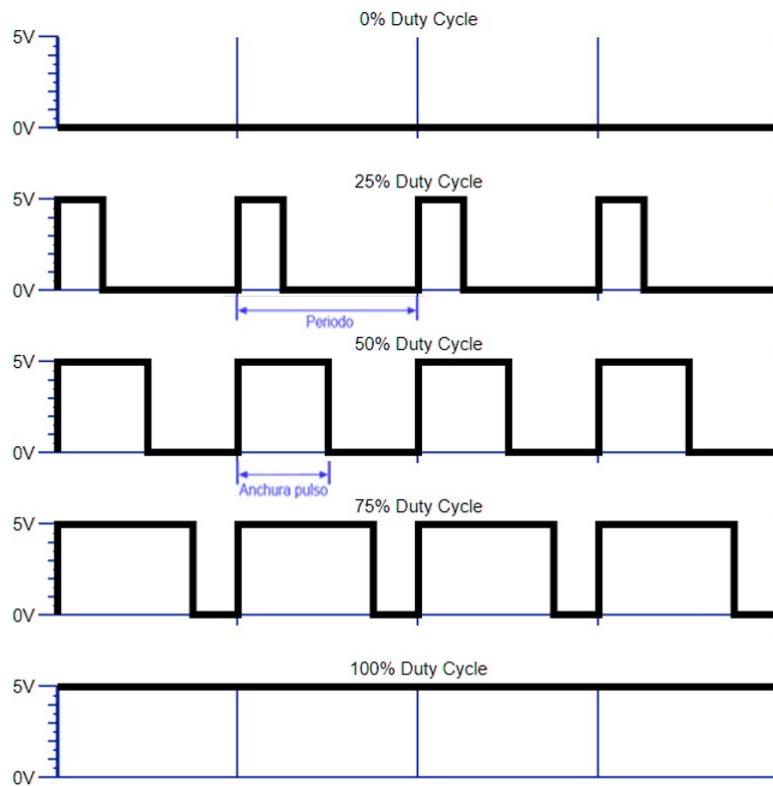


Figure 11.1: Diferentes *Duty Cicles*

Lo que caracteriza a PWM es la capacidad de controlar los pulsos, controlando el voltaje de la señal. Para ello la señal moduladora(una señal analógica) hará modificaciones sobre la señal portadora(mayormente una señal *sawtooth*) con la finalidad de, en vez de tener una amplitud infinita solo tendrá valores entre 5v-0v(puede ser modificable). Si lo ponemos en un ejemplo: podríamos controlar la velocidad de un moto apagándolo y prendiéndolo tan rápido que teóricamente sabríamos que lo estamos apagando pero experimentalmente sería imperceptible.

**Definición 11.2 — Voltaje promedio de PWM.** El voltaje promedio de una señal modulada por PWM podrá ser calculada por:

$$V_p = V_{cc} \cdot \frac{DC}{100} \quad (11.2)$$

Donde:

$V_{cc}$ : La entrada de alimentación de un dispositivo.(Voltios)

DC: Duty cycle.(porcentaje)

$V_p$ : Voltaje promedio.

**Ejemplo 11.1** Se desea un voltaje promedio de 1V con voltaje de entrada de 5V, calcular el tiempo que la señal pwm estará apagada.

**Solución:**

Nos pide el tiempo, aunque no nos da el tiempo para calcularlo en segundos(using la ecuación 11.1), pero podemos hallarlo en porcentaje. Por ello, usando la ecuación 11.2 reemplazamos

nuestros datos, tenemos que hallar DC:

$$\begin{aligned} 1V &= 5V \cdot \frac{DC}{100} \\ \frac{1V \cdot 100}{5V} &= DC \\ DC &= 20 \end{aligned} \tag{11.3}$$

El 20% hallado es el duty cycle, es el tiempo que valdrá 5V, nos pide el tiempo que estará apagada o donde valdrá 0V, el 80% restante del periodo total. ■



# Campos electromagnéticos

<b>12</b>	<b>Repaso vectorial y fundamentos del electromagnetismo .....</b>	<b>167</b>
12.1	Sistemas de coordenadas y transformaciones	167
12.2	Cálculo vectorial .....	170
<b>13</b>	<b>Campos eléctricos estáticos .....</b>	<b>177</b>
13.1	Ley de Coulomb .....	177
13.2	Intensidad de campo eléctrico .....	178
13.3	Campo eléctrico creado por una distribución continua de carga en un punto .....	178
13.4	Densidad de campo eléctrico .....	179
13.5	Ley de Gauss-Ecuaciones de Maxwell .....	180
13.6	Potencial eléctrico .....	185
13.7	Relación entre E y V-Ecuación de Maxwell .....	185
13.8	Dipolo eléctrico .....	186
<b>14</b>	<b>Campos eléctricos en el espacio material 189</b>	
14.1	CORRIENTES DE CONVECCIÓN Y CONDUCCIÓN .....	189
14.2	Conductores .....	190



## 12. Repaso vectorial y fundamentos del electromagnetismo

### 12.1 Sistemas de coordenadas y transformaciones

En general, las cantidades físicas que trataremos en EM son funciones del espacio y tiempo. Para describir las variaciones espaciales de las cantidades, debemos ser capaces de definir todos los puntos de forma única en el espacio de una manera adecuada. Esto requiere el uso de un adecuado sistema coordinado.

#### 12.1.0.1 Sistema de coordenadas cartesianas en el espacio (x,y,z)

En geometría euclíadiana el espacio tridimensional se suele representar con un sistema de coordenadas de tres ejes, todos perpendiculares entre sí. El rango de las coordenadas variables  $x$ ,  $y$  y  $z$  son:

$$-\infty < x < \infty$$

$$-\infty < y < \infty$$

$$-\infty < z < \infty$$

Las coordenadas de un vector cartesiano  $\mathbf{A}$ (o vector rectangular) pueden ser escritas como:

$$(A_x, A_y, A_z) \vee A_x \mathbf{a}_x + A_y \mathbf{a}_y + A_z \mathbf{a}_z \quad (12.1)$$

Donde  $\mathbf{a}_x$ ,  $\mathbf{a}_y$  y  $\mathbf{a}_z$  son los vectores unitarios de  $x$ ,  $y$   $z$  respectivamente.

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_x$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_y$$

Recordando la *regla de la mano derecha*.

#### 12.1.0.2 Coordenadas polares ( $r, \theta$ )

Un punto arbitrario se define mediante las coordenadas polares planas ( $r, \theta$ ), donde:

- $r$  es la longitud de la línea que une el origen con el punto
- $\theta$  es el ángulo entre dicha línea y un eje fijo (normalmente el  $x$ )

Es común asumir que  $\theta$  es medida en sentido contrario a las agujas del reloj y normalmente respecto al eje  $x$  positivo. Los rangos de las variables son:

$$-\infty < r < \infty$$

$$0 < \theta < 2\pi$$



Cuando se gráfica una coordenada polar con un radio negativo, se mueve desde el polo en la dirección opuesta al ángulo positivo dado (en la misma línea que el ángulo dado pero en la dirección opuesta al ángulo del polo). Es decir, gráficas el radio positivo solo que se invierte respecto al origen.

### Proposición 12.1 — Coordenadas polares a cartesianas y viceversa..

De polares a cartesianas

$$x = r \cdot \cos(\theta)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta)$$

De cartesianas a polares

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

### 12.1.1 Coordenadas Cilíndricas ( $r, \theta, z$ ) ó ( $\rho, \phi, z$ )

El sistema de coordenadas cilíndricas es muy parecido al de coordenadas polares. De hecho, es igual pero con una coordenada más: la altura. De manera que el sistema de coordenadas cilíndricas es un sistema de referencia tridimensional, es decir, con 3 coordenadas:

- $r$  ó  $\rho$  es la proyección ortogonal del punto en el plano XY, o dicho de otra forma, la distancia del punto al eje Z.
- $\theta$  ó  $\phi$  es el ángulo que forma el semieje X positivo con la recta  $r$ .
- $z$  es la altura del punto, es la misma coordenada del sistema de coordenadas cartesiano en el espacio.

El rango de las variables de este sistemas son:

$$0 \leq \rho < \infty$$

$$0 \leq r < \infty$$

$$0 \leq \phi < 2\pi$$

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

$$-\infty < z < \infty$$

$$-\infty < z < \infty$$

Las coordenadas cilíndricas de un vector  $\mathbf{A}$  pueden ser escritas como:

$$(A_\rho, A_\phi, A_z) \vee A_\rho \mathbf{a}_\rho + A_\phi \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z \quad (12.2)$$

Donde  $\mathbf{a}_\rho$ ,  $\mathbf{a}_\phi$  y  $\mathbf{a}_z$  son los vectores unitarios que indican sus direcciones, pero a tener en consideración que el vector unitario  $\mathbf{a}_\phi$  no esta en grados, asume las mismas unidades de medida que  $\mathbf{A}$ . La magnitud de  $\mathbf{A}$  es:

$$|A| = \sqrt{A_\rho^2 + A_\phi^2 + A_z^2} \quad (12.3)$$

Al ser mutuamente perpendiculares porque el sistema es ortogonal se concluye que:

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho = \mathbf{a}_\phi \cdot \mathbf{a}_\phi = \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z = 1$$

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\phi = \mathbf{a}_\phi \cdot \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_\rho = 0$$

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\phi = \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{a}_\phi \times \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_\rho$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = \mathbf{a}_\phi$$

### Proposición 12.2 — Coordenadas cilíndricas a cartesianas y viceversa..

De cilíndricas a cartesianas

$$x = \rho \cdot \cos(\phi)$$

$$y = \rho \cdot \sin(\phi)$$

$$z = z$$

De cartesianas a cilíndricas

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = z$$

Es necesario saber las relaciones entre los vectores unitarios del sistema cartesiano y el sistema cilíndrico:

**Proposición 12.3 — Relaciones entre vectores unitarios.**

De cilíndricas a cartesianas

$$\mathbf{a}_x = \cos\phi \mathbf{a}_\rho - \sin\phi \mathbf{a}_\phi$$

$$\mathbf{a}_y = \sin\phi \mathbf{a}_\rho + \cos\phi \mathbf{a}_\phi$$

$$\mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z$$

De cartesianas a cilíndricas

$$\mathbf{a}_\rho = \cos\phi \mathbf{a}_x + \sin\phi \mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{a}_\phi = -\sin\phi \mathbf{a}_x + \cos\phi \mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z$$

Finalmente la relación entre  $(A_x, A_y, A_z)$  y  $(A_\rho, A_\phi, A_z)$  son obtenidas sustituyendo las ecuaciones de la proposición 12.3(De cilíndricas a cartesianas) en la ecuación 12.1 y agrupar términos. Existe una forma matricial de hacer las conversiones, las matrices de equivalencia son<sup>1</sup>

De cartesianas a cilíndricas:

$$\begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \quad (12.4)$$

De cilíndricas a cartesianas:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix} \quad (12.5)$$

### 12.1.2 Coordenadas esféricas ( $r, \theta, \phi$ )

Finalmente, tenemos el sistema de coordenadas esféricas. Este tipo de sistema de coordenadas también es bastante similar al de coordenadas polares y al de coordenadas cilíndricas, aunque, evidentemente, tiene alguna diferencia respecto a ellos.

El sistema de coordenadas esféricas se trata de un sistema para describir espacios euclidianos tridimensionales, por lo tanto, tiene tres coordenadas:

- $r$  es la distancia (en R3) desde origen hasta el punto.
- $\theta$  es el ángulo que forma la parte positiva del eje X con la recta  $r$  proyectada en el plano XY.
- $\phi$  es el ángulo que hay entre la parte positiva del eje Z con la recta  $r$ .

El rango de las variables de este sistemas son:

$$0 \leq r < \infty$$

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

$$0 \leq \phi < 2\pi$$

Las coordenadas esféricas de un vector  $\mathbf{A}$  pueden ser escritas como:

$$(A_r, A_\theta, A_\phi) \vee A_r \mathbf{a}_r + A_\rho \mathbf{a}_\rho + A_\phi \mathbf{a}_\phi \quad (12.6)$$

Donde  $\mathbf{a}_r$ ,  $\mathbf{a}_\theta$  y  $\mathbf{a}_\phi$  son los vectores unitarios que indican sus direcciones. La magnitud de  $\mathbf{A}$  es:

$$|A| = \sqrt{A_r^2 + A_\theta^2 + A_\phi^2} \quad (12.7)$$

Los vectores unitarios son mutuamente ortogonales, por lo tanto:

$$\mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_r = \mathbf{a}_\theta \cdot \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\phi \cdot \mathbf{a}_\phi = 1$$

$$\mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\theta \cdot \mathbf{a}_\phi = \mathbf{a}_\phi \cdot \mathbf{a}_r = 0$$

$$\mathbf{a}_r \times \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\phi$$

$$\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_\phi = \mathbf{a}_r$$

$$\mathbf{a}_\phi \times \mathbf{a}_r = \mathbf{a}_\theta$$

<sup>1</sup>Si se te olvido como resolver este tipo de matrices puedes revisar la expresión 26.1.

**Proposición 12.4 — Coordenadas esféricas a cartesianas y viceversa..**

De esféricas a cartesianas

$$x = r \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi)$$

$$z = r \cdot \cos(\theta)$$

De cartesianas a esféricas

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

**Proposición 12.5 — Relaciones entre vectores unitarios.**

De esféricas a cartesianas

$$\mathbf{a}_x = \sin \theta \cos \phi \mathbf{a}_r + \cos \theta \cos \phi \mathbf{a}_\theta - \sin \phi \mathbf{a}_\phi$$

$$\mathbf{a}_y = \sin \theta \sin \phi \mathbf{a}_r + \cos \theta \sin \phi \mathbf{a}_\theta + \cos \phi \mathbf{a}_\phi$$

$$\mathbf{a}_z = \cos \theta \mathbf{a}_r - \sin \theta \mathbf{a}_\theta$$

De cartesianas a esféricas

$$\mathbf{a}_r = \sin \theta \cos \phi \mathbf{a}_x + \sin \theta \sin \phi \mathbf{a}_y + \cos \theta \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{a}_\theta = \cos \theta \cos \phi \mathbf{a}_x + \cos \theta \sin \phi \mathbf{a}_y - \sin \theta \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{a}_\phi = -\sin \phi \mathbf{a}_x + \cos \phi \mathbf{a}_y$$

Finalmente la relación entre  $(A_x, A_y, A_z)$  y  $(A_r, A_\theta, A_\phi)$  son obtenidas sustituyendo las ecuaciones de la proposición 12.5(De cilíndricas a cartesianas) en la ecuación 12.1 y agrupar términos. Las formas matriciales de la transformación de vectores son:

De cartesianas a esféricas:

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \quad (12.8)$$

De esféricas a cartesianas:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi & \cos \phi \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} \quad (12.9)$$

Revisar el ejemplo 2.1 de [1].

**12.1.3 Planos**

Los planos en los sistemas de coordenadas son fácilmente generados solo manteniendo una coordenada constante y las demás variables.

**12.2 Cálculo vectorial****12.2.1 Diferencial de distancia, área y volumen****12.2.1.1 Sistema de coordenadas cartesianas**

El desplazamiento diferencial esta dado por:

$$d\mathbf{l} = dx \mathbf{a}_x + dy \mathbf{a}_y + dz \mathbf{a}_z \quad (12.10)$$

Diferencial de la superficie normal esta dado por:

$$\begin{aligned} d\mathbf{S} &= dy dz \mathbf{a}_x \\ &= dx dz \mathbf{a}_y \\ &= dx dy \mathbf{a}_z \end{aligned} \quad (12.11)$$

Diferencial de volumen esta dado por:

$$dv = dx \cdot dy \cdot dz \quad (12.12)$$

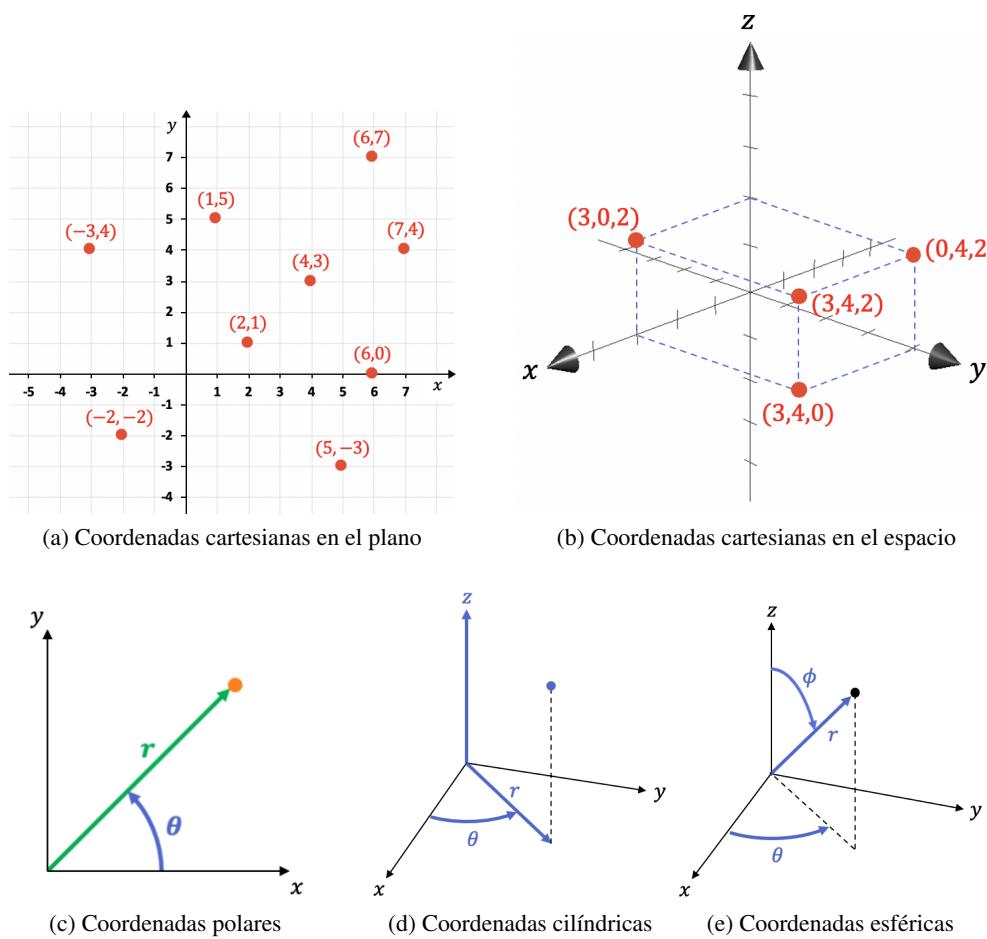


Figure 12.1: Distintos sistemas de coordenadas

### 12.2.1.2 Coordenadas cilíndricas

El desplazamiento diferencial esta dado por:

$$d\mathbf{l} = d\rho \mathbf{a}_\rho + \rho \cdot d\phi \mathbf{a}_\phi + dz \mathbf{a}_z \quad (12.13)$$

Diferencial de la superficie normal esta dado por:

$$\begin{aligned} d\mathbf{S} &= \rho \cdot d\phi dz \mathbf{a}_\rho \\ &= d\rho dz \mathbf{a}_\phi \\ &= \rho \cdot d\rho d\phi \mathbf{a}_z \end{aligned} \quad (12.14)$$

Diferencial de volumen esta dado por:

$$dv = \rho \cdot d\rho \cdot d\phi \cdot dz \quad (12.15)$$

### 12.2.1.3 Coordenadas esféricas

El desplazamiento diferencial esta dado por:

$$d\mathbf{l} = dr \mathbf{a}_r + rd\theta \mathbf{a}_\theta + r \sin \theta d\phi \mathbf{a}_\phi \quad (12.16)$$

Diferencial de la superficie normal esta dado por:

$$\begin{aligned} d\mathbf{S} &= r^2 \cdot \sin \theta d\theta d\theta d\phi \mathbf{a}_r \\ &= r \cdot \sin \theta dr d\phi \mathbf{a}_\theta \\ &= r \cdot dr d\theta \mathbf{a}_\phi \end{aligned} \quad (12.17)$$

Diferencial de volumen esta dado por:

$$dv = r^2 \cdot \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (12.18)$$

## 12.2.2 Operador DEL( $\nabla$ )

El operador DEL, es el operador de vector diferencial. En coordenadas cartesianas:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{a}_z \quad (12.19)$$

En coordenadas cilíndricas:

$$\nabla = \mathbf{a}_\rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} + \mathbf{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (12.20)$$

En coordenadas esféricas:

$$\nabla = \mathbf{a}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{a}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (12.21)$$

O tambien llamado operador **gradiente** no es un vector como tal, pero cuando opera sobre una función escalar, por ejemplo, resulta un vector. Este operador se usa para definir:

- El gradiente de un escalar V:  $\nabla V$
- La divergencia de un vector A:  $\nabla \cdot A$
- La rotacional de un vector A:  $\nabla \times A$
- El Laplaciano de un escalar V:  $\nabla^2 V$

### 12.2.3 Gradiente de un campo escalar: $\nabla V$

El gradiente de un campo escalar  $V$  es un vector que representa tanto la magnitud como la dirección de la tasa espacial máxima de aumento de  $V$ . En coordenadas cartesianas:

$$\nabla = \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{a}_z \quad (12.22)$$

En coordenadas cilíndricas:

$$\nabla = \frac{\partial V}{\partial \rho} \mathbf{a}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{a}_z \quad (12.23)$$

En coordenadas esféricas:

$$\nabla = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi \quad (12.24)$$

■ **Notación 12.1** De las formulas de gradiente se puede probar que:

1.  $\nabla(V + U) = \nabla V + \nabla U$
2.  $\nabla(VU) = V \cdot \nabla U + \nabla V \cdot U$
3.  $\nabla \left[ \frac{V}{U} \right] = \frac{U \cdot \nabla V - V \cdot \nabla U}{U^2}$
4.  $\nabla V^n = n V^{n-1} \nabla V$

Donde  $U$  y  $V$  son escalares y  $n$  es un entero

### 12.2.4 La divergencia de un vector: $\nabla \cdot \mathbf{A}$

La divergencia de  $\mathbf{A}$  en un punto dado  $P$  es el flujo hacia el exterior por unidad de volumen como el volumen se encoge sobre  $P$ . Por eso:

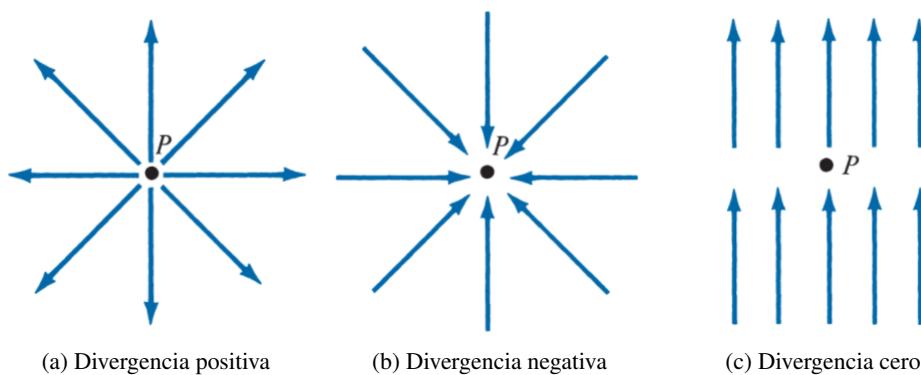


Figure 12.2: Ilustración de la divergencia de un campo vectorial.

$$div \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \lim_{\nabla \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}}{\nabla v} \quad (12.25)$$

Para los sistemas de coordenadas se define como:

Coordenadas cartesianas:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (12.26)$$

Coordenadas cilíndricas:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (12.27)$$

Para coordenadas esféricas:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \quad (12.28)$$

■ **Notación 12.2** Se cumplen las siguientes propiedades:

1. Se produce un campo escalar porque el producto escalar esta involucrado.
2.  $\nabla \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \cdot \mathbf{A} + \nabla \cdot \mathbf{B}$
3.  $\nabla \cdot (V\mathbf{A}) = V\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla V$

De todo se induce que:

$$\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{A} dV \quad (12.29)$$

Esta es la definición del **Teorema de la divergencia**, el teorema de la divergencia establece que el flujo total hacia afuera de un campo vectorial  $\mathbf{A}$  a través de la superficie cerrada  $S$  es igual a la integral de volumen de la divergencia de  $\mathbf{A}$ .

### 12.2.5 Rotacional de un vector: $\nabla \times \mathbf{A}$

El rotacional de  $\mathbf{A}$  es un vector axial (o rotacional) cuya magnitud es la circunferencia máxima cálculo de  $\mathbf{A}$  por unidad de área ya que el área tiende a cero y cuya dirección es la normal dirección del área cuando el área está orientada para hacer la circulación máxima.

La definición del rotacional de  $\mathbf{A}$  en coordenadas cartesianas puede ser fácilmente calculado con:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (12.30)$$

O:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left[ \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] \mathbf{a}_x + \left[ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \mathbf{a}_y + \left[ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] \mathbf{a}_z \quad (12.31)$$

En coordenadas cilíndricas:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_\rho & \rho \mathbf{a}_\phi & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_\rho & \rho A_\phi & A_z \end{vmatrix} \quad (12.32)$$

O:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right] \mathbf{a}_\rho + \left[ \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right] \mathbf{a}_\phi + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial (\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right] \mathbf{a}_z \quad (12.33)$$

Y para las esféricas:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_r & r \mathbf{a}_\theta & r \sin \theta \mathbf{a}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & r A_\theta & r \sin \theta A_\phi \end{vmatrix} \quad (12.34)$$

O:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial (A_\phi)}{\partial \theta} \right] - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} \right] \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \mathbf{a}_\phi \quad (12.35)$$

■ **Notación 12.3** Se describe las propiedades del rotacional:

1. El rotacional de un campo vectorial es otro campo vectorial.
2.  $\nabla \times (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \times \mathbf{A} + \nabla \times \mathbf{B}$ .
3.  $\nabla \times (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{A}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B}$
4.  $\nabla \times (V\mathbf{A}) = V\nabla \times \mathbf{A} + \nabla V \times \mathbf{A}$
5. La divergencia de un rotacional de un campo vectorial se desvanece:  $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$
6. El rotacional del gradiente de un campo escalar se desvanece:  $\nabla \times \nabla V = 0$  ó  $\nabla \times \nabla = 0$

### 12.2.6 Laplaciano de un escalar: $\nabla^2 V$

El Laplaciano de un campo escalar  $V$ , es la divergencia del gradiente de  $V$ .

En coordenadas cartesianas:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (12.36)$$



El Laplaciano de un vector escalar es otro vector escalar.

En coordenadas cilíndricas:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (12.37)$$

Y en coordenadas esféricas:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \quad (12.38)$$



## 13. Campos eléctricos estáticos

### 13.1 Ley de Coulomb

La ley de Coulomb establece de la fuerza  $F$  entre dos cargas  $Q_1$  y  $Q_2$  son:

- A lo largo de la linea que los une.
- Directamente proporcional al producto  $Q_1 Q_2$  de las cargas.
- Inversamente proporcional a la distancia  $R$  que los separa

**Teorema 13.1 — Ley de Coulomb.**

$$F = \frac{k Q_1 Q_2}{R^2} \quad (13.1)$$

Donde:

$Q$ : Cargas en Coulombs(C).

- $R$ : Distancia en metros(m).
- $F$ : Fuerza Newtons(N).

Constantes:

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \simeq \frac{10^{-9}}{36\pi} F/m \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \simeq 9 \times 10^9 m/F$$

Si las cargas  $Q_1$  y  $Q_2$  están localizadas en puntos cuyas posiciones están de forma vectorial  $r_1$  y  $r_2$ (figura ), así la fuerza de  $\mathbf{F}_{12}$ <sup>1</sup> sobre la carga 2 debido a la carga 1 esta dado por:

cada una de las cargas:

$$\boxed{F_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_{R_{12}}} \quad (13.2)$$

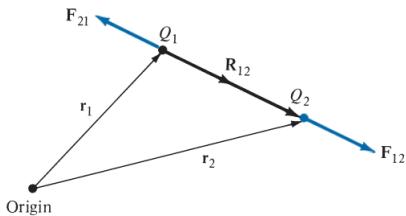
$$F_Q = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_N$$

o:

$$\boxed{F = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{Q_k(r - r_k)}{|r - r_k|^3}} \quad (13.3)$$

Sean  $n$  cargas y se desea hallar la fuerza resultante en una carga  $Q$ , se usa el *principio de superposición*. Este principio establece: Si existen  $N$  cargas  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$  y seas sus vectores posición  $r_1, r_2, \dots, r_N$  la fuerza resultante en la carga  $Q$  es la sumatoria de las fuerzas de

<sup>1</sup>Se lee: La fuerza de la carga 1 a la carga 2



**R**

De la ecuación 13.3,  $Q$  y  $r$  son la carga a analizar y el punto de dicha

carga,  $r_k$  y  $Q_k$  son las cargas que actuarán sobre la carga a analizar. En preciso recordar que  $r$  se trabajarán de forma cartesiana:  $(x,y,z)$ - $(x',y',z')$  y la resta se hará coordenada a coordenada, para luego hallar el módulo mediante una raíz cuadrada a la suma de los cuadrados de las mismas. Ver ejercicio 4.1 [1].

■ **Notación 13.1 — Ejercicios.** Ejercicios 4.1, 4.2 y 4.3 del libro [1].

## 13.2 Intensidad de campo eléctrico

**Definición 13.1 — Intensidad de campo eléctrico.** La intensidad de campo eléctrico  $E$  es la fuerza que una unidad de carga positiva experimenta cuando se coloca en un campo eléctrico.

**Teorema 13.2 — Intensidad de campo eléctrico.**

$$E = \frac{F}{Q} \quad (13.4)$$

Donde:

- $E$ : Intensidad de campo eléctrico(N/C) o Volts por metro(V/m).

- $F$ : Fuerza(N)

- $Q$ : Carga(Coulombs).

Para  $Q>0$ , el  $E$  está en la misma dirección de la fuerza  $F$ . La intensidad de campo eléctrico en el punto  $\mathbf{r}$  debido a una carga localizada en  $\mathbf{r}'$  es obtenido:

$$E = \frac{Q(r - r')}{4\pi\epsilon_0|r - r'|^3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} a_r \quad (13.5)$$

Y bajo el mismo principio de superposición, la intensidad de campo eléctrico en el punto  $\mathbf{r}$ :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{Q_k(r - r_k)}{|r - r_k|^3} \quad (13.6)$$

## 13.3 Campo eléctrico creado por una distribución continua de carga en un punto

Las cargas puntuales ocupan un muy pequeño espacio físico. Es posible tener distribuciones continuas: Es costumbre denotar la densidad de carga lineal  $\rho_L(\text{C}/\text{m})$ , la densidad de carga superficial  $\rho_S(\text{C}/\text{m}^2)$  y la carga volumétrica  $\rho_V(\text{C}/\text{m}^3)$ .<sup>2</sup>

$$dQ = \rho_L dl = \lambda dl \rightarrow Q = \int_L \rho_L dl \quad (13.7a)$$

$$dQ = \rho_S ds = \sigma ds \rightarrow Q = \int_S \rho_S ds \quad (13.7b)$$

$$dQ = \rho_V dv = \rho dv \rightarrow Q = \int_v \rho_v dv \quad (13.7c)$$

<sup>2</sup>No confundir este  $\rho$  con subíndice con  $\rho$  sin subíndice usado en coordenadas cilíndricas.

El campo eléctrico debido a cada distribución de carga puede ser tomado como una sumatoria de los campos contribuidos por numerosas cargas:

$$\vec{E} = \int_L k\lambda \frac{dl}{r^2} \vec{u}_r \quad (13.8a)$$

$$\vec{E} = \int_S k\sigma \frac{ds}{r^2} \vec{u}_r \quad (13.8b)$$

$$\vec{E} = \int_V k\rho \frac{dv}{r^2} \vec{u}_r \quad (13.8c)$$

■ **Notación 13.2 — Ejercicios.** Revisar los ejercicios 4.4, 4.5, y 4.6 del libro [1].

## 13.4 Densidad de campo eléctrico

**Definición 13.2 — Densidad de campo eléctrico.** Se dice que la **densidad de flujo eléctrico** es el número de líneas de fuerza por metro cuadrado de superficie.

Para una esfera de radio  $r$ , esta dada por:

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{r} \quad (13.9)$$

Así para el espacio libre:

$$\vec{D} = \vec{E} \epsilon_0 \quad (13.10)$$

Donde:

- E: Campo eléctrico(N/C ó V/m).
- D: Densidad de flujo eléctrico(C/m<sup>2</sup>).

Se define **flujo eléctrico** en términos de la densidad de flujo eléctrico, es decir:

$$\Phi_E = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad (13.11)$$

Otra forma de ver el flujo eléctrico(figura 13.1), solo si las lineas de campo eléctrico uniforme atraviesan una superficie de área  $S$  es:

$$\Phi = ES \cos \theta \quad (13.12)$$

Donde:

- E: Campo eléctrico.
- S: Área de la superficie.
- θ: Angulo que forman los vectores de campo eléctrico y la normal de la superficie

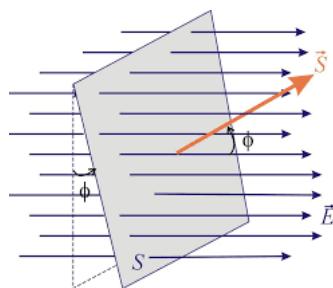


Figure 13.1: Flujo eléctrico

■ **Notación 13.3 — Ejercicios.** Ver ejercicio 4.7 del libro [1].

## 13.5 Ley de Gauss-Ecuaciones de Maxwell

**Definición 13.3 — Ley de Gauss.** La ley de Gauss establece que el flujo a través de una superficie que no encierra carga es nulo, en este caso el número neto de líneas de campo que atraviesa la superficie es cero (entran el mismo número de líneas que salen). Por otro lado, el flujo eléctrico total  $\Phi_E$  a través de la **superficie cerrada** es igual a la carga total encerrada por la superficie.

Por lo tanto:

$$\Phi_E = Q_{enc}$$

que es:

$$\Phi_E = \oint_S d\Phi_E = \oint_S D \cdot dS$$

La carga total encerrada:

$$Q = \oint_S D \cdot dS = \int_V \rho_v dv \quad (13.13)$$

Aplicando el teorema de la divergencia al término medio.

$$\oint_S D \cdot dS = \int_V \nabla \cdot D dv \quad (13.14)$$

¿Qué pasa si  $\vec{E}$  no es uniforme o si  $S$  es una superficie general?

Si queremos calcular el flujo eléctrico se calcula dividiendo el área en diferenciales de área, y usando la ecuación 13.12 se suma todas las pequeñas partes:

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{E}_i \Delta \vec{A}_i$$

Que puede ser expresada como una integral de superficie(ecuación 13.17)

**Teorema 13.3 — Ley de Gauss.** El flujo eléctrico que pasa a través de cada superficie gaussiana<sup>a</sup> es igual a la carga neta encerrada(suma de las cargas encerradas) entre la *permisividad en el vacío* Comparando los volúmenes de las dos integrales(ecuación 13.13 y 13.14):

**Forma diferencial:**

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (13.15)$$

$$\bar{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (13.16)$$

**Forma integral:**

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \quad (13.17)$$

Las ecuaciones 13.16, 13.15 y 13.17 son la primera de la 4 ecuaciones de Maxwell establece:  
Que el volumen de densidad de carga es la misma que la divergencia de la densidad de flujo

*eléctrico. Es equivalente a la ley de Coulomb de fuerza entre dos cargas.*

<sup>a</sup>Se llama superficie gaussiana a la superficie **imaginaria** que encierra las cargas a analizar, no siempre tiene que coincidir necesariamente con la distribución de carga.

- La ley de Gauss es útil cuando se demuestra por simetría el valor de campo eléctrico es constante sobre nuestra superficie gaussiana.
- Ademas el vector normal  $d\vec{A}$  siempre apunta hacia afuera del volumen encerrado por la superficie cerrada, es necesario decir que no siempre el campo eléctrico no apuntara a una dirección, depende de la carga, si es positiva será hacia afuera del volumen y si es negativa será hacia adentro de la superficie.
- Si  $\vec{E}$  es **tangente** a la superficie gaussiana en cada punto, entonces la integral sobre la superficie es cero.

La ley de Gauss tambien puede ser usada para distribuciones de carga no uniforme es necesario una densidad de carga del cuerpo en estudio varíe según una coordenada espacial y para calcular el campo eléctrico primero se debe calcular la carga encerrada por la superficie gaussiana.

**Ejemplo 13.1** ¿Cuál es el módulo de una carga puntual capaz de crear un campo eléctrico de  $1\text{N/C}$  en un punto igual a  $1\text{m}$  de distancia?

Los datos que tenemos son: Campo Eléctrico y el radio de la superficie gaussiana, lo que tenemos que encontrar es cuanto es la carga encerrada, para ellos tenemos que usar la ecuación 13.17:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Como el campo eléctrico es constante, este sale de la integral:

$$\vec{E} \oint \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Tenemos una integral de superficie, sabemos que se trata de una esfera; y sabemos cual es el área de una esfera, ademas sabemos cuanto sabe nuestro campo eléctrico y el radio:

$$1 \cdot (4\pi(1)^2) = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Despejando la carga encerrada:

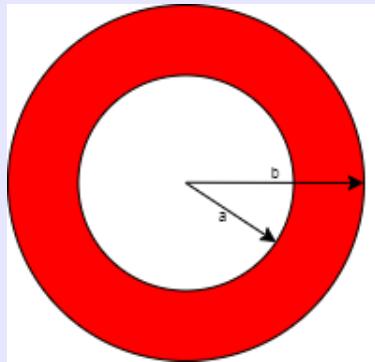
$$Q_{enc} = 0.111nC$$

**Ejemplo 13.2** En la figura se muestra una cáscara esférica con una densidad volumétrica de cargas uniforme  $\rho = 1,84nC/m^3$ , radio interno  $a=10\text{cm}$  y radio externo  $b=2a$ . Determinar el módulo del campo eléctrico:

- En  $r=0\text{ cm}$
- En  $r=a/2$
- En  $r=a$
- En  $r=1,5\text{a}$
- En  $r=b$
- En  $r=3.b$

Para explicarlo vamos a dibujar la situación en la nos encontramos, el contorno rojo es donde se

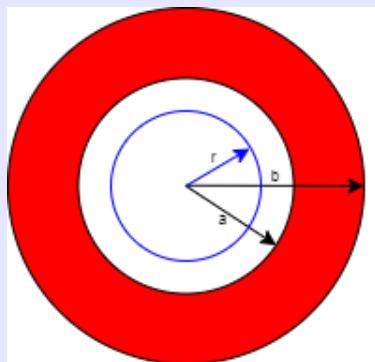
encuentra la carga:



Tenemos varios radios en los cuales tenemos que evaluar el campo, si analizamos la imagen vemos que tenemos 3 espacios: la parte hueca, la parte donde se encuentran las cargas y afuera de la esfera. Haremos para cada uno de los casos. Para poder analizar los casos tenemos que ubicar superficies gaussianas:

#### Caso 1:

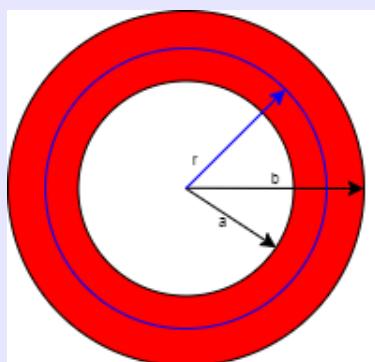
La primera superficie gaussiana estará en la parte hueca



Nos ponemos a analizar la primera situación: ¿Existe una carga encerrada bajo la superficie gaussiana que acabamos de crear? No, no existe ni una carga encerrada desde  $r=0$  hasta  $r=a$ . Por lo tanto el campo eléctrico  $E$  es **cero**. En conclusión

- En  $r=0 \text{ cm} \rightarrow E=0$
- En  $r=a/2 \rightarrow E=0$
- En  $r=a \rightarrow E=0$

#### Caso 2:



Ahora crearemos una superficie gaussiana desde  $r=a$  hasta  $r=b$ , en este caso a medida que crezca el radio  $r$ , si habrá una carga encerrada, por ello no será cero. Usando la ley de Gauss y sabiendo que se trata de un campo eléctrico constante:

$$E \oint dS = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

A diferencia del ejemplo anterior, aquí tenemos una densidad de carga volumétrica dada por el problema. **Dejaremos en pausa esta ecuación y haremos unos pasos pareados.** Para resolver este tipo de problemas es necesario usar las expresiones de diferenciales de carga, más específicamente, la de volumen(ecuación 13.7c):

$$dQ = 1.84nC/m^3 dv$$

Nosotros necesitamos saber la carga encerrada, no la diferencial de carga; para ello solo integramos a ambos lados:

$$Q = \int \rho_v dv$$

No tenemos la diferencial de volumen, si nos ponemos a pensar: tenemos una esfera y necesitamos hallar la diferencial pero sabemos la expresión del volumen de una esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Derivamos a ambos lados para obtener la diferencial de volumen:

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

Ahora que tenemos la diferencial de volumen podemos reemplazarla en la integral:

$$Q = \int \rho_v \cdot 4\pi r^2 dr$$

Antes de proceder con la integral definamos los límites: como lo dijimos para este caso estamos tomando desde un radio igual a  $a$  hasta radio igual a  $b$ , pero estamos **analizando la superficie gaussiana**, es debido a este análisis que los límites de la integral van desde radio mínimo igual a  $a$  hasta un radio de valor  $r$  que será el radio que queramos siempre y cuando se cumpla que  $a < r < b$ . Con esto dicho tenemos:

$$Q = \int_{r=a}^{r=r} \rho_v \cdot 4\pi r^2 dr$$

Si desarrollamos la integral obtendremos nuestra carga encerrada:

$$Q_{enc} = \frac{4\pi \cdot \rho_v}{3} (r^3 - a^3)$$

Ahora que sabemos la carga encerrada volvemos a la ley de Gauss que estábamos resolviendo:

$$E \oint dS = \frac{4\pi \cdot \rho_v (r^3 - a^3)}{3\epsilon_0}$$

Y nuevamente nos enfrentamos ante un diferencial de volumen, sabemos que es una esfera, por lo tanto:

$$E \cdot (4\pi r^2) = \frac{4\pi \cdot \rho_v (r^3 - a^3)}{3\epsilon_0}$$

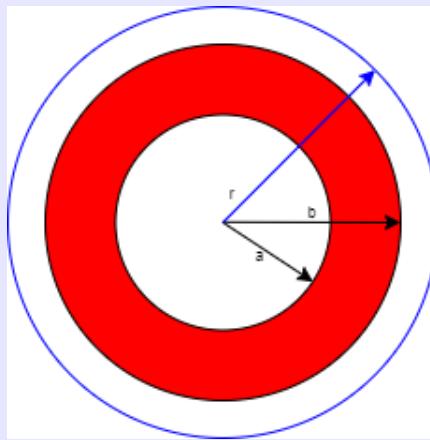
Aplicamos un poco y álgebra y ordenamos:

$$E = \frac{\rho_v (r^3 - a^3)}{3\epsilon_0 r^2}$$

Reemplazamos los datos, R será los radios que nosotros queramos, siempre y cuando se cumpla que  $a < r < R$ ; los radios que cumplen esta condición son  $r=1.5a$  y  $r=b$ :

- En  $r=1.5a \rightarrow E=7.32 \text{ N/C}$
- En  $r=b \rightarrow E=12.13 \text{ N/C}$

### Caso 3:



En este caso ahora nuestra superficie gaussiana será desde un radio igual a  $b$  hasta un radio  $r$ , el que queramos. En este caso es el mismo caso que le caso 2, la única diferencia aquí son los límites de los radio. El caso dos, a medida que el radio cambiaba también lo hacia el campo eléctrico por que a más radio encerrábamos más carga. En este caso, el radio de nuestra superficie gaussiana va desde  $b$ , es decir, el campo eléctrico ya ha sido encerrado en su totalidad y aunque nuestra  $r$  sea muy grande o muy pequeña, la carga no cambiará. Recordemos que para la integral pusimos límites desde radio igual a  $a$  y variaba hasta radio igual a  $r$ , eso cambia aquí donde nuestros límites de integración en función de radio será desde  $a$  hasta  $b$ , en decir una superficie cerrada, ahora lo plasmamos en una ecuación:

$$E = \frac{\rho_v (b^3 - a^3)}{3\epsilon_0 r^2}$$

Ya tenemos todos los datos, y el último radio que no falta probar es  $r=3.b$ , reemplazando y resolviendo:

- En  $r=3.b \rightarrow E=1.35 \text{ N/C}$

**R** Es necesario que trabajes en las unidades del SI, de lo contrario no saldrán las respuestas correctas. Las unidades son errores que se suele cometer comúnmente.

**Se dejan algunos ejercicios en la sección de Anexos.**

## 13.6 Potencial eléctrico

Supongamos que deseamos mover una carga puntual  $Q$  del punto A al punto B en un campo eléctrico  $E$ . De la ley de Coulomb, la fuerza sobre  $Q$  es  $F=QE$  de modo que el trabajo hecho al desplazar la carga por  $dl$  es:

$$dW = -F \cdot dl = -QE \cdot dl$$

El signo negativo indica que el trabajo está siendo hecho por un agente externo, por lo tanto el trabajo total hecho o la energía potencial en el movimiento Q de A a B es:

$$W = -Q \int_A^B E \cdot dl$$

(13.18)

Dividiendo entre  $Q$  a ambos lados da la energía potencia por unidad de carga, esta cantidad, denotada por  $V_{AB}$ , se conoce como la diferencia de potencial entre los puntos A y B. Así

$$V_{AB} = \frac{W}{Q} = - \int_A^B E \cdot dl$$
(13.19)

Note que:

1. Al determinar  $V_{AB}$ , A es el punto inicial mientras que B es el punto final.
2. Si  $V_{AB}$  es negativo, hay una pérdida de energía potencial al mover Q de A a B; esta implica que el trabajo lo está haciendo el campo. Sin embargo, si  $V_{AB}$  es positivo, hay una ganancia de energía potencial en el movimiento; un agente externo realiza el trabajo.
3.  $V_{AB}$  es independiente del camino tomado (se mostrará un poco más adelante).
4.  $V_{AB}$  se mide en julios por coulomb, comúnmente denominados voltios (V).

■ **Notación 13.4 — Ejercicios.** Ejercicios relacionados:

1. Ejercicio 4.10
2. Ejercicio 4.11

Ambos del libro [1].

## 13.7 Relación entre E y V-Ecuación de Maxwell

Como se muestra en la sección anterior, la diferencia de potencial entre los puntos A y B es independiente del camino tomado. Por eso:

$$V_{BA} = -V_{AB}$$

que es,  $V_{BA} + V_{AB} = \oint_L E \cdot dl = 0$  ó:

$$\oint_L E \cdot dl = 0$$
(13.20)

Esto muestra que la integral de línea de  $E$  a lo largo de un camino cerrado como se muestra en la figura 13.2 debe ser cero. Físicamente, esto implica que no se realiza ningún trabajo neto al mover una carga a lo largo de un circuito cerrado. La trayectoria en un campo electrostático. Aplicando el teorema de Stokes a la ecuación 13.20 da:

$$\oint_L E \cdot dl = \int_S (\nabla \times E) \cdot dS = 0$$

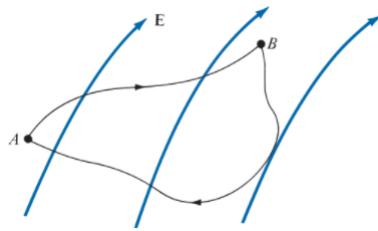


Figure 13.2: La naturaleza conservadora de un campo electrostático.

**Teorema 13.4 — Ley de Gauss para campos magnéticos.** Esta ley expresa la inexistencia de cargas magnéticas o, como se conocen habitualmente, monopolos magnéticos. Las distribuciones de fuentes magnéticas son siempre neutras en el sentido de que posee un polo norte y un polo sur, por lo que su flujo a través de cualquier superficie cerrada es nulo.

**Forma diferencial:**

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (13.21)$$

**Forma integral:**

$$\oint_S \vec{S} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (13.22)$$

De la expresión 13.19, se dice que:

$$dV = -E \cdot dl = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

Después de un calculo multivariable, una cambio total en  $V(x,y,z)$  es la suma de cambios parciales con respecto a las variables  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

Comparando ambas expresiones de  $dV$ :

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{\mathbf{E} = -\nabla V} \quad (13.23)$$

es decir, la intensidad del campo eléctrico es el gradiente de  $V$ . El signo negativo muestra que la dirección de  $E$  es opuesta a la dirección en la que aumenta  $V$ ;  $E$  está dirigido desde arriba a niveles más bajos de  $V$ .

■ **Notación 13.5 — Ejercicios.** Se recomienda analizar el ejercicio 4.12 del libro [1].

## 13.8 Dipolo eléctrico

■ **Definición 13.4 — Dipolo eléctrico.** Un dipolo eléctrico se forma cuando dos cargas puntuales de igual magnitud pero opuestas el letrero del sitio están separados por una pequeña distancia.

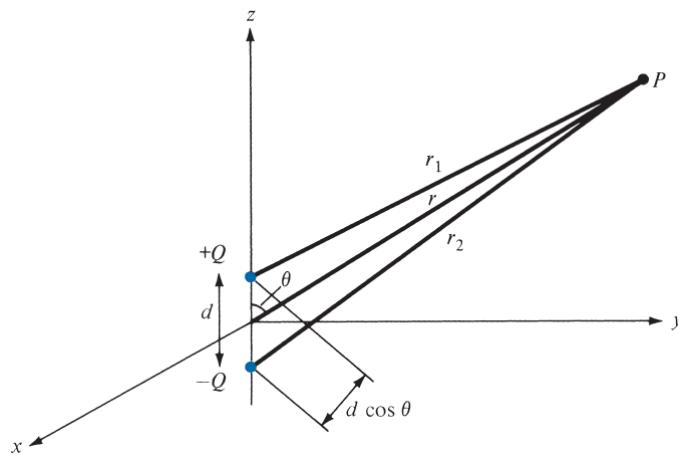


Figure 13.3: Dipolo eléctrico

El potencial  $P(r, \theta, \phi)$  de la figura 13.3 está dado por:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right] \quad (13.24)$$

donde  $r_1$  y  $r_2$  son las distancias entre P y +Q y -Q respectivamente. Si  $r \gg d$ ,  $r_2 - r_1 \simeq d \cos \theta$  y  $r_1 r_2 \simeq r^2$ :

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2} \quad (13.25)$$

Ya que  $d \cos \theta = \mathbf{d} \cdot \mathbf{a}_r$ , donde  $\mathbf{d} = da_z$ , si nosotros lo definimos como el *momento de dipolo*:

$$p = Qd \quad (13.26)$$

La ecuación 13.24 puede ser escrita como:

$$V = \frac{p \cdot \mathbf{a}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (13.27)$$

Tenga en cuenta que el momento dipolar  $p$  está dirigido de -Q a +Q. Si el centro del dipolo no está en el origen pero están en  $\mathbf{r}'$ , eq. 13.27 se convierte en:

$$V(r) = \frac{p \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (13.28)$$

El campo eléctrico debido al dipolo con centro en el origen, que se muestra en la Figura 13.3 puede obtenerse fácilmente a partir de las ecs. 13.23 y 13.24 como:

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \mathbf{a}_r + \sin \theta \mathbf{a}_\theta) \quad (13.29)$$

donde  $p = |\mathbf{p}| = Qd$ .

**Definición 13.5 — Líneas de flujo eléctrico.** Una línea de flujo eléctrico es un camino o línea imaginaria trazada de tal manera que su dirección en cualquier punto es la dirección del campo eléctrico en ese punto.

En otras palabras, son las líneas a las que la densidad de flujo eléctrico  $D$  es tangencial en cada punto. Cualquier superficie en la que el potencial es el mismo en todas partes se conoce como superficie equipotencial de prueba. La intersección de una superficie equipotencial y un plano da como resultado una trayectoria o línea conocida como línea equipotencial. No se realiza trabajo al mover una carga de un punto a otro a lo largo de una línea equipotencial o superficie ( $V_A - V_B = 0$ ) y por lo tanto

$$\int_L E \cdot dl = 0 \quad (13.30)$$

en la línea o superficie. De la ec. 13.30, podemos concluir que las líneas de fuerza o flujo. Las líneas (o la dirección de  $E$ ) son siempre normales a las superficies equipotenciales Ejemplos de las superficies equipotenciales para una carga puntual y un dipolo se muestran en la figura 13.4.

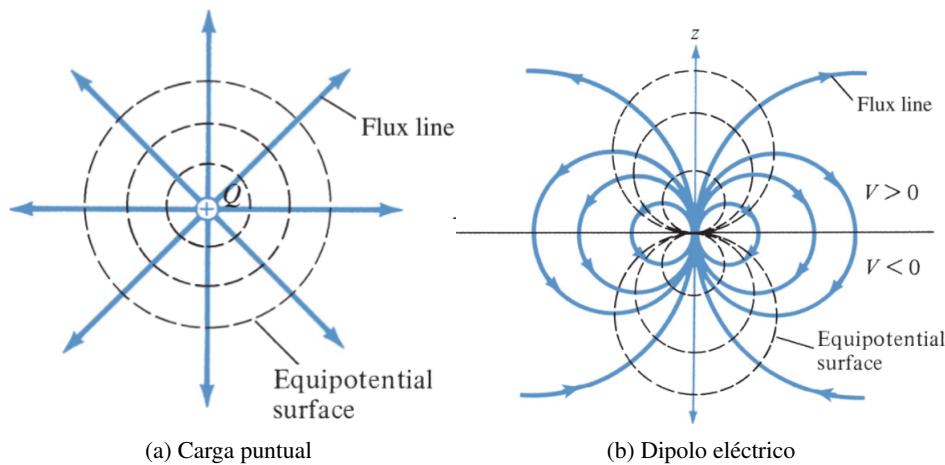


Figure 13.4: Ilustración de la divergencia de un campo vectorial.

- **Notación 13.6 — Ejercicios.** Revisar el ejercicio 4.13 de libro [1].



## 14. Campos eléctricos en el espacio material

### 14.1 CORRIENTES DE CONVECCIÓN Y CONDUCCIÓN

**Definición 14.1 — Corriente.** La corriente (en amperios) a través de un área dada es la carga eléctrica que pasa por el área por unidad de tiempo.

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (14.1)$$

Donde

- Q: Carga(Coulomb)
- t: Tiempo(Segundos)

Así, en una corriente de un amperio, la carga se transfiere a razón de un culombio por segundo.

**Definición 14.2 — Densidad de corriente eléctrica.** Ahora presentamos el concepto de densidad de corriente J. Si la corriente  $\delta I$  fluye a través de un plano superficie  $\delta S$ , la densidad de corriente es:

$$J = \frac{\delta I}{\delta S} \quad (14.2)$$

Donde:

- I: Intensidad de corriente(Coulomb).
- S: Superficie( $m^2$ ).

Se puede deducir la Intensidad de corriente en términos de la Densidad de corriente como:

$$I = \int_S J \cdot dS \quad (14.3)$$

Se presenta una ecuación más representativa de la corriente de conducción<sup>1</sup>.

$$J = \sigma E \quad (14.4)$$

Donde:

- $\sigma$ : Conductividad del conductor

<sup>1</sup>Existen formas alternativas, estas pueden ser encontradas en el libro [1]

## 14.2 Conductores

Un conductor tiene una gran cantidad de carga que puede moverse libremente. Consideraremos dos casos involucrando a un conductor.

### 14.2.1 Conductor Isolado

Un conductor perfecto( $\sigma = \infty$ ) no puede tener un campo electrostático en él, por lo tanto dentro del conductor:

$$E = 0, \rho_v = 0, V_{ab} = 0$$

Donde:

- E: Campo eléctrico.
- $\rho$ : Densidad de carga volumétrica.
- $V_{ab}$ : Diferencia de potencial entre los puntos a y b del conductor.

Esto implica que un conductor es medio equipotencial ya que el potencial eléctrico es el mismo en todos los puntos.

### 14.2.2 Conductor mantenido a potencial

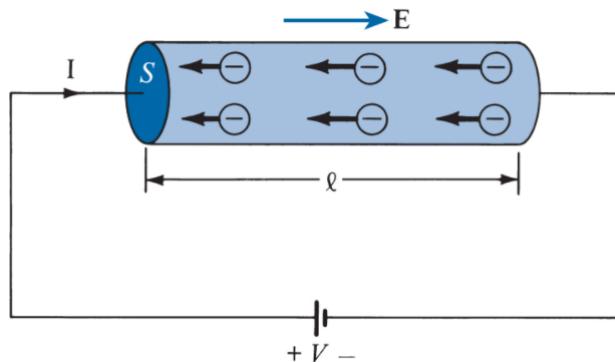


Figure 14.1: Un conductor de sección uniforme de cruce bajo un campo E aplicado.

El campo eléctrico aplicado es uniforme y su magnitud está dada por:

$$E = \frac{V}{l} \quad (14.5)$$

Dado que el conductor tiene una sección transversal uniforme:

$$J = \frac{I}{S} \quad (14.6)$$

Usando las ecuaciones 14.4, 14.5 y 14.6:

$$\frac{I}{S} = \sigma E = \frac{\sigma V}{l} \quad (14.7)$$

Acomodando las ecuaciones:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{l}{\sigma S} = \frac{\rho_c l}{S} \quad (14.8)$$

Donde:

- $\rho_c = 1/\sigma$ : es la resistividad del material.



La ecuación 14.8 es útil para determinar la resistencia de cualquier conductor de sección transversal uniforme. Si la sección transversal del conductor no es uniforme la ec. 14.8 no es aplicable.

Para la resistencia de un conductor no uniforme se sección de cruce:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\int_L E \cdot dl}{\int_S \sigma E \cdot dS} \quad (14.9)$$

La potencia(en **watts**) se define como la tasa de cambio de energía W (en julios) o fuerza veces la velocidad.

$$P = \int_v E \cdot J dv \quad (14.10)$$

que es conocida como la ley de Joule. La **Densidad de potencia**  $w_p(\text{W/m}^3)$  esta dado por el integrando de la ecuación 14.12:

$$w_p = \frac{dP}{dv} = E \cdot J = \sigma |E|^2 \quad (14.11)$$

Para un conductor con sección transversal uniforme,  $dv=dS dl$ , por lo que la ec. 14.12 se convierte en:

$$P = \int_L Edl \int_S J dS = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (14.12)$$

### 14.2.3 Polarización de un dipolo

Para comprender el efecto macroscópico de un campo eléctrico sobre un dieléctrico, considere un átomo del dieléctrico que consta de una carga negativa -Q (nube de electrones) y una carga positiva +Q (núcleo) como en la Figura ???. Se puede adoptar una imagen similar para un molécula dieléctrica; podemos tratar los núcleos de las moléculas como cargas puntuales y la estructura electrónica como una sola nube de carga negativa. Como tenemos cantidades iguales de valores positivos y negativos, todo el átomo o molécula es eléctricamente neutro. Cuando un campo eléctrico **E** se aplica, la carga positiva se desplaza de su posición de equilibrio en la dirección de **E** por la fuerza  $F_+ = QE$ , mientras que la carga negativa se desplaza en la dirección opuesta por la fuerza  $F_- = QE$ . Un dipolo resulta del desplazamiento de las cargas, y se dice que el dieléctrico está polarizado. En el estado polarizado, la nube de electrones está distorsionada por el campo eléctrico aplicado **E**. Esta distribución de carga distorsionada es equivalente, por el principio de superposición, a la distribución original más un dipolo cuyo momento es:

$$\mathbf{p} = Q\mathbf{d} \quad (14.13)$$

Donde **d** es la distancia vectorial desde -Q y +Q como se muestra en la figura 14.2. Si existen N dipolos en un volumen  $\delta v$  de un dieléctrico, el momento total de un dipolo debido a un campo eléctrico es:

$$Q_1 d_1 + Q_2 d_2 + \dots + Q_N d_N = \sum_{k=1}^N Q_k d_k \quad (14.14)$$

Como medida de la intensidad de la polarización, definimos la polarización P (en coulombios por metro cuadrado) como el momento dipolar por unidad de volumen del dieléctrico; es decir:

$$\mathbf{P} = \lim_{\delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^N Q_k d_k}{\delta v} \quad (14.15)$$

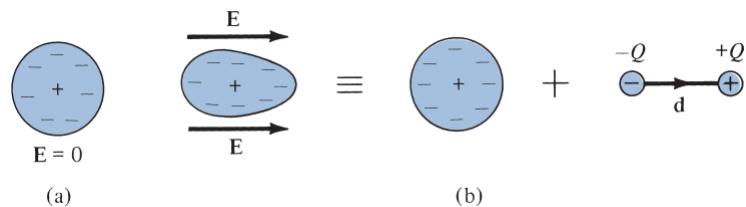


Figure 14.2: Polarización de un átomo o molécula no polarizada.

# V Sistemas de telefonía

## **15 Telefonía ..... 195**

15.1	Evolución de la telefonía .....	195
15.2	Commutadores .....	196
15.3	Repasso:Señales analógicas y digitales .....	196
15.4	Multiplexación .....	197
15.5	Técnicas de conmutación .....	199
15.6	Red de telefonía publica .....	201
15.7	Señalización telefónica .....	205
15.8	Planta interna y externa .....	206

## **16 Herramientas para el análisis telefónico 213**

16.1	Tráfico Telefónico .....	213
16.2	Medidas de tráfico telefónico .....	214
16.3	Tipos de tráfico .....	218
16.4	Accesibilidad .....	219
16.5	<i>Grade of service(GoS)</i> .....	220
16.6	Diseño de redes .....	221
16.7	Encaminamiento de tráfico .....	224
16.8	Erlang-B .....	228

## **17 Telefonía IP ..... 233**

17.1	Repasso: TCP/IP .....	239
17.2	VoIP .....	243
17.3	Digitización de la voz .....	243
17.4	Componentes de VoIP .....	246
17.5	Tecnología IP .....	249





## 15. Telefonía

### 15.1 Evolución de la telefonía

La era de las telecomunicaciones se inicia en el siglo XIX con la invención del telégrafo en los años 1830's.

El teléfono se patentó en 1876 por Graham Bell, y con ello fue posible transportar la voz humana de un lugar a otro. Inicialmente las comunicaciones eran punto a punto, los dispositivos terminales debían conectarse directamente. Ya se torna complicado cuando aparecen más teléfonos



Figure 15.1: Enlace cableado de dos teléfonos

en la red, por ejemplo con 4 teléfonos el cableado se elevaba considerablemente:

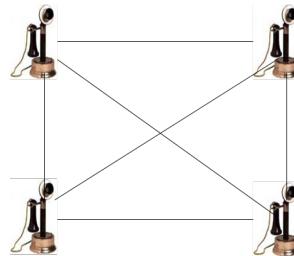


Figure 15.2: Cableado con 4 teléfonos

La ecuación que describe este comportamiento y la cantidad necesaria de cableado para poder establecer la conexión entre todos los equipos es el siguiente:

**Teorema 15.1 — Cantidad de enlaces.** Sea  $N$  el número de dispositivos a conectar, se crearán  $E$  enlaces para que todos estén interconectados:

$$E = \frac{N \times (N - 1)}{2} \quad (15.1)$$

## 15.2 Conmutadores

Debido a este problema es que se crean los conmutadores: “Comutación es el proceso de crear enlaces virtuales entre los equipos para permitirles la comunicación”

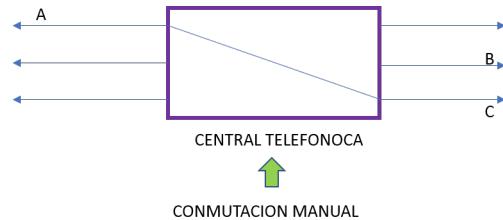


Figure 15.3: Principio básico de los conmutadores

Al principio estos eran manuales, tal cual vemos en las películas: una señorita operadora nos recibe y dándole al lugar donde queremos llamar nos conecta; sin embargo ahora se ha automatizado permitiendo menos personal, eficiencia y rapidez.//Cuando juntamos ambos temas vistos se produce un sistema de telefonía como se ve en la imagen, cada enlace entre cada elemento recibe un nombre en específico.

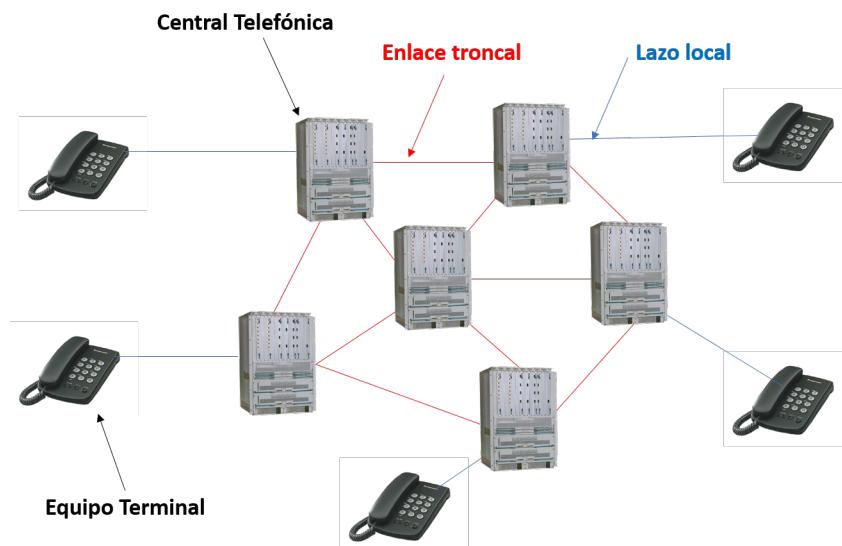


Figure 15.4: Principio básico de los conmutadores

## 15.3 Repaso: Señales analógicas y digitales

### 15.3.1 Ventajas y desventajas de las señales analógicas

- El procesamiento de las señales analógicas es relativamente más simple que las señales digitales, los circuitos electrónicos involucrados en la interpretación de la señal son más simples y por lo tanto de menor coste.
- La transmisión de la señal es ligeramente más simple, aunque la eficacia dependerá del alcance de la señal en el medio.
- La principal desventaja es la eficacia y las posibles interferencias que se puedan generar en la emisión y recepción de la señal.

Señal analógica	Señal digital
Varían su amplitud continuamente	Su amplitud es constantes en un lapso de tiempo
Varían Continuamente, todo el tiempo cambian	Cambian después de un periodo de tiempo
Pueden representar infinitos valores	Representan valores discretos (finitos)
Son muy afectadas por el ruido (ruido es todo aquello que perturba a la señal)	Tienen mayor tolerancia al ruido
No se pueden regenerar	Es posible regenerarlas (por lo tanto las señales digitales pueden viajar a mayores distancias con regeneradores intermedios)

Table 15.1: Cuadro comparativo de las características principales entre las señales analógicas y señales digitales

### 15.3.2 Ventajas y desventajas de las señales digitales

- Ante la atenuación, la señal digital puede ser amplificada y al mismo tiempo reconstruida gracias a los sistemas de regeneración de señales.
- La señal digital permite la multigeneración infinita sin pérdidas de calidad.
- Como principal desventaja se puede comentar que el procesamiento es mas complejo, aunque a medida que la tecnología avanza este diferencia se reduce cada vez mas.
- La señal digital requiere mayor ancho de banda para ser transmitida que la analógica.
- Se necesita una conversión analógica-digital previa y una decodificación posterior, en el momento de la recepción.
- La transmisión de señales digital requiere una sincronización precisa entre los tiempos del reloj de transmisor, con respecto a los del receptor. Un desfase cambia la señal recibida con respecto a la que fue transmitida.

## 15.4 Multiplexación

La multiplexación es el proceso de transmisión simultánea de dos o más señales individuales a través de un único canal de comunicación, ya sea por cable o inalámbrico.

Es una técnica que permite la transmisión de señales de información y cuya idea consiste en ocupar un canal (normalmente de gran capacidad) de trasmisión a partir de distintas fuentes.

### 15.4.1 ¿Para qué sirve?

Aumenta el número de canales de comunicación para poder transmitir más información. En las telecomunicaciones se usa la multiplexación para dividir las señales en el medio por el que vayan a viajar dentro del espectro electromagnético. Por ejemplo para poder enviar varios canales de voz por un mismo medio podemos utilizar multiplexación en el tiempo o en la frecuencia. En otras palabras: es compartir la capacidad de transmisión de datos sobre un mismo enlace para aumentar la eficiencia, ademas sirve para minimizar la cantidad de líneas físicas requeridas y maximizar el uso del ancho de banda de los medios.

El mayor uso de la multiplexación se da en el sistema telefónico, donde millones de llamadas se multiplexan en cables, líneas de fibra óptica de larga distancia, satélites y canales inalámbricos.

La multiplexación aumenta la capacidad del operador telefónico para gestionar más llamadas, minimizando los costos del sistema y el uso del espectro.

### 15.4.2 Multiplexación por división de tiempo o TDM (*time-division multiplexing*)

Consiste en asignar a cada usuario, durante unas determinadas "ranuras o fracciones de tiempo", la totalidad del ancho de banda disponible.



Figure 15.5: Multiplexación: esquema

Multiplexor	Demultiplexor
Combina los datos de las líneas de entrada. Los transmite a través de un enlace de mayor capacidad.	Acepta la cadena multiplexada. Separa los datos de acuerdo al canal del que provienen y los distribuye a la línea apropiada de salida.

Table 15.2: Función de cada parte de la multiplexación

### 15.4.3 Multiplexación por división de frecuencia o FDM (*frequency-division multiplexing*)

Esta técnica que consiste en dividir mediante filtros el espectro de frecuencias del canal de transmisión y desplazar la señal a transmitir dentro del margen del espectro correspondiente mediante modulaciones, de tal forma que cada usuario tiene posesión exclusiva de su banda de frecuencias. Algunas características del FDM:

- El ancho de banda del medio debe ser mayor que le ancho de banda de la señal transmitida. Capacidad de transmisión de varias señales a la vez.
- La señal lógica trasmisita a través del medio es analógica. La señal recibida puede ser analógica o digital.
- Para la comunicación analógica el ruido tiene menos efecto.

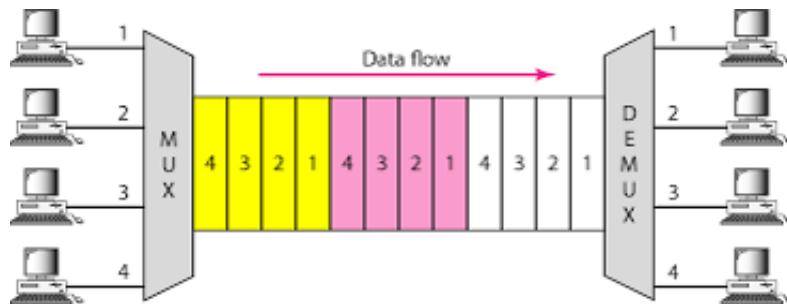


Figure 15.6: TDM ejemplificación

Ventajas	Desventajas
<p>El uso de la capacidad es alto. Combina los datos de las líneas de entrada.</p> <p>Cada uno para ampliar el número de usuarios en un sistema en un coste bajo.</p>	<p>La sensibilidad frente a otro problema de usuario es alta.</p> <p>El coste inicial es alto y la complejidad técnica es más</p>

Table 15.3: TDM: Ventajas y desventajas

#### 15.4.4 Multiplexación por división de longitud de onda o WDM (*wavelength-division multiplexing*)

Se quieren combinar múltiples haces de luz dentro de una única luz en el multiplexor, Hacer a operación inversa en el demultiplexor. Combinar y dividir haces de luz se resuelve fácilmente mediante un prisma. Un prisma curva un rayo de luz basándose en el ángulo de incidencia y la frecuencia

#### 15.4.5 Multiplexación por Estadística por División de Tiempo o STDM(*Statistical time-division multiplexing*)

Es un canal de comunicaciones que se divide en un número arbitrario de las secuencias de datos de velocidad de transmisión de bites variables de los canales digitales.

Trabaja con señales digitales transmite los datos de los canales que en cada momento tengan información disponible para transmitir, lo que mejora la eficiencia del canal de transmisión.

### 15.5 Técnicas de conmutación

#### 15.5.1 Conmutación por circuitos

Esta multiplexacion implica un camino dedicado entre el transmisor y el receptor de datos mediante una TDM.

Esta comutacion posee 3 fases:

1. Inicio de conexión
2. Transferencia de datos
3. Liberación de la conexión

Una vez que se establece la llamada a traves de los conmutadores se puede llegar a la conclusión que la comunicación es bilateral entre dos telefonos como lo propuso Graham Bell. El número de B se transmite una sola vez, al inicio de la conexión, antes de la conversación. La conexión se realiza de extremo a extremo, luego pasa la información de usuario donde el retardo de la información casi 0 seg. El enlace es utilizado solo para paso de la información entre el usuario A y B, por lo tanto los nodos no requieren memoria para almacenar la información del usuario puesto que una vez que el enlace culmina esta lista para que sea usado por otro par de usuarios para una nueva conexión.

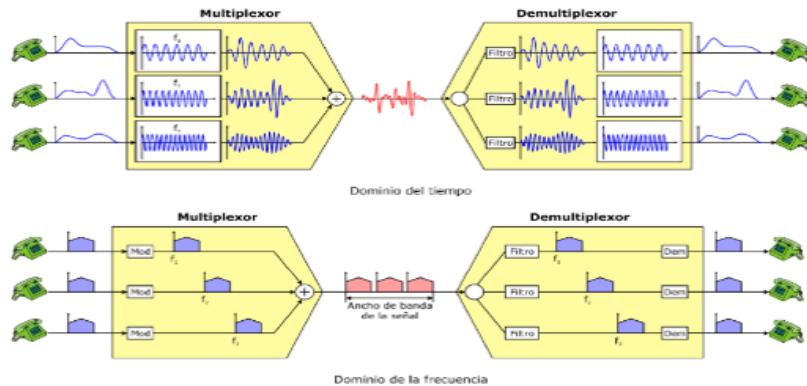


Figure 15.7: FDM ejemplificación

Ventajas	Desventajas
<p>El usuario puede ser añadido al sistema, simplemente añadiendo otro par de modulador de transmisor y receptor.</p> <p>El sistema de FDM apoya el flujo de dúplex total de información que es requerido por la mayor parte de la aplicación.</p>	<p>En el sistema FDM, el coste inicial es alto y un problema para un usuario puede afectar a veces a otros.</p> <p>En el sistema FDM, cada usuario requiere una frecuencia de portador precisa.</p>

Table 15.4: TDM: Ventajas y desventajas

Es importante resaltar que los nodos no realizan corrección de error.

### 15.5.2 Comutador por paquetes

A diferencia del anterior, esta forma no tiene una conexión directa entre ambos puntos, sino que la información viaja en paquetes, estos paquetes son independientes entre si; es por eso que la información completa sobre las direcciones de origen y destino se envían con el paquete.

- El enlace es utilizado para varias comunicaciones.
- El numero del terminal de destino se transmite en cada paquete.
- No necesariamente se realiza la conexión de extremo a extremo para transmitir la información.
- Utiliza protocolos. Ejm: TCP, UDP, IP
- Retardo de la información considerable

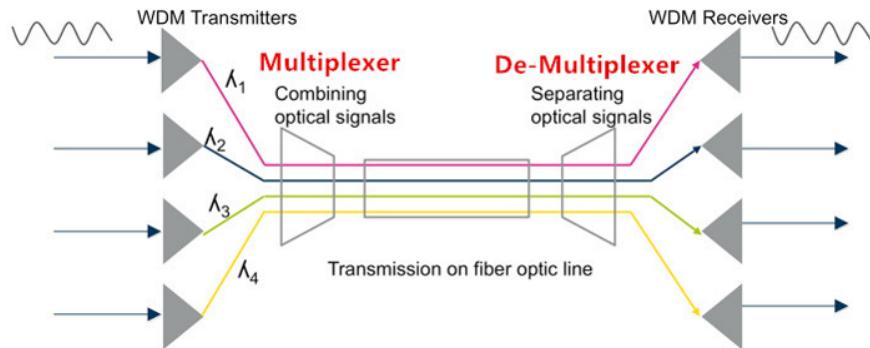


Figure 15.8: WDM ejemplificación

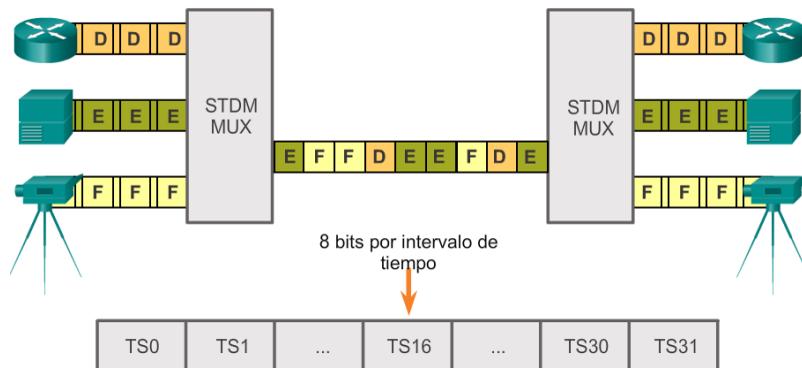


Figure 15.9: STDM ejemplificación

## Resumen comparativo

Características	Circuitos	Paquetes
Tiempo para establecer el trayecto.	Según la señalización utilizada.	No existe fase de establecimiento.
Retardo de transmisión End to End.	Despreciable.	Existe en toda comunicación, para tiempo real es negativo
Asignación de circuitos.	Único y exclusivo para cada comunicación	Compartido por otras comunicaciones simultáneas.
Identificación del destino.	Sólo en la fase de establecimiento.	Se incluye un identificador en cada paquete
Necesidad de almacenar en la red.	No es necesario.	Si, en los nodos de la red.
Flexibilidad de la red.	Encaminamiento alternativo.	Gran flexibilidad.

Table 15.5: Cuadro comparativo entre conmutación por circuito y por paquete

## 15.6 Red de telefonía publica

### 15.6.1 Red de telefonía publica conmutada-PSTN

Compuesta por:

- El equipo terminal: normalmente un teléfono(Analógicos / Digitales).

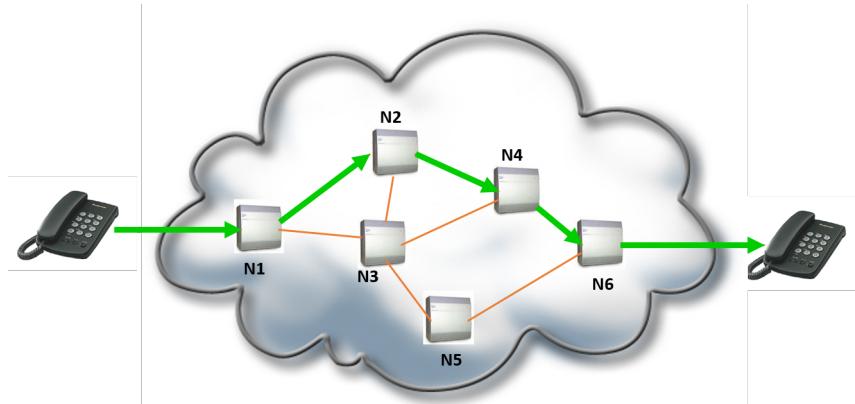


Figure 15.10: Comunicación por circuitos

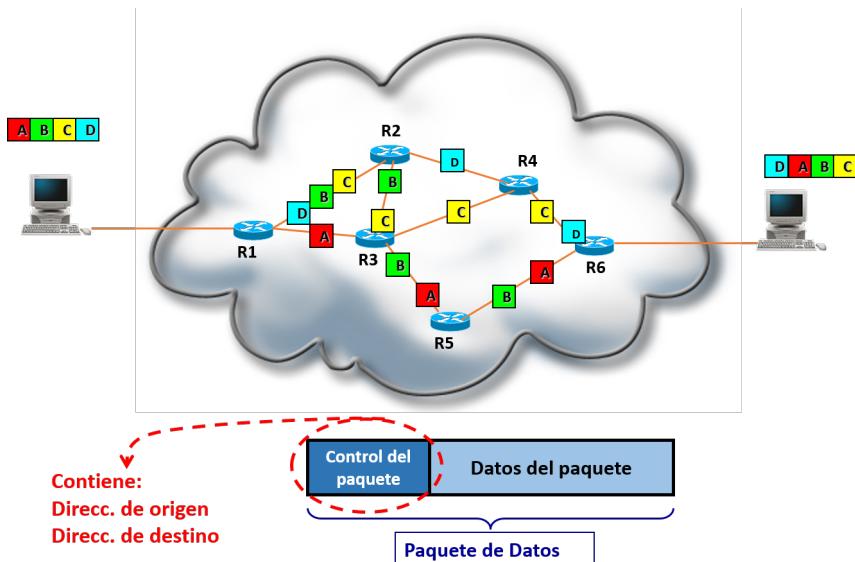


Figure 15.11: Comunicación por paquetes

- La central de conmutación: Que puede ser pública o privada (PBX)(Privada y Públicas)
- El bucle de abonado o usuario.(Lazo abonado)
- Las troncales de comunicación.(Troncales Analógicas y Digitales)

La Red Telefónica Pública Conmutada o **PSTN**, es una red pública basada en conmutación de circuitos tradicional, diseñada principalmente para la transmisión de voz en tiempo real.

En un principio estaba basada únicamente en sistemas analógicos, POST<sup>1</sup>.

Actualmente ha evolucionado a sistemas digitales e incluso basados en IP.

La PSTN, está formada por un conjunto de dispositivos de conmutación (centrales telefónicas) y enlaces (troncales / líneas de abonado) que transportan la voz de los abonados distribuidos en un área geográfica, optimizada para comunicaciones de voz en tiempo real.

## 15.6.2 Características

- El bucle de abonado(usuario) es generalmente analógico.
- Ofrece a cada usuario un circuito (bucle de abonado) para señales analógicas con una banda base de 4KHz para cada conversación entre dos dispositivos terminales.

<sup>1</sup>(Plain Old Telephone Service) hace referencia al servicio teléfono tradicional conformado por dispositivos analógicos que utilizan el cableado de cobre.

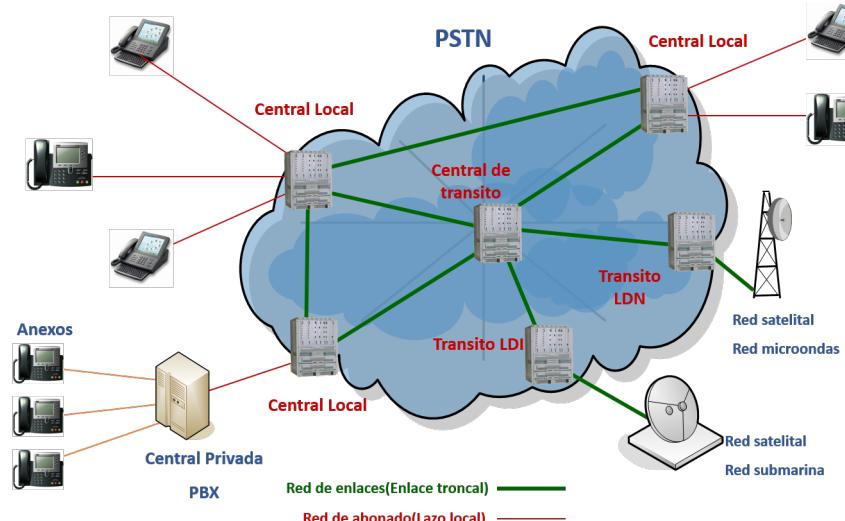


Figure 15.12: Red de telefonía

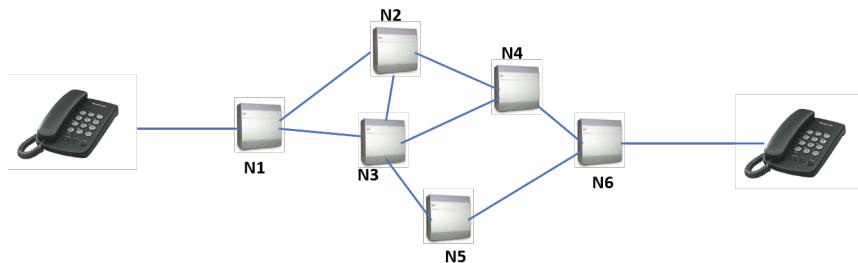


Figure 15.13: Red de telefonía pública commutada

- Los enlaces troncales son en la mayoría digitales.
- Ancho de banda en los troncales de 64Kbps.
- Conexión dúplex circuit-switched.
- Movilidad limitada.

### 15.6.3 Componentes

#### 15.6.3.1 Equipos Terminales

Son los dispositivo que le permite al usuario establecer una comunicación. Cada terminal es utilizado por los usuarios (abonados) para transmitir voz u otro tipo de datos a otros terminales que están conectados a la red. Ejemplos: teléfono, fax, modem.

Pueden ser analógicos o digitales, se conectan a las centrales telefónicas a través del lazo de abonado.

Los símbolos utilizados para representar diferentes tipos de aparatos y terminales telefónicos son los siguientes:

#### 15.6.3.2 Central telefónica

Es el nodo que establece, mantiene y termina las conexiones (llamadas) entre 2 o más usuarios. También se le conoce como equipo o central de conmutación. Se encarga de la señalización así como de facilitar la información sobre su progreso.

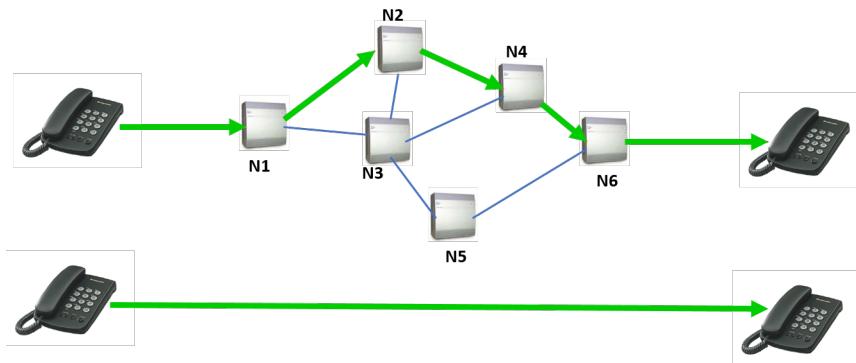


Figure 15.14: Apreciamos que llegamos al mismo punto inicial, enlace bidireccional

Elemento	Símbolo
Aparato telefónico en general.	
Aparato telefónico con dispositivo de marcación.	
Aparato telefónico con batería local.	

Figure 15.15: Símbolos representativos

### 15.6.3.3 Red de enlace

Esta formado por las troncales que enlazan las centrales de commutación, pueden tener miles de kilómetros y transportan gran cantidad de llamadas multiplexadas.

### 15.6.3.4 Troncales

Interconectan centrales de commutación telefónica, y llevan las señales de voz permitiendo la comunicación de los usuarios.

### 15.6.3.5 Lazo de abonado o local

El lazo de abonado interconecta a la central telefónica con el terminal del usuario.

Presenta las siguientes características:

- Red analógica
- 6 a 7 Km de distancia (usuario a la central)
- Gran cantidad de cableado
- Red que transporta poco tráfico
- 2 hilos

El lazo de abonado transporta la voz telefónica dentro del rango de frecuencias de 300 a 3400 Hz.

### 15.6.3.6 SLIC y BORSCHT

Cada teléfono conectado a la central telefónica está provisto de un grupo de circuitos básicos que alimentan al teléfono y proporcionan todas las funciones básicas: llamada, tono de marcación y supervisión de la marcación. Estos circuitos colectivamente se llaman interfase del suscriptor o circuitos de interfase de línea del suscriptor ( SLIC, subscriber line interface circuits).

La SLIC proporciona siete funciones básicas llamadas BORSCHT (acrónimo de las funciones batería, protección de sobrevoltaje, llamada, supervisión, codificación, bobina híbrida y prueba).



Figure 15.16: Diagrama del accionar de una central telefónica

Elemento	Símbolo
Dispositivo de conmutación (Forma 1).	
Dispositivo de conmutación con líneas de entrada y de salida.	
Dispositivo de conmutación (Forma 2).	

Figure 15.17: Simbología de una central telefónica (conmutador)

Las funciones del BORSCHT son:

- **Battery:** Hace referencia al voltaje de alimentación de -48V DC entre los dos conductores que llegan al terminal, para transmitir la voz y generar la corriente de señalización.
- **Ovvoltage Protection:** La planta externa aérea se expone a sobrecorrientes por lo que esta función hace referencia a la protección
- **Ringing:** Generación de la corriente de timbrado.
- **Signaling:** También conocido como supervisión, esta función hace referencia a la detección de la corriente de colgado y descolgado
- **Coding:** Hace referencia a la codificación y decodificación. Incluye funciones de conversión A/D y D/A.
- **Hybrid:** Circuito híbrido que convierte el ingreso de 2 hilos a 4 hilos.
- **Test:** Debe ser posible conectar el lazo local y el terminal al equipo de prueba en la oficina central.

## 15.7 Señalización telefónica

A manera de recordar, tenemos el conocimiento acerca de los hilos necesarios para las troncales analógicas:

- 2 hilos para transmitir( $T_x$ )
- 2 hilos para recibir( $R_x$ )
- 2 hilos para señalizar

**Ejemplo 15.1** En el diseño de una red telefónica se ha establecido que la ruta directa entre las centrales A y B debe ser capaz de mantener en promedio unas 86 llamadas simultáneas.

¿Cuántos pares de hilos de cobre debe tener el cable que se instale en esta ruta?

¿Cuántos de esos pares se van a dedicar a señalización? **Solución:**

Con un promedio de 86 llamadas simultáneas es necesario por cada llamada 3 pares de hilos de cobre, por lo tanto:

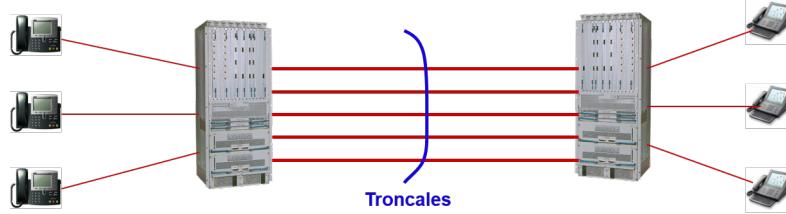


Figure 15.18: Diagrama iconográfico de las troncales

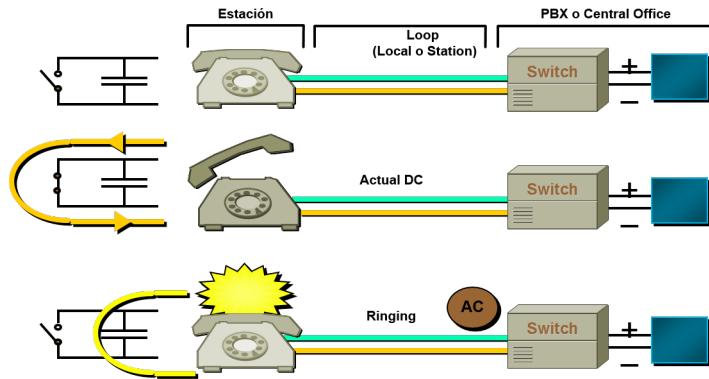


Figure 15.19: Lazo de abonado o bucle de abonado, va desde la central de conmutación hasta el abonado.

$$N \text{ de pares de cobre} = \text{número de llamadas} \times 3$$

$$N = 86 \times 3 = 258 \quad (15.2)$$

Necesitamos 258 pares de cobre.

Cada llamada requiere 3 pares de cobre, es decir, un tercio de los pares totales por llamada (3 pares o 6 cables de cobre). Por lo tanto:

$$T_s = \frac{258}{3} = 86 \quad (15.3)$$

Son 86 pares de cobre dedicados a la señalización. ■

## 15.8 Planta interna y externa

Se forma de los siguientes componentes:

### 15.8.1 Planta Interna

- **Distribuidor general y fosa de cables:** Unen la planta interior con la exterior.
- **Equipos de transmisión:** Se encarga de enviar las señales eléctricas.

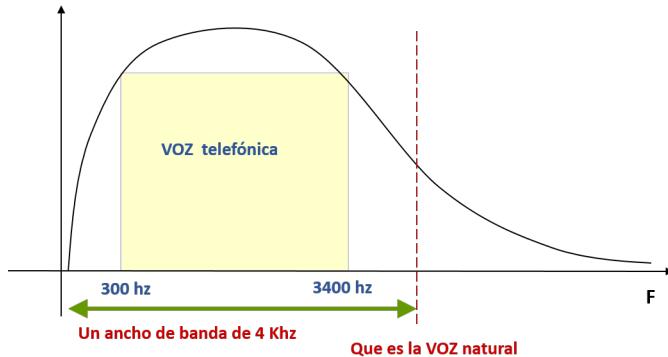


Figure 15.20: Rango de frecuencias

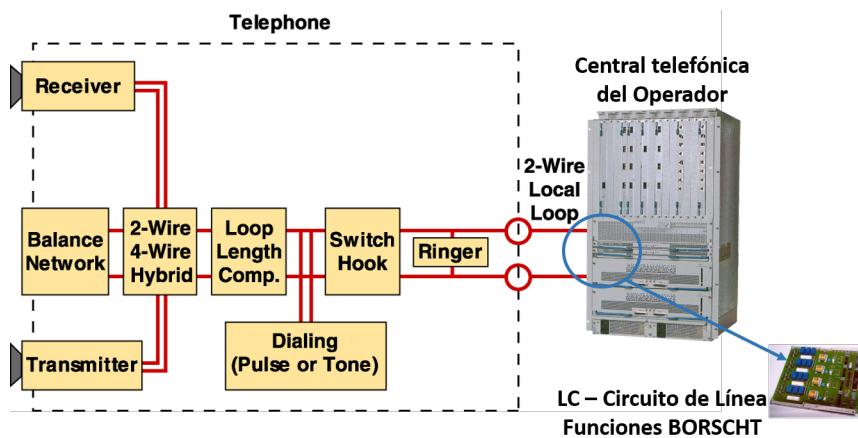


Figure 15.21: Diagrama de bloques de un teléfono analógico

- **Equipos de conmutación:** Sirven para que la señal de los equipos de transmisión llegue a los receptores.
- **Planta de fuerza y banco de baterías:** Proveen la energía necesaria para que los equipos funcionen.

### 15.8.2 Planta externa

La planta externa está constituida por la canalización de red principal y red secundaria:

- **Canalización.** Es la red subterránea por la que se envían los cables de cobre.
- **Cajas de distribución.** Conectan la red principal con la red secundaria, mediante puentes.
- **Postes.** Sirven para tender los cables de cobre.
- **Cajas terminales.** Son un punto de dispersión de la red. Hasta aquí llegan los cables de cobre.

*Tipos de planta externa:*

- **Rígidas:** Son aquellas en las que todos los conductores se prolongan eléctricamente desde el repartidor principal hasta el punto de distribución ( caja terminal) mediante empalmes cerrados. Las redes de este tipo son económicas a condición de que la densidad telefónica sea reducida o de que las líneas de abonado sean muy cortas, pues, de lo contrario, los gastos de instalación y explotación de los puntos de sub repartición ( cualquier punto entre la central y el punto de distribución) serían superiores a las economías de pares que se conseguirán con una red flexible. Son adecuadas para las zonas rurales y para las zonas urbanas inmediatamente próximas a la central (zona de servicio directo).
- **Flexibles:** Cuando se intercalan entre el repartidor principal y los elementos de distribución

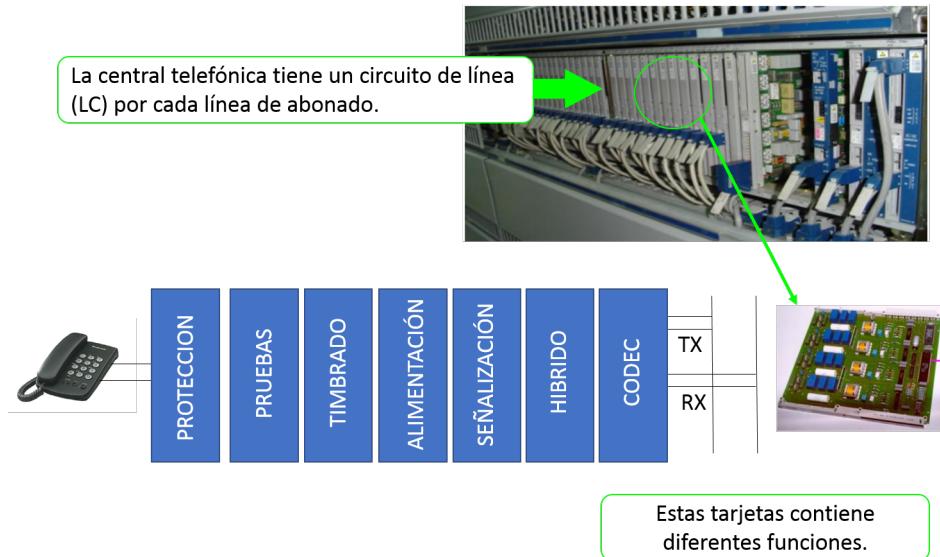


Figure 15.22: Diagrama de bloques de un teléfono analógico

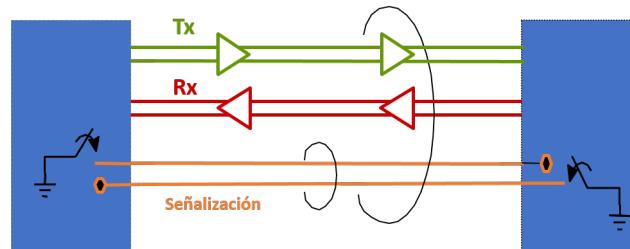


Figure 15.23: Hilos de las troncales analógicas

puntos de subrepartición (armarios) se obtiene una estructura denominada red flexible, de esta manera la red de línea de abonado queda dividida en dos secciones distintas: Sección de cables principales y Sección de cable de distribución.

Son adecuadas para las zonas de demanda no definida, zonas urbanas, zonas de largo alcance.

- **Las redes semirígidas:** Combinan el uso de empalmes y el uso de armarios para la distribución del cableado de red hacia los abonados.

Es así como la planta externa forma el conjunto de elementos e instalaciones que sirven de vínculo entre el abonado y su correspondiente central, como así también el vínculo entre dos centrales.

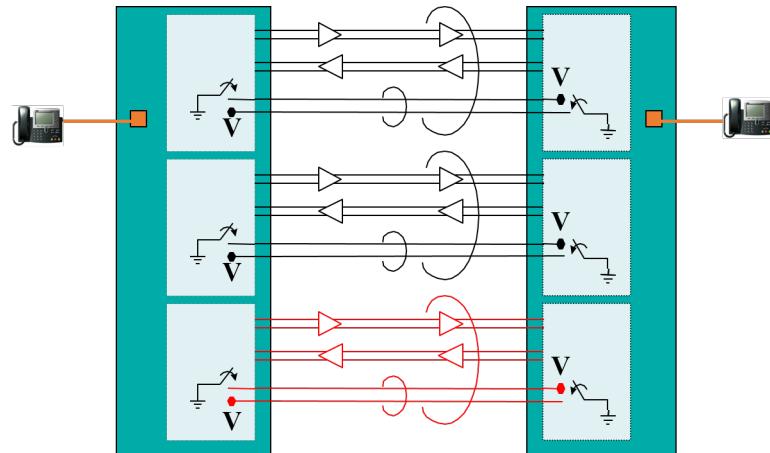


Figure 15.24: Hilos en la troncal

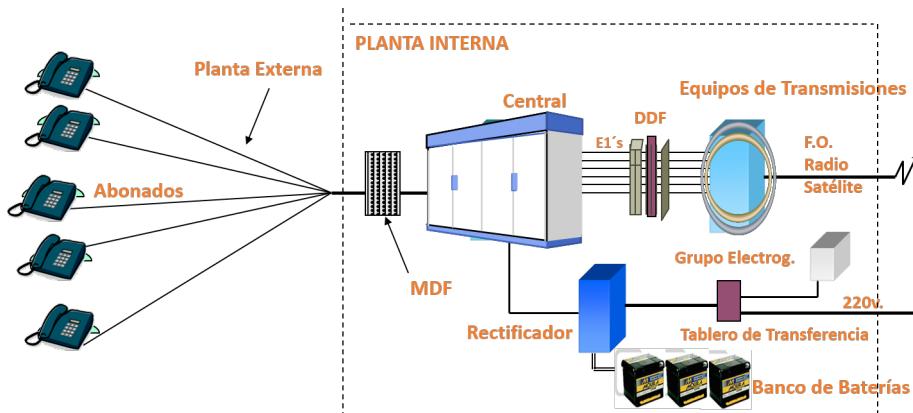


Figure 15.25: Diagrama planta interna

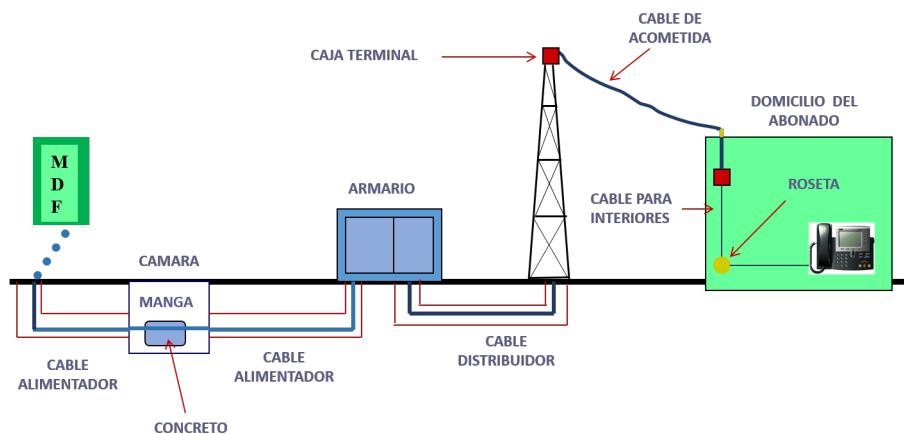


Figure 15.31: Planta externa diagrama

#### *Elementos de la planta externa*

**MDF** Es el elemento principal de distribución de líneas, y que se encuentra ubicado en el edificio de la central, se conectan los cables de enlace, de red directa y los cables alimentadores. Los bloques de conexión de líneas, son de 100 pares y se instalan en forma vertical para los cables de planta externa y horizontal para los cables de planta interna

**Armarios de distribución** Elemento subrepartidor de líneas, que por medio de puentes, permite conectar un par primario



Figure 15.26: Main Distribution Frame:Une la planta externa con la interna



Figure 15.27: Fosa de cables:Recibe los cables por galerías subterráneas

con cualquier par secundario. Puente: Par de conductores (24 AWG), que se usa en los MDF y armarios, como medio de conexión entre los diferentes blocks. Las capacidades se obtienen sumando número de pares primarios más los pares secundarios.

**Canalización** Es el sistema construido en forma subterránea, para permitir la instalación, retiro, protección y mantenimiento de los cables; en una red de servicios de telecomunicaciones, a partir del túnel de cables. Las canalizaciones están conformadas por **Cámaras** que son pozos subterráneos destinados a alojar los empalmes y facilitar, la instalación y cambio de dirección de los cables; y **Ducterias** que son ductos que conecta cámaras entre si, una cámara con el túnel de cables, una cámara a subida a poste, fachada , edificios o base de un armario.

**Postes** Elemento de soporte que se utiliza para la instalación de los cables de redes de telecomunicaciones en forma aérea. Se tiene dos tipos: Los de **madera** de 7mt y de **concreto** de 9,11 y 15m.

Características:

1. Poseen 3 niveles de líneas de cables
2. Los postes de concreto se usan en redes urbanas de gran tamaño y de madera para zonas rurales.
3. La separación entre poste y poste es variable de 30 a 70 mts.
4. Los postes pueden tener 2 líneas de cables por nivel.



Figure 15.28: Equipos de transmisión:Pueden ser de cobre o fibra óptica



Figure 15.29: Comutadores:Establecen la llamada y determinan la ruta.

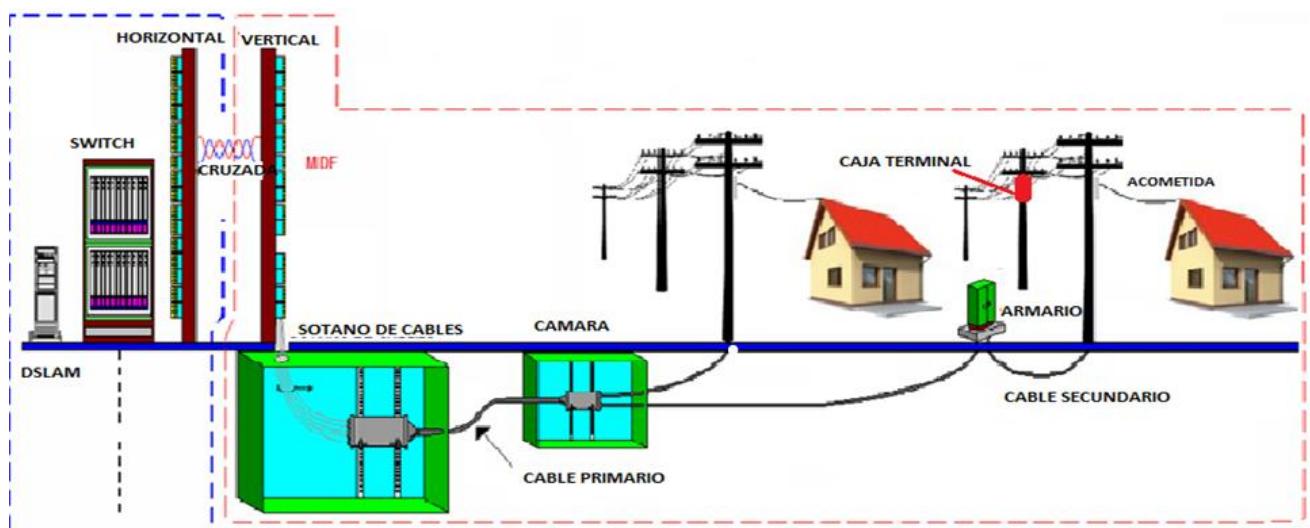


Figure 15.30: Planta externa



## 16. Herramientas para el análisis telefónico

### 16.1 Tráfico Telefónico

En el diseño de sistemas telefónicos un factor muy importante es la ingeniería de tráfico ya que juega un papel muy importante en buscar la solución optima en función del costo y la eficiencia del diseño de la red. El tráfico telefónico esta ligado al concepto de ocupación, por lo que decimos que un circuito esta cursando tráfico cuando esta ocupado. El tráfico telefónico es medible, en términos de tiempo, que se entiende en tiempo de ocupación. Este depende del número de llamadas y de la duración de las mismas. Esta de más decir que el tráfico es aleatorio, por lo que naturaleza estadística.

#### 16.1.1 Variaciones

Existen variaciones que depende del tiempo en el que se muestrea, por ejemplo tenemos las variaciones diarias, semanales, anuales y accidentales

##### 16.1.1.1 Variaciones Diarias

A nivel diario, se puede medir a lo largo de un día el comportamiento de un abonado, es decir, posee ciertos hábitos que caracterizan un día: hora de almuerzo, break del trabajo, salida, hora de trabajo, etc.

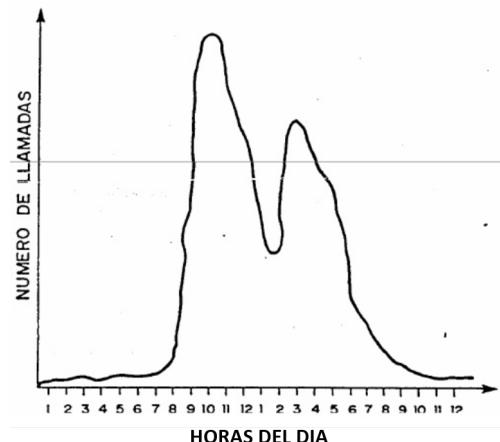


Figure 16.1: Variación diaria

### 16.1.1.2 Variación Semanal

Con el mismo usuario o con un grupo más grande se puede caracterizar una semana, los hábitos al igual que el diario son los actores de todo: días de trabajo, días de relajo, viernes por la noche, domingo de descanso, etc.

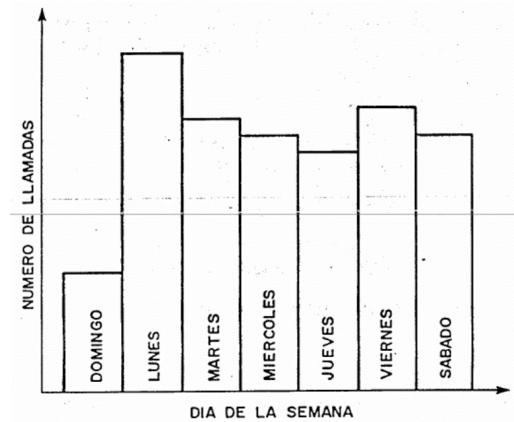


Figure 16.2: Variación semanal

### 16.1.1.3 Variación anual

La anual se caracteriza o se ve afectada por épocas o estaciones; por ejemplo verano es caracterizado por las vacaciones, por lo que las llamadas crecen a comparación de actividades normales(dependiendo de la actividad).

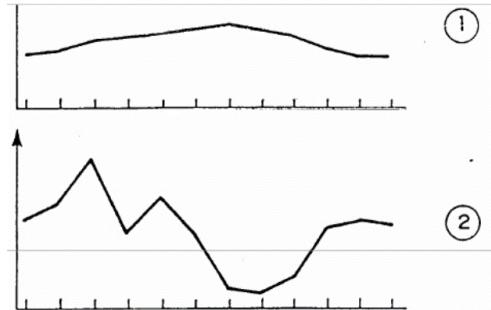


Figure 16.3: a)Variación anual en verano b)Variación anual en actividad industrial

### 16.1.1.4 Variación accidental

Los eventos aleatorios son eventos que afectarán nuestra variación, hay unos que pueden llamarse aleatorios que se pueden prever pero no del todo(elecciones políticas, conciertos, festivales, etc) y otros totalmente impensables(crisis políticas en un país, guerras, pandemias, etc)

## 16.2 Medidas de tráfico telefónico

### 16.2.0.1 Volumen del tráfico( $V_t$ )

El tráfico telefónico está ligado al concepto de ocupación y puede medirse en términos de tiempo. Por lo que se puede concluir que se refiere al tiempo de ocupación de un circuito telefónico. Es decir, si un teléfono está ocupado durante una hora al día, el volumen de tráfico cursado durante dicho día por el teléfono es de una hora, y si un teléfono está ocupado durante una hora a la semana, el volumen de tráfico cursado durante la semana por el teléfono es también de una hora. Este concepto se puede expandir a un conjunto de circuitos y no solo restringido a un solo sistema.

**Definición 16.1 — Volumen del tráfico.** Dado un cierto número de llamadas(valor adimensional) y una duración media de cada llamada(horas, minutos o segundos); es posible calcular el **volumen del tráfico** de la siguiente manera:

$$V_t = n \times d \quad (16.1)$$

Donde:

n:número de llamadas.

d:duración promedio de cada llamada.

**Ejemplo 16.1** Una central telefónica tiene 3 troncales.

1. Ha cursado 5 llamadas cada una con un promedio de duración de 10 min.
2. Ha cursado 8 llamadas cada una con un promedio de duración de 5 min.
3. Ha cursado 3 llamadas cada una con un promedio de duración de 7min.

Calcular los volúmenes de tráfico individuales y total de toda la troncal.

#### Solución

Nos pide calcular volumen, por lo que tenemos que extraer tan solo dos datos para cada uno: número de llamadas y su duración promedio y aplicar la ecuación 16.1

1. Troncal 1: 5 llamadas con duración de 10 min:

$$V_t = 5 \text{ llamadas} \times 10 \text{ min}$$

$$V_t = 50 \text{ min}$$

2. Troncal 2: 8 llamadas con duración de 5 min:

$$V_t = 8 \text{ llamadas} \times 5 \text{ min}$$

$$V_t = 40 \text{ min}$$

3. Troncal 3: 3 llamadas con duración de 7 min:

$$V_t = 3 \text{ llamadas} \times 7 \text{ min}$$

$$V_t = 21 \text{ min}$$

4. Troncal total: tan solo sumamos los volúmenes individuales:

$$V_t = 50 \text{ min} + 40 \text{ min} + 21 \text{ min}$$

$$V_t = 111 \text{ min}$$

Algunas unidades para medir el volumen han sido creadas para su mejor compresión:

- **Llamada reducida(LLR)** es un tiempo de ocupación de 2 min.

$$1LLR = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$

- **Centum Call Seconds(CCS)** es un tiempo de ocupación de 100s.

$$1CCS = 100 \text{ s}$$

- La relación entre ellos está dada por

$$1LLR = 1.2CCS \rightarrow 1CCS = \frac{1}{1.2LLR} = 0.833LLR$$

### 16.2.0.2 Tiempo de observación( $T_o$ )

El volumen de tráfico, por sí solo, no es una magnitud capaz de dar idea del grado de ocupación. Para tener una idea completa del grado de ocupación de un circuito o grupo de circuitos, necesitamos además saber el periodo durante el cual se ha observado el circuito o grupo de circuitos. A este periodo de tiempo se le denomina tiempo de observación, o tiempo de referencia

### 16.2.0.3 Intensidad de tráfico( $I_t$ )

La intensidad de tráfico es una medida mas completa por lo que no solo toma en cuenta el volumen de tráfico sino también el tiempo de observación.

**Definición 16.2 — Intensidad de tráfico.** La intensidad de tráfico si nos da una medida del grado de ocupación. La intensidad de tráfico, se expresa en ERLANGS. Esta definida como:

$$I_t = \frac{V_t}{T_o} \quad (16.2)$$

Donde:

$V_t$ :volumen de tráfico.

$T_o$ :Tiempo de observación.

- R Para que la intensidad pueda ser medida en Erlangs es esencial que tanto el volumen de tráfico y tiempo de observación esten en horas.

### 16.2.0.4 Erlang

El Erlang es independiente del tiempo de observación , por ejemplo, si se tiene un canal de datos que cursa un tráfico de 1 hora en un periodo de 1 hora se dice que la intensidad de tráfico es 1 Erlang, ahora si se tiene otro canal que cursa un tráfico de 1 día en un periodo de 1 día también se dirá que hay una intensidad de tráfico de 1 Erlang. Por lo general se toma 1 hora de observación, por ejemplo, si una oficina tiene dos operadores de teléfonos y ambos están ocupados durante todo el tiempo, esto representa 2 Erlangs de tráfico, o si un canal de radio está ocupado durante treinta minutos en una hora se dice que soporta un tráfico de 0.5 Erlangs. De forma alternativa, un Erlang puede ser considerado como "multiplicador de utilización" por unidad de tiempo, así un uso del 100% corresponde a 1 Erlang, una utilización de 200% son 2 Erlangs, y así sucesivamente. Por ejemplo, si el uso total del móvil en un área por hora es de 180 minutos, esto representa  $180/60 = 3$  Erlangs.

**Ejemplo 16.2** 5 circuitos de una central de conmutación, cursan cada uno de ellos 32 llamadas de una duración media de 2 minutos cada una.

1. Calcular el volumen de tráfico en minutos.
2. Calcular el volumen de tráfico en LLR.
3. Calcular el volumen de tráfico en CCS.

#### Solución

1. Para cada circuito se halla el volumen de tráfico, pero tenemos en cuenta que son 5 circuitos, por lo que podemos incluir esta cantidad en la ecuación, es como hallar individualmente cada volumen y luego sumar todos los circuitos:

$$V_t = 5 \times 32 \times 2 = 320\text{min}$$

2. Para transformar en LLR dividimos entre 2, puesto que nuestro volumen está en min, así que es posible pasarlo a LLR:

$$V_t = \frac{320\text{min}}{2\text{min}} = 120\text{LLR}$$

3. Para pasarlo a CCS tenemos que asegurarnos que están en segundos, de ahí recién podemos hacer la conversión:

$$V_t = 320\text{min} \times \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 19200\text{s}$$

Una vez que están en segundos recien podemos hacer la conversión:

$$V_t = \frac{19200\text{s}}{100\text{s}} = 192\text{CCS}$$

■

**Ejemplo 16.3** Calcular la intensidad de tráfico por un aparato telefónico, que cursa 27 llamadas de una duración media de 5 minutos, en un día.

#### Solución

$$V_t = 27 \times 5 = 135\text{min}$$

Para recalcar, vamos a expresar en Erlangs, así que es necesario que todo este en horas.

$$V_t = \frac{135\text{min}}{60} = 2.25\text{h}$$

Ahora podemos calcular la intensidad de tráfico en Erlangs, es por ello que usamos 1 día=24 horas:

$$I_t = \frac{2.25}{24} = 0.09375\text{ Erlangs} \quad (16.3)$$

■

#### 16.2.0.5 Hora cargada

En la práctica suele tomarse como Tiempo de Observación, la denominada hora cargada (HC); es el período de 60 minutos consecutivos durante los cuales el volumen de tráfico es máximo. Al ser una hora de uso, es común modificar las anteriores medidas(LLR y CCS)para que puedan ser usadas con esta hora.

- **Llamada reducida en la hora cargada(LLR/HC)**es la intensidad de tráfico correspondiente a un volumen de tráfico de una llamada reducida (LLR) cursada por un órgano o grupo de órganos, o por un circuito o grupo de circuitos, durante la hora cargada.
- **CIENTOS DE SEGUNDOS EN LA HORA CARGADA (CCS/HC)**la intensidad de tráfico correspondiente a un volumen de tráfico de 100 segundos (1CCS) cursado por un órgano o grupo de órganos, o por un circuito o grupo de circuitos, durante la hora cargada.
- **Equivalencias:**
  - 1 Erlang=30 LLR/HC=36 CCS/HC
  - 1 LLR/HC = 0.033 ERLANGS = 1.2 CCS/HC
  - 1 CCS/HC = 0.028 ERLANGS = 0.833 LLR/HC

Inclusive hay nuevas unidades como **Segundos de llamada(CS)** y **Minutos de llamada(CM)** que tambien son usados como medida de la intensidad:

$$1\text{Erlang} = 36\text{CCS} = 3600\text{CS} = 60\text{CM}$$

Continuando con la hora cargada, como su nombre lo dice: Es la hora en el que el volumen de tráfico es el máximo: Se elige la hora de mayor tráfico, lo que asegura un suficiente número de elementos para poder cursar todas las llamadas que se presenten en los restantes períodos de menor

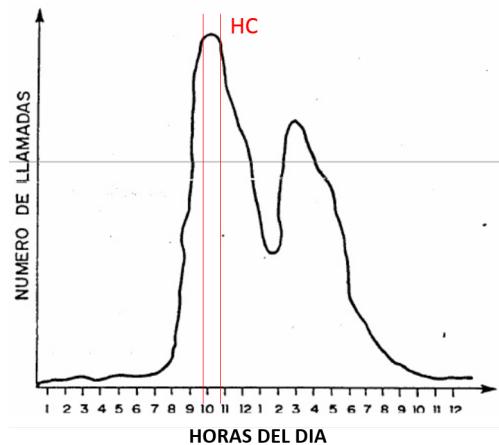


Figure 16.4: Representación de la Hora Cargada

carga. No obstante, se toma la intensidad de tráfico media a lo largo de dicha hora carga. Esto quiere decir que habrá en este período momentos de intensidad mayor, durante los cuales se rechazarán las llamadas que no puedan ser atendidas a causa de la saturación. En general, cada día del año tiene su HC y pueden presentarse variaciones de unos días a otros, tanto en la situación de dicha HC como en la intensidad de tráfico que se curse en ella.

Para fines de dimensionamiento de grupos de circuitos, conviene tomar una hora cargada de referencia, de forma que la intensidad de tráfico durante ésta sea el promedio de la que generalmente se cursa en las horas cargadas de la época de mayor carga. Mas no deben considerarse HC anormales(eventos aleatorios únicos) como una crisis, un evento único, etc.

En la práctica, se simplificará la determinación si se consideran períodos completos de 15 minutos y se hace una lectura global de cada período; la HC que se determine de esta forma será la correspondiente a los cuatro períodos consecutivos de 15 minutos que dan una suma mayor.

### 16.3 Tipos de tráfico

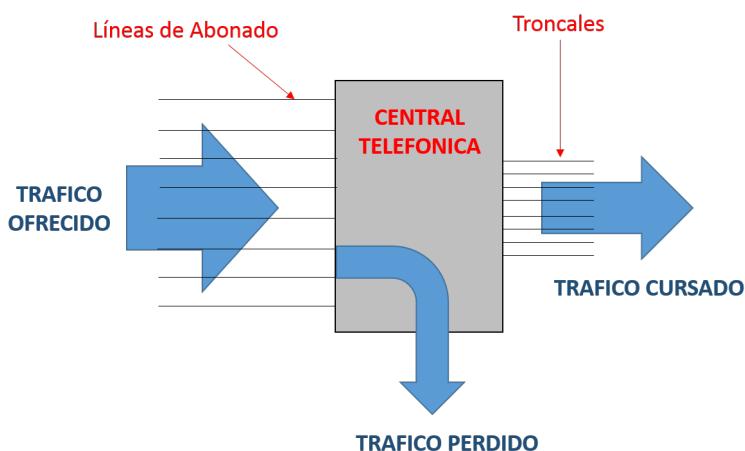


Figure 16.5: Diagrama de tipos de tráfico

Existen varios tipos de tráfico:

1. **Tráfico ofrecido:** es el tráfico que los abonados intentan cursar y lo ofrecen al conjunto de circuitos de la central para ser cursados. En otras palabras, es el total de llamadas que ingresan a un circuito.

2. **Tráfico cursado:** Es el tráfico que logró alcanzar un circuito, en otras palabras es el tráfico atendido por los grupos de circuitos cuando se han establecido las llamadas.
3. **Tráfico desbordamiento:** es el tráfico que no pudo ser cursado por los grupos de circuitos directos de la central y puede ser entregado a otro grupo de circuitos de desborde. Este tráfico aún está en el circuito y no son rechazados, sino que están a la espera que uno circuito se desocupe para poder ingresar en su lugar.
4. **Tráfico Perdido:** es el tráfico de desbordamiento que no pudo ser cursado. El tráfico perdido es la diferencia entre el tráfico ofrecido y el tráfico cursado y se puede reducir aumentando la capacidad del sistema. Ahora sí, este es el tráfico que ha sido rechazado y fue perdido(colgado). El tráfico perdido es el tráfico que no pudo ser cursado al encontrar el sistema en congestión. De la imagen 16.5 se puede deducir que:

$$\text{Tráfico Ofrecido} - \text{Tráfico Perdido} = \text{Tráfico Cursado} \quad (16.4)$$

El tráfico ofrecido es un concepto teórico y se utiliza sólo para propósitos de planificación teórica. Sólo el tráfico cursado es medida en la práctica y por supuesto depende de la capacidad de la red o sistema.

Desde el punto de vista económico, la capacidad de la red siempre será menor que el tráfico ofrecido, esto se debe al carácter aleatorio de las comunicaciones lo que produce que en condiciones normales de funcionamiento sólo un porcentaje de los usuarios de la red solicitan recursos a la misma.

## 16.4 Accesibilidad

El rendimiento de un grupo de circuitos de salida, queda determinado esencialmente por la cantidad de líneas de salida del grupo que pueda alcanzarse.

Es decir cuantas líneas de salida pueden alcanzarse desde una línea de entrada. Esa cantidad se llama **accesibilidad**.

### 16.4.0.1 Accesibilidad completa

Cuando las líneas de entrada pueden acceder a cualquiera de las líneas de salida disponibles:

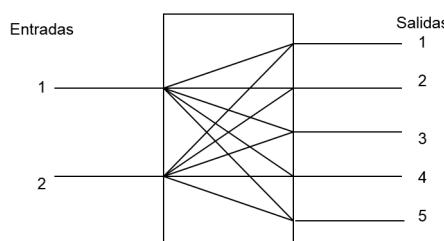


Figure 16.6: Accesibilidad completa de grado 5

### 16.4.0.2 Accesibilidad Limitada

Cuando el número de líneas de salida que pueden ser alcanzadas por una línea de entrada es inferior al total, es decir, se restringen las salidas para una o más entradas, en la figura 16.7 vemos que las salidas K para el usuario de la linea 1 y 2 es K=3 aunque el sistema tiene un grado de accesibilidad 6(porque tiene 6 salidas). Es por ello que llegamos a una generalidad:

**Definición 16.3** La accesibilidad(salidas) de cada usuario individual debe ser menor o igual a la accesibilidad(salidas) total.

$$K_u \leq N \quad (16.5)$$

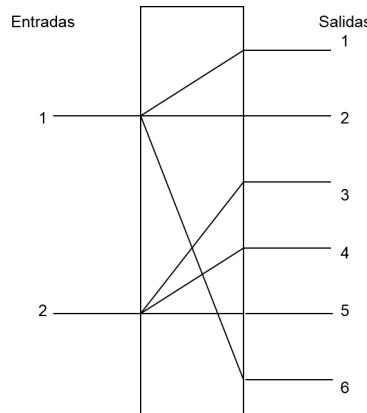


Figure 16.7: Accesibilidad limitada de grado 6

Donde:

$K_u$ =número de salidas del u-ésimo usuario.

N=Salidas(accesibilidad) total.

#### 16.4.0.3 Sistemas de pérdida

En los sistemas de pérdidas el abonado que solicita una comunicación y encuentra congestión recibe el tono de ocupado que lo obliga a cancelar o "perder" su comunicación para repetir posteriormente.

#### 16.4.0.4 Sistema a Espera

En el sistema de espera, si el abonado trata de establecer una comunicación no existiendo enlaces libres, no recibe el tono de ocupado en forma inmediata sino que se le permite esperar hasta que surjan las disponibilidades necesarias, vale decir que el intento se almacena sin necesidad de repetir la llamada.

## 16.5 Grade of service(GoS)

Nos da una idea de la "calidad" que reciben nuestros usuarios.

En sistemas con pérdida, se define como la probabilidad de pérdida (o probabilidad de congestión). Coincide con la probabilidad de que un usuario, al realizar una llamada, se encuentre con el sistema sin recursos.

En sistemas de demora se suele relacionar con la probabilidad de esperar para disponer de un recurso.

También se puede definir como el tiempo medio de espera antes de obtener un recurso para cursar la llamada.

En un escenario real sin bloqueo en una central, es necesario proporcionar tantas líneas como abonados haya, esta opción es la mejor pero no es económico debido a que no siempre se estarán usando el 100% de las redes, así que se pone una cantidad ideal(después de un estudio del sistema) y barata al mismo tiempo. Por lo tanto, algunas llamadas tienen que ser rechazadas y reintentadas cuando las líneas están siendo utilizadas por otros abonados.

**Definición 16.4** El grado de servicio se refiere a la proporción de llamadas fallidas en relación con el número total de llamadas.

También se define como la proporción de tráfico perdido respecto al tráfico ofrecido.

$$GoS = \frac{T_p}{T_o} = \frac{C_p}{C_t} \quad (16.6)$$

Donde:

$T_p$ : Tráfico perdido

$T_o$ : Tráfico ofrecido

$C_p$ : Llamadas perdidas

$C_t$ : Llamadas totales

**R** Es obvio que el número de llamadas perdidas debe ser el menor número posible mientras que el número total de llamadas tiene que ser el máximo posible, es así que llegamos a la conclusión que un número óptimo de GoS tiene que ser el menor posible como 0.002, donde podemos inferir que por cada 1000 llamadas podemos perder 2.

**R** Para que GoS será cero se requiere que la cantidad de abonados sea igual a la cantidad de servidores. Es preciso señalar que el GoS estará entre **0 y 1 por ser una probabilidad**.

El GoS se aplica a una conexión de terminal a terminal. Pero normalmente un centro de conmutación se divide en los siguientes pares de componentes para poder analizarlos:

- Una llamada interna (abonado a central de conmutación).
- Una llamada saliente a la red troncal (central de conmutación a troncal).
- La red troncal (troncal a troncal).
- Una llamada de terminación (central de conmutación a abonado).

Ver ejercicios:<sup>1</sup>

## 16.6 Diseño de redes

Para el encaminamiento de redes se tiene dos posibles escenarios: linea directa o linea alternativa. La red mostrada en la figura 16.8 es un sistema de ejemplo debido a su simplicidad; en la vida real,

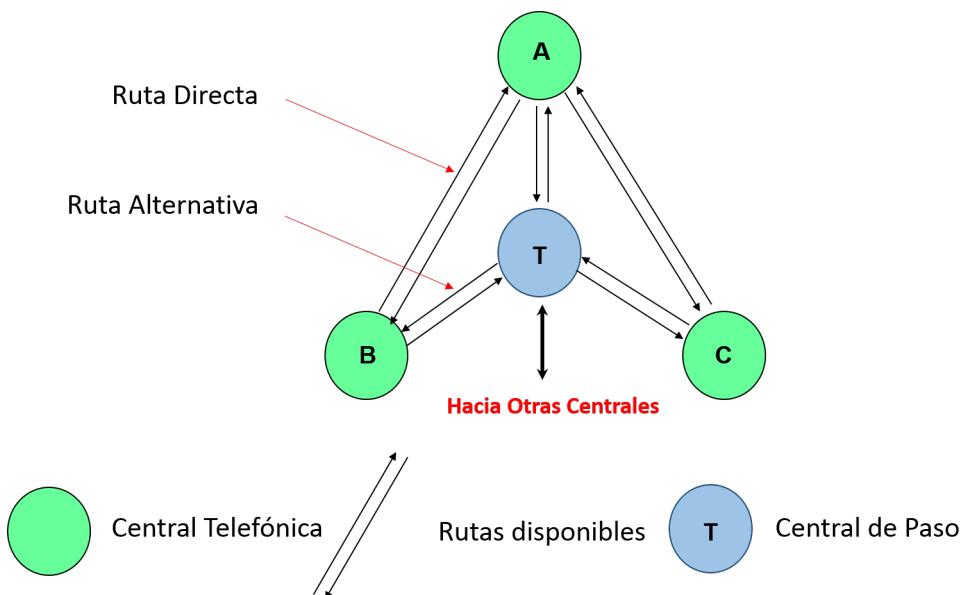


Figure 16.8: Redes de encaminamiento

redes gigantes serían muy laboriosas de graficar, es por ello que diagramas como la imagen 16.8 se expresa de otra manera. A continuación se detalla la forma equivalente de la figura 16.8. Para ello es necesario recordar un poco de la figura 16.5.

Imaginemos que nos encontramos en la estructura de la figura 16.9, tenemos un "circuito de agua", donde el propósito es llegar de A hacia B. El agua(tráfico ofrecido) será vertida por la entrada de A, el agua avanzará y se encontrará con la primera bifurcación(*Troncales directas A-B*): una parte del

<sup>1</sup>Ver ejercicios resueltos 28.6 y 28.9

agua caerá y seguirá haciendo todo el recorrido(*tráfico de desbordamiento*) mientras que la otra llegará de frente a B(*tráfico cursado*), hasta aquí decimos que no nos importa el agua que logró alcanzar el atajo, pues esta agua ya logró el cometido: llegar de A a B, sigamos analizando el flujo de agua que no logró alcanzar este atajo.

Agua que no logró alcanzar este atajo de A a B aún tiene una oportunidad: llegar a otro atajo(*troncales hacia B*). Es este punto tenemos el mismo escenario anterior; no todos van a lograr llegar a B, habrá un flujo que logre pasar este atajo(*Tráfico cursado*) y otro simplemente será desecharido(*tráfico perdido*).

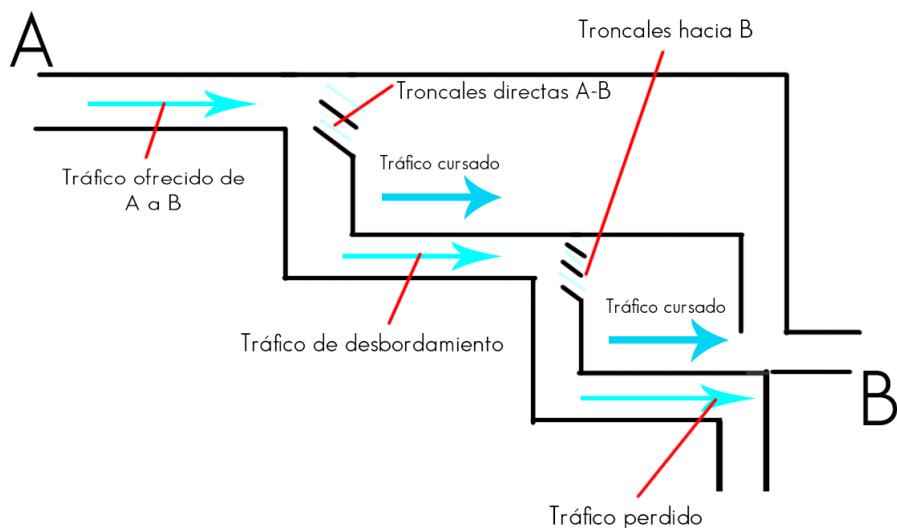


Figure 16.9: Analogía gráfico equivalente

Aprenderemos la ilustración que ilustra el encaminamiento de tráfico desde una determinada central frente las demás, como flechas y troncales salientes de la misma(figura 16.10a).

Viendo la figura 16.10b vemos que consta(generalmente) de 2 niveles y 3 rutas de intensidad de tráfico, entonces podemos generalizar:

- Ae** Tráfico ofrecido
- C** Troncales directas de A-B
- m** Tráfico desbordamiento
- S** Troncales hacia B
- A'** Tráfico perdido

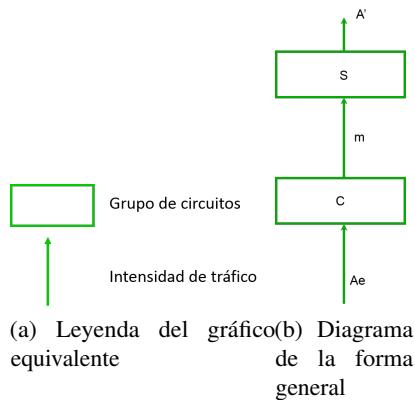


Figure 16.10: Generalidades

Sabiendo esto y usando el ejemplo de la figura 16.8 podemos expresar todas las maneras posibles de ruteo, en otras palabras, las diferentes formas en las que A,C y T pueden llegar a B; B, T y A pueden llegar a C y B, C y T pueden llegar a A.

#### Ejemplo 16.4 Hallar la ruta de encaminamiento para A de la figura 16.8:

##### Solución

Viendo la figura tenemos 3 orígenes de tráfico: B, C y T. Por lo tanto habrá 3 "fuentes" de tráfico que irán hacia A.

##### Para B-A:

Vemos una ruta directa B-A, como son centrales telefónicas asumimos que, entre las dos existen una troncal directa, por que existe una ruta directa. Si hay una ruta directa se aplica la ruta "común" de la figura 16.10b entonces de A a B decimos que existe una ruta donde el tráfico pasará por las troncales directas A-B y luego pasará por cualquier troncal hacia B.

##### Para C-A

Para este caso vemos que es lo mismo que el caso B-A, habrá una linea ruta directa que empieza de C para ir a A. Como es directa aplicamos el diagrama de la figura 16.10b.

Con eso tenemos dos rutas cubiertas.

##### Para T-A

Sabemos por la figura 16.10b que nuestro tráfico va primero por la central directa A-B(C), y luego va por la central hacia B(S), es así que de la figura del ejercicio T no es una central, al contrario, es una **central de paso**, es por eso que ahora no vamos a representar el camino T-A como lo solíamos hacer usando de referencia el esquema de 16.10b, sino que haremos una pequeña variación. Como esta es la central alternativa, ignoraremos totalmente las troncales directas A-B, lo hacemos por que esta troncal ya hemos analizado debido a que en este ejemplo ya hay una ruta directa B-A. Entonces solo nos quedaría: el tráfico de desbordamiento, troncales hacia A(no confundir con troncales directas B-A) y el tráfico perdido.

Tenemos 3 diagramas por separado, pero algo en común de los 3 son las troncales hacia A, podemos decir, de manera coloquial que, vamos a factorizar estas troncales para unir los 3 diagramas. El resultado final sería la figura 16.11

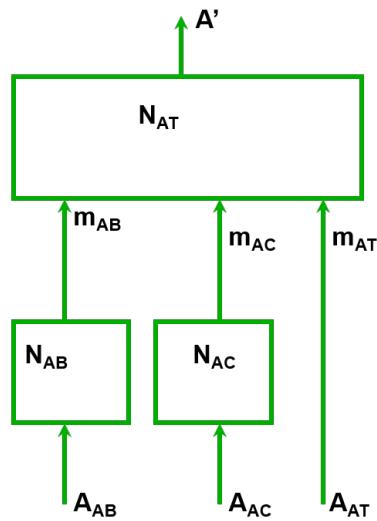


Figure 16.11: Ejemplo para A

Si quieres practicar, puedes hacerlo con las otras centrales(B, C y T)

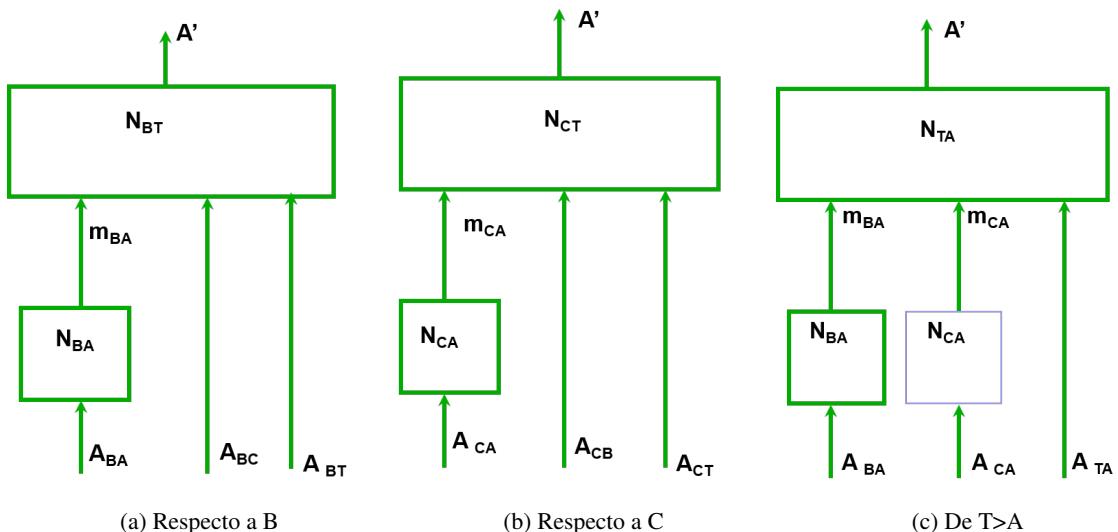


Figure 16.12: Gráficos de práctica resueltos

## 16.7 Encaminamiento de tráfico

Cuando nuestro tráfico telefónico va hacia una troncal y luego hacia nuestro destino es probable que no exista una ruta directa, ya sea por varios factores: que la troncal directa este saturada, que no tenga mucha capacidad, que haya habido un problema, etc. Entonces, no podemos utilizar esta "vía directa", por ende pasamos de ser tráfico ofrecido a tráfico de desbordamiento, y ¿Cómo se desborda un río?: el agua buscará una ruta alternativa para que pueda volver a su cauce, igualmente en nuestro caso: nuestro tráfico de desbordamiento tendrá que buscar más rutas para poder llegar y tratar en lo posible de no perder esta llamada.

Pero no podemos redirigir el tráfico como sea, existen ciertos criterios que se definen para poder lograr un encaminamiento óptimo, puede ser un poco difícil de entender pero trataré de explicarlo detalladamente:

**Criterios de encaminamiento:**

Estos son los 3 criterios que usaremos, léelos lentamente y trata de entender:

1. **Criterio 1:** Si entre la central donde se decide el encaminamiento y la central de destino final de la llamada existe una sección directa, se encaminara el tráfico por esta como primera opción.  
Aquellas llamadas que no puedan ser cursadas por esta sección directa (TRAFICO DE DESBORDAMIENTO), lo harán por sección final correspondiente.
2. **Criterio 2:** Si existe sección directa entre la central donde se decide el encaminamiento y una central que sea, por red Jerárquica, de rango superior a la central de destino final de la llamada, se cursara por esta, y el tráfico de desbordamiento se cursara por la sección final correspondiente.  
Si existen varias secciones directas que cumplan esta condición, se hará por la mas corta.  
El tráfico que una sección directa no pueda cursar, nunca se cursara por otra sección directa, sino por sección final.
3. **Criterio 3:** Se encamina el tráfico como única opción por la sección final correspondiente.  
El tráfico que dicha sección final no pueda cursar, no podrá encaminarse y constituirá lo que se denomina TRAFICO PERDIDO.

Estos 3 criterios jugarán bajo las siguientes reglas:

1. El encaminamiento se hace desde el abonado A al abonado B, haciendo los tránsitos necesarios en centrales intermedias.
2. Cada central toma **uno y solo uno** de los criterios: si no puede tomar el primer criterio tomará el segundo, si no puede con el segundo tomará el tercero.
3. Cuando se aplique el primer o segundo criterio, tendrá que estudiarse por separado cada uno de los caminos que se obtienen como opción.
4. La alternativa a una sección directa **nunca** es otra sección directa.
5. Las centrales que toman decisiones de encaminamiento dependen del origen y destino de la llamada, y de las decisiones de encaminamiento previas.
6. Se tomarán con preferencia las secciones directas por los que los encaminamientos sean más cortos
7. Solo se puede elegir una ruta directa en los casos:
  - Si está conectada directamente a la central de destino.
  - Si la central de destino está conectada a un nodo en jerarquía superior por una final.
  - No se puede cursar dos secciones directas para llegar a un destino, solo se toma una por recorrido.
8. Si un nodo tiene varias opciones de rutas finales se preferir la de desbordamiento.

Lo sé, es mucha teoría pero no se entiende. Primero antes de hacer un ejercicio tenemos que tener en cuenta ¿Cuál es la jerarquía de centrales(figura 16.13 )?

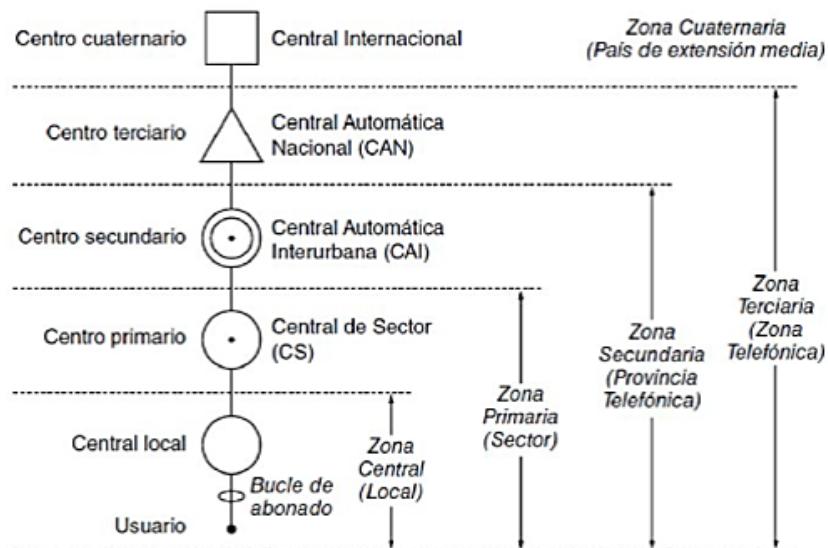


Figure 16.13: Jerarquía de centrales

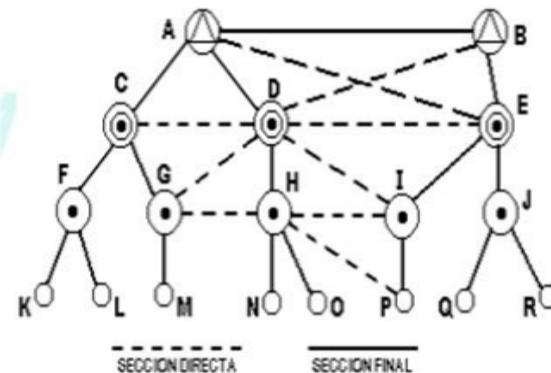


Figure 16.14: Encaminamiento de ejemplo

**Ejemplo 16.5** Dada la figura 16.14, encaminar una llamada desde N hasta P de la red.

**Solución:**

**Primera opción:** Felizmente podemos usar el primer criterio, tenemos todo para ello: N es usuario, como único camino tenemos la sección final hacia H(centro primario); que nos dice el primer criterio:...entre la central donde se decide el encaminamiento y la central de destino final de la llamada existe una sección directa, se encaminara el tráfico por esta como primera opción...; nuestra central(la única) es H, la central de destino es P, ¿Existe una sección directa? Sí, entonces nos encaminamos por esa ruta, por lo tanto como primera alternativa tenemos:

$$N > H > P$$

**Segunda opción:** ¿Qué pasaría si H esté saturada? no podríamos pasar por ahí, nos rechazaría el paso, así que buscamos otra ruta alternativa: Estamos en H, varados, ¿A dónde vamos?, le criterio 1 ya no podemos utilizarlo porque H está "prohibida" para cruzar así que leemos el criterio 2:*Si existe sección directa entre la central donde se decide el encaminamiento(en este caso, estamos en D por que H nos ha encaminado a otra central, ademas tenemos en cuenta la 4ta regla, si o si llegamos a D) y una central que sea, por red jerárquica, de rango superior a*

la central de destino final de la llamada(en nuestro caso, algo con más rango jerárquico a P es I, y existe la sección directa mencionada el principio), se cursará por esta, y el tráfico de desbordamiento se cursará por la sección final correspondiente(que es la sección directa I-P).. Así tenemos la segunda opción:

$$N > H > D > I > P$$

**Tercera opción:** Nos ponemos en el caso que la central D está saturada, nos encaminará a otra de más rango jerárquico, **NO** es posible ir de D a C o de D a E(porque tienen el mismo rango), así que pasamos a A. En A usamos el segundo criterio, ¿por qué? pues el primer criterio no se puede, no existe una sección directa desde A hacia P, recordemos que hemos subido de jerarquía en la *segunda opción*(P tuvo que subir a I **solo** por que tenemos sección final y es prácticamente lo mismo, en otras palabras, llegamos a I y automáticamente llegamos a P por sección final). En A usamos el segundo criterio, lo usamos por que tenemos una **sección directa**, y es de menor rango(A es mayor que E), ademas como nuestra "central final" es I, vemos que entre E e I hay una **sección final**, realmente podemos usar el segundo criterio en todo su esplendor.

$$N > H > D > A > E > I > P$$

- Ⓐ Vemos que A y B están conectados mediante una **sección final**, esto nos quiere decir que pueden ser conmutables, en otras palabras, podemos ir de A a E como el tercer caso pero como están unidas por una **recta final**, la tenemos que tener en cuenta.
- Ⓑ No podemos usar D>E por que ya usamos la sección directa D>I, y como dice la regla 4, tenemos prohibido usar esa sección directa

Es así que, por esa aclaración tenemos como resultado final:

$$N > H > D > A > B > E > I > P$$

Esta respuesta se ve graficada en el imagen 16.17. ■

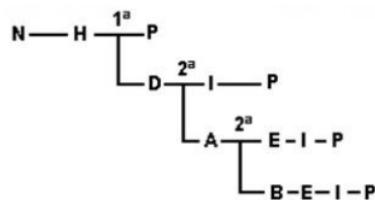


Figure 16.15: Gráfica de la solución

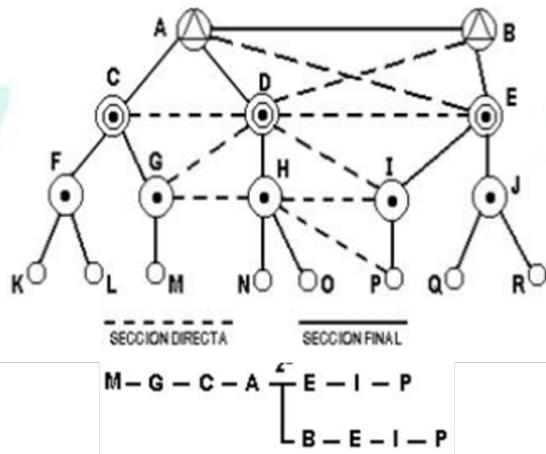


Figure 16.16: Encaminamiento de M a P

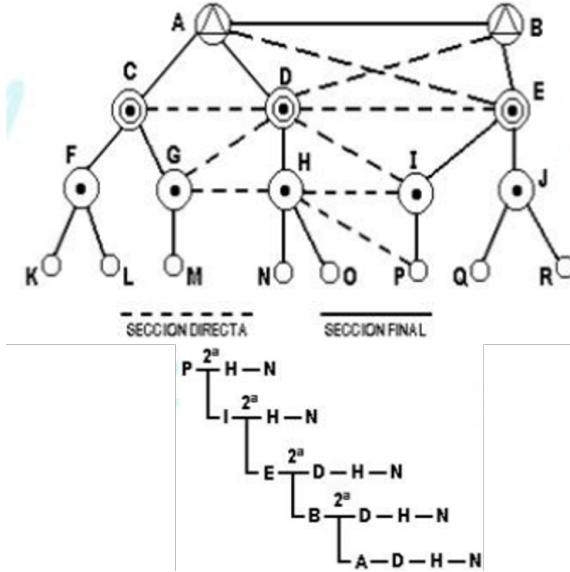


Figure 16.17: Encaminamiento de P a N

## 16.8 Erlang-B

Analizamos el tráfico no por que sí, sino porque tenemos que diseñar centrales capaces de poder soportar todas(o al menos la mayoría) las llamadas y hacer que la probabilidad de pérdida sea la mínima.

Es así que Erlang(matemático danés) estudió el comportamiento del tráfico telefónico. En 1917 publicó su trabajo. Realizó las siguientes hipótesis:

- Las llamadas se generan aleatoriamente y solamente una cada vez (modelo de Poisson).
- La probabilidad de que en una ruta estén ocupados un determinado número de enlaces no varía en el tiempo. Es decir, existe equilibrio estadístico.
- Las llamadas que llegan a la ruta y no encuentran ningún enlace libre se pierden, sin esperar ningún tiempo y sin ocupar ningún enlace. No se producen reintentos.
- La duración de las llamadas sigue una distribución exponencial negativa. La probabilidad de que en un tiempo  $t$  no llegue ninguna llamada es  $e^{-\lambda t}$
- El número de fuentes es infinito. En la práctica, es mucho mayor que el número de enlaces.

**Definición 16.5 — Intensidad de tráfico II.** Existen dos expresiones que dan origen a la ecuación 16.2, las ecuaciones primitivas son:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{T} \quad (16.7)$$

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{c} \quad (16.8)$$

Donde:

$I_t$ : Intensidad de tráfico en Erlangs.

T: Tiempo de observación.

$h_i$ : Duración de cada llamada individual.

n: Número total de llamadas.

h: tiempo medio de la toma de enlace.

Despejando las ecuaciones 16.7 y 16.8(igualando las sumatorias de los numeradores):

$$I \times T = n \times h$$

Y despejando la **intensidad de tráfico(I)** obtenemos:

$$I = \frac{n \times h}{T}; eq 16.2$$

### 16.8.1 Erlang-B para un enlace

En Erlang-B para un enlace, se relacionan 3 parámetros:

1.  $I_T$ : Intensidad de tráfico.
2.  $N$ : Número de enlaces de ruta.
3. **B**: Probabilidad de que una llamada encuentre todos los enlaces ocupados y no pueda cursarse (**probabilidad de bloqueo**); exacto, es el *GoS*.

Suponemos una ruta con infinitos enlaces. El procedimiento de toma de enlaces de esta ruta consiste en intentar siempre en primer lugar el primer enlace. Si está ocupado se intenta el segundo, y así sucesivamente hasta encontrar un enlace libre. En otras palabras, la llamada intentará el primer enlace, ¿Está ocupado?, intentará con el segundo enlace, ¿Está ocupado?, intentará el tercero y así sucesivamente. Esto de mas decir que, si una llamada tuvo que irse al segundo enlace(o cualquiera) y llega otra llamada y ve que esta vació el primer enlace, pues irá por el primer enlace.

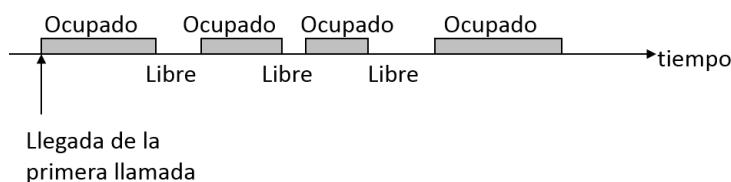


Figure 16.18: Primer enlace: rechazará llamadas mientras este ocupado, caso contrario la aceptará

#### 16.8.1.1 Formula Erlang-B para un enlace

**Definición 16.6 — Probabilidad B.** Probabilidad de que una llamada encuentre el primer enlace bloqueado es igual a la proporción entre tiempo ocupado y total:

$$B = \frac{I_t}{1 + I_t} \quad (16.9)$$

Donde:

$I_t$  : Intensidad de tráfico B: Probabilidad de que una llamada encuentre el primer enlace bloqueado

$$B = \frac{A}{1+A}$$

A	B	B (%)	Tráfico cursado (Erlangs)
0.01	0.01	1%	0.0099
1	0.5	50%	0.5
99	0.99	99%	0.99

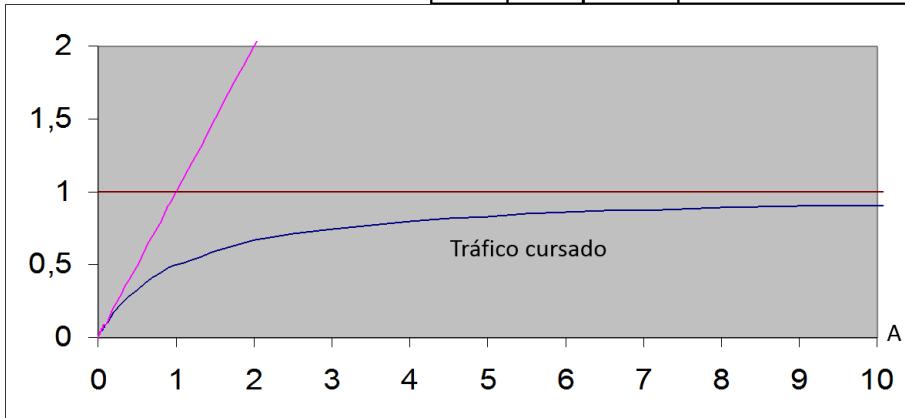


Figure 16.19: Primer enlace: rechazará llamadas mientras este ocupado, caso contrario la aceptará

Algunos puntos a resaltar son:

- Para obtener una probabilidad de bloqueo aceptable (1% o menor) el tráfico ofrecido debe ser mucho menor que la “capacidad aparente” (0.01 Erlangs frente a 1 Erlang).
- Para obtener una ocupación muy alta hay que ofrecer mucho tráfico, el cual se pierde (bloquea) casi todo.
- Por muy poco tráfico que se ofrezca, siempre hay una probabilidad de perdida (bloqueo).
- El máximo tráfico que se puede cursar es 1 Erlang.

## 16.8.2 Erlang-B para N enlaces

Posee esta forma:

**Definición 16.7 — Erlang para N enlaces.** Definida por:

$$p(x+1) = \frac{I_t}{x+1} \quad (16.10)$$

La ecuación 16.10 se puede generalizar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} p(1) &= \frac{I_t}{1} \times p(0) \\ p(2) &= \frac{I_t}{2} \times p(1) = \frac{I_t}{2} \times \frac{I_t}{1} \times p(0) \\ p(3) &= \frac{I_t}{3} \times p(2) = \frac{I_t}{3} \times \frac{I_t}{2} \times \frac{I_t}{1} \times p(0) \\ p(x) &= \frac{I_t^x}{x!} \times p(0) \end{aligned} \quad (16.11)$$

**Donde:**

$p(x)$ : probabilidad de que haya  $x$  enlaces ocupados

$I_t$ : Intensidad de tráfico

A continuación haremos una gráfica para representar la ecuación 16.11, solo para graficar usaremos  $I_t=5$ (usaremos  $x$ , solo cambiamos de variable) y  $p(0)=0.02$ :

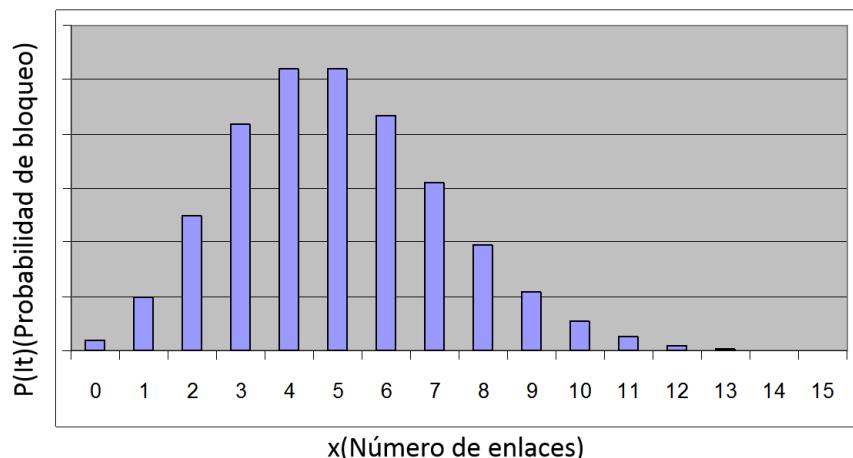


Figure 16.20: Gráfica de la ecuación 16.11 con  $I_t(x)=5$  y  $p(0)=0.02$

### 16.8.2.1 Distribución de Poisson

Para calcular la probabilidad de bloqueo se tiene una expresión para cierto enlace  $x$ ; a su vez se suscitan dos casos particulares:  $x$  es un número cualquiera entero y cuando  $x$  es igual al número total de enlaces.

**Definición 16.8 — Distribución de Poisson para X específico.** La distribución de probabilidad se denomina distribución de Poisson truncada o distribución de pérdidas de Erlang, y se define por:

$$P(x) = \frac{I_t^x}{x! \sum_{k=0}^N \frac{I_t^k}{k!}} \quad (16.12)$$

Se lee: *La probabilidad de que el enlace  $x$  este ocupada es*

**Donde:**

$x$ : troncal escogida.

$N$ : Número de troncales.

$I_t$ : Intensidad de tráfico(Erlangs).

¿Qué pasaría si  $x=N$ ? La ecuación 16.12 cambiará ligeramente:

**Definición 16.9 — Distribución de Poisson cuando X es igual a N.** En particular, cuando  $x = N$ , la probabilidad de pérdida viene dada por:

$$P(x) = P(N) = B(N, I_t) = \frac{A^N}{N! \sum_{k=0}^N \frac{I_t^k}{k!}} \quad (16.13)$$

**Donde:**

$I_t$ :Intensidad de tráfico.

$N$ : Número total de troncales.

B: Probabilidad de pérdida o bloqueo(Gos).

La expresión 16.13 iterativa se expresa de forma extendida de la siguiente manera:

$$B(N, I_t) = \frac{I_t^N}{N!(1 + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \cdots + \frac{A^N}{N!})} \quad (16.14)$$

**R**

Este resultado se conoce como fórmula de Erlang del primer tipo, fórmula de Erlang-B o fórmula de pérdida de Erlang.

La ecuación especifica la probabilidad de bloqueo para un sistema con llegadas aleatorias desde una fuente infinita y distribuciones de tiempo de espera arbitrarias.

La fórmula Erlang B da la congestión temporal del sistema y relaciona la probabilidad de bloqueo con el tráfico ofrecido y el número de líneas troncales.

Los valores de  $B(N, I_t)$  obtenidos, se han representado frente a los Erlangs de tráfico A ofrecidos para diferentes valores del número de líneas N.

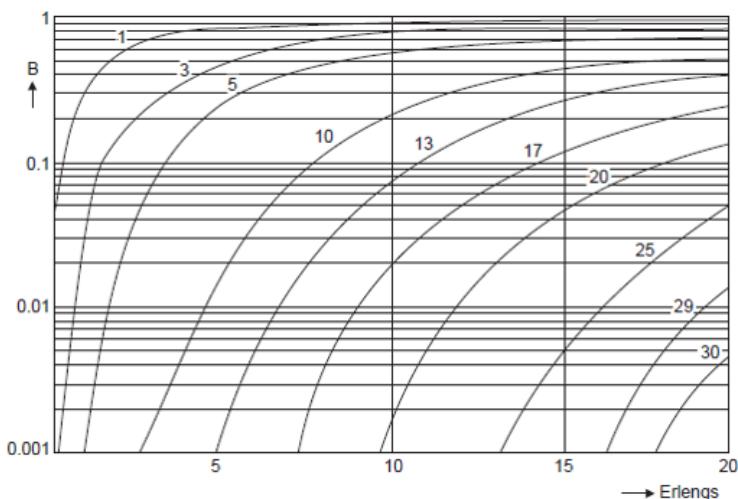


Figure 16.21: Gráfica de B en función de  $I_t$ (Erlangs) para distintos N

Se introducen dos medidas: Número medio de troncales ocupadas y ocupación de una troncal, ambas ecuaciones se detallan a continuación:

**Definición 16.10 — Número medio de troncales ocupadas(carga cursada).** El número medio de troncales ocupadas u ocupación se define como la **carga cursada**:

$$I'_t = I_t(1 - B(N, I_t)) \quad (16.15)$$

Así, la carga cursada es la posición de la carga ofrecida que no se pierde del sistema. La carga cursada por línea se conoce como ocupación de la red.

**Definición 16.11 — Ocupación de una troncal.** La ocupación de la red  $\rho$  es una medida del grado de utilización de un grupo de líneas y se denomina a veces **factor de utilización**. Definida por:

$$\rho = \frac{I'_t}{N} = \frac{I_t(1 - B(N, I_t))}{N} \quad (16.16)$$

## 17. Telefonía IP

VoIP es un acrónimo de *Voice Over Internet Protocol* (Voz sobre Protocolo de Internet), o en términos más comunes, *Servicio Telefónico a través de Internet*. Dale una leída a 15.5 antes de seguir.

### 17.0.1 Redes de computadoras

Las redes de computadoras trabajan con tramas y paquetes, a manera de ejemplificar:

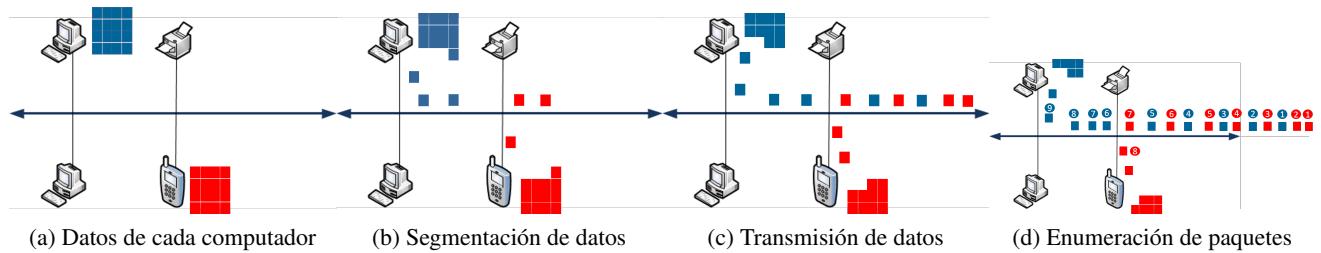


Figure 17.1: Enviar datos de computadoras por el mismo canal

Para ello, es necesario recordar sobre que trata la segmentación y la multiplexación.

**Segmentación** Dividir la información en piezas mas pequeñas, para hacer mas fácil el manejo de la data dentro de la red. Además es posible aprovechar mejor el ancho de banda.

**Multiplexación** Al dividir la información en piezas mas pequeñas es posible además enviar diferentes conversaciones a través del mismo medio.

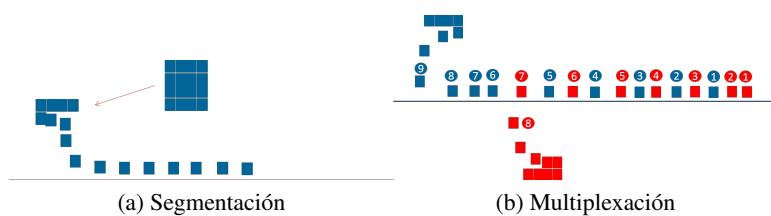


Figure 17.2: Representación alusiva a segmentación y multiplexación

Hablando teóricamente es muy sencillo, pero ¿Cómo nos aseguramos que cada "cuadradito" de color ira a donde debe ir?. Para ello existen protocolos como el **PDU**(Protocol Data Unit).

## 17.0.2 PDU

Una **Protocol data unit** (PDU) es un término de interconexión de sistema abierto (OSI) utilizado en telecomunicaciones que se refiere a un grupo de información agregada o eliminada por una capa del modelo OSI. Cada capa del modelo utiliza la PDU para comunicarse e intercambiar información, que solo puede ser leída por la capa de pares en el dispositivo receptor y luego se pasa a la siguiente capa superior después de la extracción. En palabras simples, cada capa tiene un "lenguaje distinto", por eso, nuestra cabecera mientras pasa de capa en capa, cada una de estas le añade una pequeña información propia para que cuando llegue a la misma capa pero en otro sistema este lo pueda entender e interpretar. Recordar que la información irá desde la capa de aplicación hasta la capa física en el emisor, mientras que en el receptor irá desde la capa física hasta la capa de aplicación. Es debido a esto que los añadidos a nuestra cabezera a lo largo de las capas en el emisor desaparecerán cuando lleguen al receptor.

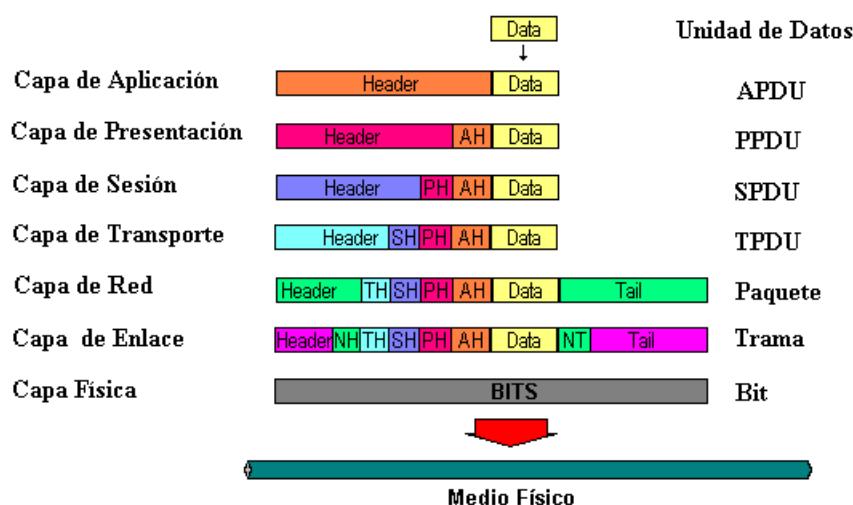


Figure 17.3: PDU

Si cogemos solo un solo nivel, se puede decir que:

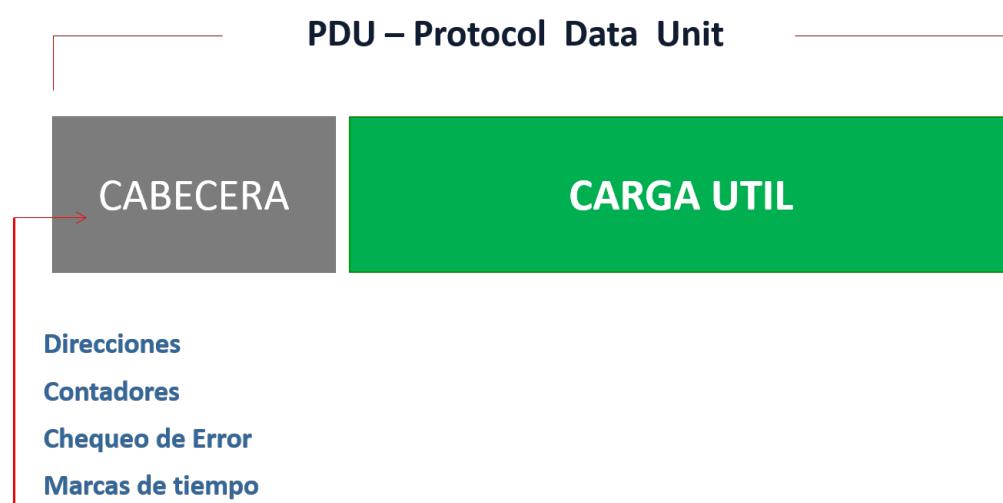


Figure 17.4: PDU añade cabezales en cada capa propia ellos

### 17.0.3 Arquitectura de red

La arquitectura de una red esta dada por las capas y sus funciones, así como los protocolos que las implementan. Dentro de la arquitectura se definen interfaces que actúan entre las capas como medio de comunicación. Las interfaces ponen a disposición operaciones y servicios para las capas superiores. Los protocolos implementan estas operaciones y servicios y escuchan en las interfaces las peticiones por atender. La lista de estos protocolos es conocida como pila de protocolos.

Es común trabajar con capa porque los modelos de capas reducen la complejidad de diseño e implementación de soluciones de comunicación; haciendo que cada capa cumpla funciones definidas, que son ofrecidas como servicios a las capas superiores. Los modelos de capas permiten realizar cambios y mejoras en una capa sin tener que afectar las funciones de las demás. Cada capa encapsula sus funciones lo que mantiene una estructura simple para el resto de capas, que solo conocen los servicios a los que pueden acceder, pero no necesitan saber como son implementados. No se transfieren datos de manera directa desde la capa n de una máquina a la capa n de otra máquina, sino que cada capa pasa los datos y la información de control a la capa inmediatamente inferior, hasta que se alcanza a la capa más baja. Debajo de la capa 1 se encuentra el medio físico a través del cual ocurre la comunicación real. La estructura general de verlas es como se gráfica en la figura

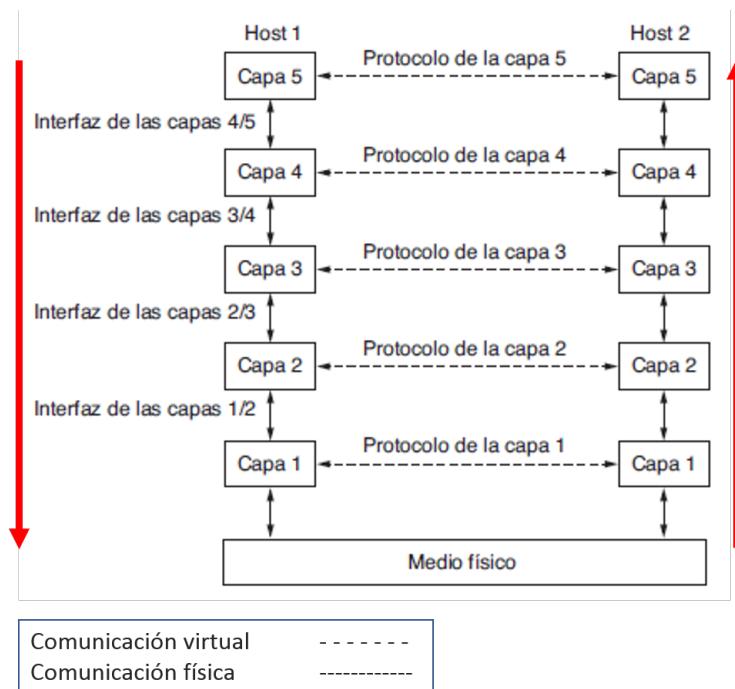


Figure 17.5: Estructura general de capas: A veces pueden tener más o menos capas como el protocolo OSI(7 capas) o TCP/IP(4 capas)

Existen dos arquitecturas de redes importantes: el modelo de referencia OSI y el modelo de referencia TCP/IP. Aunque ya casi no se utilizan los protocolos asociados con el modelo OSI, el modelo en sí es bastante general y sigue siendo válido; asimismo, las características en cada nivel siguen siendo muy importantes. El modelo TCP/IP tiene las propiedades opuestas: el modelo en sí no se utiliza mucho, pero los protocolos son usados ampliamente.

**¿Por qué razones los protocolos del modelo OSI no se adoptaron en forma generalizada?**

A principios de 1980 el desarrollo de redes originó desorden en muchos sentidos. Se produjo un enorme crecimiento en la cantidad y tamaño de las redes. A medida que las empresas tomaban

conciencia de las ventajas de usar tecnologías de conexión, las redes se agregaban o expandían a casi la misma velocidad con la que se introducían las nuevas tecnologías de red, solo había un problema: cada empresa creaba una nueva "tecnología" de comunicación entre redes, esto hacia que existiesen muchas variantes por lo que dificultó la comunicación entre varios sistemas. Debido a su problema de incompatibilidad de redes, la Organización Internacional para la Estandarización (ISO) investigó nuevos modelos de conexión como la red de Digital Equipment Corporation (DECnet), la Arquitectura de Sistemas de Red (Systems Network Architecture) y TCP/IP a fin de encontrar un conjunto de reglas aplicables de forma general a todas las redes. Con base en esta investigación, la ISO desarrolló un "modelo de red" que ayuda a los fabricantes a crear redes que sean compatibles con otras redes. Existen diversos protocolos de acuerdo a cómo se espera que sea la comunicación. Este conjunto de protocolos se denomina TCP/IP. TCP/IP se ha convertido en el estándar de-facto para la conexión en red corporativa. Las redes TCP/IP son ampliamente escalables, para lo que TCP/IP puede utilizarse tanto para redes pequeñas como grandes.

### ¿Cuáles son los problemas que tiene el modelo TCP/IP?

- El modelo no distingue bien entre servicios, interfaces y protocolos, lo cual afecta al diseño de nuevas tecnologías en base a TCP/IP.
- Es más difícil de configurar y mantener a pesar de tener menos capas.
- Es algo más lento en redes con un volumen de tráfico medio bajo, puede ser más rápido en redes con un volumen de tráfico grande donde haya que enrutar un gran número de tramas.
- Peor rendimiento para uso en servidores de fichero e impresión



Figure 17.6: La información más la cabecera de cada capa pasa a la siguiente. La información es encapsulada en cada capa hasta salir como una cadena de bits por el medio físico.

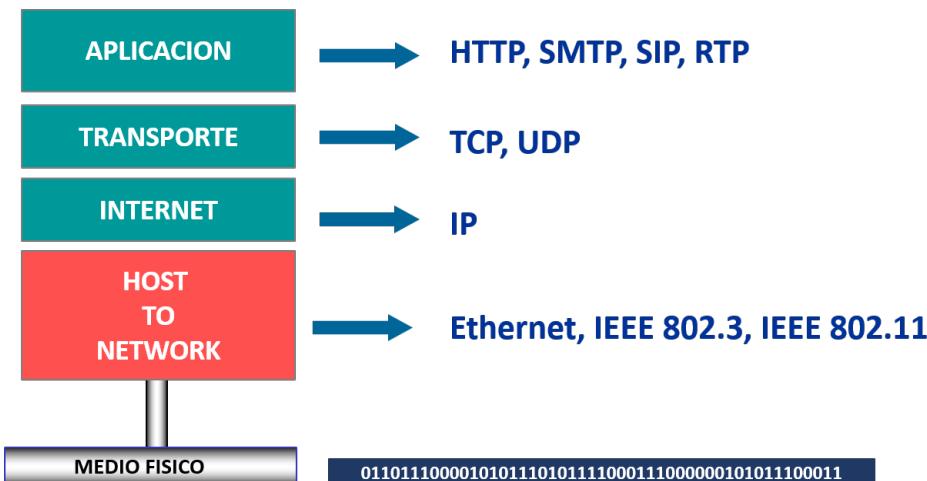


Figure 17.7: Capas del modelo TCP/IP: resaltando que el SIP es el más importante para telefonía IP. Lo que más interesa de este modelo no son las capas sino los protocolos usados por cada una de ellas

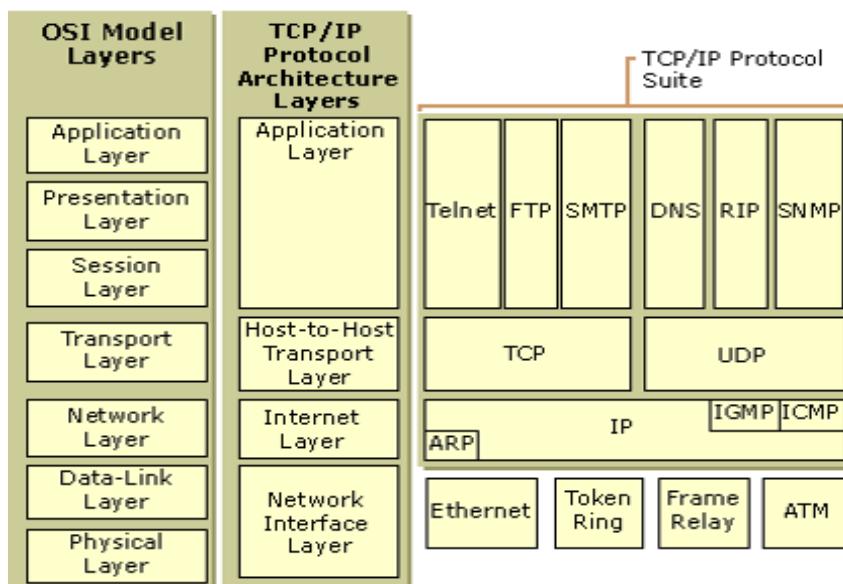


Figure 17.8: Comparación entre ambos modelos: OSI vs TCP/IP y los protocolos de cada capa

## 17.0.4 Tipos de servicios

### 17.0.4.1 Orientado a la conexión

Es un servicio que garantiza el control del flujo de mensajes: inicia, mantiene y termina las comunicaciones entre el cliente y el servidor. Está modelado a partir del sistema telefónico. Para hablar con alguien se levanta el auricular, se marca el número, hablamos y después se cuelga. En algunos casos al establecer una conexión, el emisor, el receptor y la subred llevan a cabo una negociación en cuanto a los parámetros que se van a usar, como el tamaño máximo del mensaje, la calidad requerida del servicio y demás cuestiones relacionadas. También es llamado **círculo**, ese es otro nombre para una conexión con recursos asociados.

**Características:**

- Es confiable.

- Se establece un circuito virtual.
- El estado de los mensajes es conocido en todo momento.
- Se tiene un control de secuencia de mensajes.
- Existe confirmación y retransmisión de mensajes.
- Se mantiene un control de flujo.
- Se genera overhead adicional.
- Es lento.

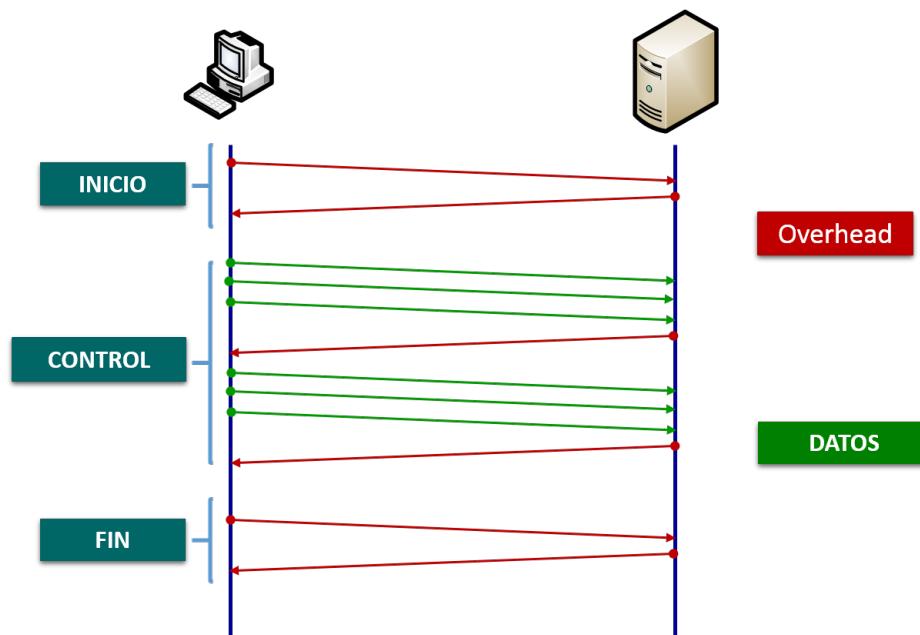


Figure 17.9: Orientado a la conexión: El usuario del servicio establece primero una conexión, la utiliza y después la libera.

Un ejemplo en la que es apropiado un servicio orientado a la conexión es la transferencia de archivos. El propietario del archivo desea estar seguro de que todos los bits lleguen correctamente y en el mismo orden en el que se enviaron. Sería poco aceptable un servicio que ocasionalmente pierda unos cuantos bits, incluso aunque fuera mucho más rápido.

#### 17.0.4.2 No orientado a la conexión

Es un servicio que solo se centra en el envío de mensajes, pero no garantiza el control del flujo de mensajes, ni el estado de los mensajes. Está modelado a partir del sistema postal. Cada mensaje lleva la dirección de destino completa, y cada uno es enrutado hacia los nodos intermedios, en forma independiente a todos los mensajes subsecuentes. Hay distintos nombres para los mensajes en diferentes contextos: un paquete es un mensaje en la capa de red. A este servicio también se le conoce como servicio de **datagramas**.

##### Características

- No es confiable.
- El estado de los mensajes no es relevante.
- No hay control de secuencia de mensajes.
- No existe confirmación y ni retransmisión de mensajes.
- No interesa el control de flujo.
- Es rápido.

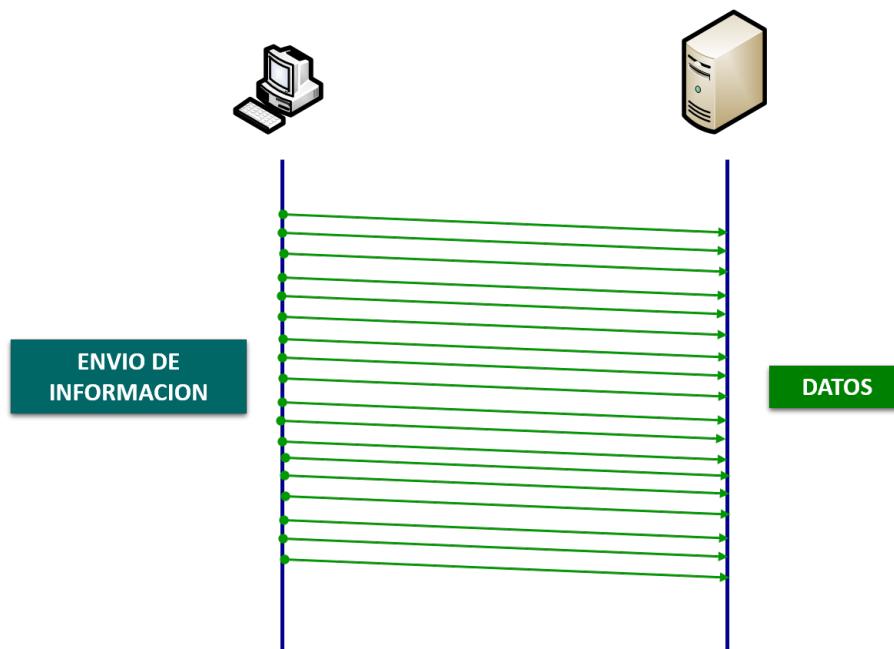


Figure 17.10: NO orientado a la conexión

Por ejemplo, los emisores de correo electrónico basura (spammers) envían su correo a muchos destinatarios. El emisor no quiere tener que pasar por el problema de establecer una conexión con un destinatario sólo para enviarle un mensaje. Tampoco es esencial una entrega cien por ciento confiable, sobre todo si eso es más costoso. Todo lo que se requiere es una forma de enviar un solo mensaje que tenga muy alta probabilidad de llegar, aunque sin garantías.

Tipo de servicio	Servicio	Ejemplo
Orientado a la conexión	Flujo de mensajes confiable. Flujo de bytes confiable. Conexión no confiable.	Secuencia de páginas. Descarga películas. Voz sobre IP
Sin conexión	Datagrama no confiable. Datagrama confirmación no recepción. Solicitud-respuesta	Correo electrónico basura. Mensajería de texto. Consulta de una base de datos.

Table 17.1: Ejemplos de los servicios Orientado y NO orientado a la conexión

## 17.1 Repaso: TCP/IP

A manera de recordar las capas vista en el capítulo de Infraestructura vamos a repasar las capas del modelo TCP/IP.

### 17.1.1 Capa de transporte

Un solo dispositivo puede utilizar varios servicios como e-mail, web, mensajería instantánea, etc. La información de cada aplicación debe ser empaquetada, transportada y entregada a la aplicación apropiada en el dispositivo destino. Para conseguir entregar los flujos de datos a las aplicaciones correctas, la capa de transporte debe identificar la aplicación destino. Para esto se utiliza un identificador el numero de puerto. Además, cada flujo de datos debe ser enviado en piezas que sean

manejables a través de la red, la capa de transporte agrega a cada pieza la información necesaria para ser enviada hasta el otro extremo y ser desensamblada. En la figura 17.9 es ejemplo es el

TPC/IP	UDP
Confiabilidad.	Rapidez y bajo overhead.
Confirmación de paquetes	Sin confirmación de paquetes
Retransmisión de paquetes perdidos.	Sin retransmisión de paquetes.
Entrega de la información de acuerdo al orden de envío.	Entrega de la información como llega.
En tiempo real sensible al re-tardo.	No sensible al retardo.

Table 17.2: Capa de transporte-Tipo de servicio

protocolo TCP/IP mientras que para la figura 17.10 un claro ejemplo es el protocolo UDP. Por encima de la capa de transporte se encuentra la capa de aplicación, capa que contiene los protocolos de alto nivel como TELNET(terminal virtual), FTP(transferencia de archivos) y SMTP(correo electrónico)

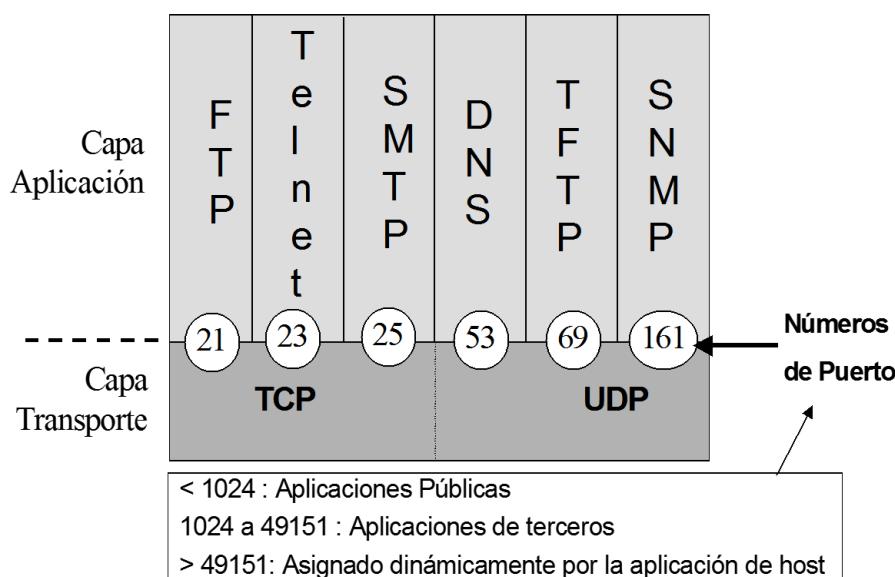


Figure 17.11: Direccionamiento de puertos

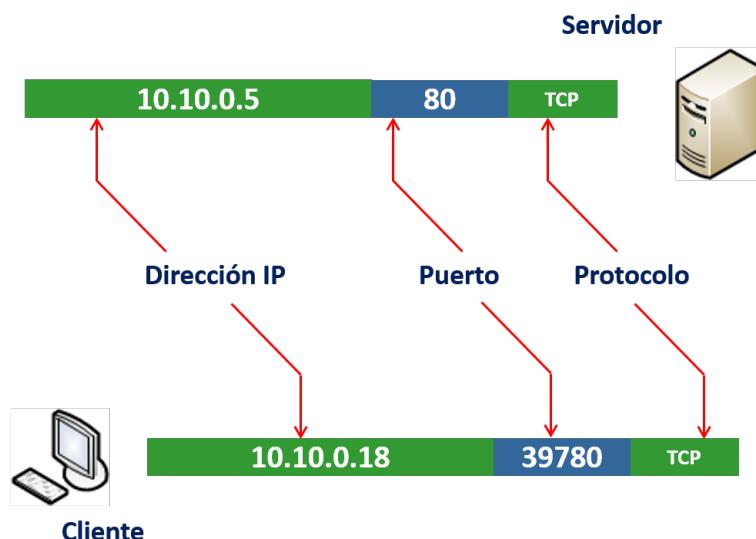


Figure 17.12: Representación de la conformación de paquetes en la capa de transporte.

### 17.1.2 Capa de internet

Se encarga de combinar varios enlaces múltiples en redes, y redes de redes en interredes. La capa de red provee el mecanismo necesario para que los dispositivos terminales puedan enviar paquetes de un extremo a otro dentro de una trayectoria a través de diferentes redes. Para cumplir esta tarea utiliza los siguientes mecanismos:

- Direccionamiento.
- Enrutamiento.

#### 17.1.2.1 Direccionamiento

La capa de red provee el mecanismo de direccionamiento para que los paquetes viajen de un extremo a otro a través de un conjunto de redes. Como cada paquete lleva una parte de un flujo más grande de información hacia un dispositivo terminal remoto este último debe tener una dirección única. Es por eso que en este nivel todos los hosts que forman parte de la red deben tener una dirección, para ser ubicados.

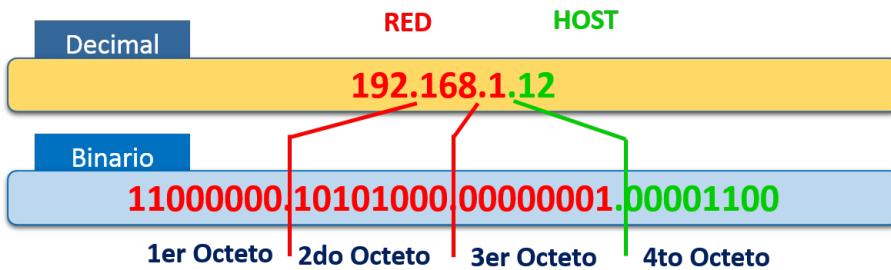
#### 17.1.2.2 Enrutamiento

Una vez que tenemos direcciones asignadas a todos los dispositivos de la red; la capa de red debe proveer un servicio que guíe a los paquetes a seguir la ruta hacia su destino. El origen y el destino no están siempre dentro de la misma red; por lo que los paquetes viajarán a través de varias redes diferentes. Los dispositivos intermedios que conectan las redes son los ruteadores, su rol es encontrar caminos hacia otras redes y dirigir a los paquetes a través de ellos.

#### 17.1.2.3 IPv4

IPv4 es actualmente la versión más utilizada de IP, es el único protocolo utilizado en capa 3 para mover la información de los usuarios a través de internet. Fue diseñado como un protocolo de bajo overhead; proveyendo funciones que son necesarias para entregar un paquete desde el origen en una red hasta el destino en otra red a través de un sistema interconectado de redes. Su diseño no se ocupa de monitorear y administrar el flujo de paquetes; esto es dejado a protocolos de capa superiores. El protocolo IPv4 provee un modelo de direccionamiento jerárquico, basado en direcciones de 32 bits, esto permite que los dispositivos puedan emplear lógica digital para realizar operaciones de comparación entre otras. Sin embargo, para que nosotros podamos recordar y utilizar estas direcciones utilizamos un formato decimal para representarlas: cuatro números decimales separados

por puntos. Donde cada uno de estos números decimales representa un numero binario de ocho bits.



### Mascara:



Figure 17.13: Las direcciones IPv4 están divididas en dos bloques, un numero de bits comenzando por los mas significativos indican la red. En el ejemplo los primeros 24 bits y finalizando con los bits menos significativos determinan el numero de Host. En el ejemplo los últimos 8 bits.

CLASE	DIRECCIONES DISPONIBLES		CANTIDAD DE REDES	CANTIDAD DE HOSTS	APLICACIÓN
	DESDE	HASTA			
A	0.0.0.0	127.255.255.255	128*	16.777.214	Redes grandes
B	128.0.0.0	191.255.255.255	16.384	65.534	Redes medianas
C	192.0.0.0	223.255.255.255	2.097.152	254	Redes pequeñas
D	224.0.0.0	239.255.255.255	no aplica	no aplica	Multicast
E	240.0.0.0	255.255.255.255	no aplica	no aplica	Investigación

\* El intervalo 127.0.0.0 a 127.255.255.255 está reservado como dirección loopback y no se utiliza.

Figure 17.14: Clases de IPv4

1. Clase A: este bloque de direcciones puede soportar redes extremadamente grandes con más de 16 millones de hosts. Como condición, el primer bit del primer octeto debe mantenerse en “0”, lo que implica que el primer octeto solo puede tener 128 subredes.
2. Clase B: este bloque de direcciones puede soportar redes medianamente grandes con más de 65 000 hosts. Como condición, los dos primeros bits del primer octeto deben mantenerse en “10”. Este bloque distribuye mejor el espacio de direcciones que la clase A, ya que tiene aprox. La misma cantidad de redes que de hosts.
3. Clase C: este bloque de direcciones puede soportar redes con más de 254 hosts. Como condición, los tres primeros bits del primer octeto deben mantenerse en “110”. Puede proveer direcciones a aprox. 2 millones de redes.

Según el RFC 3330 describe las direcciones ipv4 especiales asignadas por la IANA. Entre ellas podemos identificar las direcciones públicas y privadas.

- Publicas: La gran mayoría de direcciones unicast IPv4 son públicas, es decir son direcciones designadas para ser accesibles desde internet.
- Privadas: Son direcciones unicast IPv4 que pueden utilizarse dentro de redes privadas que no

tienen acceso directo a internet y por lo que es posible reutilizarlas entre una red y otra. Los bloques de direcciones privados son:

- 10.0.0.0 – 10.255.255.255 (10.0.0.0 /8)
- 172.16.0.0 – 172.31.255.255 (172.16.0.0 /12)
- 192.168.0.0 – 192.168.255.255 (172.16.0.0 /24)

## 17.2 VoIP

Voz sobre el Protocolo de Internet o VoIP se refiere a la transmisión del tráfico de voz sobre redes de datos utilizando el protocolo IP. Es decir utilizaremos la pila de protocolos TCP/IP y sus funcionalidades para que la voz pueda ir de un extremo a otro de la red.

A priori esta idea nos permite obtener conclusiones inmediatas, y de la misma forma apreciar las ventajas de esta tecnología, entre otras:

- Puede utilizarse aprovechando la infraestructura creada para una red local o de Internet, con independencia de los medios de transmisión utilizados, permitiendo mantener varias conversaciones simultáneas.
- En empresas no requiere de una instalación simultánea de cableado telefónico para conectar los teléfonos a la centralita o PBX.
- Permite comunicarnos con otra persona sin importarnos la distancia ni el lugar en el que nos encontramos, no siendo necesario utilizar el sistema de telefonía tradicional para efectuar llamadas internacionales, con el consiguiente ahorro económico.
- No requiere de grandes inversiones para su puesta en funcionamiento. Con una computadora con tarjeta de sonido, altavoces, micrófono y el software apropiado, sería suficiente. Cualquier otro dispositivo como un móvil de última generación, preparado para utilizarse en una red TCP/IP, nos serviría, de ahí el carácter portable de dicha tecnología.
- Al basarse en la arquitectura TCP/IP, no sólo se puede utilizar para la transmisión de voz, permitiendo también el envío de imágenes, vídeo o texto, tal y como lo hacemos a través de una red o Internet.
- Hace más eficiente el ancho de banda, utilizando técnicas de compresión y evitando el envío de información durante los espacios de silencio que se producen durante las conversaciones, ya que carece de sentido.

## 17.3 Digitización de la voz

Las desventajas sobre las señales analógicas usadas en la telefonía convencional. Estas desventajas son:

- La voz análoga no se propaga bien a largas distancias.
- La señal decae con la distancia.
- Ruido de fondo llega a ser comparable a la señal.
- Amplificación de la señal también amplifica el ruido.

Debido a esto, es una gran alternativa la digitalización para contra-restar estos efectos, así se logra discriminar mejor la señal del ruido. Hoy en día, a voz se transmite siempre en forma digital, excepto en el “local loop” (excepto ISDN que extiende la voz digital hasta el abonado). Para realizar la digitalización, al igual que en la modulación donde se utilizan moduladores, aquí se usa **codecs**.

### 17.3.1 ¿Cómo se digitaliza de la voz?

Para poder digitalizar la voz se utiliza el famoso **Teorema de Nyquist**, que nos dice que:

**Definición 17.1** La frecuencia de muestreo es dos veces la frecuencia máxima de la señal a

muestrear:

$$f_s \geq 2 * f_a \quad (17.1)$$

Donde:

$f_s$ : Frecuencia de muestreo.  $f_a$ : Frecuencia de la señal a muestrear(frecuencia analógica)

A manera de repaso de este tema los pasos para la digitalización se hace de la siguiente manera:

### 17.3.1.1 Muestreo

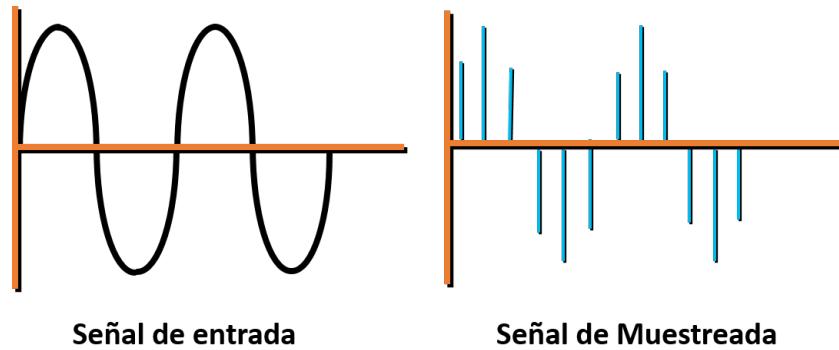


Figure 17.15: Muestreo de una señal seno.

Tomar muestrear cada cierto tiempo de la señal a muestrear, mientras más muestras se tiende a perder menor información.

### 17.3.1.2 Cuantificación

Como hemos tomado muestras a lo largo del tiempo en el muestreo, tenemos que cuantificar, en otras palabras, tenemos que elegir que valores tomaran los valores del eje Y. La cuantificación es usado para representar el nivel eléctrico de cada muestra. Dependiendo del número de niveles se necesitará un numero específico de bits.

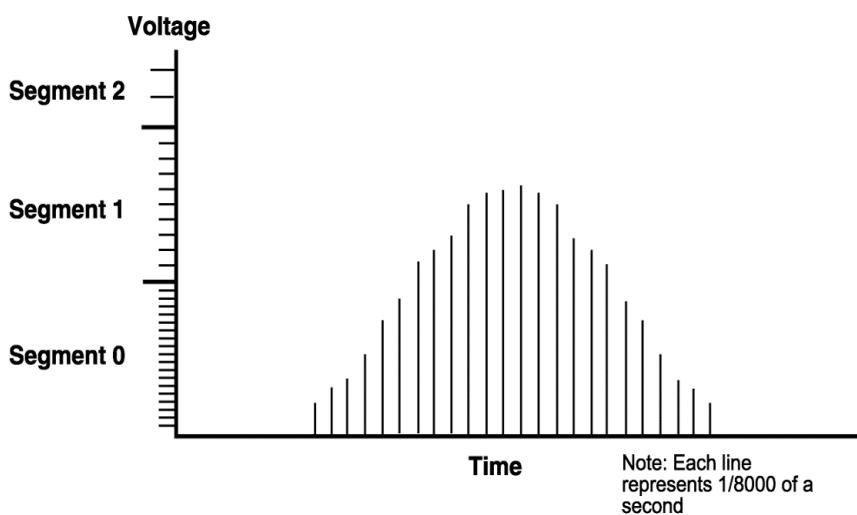


Figure 17.16: Cuantificación del muestreo de una señal seno.

Si tenemos planificado cuantificar en 8 niveles necesitamos 3 bits, que quiere decir esto:  
Tenemos 8 niveles: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. Como estamos cuantificando recordemos que solo usamos

ceros y unos, ademas tienen que ser únicos, es por ello que usando el sistema binario se asigna una combinación única a cada uno.

1. Nivel 1: 000
2. Nivel 2: 001
3. Nivel 3: 010
4. Nivel 4: 011
5. Nivel 5: 100
6. Nivel 6: 101
7. Nivel 7: 110
8. Nivel 8: 111

Se ha asignado un código binario único a cada uno, este número tambien es:

$$\text{Bits necesarios} = 2^n, \text{ donde } n \text{ es numero de niveles.} \quad (17.2)$$

### 17.3.1.3 Codificación

De acuerdo al numero de bits seleccionado durante el proceso de cuantificación se establecen los códigos que representarán los niveles y se asignan a las diferentes muestras. Una forma común de codificar en PCM(*Pulse Code Modulation*), utiliza codificación por forma de onda y se basa en el teorema de Nyquist:

**Definición 17.2 — Tasa de transmisión binaria.** Tambien llamada **tasa de transmisión de bits**, define el número de bits que se transmiten por unidad de tiempo a través de un sistema de transmisión digital o entre dos dispositivos digitales. Así pues, es la velocidad de transferencia de datos.

$$V_{bin} = f_s \times nbm \quad (17.3)$$

**Donde:**

$V_{bin}$ : Tasa de transmisión de bits.

$f_s$ : Frecuencia de muestreo.

nbm: Número de bits por muestra.

**Ejemplo 17.1** Con un rango de frecuencia de voz de 4kHz, y una resolución de 8 bits por muestra, se puede calcular, la transmisión binaria, primero, usando la ecuación 17.1 obtenemos:

$$f_s \geq 2 \times 4\text{kHz}$$

$$f_s 8\text{kHz}$$

$$(17.4)$$

Así entonces, usando la ecuación 17.3:

$$V_{bin} = 8\text{KHz} \times 8\text{bits/m}$$

$$V_{bin} = 8000\text{m/s} \times 8\text{bits/m}$$

$$V_{bin} = 64\text{kbps}$$

$$(17.5)$$

### 17.3.1.4 CODECs

Los CODECS nos dan la posibilidad de utilizar menos ancho de banda por canal de voz. Permitiéndonos pasar más canales de voz (llamadas) por la red.

- G.711(ulaw / alaw) → 64Kbps
- G.726 → 32 Kbps
- G.729 → 8 Kbps (Necesita de licencia)

- GSM → 13 Kbps

Codec	Bandwidth	Sample period	Frame size	Frames/packet	Ethernet Bandwidth
G.711 (PCM)	64 kbps	20 ms	160	1	95.2 kbps
G.723.1A (ACELP)	5.3 kbps	30 ms	20	1	26.1 kbps
G.723.1A (MP-MLQ)	6.4 kbps	30 ms	24	1	27.2 kbps
G.726 (ADPCM)	32 kbps	20 ms	80	1	63.2 kbps
G.728 (LD-CELP)	16 kbps	2.5 ms	5	4	78.4 kbps
G.729a (CS-CELP)	8 kbps	10 ms	10	2	39.2 kbps
AMR-WB/G.722.2 (ACELP)	6.6 kbps	20 ms	17	1	38.0 kbps

Figure 17.17: COCECs.

### 17.3.2 Transporte de Voz

Una vez digitalizada la voz en un mensaje a través de CODECS, éste se divide en fragmentos más pequeños o paquetes para enviarlos al destinatario de la conversación. VoIP debe establecer unos mecanismos que al menos aseguren que la voz codificada y comprimida, se entregue a su destinatario en un intervalo de tiempo determinado y con la calidad suficiente. En caso contrario la conversación tendría cortes y por tanto se degradaría la calidad del servicio. Para garantizar la transmisión, VoIP se integra en la arquitectura TCP/IP utilizando una serie de protocolos en la capa de aplicación, que recurren al protocolo de la capa de transporte UDP. El protocolo UDP no ejerce control sobre la transmisión como TCP, haciendo que sea más rápido y por tanto recomendable para la transmisión de voz en tiempo real.

La combinación de protocolos que permiten la transmisión de paquetes de voz en cuestión de nanosegundos, son los siguientes:

**NTP (Network time protocol o Protocolo de tiempo de red):** este protocolo se encarga de controlar que los fragmentos de voz digitalizada llegan a su destinatario en el intervalo de tiempo requerido.

**RTP (Real-time transport protocol o Protocolo de transporte en tiempo real):** proporciona funciones de transporte de red extremo a extremo, encapsulando la voz digitalizada en paquetes. Se transporta generalmente sobre otros protocolos y NO se usa un puerto definido *well-known port*, teniendo al 5004 como puerto por defecto, además que debe ser par y el puerto de control debe ser el siguiente valor(impar).

**RTCP (Real-time transport control protocol o Protocolo de control de transporte en tiempo real):** este protocolo se complementa con RTP, realizando un seguimiento del reparto de paquetes de voz digitalizada mediante el envío periódico de paquetes de control, permitiendo gestionar la calidad del servicio (QoS).

## 17.4 Componentes de VoIP

Las redes VoIP se basan en elementos de hardware y software que podemos encontrar en la implantación de un sistema. Las redes VoIP se basan principalmente en los siguientes elementos:

- Red de telefonía
- Terminal IP (teléfono IP)
- Gatekeepers (centralitas IP)
- Gateway IP (puerta de enlace IP)

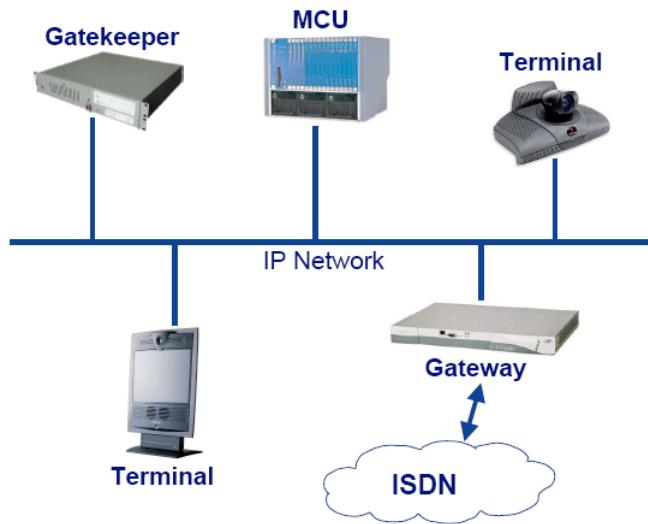


Figure 17.18: Componentes de VoIP

#### 17.4.1 Terminal IP

Permiten conectarse directamente a la red de datos, ya que poseen al menos un puerto para establecer la conexión. Los más habituales disponen de un conector hembra RJ45, el cual se conectarán mediante un latiguillo a una toma de red de pared. Los terminales IP necesitan de alimentación eléctrica suministrada mediante la red eléctrica, aunque también puede obtener la energía eléctrica mediante la red Ethernet utilizando tecnología PoE (Power over Ethernet o Alimentación sobre Ethernet)

- Son puntos finales de la Comunicación.
- Comunicación bidireccional en tiempo real.
- Q.931 para señalización de llamada.
- H.245, negocia el uso del canal y capacidades.
- RAS (Registration/Admission/Status) ⇒ Gatekeeper.
- RTP/RTCP para secuenciar paquetes de Audio y Video.

#### 17.4.2 Centralita IP

Las centralitas IP o IP-PBX (Private Branch eXchange o Centralita Secundaria Privada), son unas centralitas telefónicas para gestionar las llamadas internas, las entrantes y/o salientes con autonomía sobre cualquier otra central telefónica de la RTB u otra centralita de proveedor de VoIP. La PBX se encarga de centralizar todas las conexiones, pero solo cuando existe, pues no es necesaria.

Están conectadas directamente a la RTB por medio de líneas troncales en un extremo, y a la red VoIP en otro (con gateway, router, switch, hub...).

Son un sistema informático compuesto por un servidor VoIP, con software de servidor VoIP (por ejemplo Asterix PBX para Linux, GNUlk, OpenH323...) que remplaza todas las funciones de una centralita hardware de telefonía convencional. Su función es dar servicio desde una LAN a la RTC (y viceversa) o de internet a la RTC. Una centralita evita conectar varios teléfonos de una oficina o edificio de manera separada a la red RTC, y evita la necesidad de que las comunicaciones entre teléfonos internos deban salir a la red RTC, con lo que se ahorran muchos gastos fijos y variables. Además, la PBX permite gestionar llamadas directas a todos los teléfonos asignando extensiones locales (de la red VoIP) al número público (del proveedor de telefonía tradicional o VoIP). Otra de las ventajas es que las centralitas físicas tienen una vida útil de unos 15 años, en cambio las centralitas software son para siempre.

### 17.4.3 Gateway

La característica principal de VoIP es poder transmitir voz a través de una red de datos, aunque a veces el destinatario no se encuentra en ella y es necesario el acceso a otro tipo de redes, como una RTC (Red Telefónica Conmutada) o una red de telefonía móvil.

La función de un gateway es posibilitar el acceso a otras redes, generalmente de carácter público, reduciendo en ocasiones el coste de las facturas.

En una organización o empresa, estos dispositivos pueden conectarse al PBX de forma que todos los usuarios dispongan de acceso a otras redes.

FXS y FXO son los nombres de los puertos usados por las líneas telefónicas analógicas o teléfonos.

**FXS – Foreign eXchange Subscriber (Interfaz de suscriptor externo):** Es el puerto que envía la línea analógica al suscriptor. En otras palabras, es el enchufe de la pared que envía tono de marcado, corriente para la batería y tensión de llamada.

#### 17.4.3.1 Gateway FXS

Los gateways FXS se usan para conectar una o más líneas de una centralita tradicional con una centralita IP o proveedor telefónico VoIP. Se necesitará un gateway FXS cuando desea conectar los puertos FXO (que normalmente se conectan a la empresa telefónica) a la Internet o centralita VoIP. **FXO – Foreign eXchange Office (Interfaz de central externa):** Es el puerto que recibe la línea analógica. Es un enchufe del teléfono, aparato de fax o el enchufe de su centralita telefónica analógica. Envía una indicación de colgado/descolgado (cierre de bucle).

#### 17.4.3.2 Gateway FXO

Para conectar líneas telefónicas analógicas con una centralita IP, se necesita un gateway FXO. Ello le permitirá conectar el puerto FXS con el puerto FXO del gateway, que luego convierte la línea telefónica analógica en una llamada VoIP.

### 17.4.4 Adaptador FXS

El adaptador FXS se usa para conectar un teléfono analógico o aparato de fax a un sistema telefónico VoIP o a un prestador VoIP. Se necesitará para conectar el puerto FXO del teléfono/fax con el adaptador.

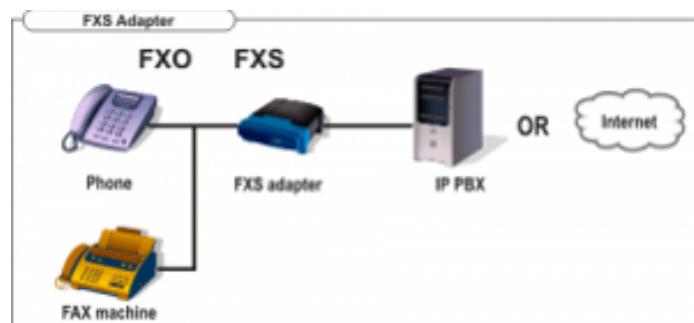


Figure 17.19: Adaptador FXS

FXO y FXS son siempre pares, es decir, similar a un enchufe macho/hembra.

#### 17.4.5 Unidad de control MCU

Un MCU esta formado por el Multipoint Controller y por el Multipoint procesor.

1. MP: Comutación y mezclado de las tramas multimedia.
2. MC: Señalización de llamadas, control de conferencias

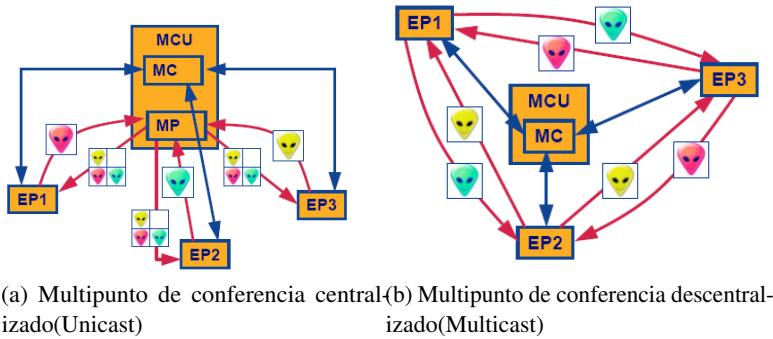


Figure 17.20: Tráfico multimedia

## 17.5 Tecnología IP

### 17.5.1 DSL

DSL (línea de suscriptor digital) es tecnología de banda ancha que proporciona transmisión de información a alta velocidad (hasta 7.1 Mbps) a través de una línea telefónica existente. Las velocidades son hasta 50 veces más rápidas que las de un módem por dial-up estándar de 28.8 Kbps. Además, el servicio DSL es instantáneo - con sólo un clic tendrás una conexión a Internet superrápida. Está basada en utilizar la RTB para la transmisión de información a alta velocidad. Una variante de estas redes es ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line o Línea Digital Asimétrica de Abonado) y se llama asimétrica porque la velocidad de transmisión en un sentido es menor que en otro.

Como contrapartida, también existen las líneas SDSL (Symmetric Digital Subscriber Line o Línea Digital Simétrica de Abonado), donde la comunicación se realiza a la misma velocidad en ambos sentidos. ADSL utiliza circuitos integrados ASP (Advanced Signal Processor o Procesador de Señales Avanzado) para eliminar electrónicamente todas las interferencias producidas en la comunicación. Las redes ADSL pueden utilizar diferentes protocolos de transporte de datos, como TCP/IP o ATM. ATM permite la difusión de películas y la videoconferencia de alta calidad.

### 17.5.2 RDSI

La red RDSI dispone de su propio cableado, permitiendo no sólo la transmisión de voz, sino de datos, de imagen y sonido en tiempo real, etc. Para permitir diferentes tipos de transmisión, se utiliza la técnica de multiplexación creando canales independientes para ser transmitidos por un único medio. Cuando se contrata una conexión RDSI, los terminales a utilizar deben ser digitales, aunque también se puede utilizar un dispositivo denominado TA (Terminal Adapter o Adaptador de Terminal) para conectar terminales analógicos, realizando la conversión analógico-digital de las señales.

### 17.5.3 LMDS

LMDS (Local Multipoint Distribution System o Sistema Local de Distribución Multipunto) es un sistema que utiliza el aire como medio de transmisión para la comunicación desde una estación base a los abonados del servicio. Permite la transmisión de voz, datos, Internet y vídeo mediante la emisión de ondas radioeléctricas de alta frecuencia (28 - 40Ghz), y se suele utilizar para cubrir zonas geográficas donde es difícil el acceso mediante cable. A mayor frecuencia las velocidades son más altas (hasta 8Mbps), pero la zona de cobertura es menor.

#### 17.5.4 GSM

GSM (Global System for Mobile communications o Sistema Global para las Comunicaciones Móviles) es un estándar que utiliza la conmutación de circuitos para la comunicación entre teléfonos móviles, y que realiza la transmisión de voz y señalización en formato digital. Para su funcionamiento se utiliza una red compleja de estaciones base o BS (Base Station) que dan cobertura a un área geográfica determinada, denominada celda o célula. Los terminales de usuario buscan siempre una estación base a la que conectarse utilizando una banda de frecuencia comprendido entre 900 MHz y 1800 MHz.

## Vocabulario-Sistemas de telefonía

- **Vocabulario 17.1 — Congestión.** Es cuando todos los circuitos capaces de cursar tráfico en una central están ocupados.



# VII Intertworking 1

## **18 Introducción y conceptualización . . . . . 255**

18.1	Introducción . . . . .	255
18.2	Modelo OSI . . . . .	257
18.3	Modelo TCP/IP . . . . .	259
18.4	Múltiplos y sub-múltiplos . . . . .	260

## **19 La capa física en redes de datos . . . . . 263**

19.1	Bases teóricas . . . . .	263
19.2	Medios de transmisión guiados . . . . .	265
19.3	Transmisión inalámbrica . . . . .	268
19.4	Satélites . . . . .	273
19.5	Modulación digital y multiplexión . . . . .	277
19.6	Multiplexión por división de frecuencia-FDM . . . . .	279
19.7	Multiplexión por división de tiempo-TDM . . . . .	279

## **20 Capa de enlace . . . . . 281**

20.1	Cuestiones de diseño de la capa de enlace de datos . . . . .	281
20.2	Servicios proporcionados a la capa de red . . . . .	281
20.3	Entramado . . . . .	282
20.4	Código de detección de errores: Paridad . . . . .	285
20.5	Protocolos elementales de enlace de datos . . . . .	285
20.6	Protocolos de ventana deslizante . . . . .	286
20.7	Protocolo retroceso N . . . . .	286





## 18. Introducción y conceptualización

### 18.1 Introducción

Se explicarán algunos conceptos previos necesarios y recordar conocimientos del curso de **Tecnologías e infraestructura**.

#### 18.1.1 Hardware de redes

Existe dos tipos de tecnología de transmisión: enlaces de **difusión** (*broadcasting*) y enlaces **punto a punto** (*p2p-peer to peer*). Para el enlace punto a punto se conectan dos pares individuales de máquinas, aunque para esta conexión es necesaria muchas veces el pasar entre otras máquinas intermedias. A la transmisión entre solo un emisor y un receptor es llamado **unidifusión** (*unicasting*). Aunque el mensaje puede llegar a todas las máquinas de una red, no todas van a responder a ese llamado pues el mensaje<sup>1</sup> no son para ellas así que simplemente la ignoran. En el caso que todas las máquinas donde llegué el paquete la procesen, ya estamos hablando de **difusión** (*broadcasting*). Algunos sistemas de difusión también soportan la transmisión a un subconjunto de máquinas, lo cual se conoce como **multidifusión** (*multicasting*).

Existe también un criterio de clasificación por escala, es donde la distancia es importante pues su escala depende de ellas:

Distancia entre procesadores	Procesadores ubicados en el(la) mismo(a)	Ejemplo
1 m	Metro cuadrado	Red de área personal
10 m	Cuarto	Red de área local
100 m	Edificio	
1 km	Campus	Red de área metropolitana
10 km	Ciudad	Red de área amplia
100 km	País	
1000 km	Continente	Internet
10 000 km	Planeta	

Table 18.1: Escala de redes.

Al crear una conexión entre redes se le conoce como **interred** (*internetwork*). El Internet es un buen ejemplo pero no es el único.

<sup>1</sup>En algunos contextos es llamado *paquete*

### 18.1.1.1 Redes de área personal

Llamadas también **PAN**(*Personal Area Network*) son redes a muy poca escala dentro de el rango de una persona, un ejemplo claro seria una computadora donde el teclado, ratón, parlantes y demás componentes están conectados muy cerca por cables, o en todo caso, los dispositivos inalámbricos conectados por bluetooth forman también un red PAN, recordando que una red bluetooth trabaja sobre el paradigma maestro-esclavo, en nuestro ejemplo el maestro sería la computadora mientras los esclavos los periféricos. Incluso es posible que otro ejemplo de una red PAN sea las tarjetas **RFID**<sup>2</sup>

### 18.1.1.2 Redes de área local

Llamadas también **LAN**(*Local Area Networks*), son redes que operan dentro de una propiedad para conectar varias computadoras, recursos e información. Es llamado **redes empresariales** al ser usada por una empresa.

En la actualidad son muy populares, un **punto de acceso**(*AP-acces point*) es el punto donde todos los dispositivos se van a conectar inalámbricamente, puede ser mediante el estándar de redes inalámbricas llamado **IEEE 802.11**, mejor conocido como **WiFi** que opera desde 11 Mbps hasta cientos de Mbps. O también se puede usar el estándar **Ethernet** o estándar **IEEE 802.3** que al igual que un AP, esta se conecta a un switch a través de sus puertos. Las redes LAN alámbricas por lo general operan a velocidades de 100 Mbps hasta 10 Gbps con una latencia baja. La red LAN puede dividirse en sub-redes llamadas **LAN virtual-VLAN**, si lo ejemplificamos, podemos decir que en una empresa se tiene una red LAN general pero esa misma red se divide en una VLAN para el área de ingeniería y otra VLAN para el área de contabilidad pero ambos pertenecen a la misma LAN.

### 18.1.1.3 Redes de área metropolitana

Llamada también **MAN**, redes que se extienden sobre una ciudad como la TV por cable o la red de telefonía/internet de una empresa. Cabe mencionar que la televisión por cable no es la única MAN. Los recientes desarrollos en el acceso inalámbrico a Internet de alta velocidad han originado otra, la cual se estandarizó como IEEE 802.16 y se conoce comúnmente como **WiMAX**.

### 18.1.1.4 Redes de área amplia

Llamada también **WAN** abarca grandes áreas geográficas(generalmente países y continentes). Cada máquina(también llamada **host**), el resto de la red que conecta estos hosts son llamados **subredes de comunicación** o solo **subredes**. Las **líneas de transmisión**, echas de cobre, fibra óptica o enlaces de radio, mueven bits entre máquinas. Los **elementos de conmutación** o **switches** son computadoras especializadas en conectar dos o más líneas de transmisión. También se puede hacer el uso de **VPN**(*Virtual Private Networks*) que son enlaces virtuales que permite flexibilidad pero no se tiene control de los recursos.

## 18.1.2 Servicio orientado a la conexión y servicio sin conexión

El **orientado a la conexión** es una conexión en el cual se ocupa una línea mediante una negociación entre los usuarios para ser ocupada, se une para la transmisión de datos y luego terminada la conexión se libera el canal, por otro lado el **servicio sin conexión** es un servicio parecido al almacenamiento, el paquete se envía, se almacena y cuando el otro usuario lo requiera, este podrá recibir el archivo.

---

<sup>2</sup>Radio Frequency Identification.

	Servicio	Ejemplo
Orientado a conexión	Flujo de mensajes confiable.	Secuencia de páginas.
	Flujo de bytes confiable.	Descarga de películas.
	Conexión no confiable.	Voz sobre IP.
Sin Conexión	Datagrama no confiable.	Correo electrónico basura.
	Datagrama confirmación de recepción.	Mensajería de texto.
	Solicitud-respuesta.	Consulta en una base de datos.

Table 18.2: Seis tipos distintos de servicios

## 18.2 Modelo OSI

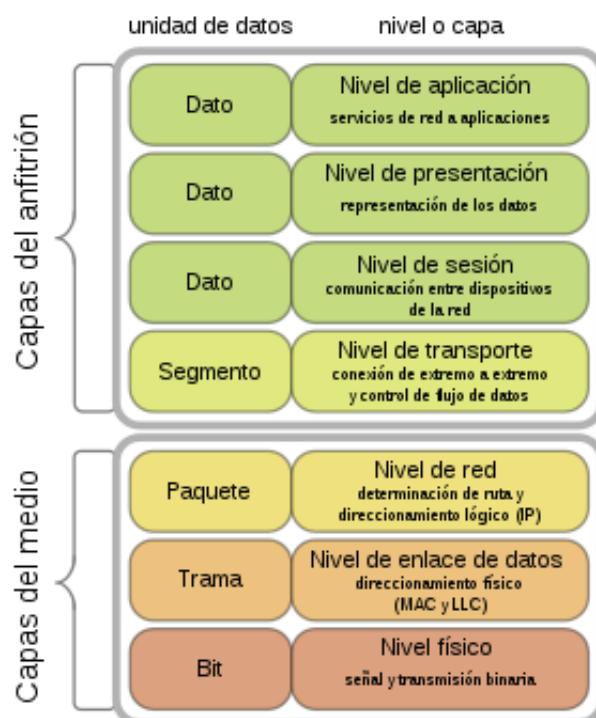


Figure 18.1: Modelo OSI.

### 18.2.1 Capa 7: Aplicación

Esta es la capa que está "más cercana al usuario final". Recibe información directamente de los usuarios y le **muestra** los datos entrantes al usuario. Curiosamente, las aplicaciones en sí mismas no residen en la capa de aplicación. En cambio, la capa **facilita** la comunicación con las capas inferiores para establecer conexiones con aplicaciones en el otro extremo. Los navegadores web (Google Chrome, Firefox, Safari, etcétera), TelNet y FTP son ejemplos de comunicaciones que se basan en la Capa 7.

### 18.2.2 Capa 6: Presentación

Como su propio nombre intuye, esta capa se encarga de la **representación** de la información transmitida. Asegurará que los datos que nos llegan a los usuarios sean **entendibles** a pesar de los distintos protocolos utilizados tanto en un receptor como en un transmisor. Traducen una cadena de caracteres en algo entendible, por así decirlo. En esta capa no se trabaja con direccionamiento

de mensajes ni enlaces, sino que es la encargada de trabajar con el contenido útil que nosotros queremos ver.

### 18.2.3 Capa 5: Sesión

Cuando dos dispositivos, computadoras o servidores necesitan "hablar" entre sí, es necesario crear una sesión, controlar y mantener activo el enlace entre las máquinas, y esto se hace en la Capa de Sesión. Las funciones en esta capa implican la **configuración**, la **coordinación** (cuánto tiempo debe esperar un sistema una respuesta, por ejemplo) y la terminación entre las aplicaciones en cada extremo de la sesión.

### 18.2.4 Capa 4: Transporte

La Capa de Transporte se ocupa de la **coordinación** de la transferencia de datos entre los sistemas finales y los *hosts*. **Aceptar** datos de la capa superior, dividirlos en unidades más pequeñas si es necesario, cuántos datos enviar, a qué velocidad, a dónde van, pasar estos datos a la capa de red y asegurar que todas las piezas lleguen. La capa de transporte es una verdadera capa de extremo a extremo; lleva los datos por toda la ruta desde el origen hasta el destino. En otras palabras, un programa en la máquina de origen lleva a cabo una conversación con un programa similar en la máquina de destino mediante el uso de los encabezados en los mensajes y los mensajes de control.

### 18.2.5 Capa 3: Red

Esta capa se encarga de la **identificación** del enrutamiento entre dos o más redes conectadas. Este nivel hará que los datos puedan llegar desde el transmisor al receptor siendo capaz de hacer las conmutaciones y encaminamientos necesarios para que el mensaje llegue. Debido a esto es necesario que esta capa conozca la **topología** de la red en la que opera. Es posible que sepa que su computadora de Boston quiere conectarse a un servidor en California, pero existen millones de caminos diferentes para tomar. Los routers en esta capa ayudan a hacer esto de manera eficiente. Si hay demasiados paquetes en la subred al mismo tiempo, se interpondrán en el camino unos con otros y formarán cuellos de botella. El manejo de la **congestión** también es responsabilidad de la capa de red, en conjunto con las capas superiores que adaptan la carga que colocan en la red. Otra cuestión más general de la capa de red es la **calidad del servicio** proporcionado (retardo, tiempo de tránsito, variaciones, etcétera).

Cuando un paquete tiene que viajar de una red a otra para llegar a su destino, pueden surgir muchos problemas. El direccionamiento utilizado por la segunda red puede ser distinto del que utiliza la primera. La segunda red tal vez no acepte el paquete debido a que es demasiado grande. Los protocolos pueden ser diferentes, etc. Es responsabilidad de la capa de red **solucionar** todos estos problemas para permitir la interconexión de redes **heterogéneas**.

### 18.2.6 Capa 2: Enlace de datos

Este nivel se encarga de proporcionar los **medios funcionales** para establecer la comunicación de los elementos físicos. Se ocupa del direccionamiento físico de los datos, el acceso al medio y especialmente de la detección de errores en la transmisión.

Esta capa construye las **tramas** de bits (por lo general, de algunos cientos o miles de bytes) con la información y además otros elementos para controlar que la transmisión se haga de forma correcta. Si el servicio es confiable, para confirmar la recepción correcta de cada trama, el receptor devuelve una trama de confirmación de recepción. El elemento típico que realiza las funciones de esta capa es el **switch** o también el router, que se encarga de recibir y enviar datos desde un transmisor a un receptor.

Los protocolos más conocidos de este enlace son los IEEE 802 para las conexiones LAN y IEEE 802.11 para las conexiones WiFi.

Otra cuestión que surge en la capa de enlace de datos (y en la mayoría de las capas superiores) es cómo evitar que un transmisor rápido **inunde** de datos a un receptor lento. Tal vez sea necesario algún mecanismo de **regulación** de tráfico para notificar al transmisor cuando el receptor puede aceptar más datos.

Las redes de difusión tienen una consideración adicional en la capa de enlace de datos: cómo controlar el acceso al canal compartido. Una subcapa especial de la capa de enlace de datos, conocida como subcapa de **control de acceso** al medio, es la que se encarga de este problema.

### 18.2.7 Capa 1: Física

Este nivel se encarga directamente de los **elementos físicos** de la conexión. Gestiona los procedimientos a nivel electrónico para que la cadena de bits de información viaje desde el transmisor al receptor sin alteración alguna.

Define el medio físico de transmisión: cables de pares trenzados, cable coaxial, ondas y fibra óptica. Maneja las señales eléctricas y transmite el flujo de bits. Define las características de los materiales, como conectores y niveles de tensión.

La Capa Física, que representa la representación **eléctrica** y física del sistema. Esto puede incluir todo, desde el tipo de cable, el enlace de radiofrecuencia (como en un sistema inalámbrico 802.11), así como la disposición de los pines, los voltajes y otros requisitos físicos. Cuando ocurre un problema de red, muchos profesionales de redes van directamente a la Capa Física para verificar que todos los cables estén conectados correctamente y que el enchufe no se haya desconectado del router, interruptor o computadora, por ejemplo. Algunas normas relativas a este nivel son: ISO 2110, EIA-232, V.35, X.24, V24, V.28

## 18.3 Modelo TCP/IP

TCP/IP fue desarrollado por el Departamento de Defensa de EE. UU. para especificar el modo en que los equipos transfieren datos de un dispositivo a otro. TCP/IP incide mucho en la precisión y dispone de varios pasos para garantizar la correcta transmisión de los datos entre ambos equipos. El propósito de las capas es crear un sistema estandarizado, sin que los distintos fabricantes de hardware y software tengan que gestionar la comunicación por su cuenta. Es como conducir un coche: todos los fabricantes convienen en la posición de los pedales, así que no tenemos que tener eso en cuenta al cambiar de coche. También significa que es posible actualizar determinadas capas, por ejemplo, para mejorar el rendimiento o la seguridad, sin tener que actualizar todo el sistema.

### 18.3.1 Capa de enlace de datos

También denominada capa de enlace, capa de interfaz de red o capa física. Es la primera capa del modelo y ofrece la posibilidad de **acceso físico** a la red manejando las partes físicas del envío y **recepción** de datos mediante el cable Ethernet, la red inalámbrica, la tarjeta de interfaz de red, el controlador del dispositivo en el equipo, etcétera. (que bien puede ser en anillo, ethernet, etc.), especificando el modo en que los datos deben **enrutarse** independientemente del tipo de red utilizado.

### 18.3.2 Capa de interred

Esta capa es el eje que mantiene unida a toda la arquitectura. Su trabajo es permitir que los hosts **inyecten** paquetes en cualquier red y que viajen de manera independiente hacia el destino (que puede estar en una red distinta). Incluso pueden llegar en un orden totalmente **diferente** al orden en que se enviaron, en cuyo caso es responsabilidad de las capas más altas volver a **ordenarlos**, si se desea una entrega en orden. Tenga en cuenta que aquí utilizamos "**interred**" en un sentido genérico, aunque esta capa esté presente en la **Internet**. La capa de interred define un formato de paquete y un protocolo oficial llamado **IP** (Protocolo de Internet, del inglés Internet Protocol), además de

Table 18.3: Principales prefijos métricos.

un protocolo complementario llamado **ICMP** (Protocolo de Mensajes de Control de Internet, del inglés Internet Control Message Protocol) que le ayuda a funcionar. La tarea de la capa de interred es **entregar** los paquetes IP a donde se supone que deben ir. Aquí el **ruteo** de los paquetes es sin duda el principal aspecto al igual que la **congestión** (aunque el IP no ha demostrado ser **efectivo** para evitar la congestión).

### **18.3.3 Transporte**

Está diseñada para permitir que las entidades pares, en los nodos de origen y de destino, lleven a cabo una **conversación**, al igual que en la capa de transporte de OSI. Existen dos protocolos de transporte extremo-a-extremo: El primero, **TCP** (*Protocolo de Control de la Transmisión, del inglés Transmission Control Protocol*), es un protocolo confiable **orientado a la conexión** que permite que un flujo de bytes originado en una máquina se entregue sin **errores** a cualquier otra máquina en la interred. Este protocolo segmenta el flujo de bytes entrante en mensajes discretos y pasa cada uno a la capa de interred. En el destino, el proceso TCP receptor vuelve a **ensamblar** los mensajes recibidos para formar el flujo de salida. El TCP también maneja el **control de flujo** para asegurar que un emisor rápido no pueda inundar a un receptor lento con más mensajes de los que pueda manejar.

El segundo protocolo en esta capa, **UDP** (*Protocolo de Datagrama de Usuario, del inglés User Datagram Protocol*), es un protocolo sin conexión, no confiable para aplicaciones que no desean la asignación de secuencia o el control de flujo de TCP y prefieren proveerlos por su cuenta. También se utiliza mucho en las consultas de **petición-respuesta** de una sola ocasión del tipo cliente-servidor, y en las aplicaciones en las que es más importante una **entrega oportuna** que una entrega precisa, como en la transmisión de voz o vídeo.

#### **18.3.4 Capa de aplicación**

Se omiten capas del modelo OSI como la sesión o presentación pues no son muy usadas y se asume que las aplicaciones poseen ya estas funciones. Ésta contiene todos los protocolos de alto nivel. Entre los primeros protocolos están el de terminal virtual (TELNET), transferencia de archivos (FTP) y correo electrónico (SMTP). A través de los años se han agregado muchos otros protocolos. En la figura 18.2 se muestran los más importantes de cada capa. La importancia del protocolo TCP/IP es muy elevada ya que permite que los datos enviados lleguen a su destino sin errores y bajo la misma forma en la que fueron enviados.

## 18.4 Múltiplos y sub-múltiplos

Para evitar errores y confusiones en las unidades de medida, al igual que en todo sistema de medida aquí también se una los múltiplos: También vale la pena señalar que para medir los tamaños de memoria, disco, archivos y bases de datos, en la práctica común de la industria las unidades tienen

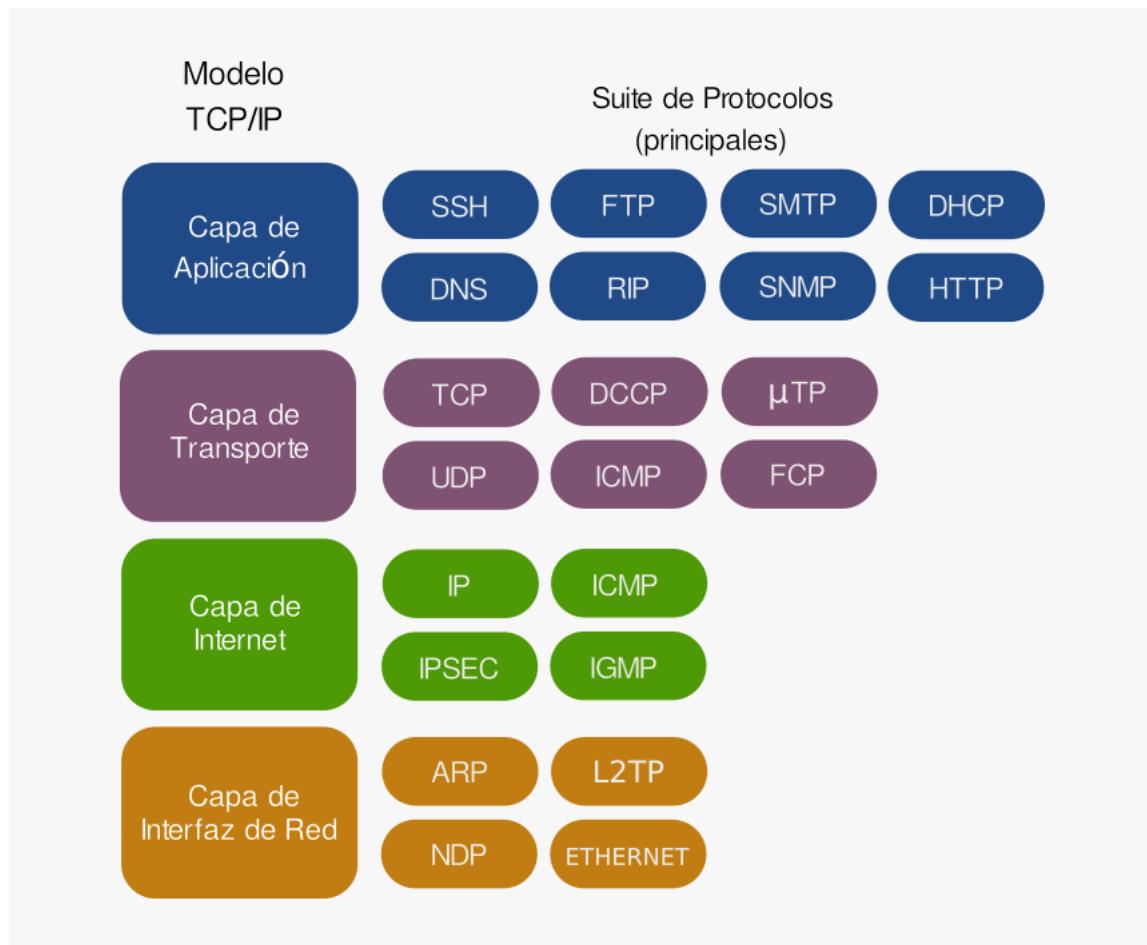


Figure 18.2: Algunos protocolos usados en TCP/IP

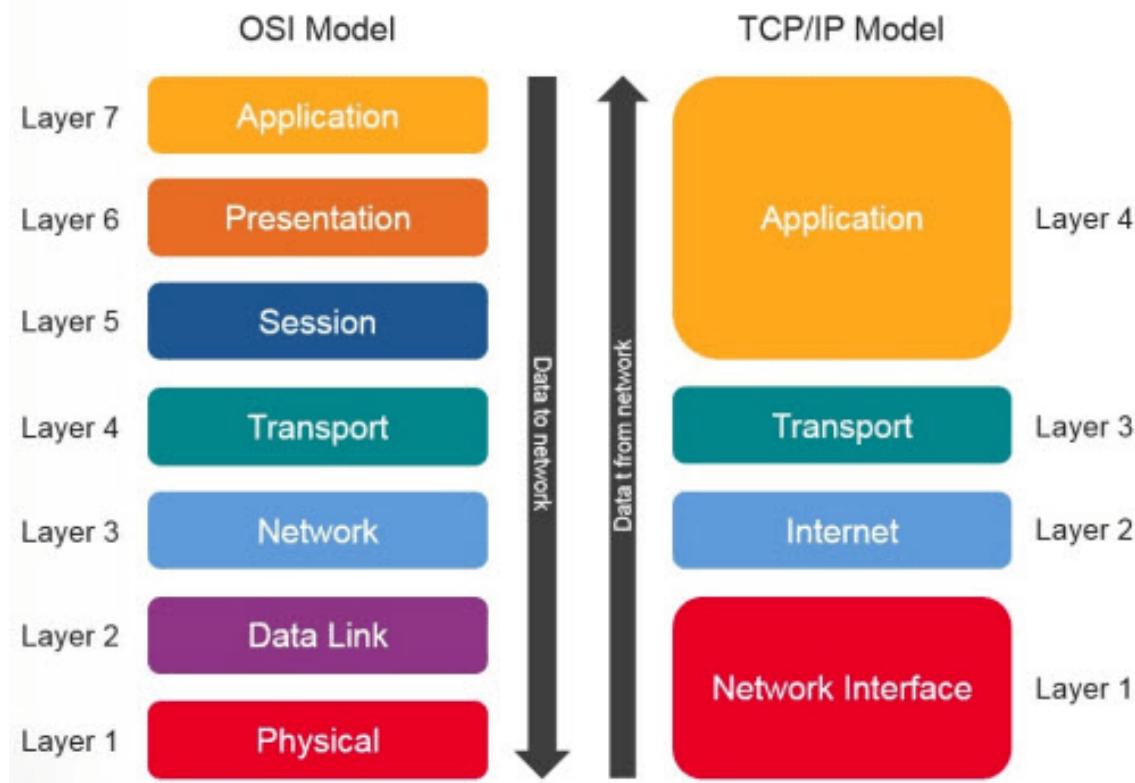


Figure 18.3: Comparación de modelo OSI versus TCP/IP

significados ligeramente distintos. Así, kilo significa  $2^{10}$  (1 024) en vez de  $10^3$  (1 000), ya que las memorias son siempre una potencia de dos. Por ende, una memoria de 1 KB contiene 1024 bytes, no 1 000 bytes. Observe también que se utiliza una letra “B” mayúscula que significa “bytes” (unidades de ocho bits), en vez de una “b” minúscula que significa “bits”. De manera similar, una memoria de 1 MB contiene  $2^{20}$  (1048576) bytes, una memoria de 1 GB contiene  $2^{30}$  (1073741824) bytes y una base de datos de 1 TB contiene  $2^{40}$  (1099511627776) bytes. Sin embargo, una línea de comunicación de 1 kbps transmite 1000 bits por segundo y una red LAN de 10 Mbps opera a 10000000 bits/segundo, ya que estas velocidades no son potencias de dos. Por desgracia, muchas personas tienden a mezclar estos dos sistemas, en especial con los tamaños de los discos. Para evitar ambigüedades, en este libro utilizaremos los símbolos KB, MB, GB y TB para 2<sup>10</sup>, 2<sup>20</sup>, 2<sup>30</sup> y 2<sup>40</sup> bytes, respectivamente, y los símbolos kbps, Mbps, Gbps y Tbps para 103, 106, 109 y 1012 bits/segundo, respectivamente.

# 19. La capa física en redes de datos

Las propiedades de distintos canales físicos determinan el **desempeño**, como rendimiento, latencia y tasa de error. Existen 3 tipos de medios:

- Guiados: cables de cobre y fibra óptica.
- Inalámbricos: radio terrestre.
- Satélite

## 19.1 Bases teóricas

Las bases teóricas que necesitamos saber son:

### 19.1.1 Análisis de Fourier

**Definición 19.1 — Series de Fourier.** Fourier demostró que cualquier función periódica de comportamiento razonable,  $g(t)$  con un periodo  $T$ , se puede construir como la suma de un número (posiblemente infinito) de senos y cosenos:

$$y(t) = \frac{c}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(2\pi nft) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(2\pi nft) \quad (19.1)$$

Donde:

- $f = \frac{1}{T}$ : es la frecuencia fundamental.
- $a_n$  y  $b_n$ : son las amplitudes de seno y coseno del  $n$ -ésimo **armónico**(término)

Además:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin(2\pi nft) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos(2\pi nft) dt$$
$$c = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) dt$$

### 19.1.2 Señales de ancho de banda limitado

- **Notación 19.1** Revisar la primera parte del inciso 2.1.2 del libro [2].

El ancho de banda es una propiedad física del medio de transmisión que depende; por ejemplo, de la construcción, el grosor y la longitud de un cable o fibra óptica. A menudo se utilizan filtros para limitar el ancho de banda de una señal. El ancho de banda sigue siendo el rango de la banda de frecuencias que se transmiten, y la información que se puede transportar depende sólo de este

ancho de banda, no de su frecuencia inicial ni final.

Tener cuidado y no confundir entre **señales de banda base**: señales que van desde cero hasta una frecuencia máxima y **señales pasa-banda**: Las que se desplazan para ocupar un rango de frecuencias más altas. Para la **transmisión digital** es objetivo es con la suficiente fidelidad como para poder **reconstruir** la secuencia de bits original. Sería un desperdicio usar demasiados armónicos para recibir la misma señal que se puede obtener con los mínimos posibles.

**Definición 19.2 — tasa de bits y armónicos.** Si tenemos una tasa de bits de  $b$  bits/seg, el tiempo requerido para enviar los 8 bits por ejemplo, usando 1 bit a la vez, es de  $8/b$  segundos, por lo que la frecuencia del primer armónico de esta señal es  $b/8$  Hz. Una línea telefónica común, a menudo llamada **línea con calidad de voz**, tiene una frecuencia de corte introducida en forma artificial ligeramente mayor a 3000 Hz. Esta restricción significa que el número de armónicos más altos que puede pasar es de aproximadamente  $3\,000/(b/8)$ , o  $24\,000/b$  (el corte no es muy abrupto).



Puedes experimental dos tipos de medida de anchos de banda: Para los ingenieros eléctricos, el ancho de banda (analógico) es (como lo describimos antes) una cantidad que se mide en Hz. Para los científicos de computadora, el ancho de banda (digital) es la tasa de datos máxima de un canal, una cantidad que se mide en bits/segundo. Esa tasa de datos es el resultado final de usar el ancho de banda analógico de un canal físico para transmisión digital.

### 19.1.3 Tasa de datos máxima

**Definición 19.3 — Teorema de Shannon-Nyquist.** Nyquist demostró que si se pasa una señal cualquiera a través de un filtro pasa-bajas con un ancho de banda  $B$ , la señal filtrada se puede reconstruir por completo tomando sólo  $2B$  muestras (exactas) por segundo. No tiene caso muestrear la línea más de  $2B$  veces por segundo, ya que los componentes de mayor frecuencia que dicho muestreo pudiera recuperar ya se han filtrado.

$$f_s \geq 2f_{max} \quad (19.2)$$

Se lee: *La frecuencia de muestreo tiene que ser por lo menos dos veces la frecuencia máxima de la señal a muestrear.* Además se tiene que para  $V$  niveles discretos, el teorema de Nyquist establece que:

$$\text{Tasa de datos máxima} = 2B \log_2 V \text{bits/seg} \quad (19.3)$$

Por ejemplo, un canal sin ruido de 3kHz no puede transmitir señales binarias (de dos niveles) a una velocidad mayor de 6000 bps.

Los canales **no son perfectos**, por lo que suele tenerse en cuenta el ruido aleatorio que deteriora los análisis. Siempre habrá ruido térmico, así que este se mide con base a la relación:

**Definición 19.4 — Relación señal a ruido-SNR.** Es la relación en decibelios entre la potencia de la señal(S) y la potencia del ruido(N):

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{S}{N} \right) \quad (19.4)$$

**Definición 19.5 — SNR y tasa de datos máxima.** El principal resultado de Shannon es que la **tasa de datos máxima** (o capacidad) de un canal **ruidoso**, cuyo ancho de banda es  $B$  Hz y cuya relación señal a ruido es  $S/N$ , está dada por:

$$\text{Número máximo de bits/seg} = B \log_2 (1 + S/N) \quad (19.5)$$

## 19.2 Medios de transmisión guiados

El propósito de la capa física es transportar los bits de una maquina a otra. Se agrupan, a grandes rasgos en **guiados**:cable de cobre y fibra óptica y **no guiados**:la transmisión inalámbrica terrestre, los satélites y los láseres a través del aire.

### 19.2.1 Medios magnéticos

El almacenamiento en cintas magnéticas• o **medio removibles**, transportarlos físicamente a la otra maquina y leerlos. Es el más antiguo servicio y de una forma sigue vigente. Es rentable en situaciones donde el ancho de banda o **costo por bit** transportado es clave. Tengamos 1 disco duro de 1Tb. En una caja grande pueden caber unas 100 unidades: por caja se pueden transportar 1000Tb. Transportar la caja de un lugar a otro depende del lugar, asumiendo que el transporte dura un día: nuestro ancho de banda efectivo sería de:

$$\frac{1000Tb}{86400seg} = 11.57 \times 10^9 Gbps \sim 11.6Gbps$$

Mientras el tiempo es mejor, el ancho de banda crece. Esas velocidades aún no están disponibles y es un gran beneficio de esta forma pero a costa del volumen de discos duros. No estamos contando transporte que si se cotiza por mayoreo resulta económico: Cada disco duro cuesta \$200, en total gastaríamos  $\$200 \times 100 = \$20000$ . Costo por envío que sea de \$200. Haciendo que el costo de envío de cada caja en total sea de \$20200. Cada Gygabyte costaría \$0.0202.

### 19.2.2 Par trenzado

Dos cables de cobre aislados de, por lo general, 1mm de grosor que estan entrelazados de forma helicoidal. Este entrelazamiento constituyen una antena simple, haciendo que las ondas de distintos trenzados se cancelen y el cable irradia con menos efectividad.

Se usa mayormente en sistemas telefónicos, se puede tender sobre varios kilómetros sin necesidad de amplificación pero se requerirá repetidores.<sup>1</sup>

Sirven tanto para la información **digital como analógica**, su ancho de banda depende del grosor del cable y la distancia que recorre. EL tipo más usado es el **categoría 5**. Un par trenzado de cat5 consta de dos cables aislados trenzados. Por lo general se agrupan 4 de estos pares como en la fig. 19.2.

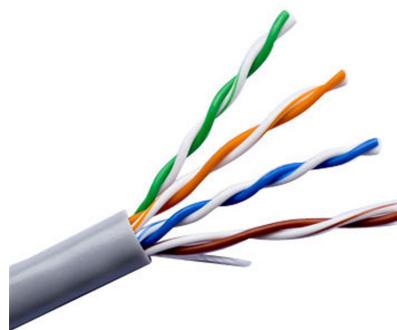


Figure 19.1: Cable UTP cat5 con 4 pares trenzados.

Hasta la categoría 6 son conocidos como **UTP**(par trenzado sin blindaje). Por el contrario los categoría 7 tiene blindaje para cada par trenzado, este reduce la susceptibilidad a interferencias externas y la **diafonía** con otros cables cercanos.

<sup>1</sup>Tener en cuenta las diferencias entre un repetidor y un amplificador.

### 19.2.3 Cable coaxial

Poseen mejor blindaje y más ancho de banda que los pares trenzados sin blindaje, permite mayores distancias a velocidades más altas. Existen 2 tipos populares:

El de  $50\Omega$  usado generalmente para transmisión digital desde el inicio. Y esta el de  $75\Omega$  que es(generalmente) para transmisión analógica y tv por cable.

Un cable coaxial consiste en alambre de cobre rígido como núcleo, rodeado por un material aislante. El aislante está forrado de un conductor cilíndrico, que por lo general es una malla de tejido fuertemente trenzado. El conductor externo está cubierto con una funda protectora de plástico.

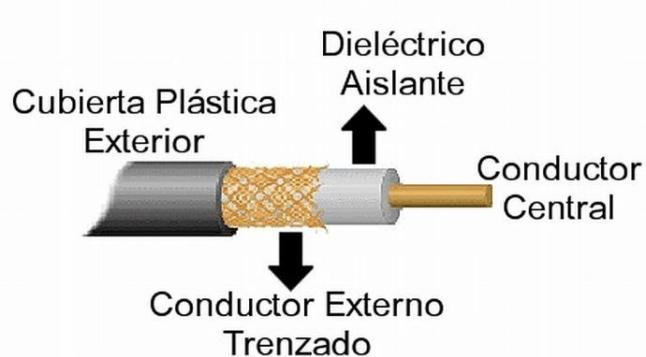


Figure 19.2: Cable coaxial

Las ventajas son un equilibrio entre alto ancho de banda(hasta GHz) e inmunidad al ruido. Se usan aún para la tv por cable y MAN.

### 19.2.4 Líneas eléctricas

Una idea que es más antigua de lo que crees es usar las redes eléctricas como una red de transmisión de datos. Se puede lograr como por ejemplo, mandar una señal de TV a través del toma-corrientes y que la televisión, a la vez que se alimenta recibe los datos de TV por cable. La dificultad es que la instalación eléctrica esta normalmente diseñada para **frecuencias** bajas (50-60 Hz) y para que el **atenúa** frecuencias altas, de la cantidad de los MHz, pero estas frecuencias altas son las que se usan para la transmisión de datos. Ademas no todas las instalaciones están diseñadas igual e inclusive el encender y apagar otros electrodomésticos genera ruido eléctrico.

### 19.2.5 Fibra óptica

Por lo general, una fibra óptica esta constituida por: la fuente de luz, medio de transmisión y detector. Por convención, un pulso de luz indica un bit 1 y la ausencia de luz indica un bit 0. Un sistema unidireccional esta formado por los componentes ya mencionados, la fuente de luz **genera** los haces de luz, viajan a través del medio, el detector los acepta y genera señales de electricidad. En envío de datos por fibra óptica no sería capaz sin el principio de **refracción** y reflexión, como se ve en la imagen 19.3, existe refracción hasta cierto ángulo donde es critico y el haz de luz total **rebotará** a lo largo del la fibra.

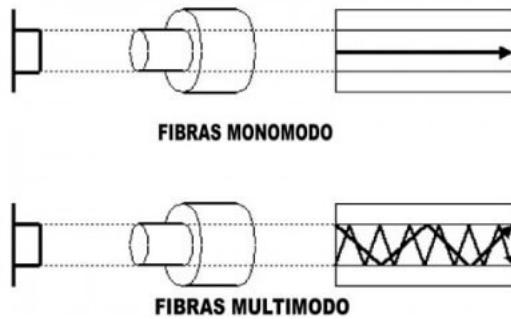


Figure 19.4: Luz en la fibra óptica.

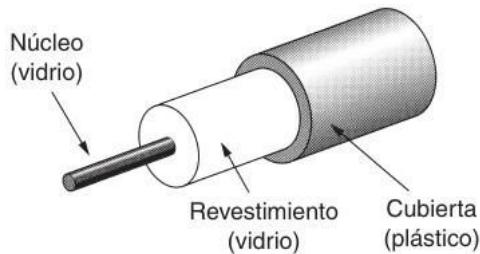
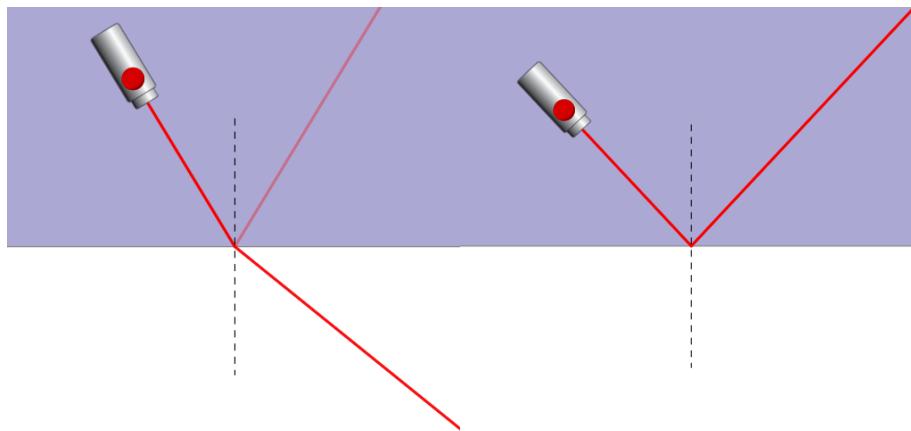


Figure 19.5: Partes de un cable de fibra óptica.



(a) Ángulo con refracción y reflexión.

(b) Ángulo solo con reflexión.

Figure 19.3: Principio de funcionamiento de la fibra óptica.

Es debido a ese ángulo que el haz de luz va poder rebotar a lo largo de la fibra. Existen dos propiedades de la fibra: **multimodo** cuando distintos haces de luz rebotando con distintos ángulos y **monomodo** cuando el diámetro de la fibra se reduce a unas cuantas longitudes de onda, así la fibra actuara solo como guía y la luz irá en linea recta, sin rebotes. (Fig. 19.4) Las más costosas son las fibras monomodo pero son usadas para distancias largas, llegando a transferir hasta 100 Gbps por 100km sin necesidad de amplificación.<sup>2</sup>. Una fibra óptica esta compuesta por núcleo, revestimiento y cubierta (Fig.19.5 ). El núcleo está rodeado de un revestimiento de vidrio con un índice de refracción más bajo que el del núcleo, con el fin de mantener toda la luz en el núcleo. Después viene una cubierta delgada de plástico para proteger el revestimiento. Por lo general las

<sup>2</sup>Ver la página 88 del libro [2] acerca de longitud de onda.

Característica	LED	Láser semiconductor
Tasa de datos	Baja	Alta
Tipo de fibra	Multimodo	Multimodo o monomodo
Distancia	Corta	Larga
Tiempo de vida	Vida larga	Vida corta
Sensibilidad a la temperatura	Poca	Considerable
Costo	Bajo	Elevado

Table 19.1: Comparación de los diodos semiconductores y los LED como fuentes de luz.

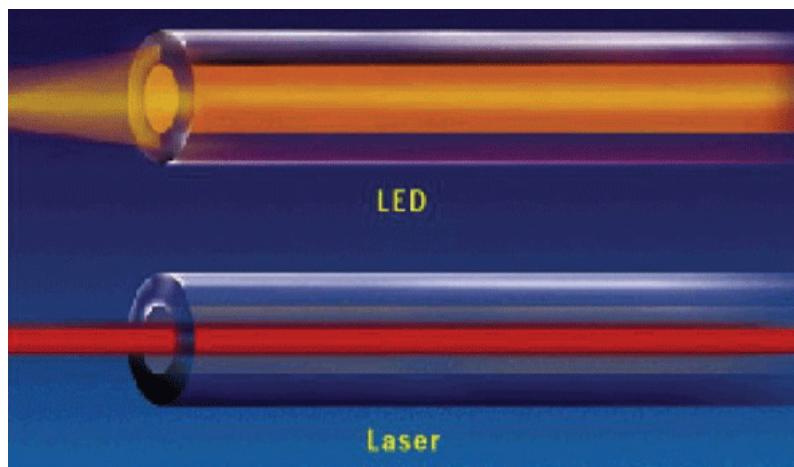


Figure 19.6: Haz de luz de LED y láser.

fibras se agrupan en haces, protegidas por una funda exterior. Para unir fibras ópticas se tienen 3 formas:

1. **Conectores:** Pueden terminar en conectores e insertarse en clavijas de fibra. Los conectores pierden entre un 10 y 20% de la luz, pero facilitan la re-configureación de los sistemas.
2. **Empalme mecánico:** simplemente acomodan los dos extremos cortados con cuidado, uno junto a otro en una manga especial y los sujetan en su lugar. Para mejorar la alineación se puede pasar luz a través de la unión para después realizar pequeños ajustes de modo que se maximice la señal. El personal capacitado tarda cerca de cinco minutos en crear empalmes mecánicos y se produce una pérdida de luz de 10%.
3. **Fusión o fundir:** Un empalme por fusión es casi tan bueno como una sola fibra, pero incluso en este caso se produce una pequeña cantidad de atenuación.

Como fuentes de luz se usan LEDs y láseres semiconductores (tabla 19.1).

El extremo receptor de una fibra óptica consiste en un **fotodiodo**, el cual emite un pulso eléctrico cuando lo golpea la luz. El tiempo de respuesta de los fotodiodos, que **convierten** la señal óptica en eléctrica, limita la tasa de datos a cerca de 100 Gbps. El ruido térmico es otro inconveniente, por lo que un pulso de luz debe llevar suficiente potencia para detectarlo. Cuando los pulsos tienen la potencia suficiente, la tasa de error se puede reducir de manera considerable.

## 19.3 Transmisión inalámbrica

### 19.3.1 Espectro electromagnético

Para seguir tienes que recordar la ecuación ???. En el vacío todas las ondas sin importar su frecuencia viajan a la velocidad de la luz, aproximadamente  $3 \times 10^8 \text{ m/seg}$ . En el cobre o la fibra, la velocidad baja casi al 2/3 de la velocidad de la luz y se vuelve ligeramente independiente de la frecuencia.

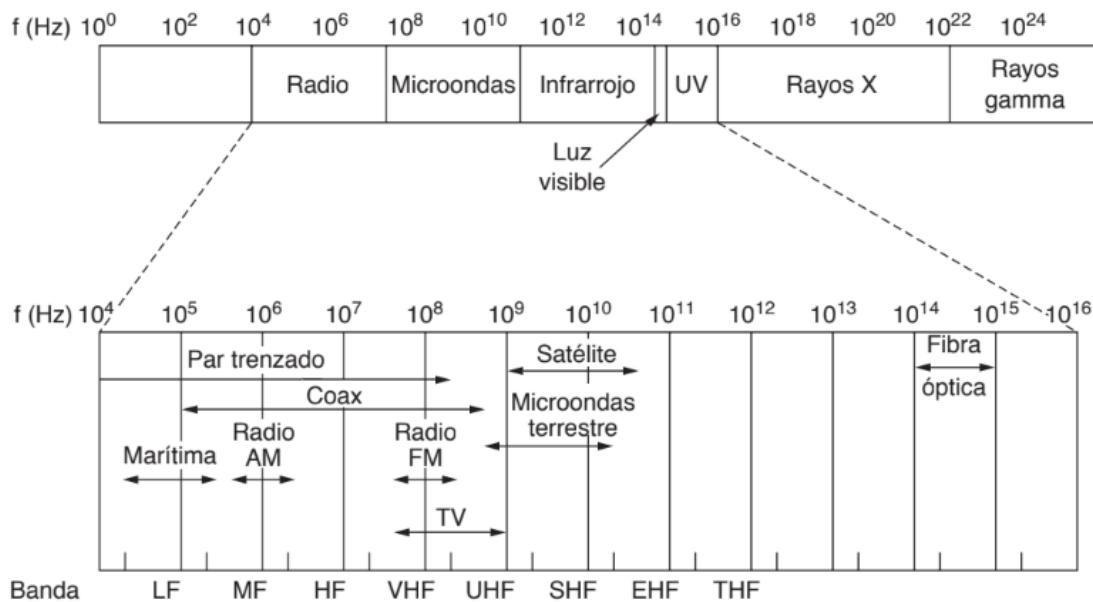


Figure 19.7: Espectro electromagnético.

**Definición 19.6 — Velocidad y onda.**

$$v = \lambda \cdot f \quad (19.6)$$

Donde:

- $v$  es velocidad de onda( $c$  para la luz en el vacío) (m/s).
- $\lambda$  es la longitud de onda. (m)
- $f$  es la frecuencia (Hz).

**Definición 19.7 — Ancho de banda y longitud de onda.**

$$\Delta f = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} \quad (19.7)$$

Textualmente: *El ancho de banda es igual a la velocidad de la luz en el vacío (o en el medio) por el ancho de la banda entre la longitud de onda deseada al cuadrado*

Ademas es necesario repasar el espectro electromagnético (fig: 19.7):

1. Las porciones de radio, microondas, infrarrojo y luz visible del espectro se pueden utilizar para transmitir información mediante la modulación de la amplitud, frecuencia o fase de las ondas.
2. La luz ultravioleta, los rayos X y los rayos gamma serían todavía mejores, debido a sus frecuencias más altas, pero son difíciles de producir y de modular, no se propagan bien entre edificios y son peligrosos para los seres vivos.
3. Los nombres de la parte inferior de la fig. 19.7 son oficiales por la ITU:

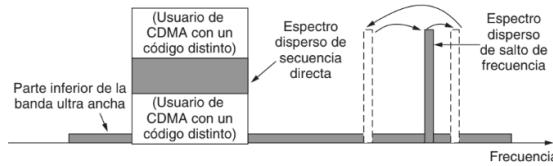


Figure 19.8: Comunicaciones de espectro disperso y Banda Ultra-Ancha (UWB).

0.003 MHz	Very Low Frequency (VLF)
0.03 MHz	Low Frequency (LF)
0.3 MHz	Medium Frequency (MF)
3 MHz	High Frequency (HF)
30 MHz	Very High Frequency (VHF)
300 MHz	Ultra High Frequency (UHF)
3 000 MHz	Super High Frequency (SHF)
30 000 MHz	Extra High Frequency (EHF)
300 000 MHz	

4. En ese entonces no se sabia que se podia llegar a mucha más frecuencia, es por eso que despues de esas frecuencias mencionadas, tal vez escuches términos como: *incredible high frequency* (IHF), *amazing high frequency* (AHF) y *prodigious high frequency* (PHF).

La mayoría de transmisores se centran solo en una banda de frecuencia **estrecha** para usar el espectro con eficiencia y tasa de datos razonable. Aunque también se puede usar **anchos de banda** con 3 variaciones: Primero esta el **espectro disperso por salto de frecuencia** el transmisor salta de frecuencia en frecuencia cientos de veces por segundo; segundo tenemos el **espectro disperso de secuencia directa** la cual utiliza una secuencia de códigos para dispersar los datos sobre una banda de frecuencia ancha. Su uso comercial es muy popular como una forma **espectralmente** eficiente de permitir que múltiples señales **compartan** la misma banda de frecuencia. Estas señales pueden recibir distintos códigos, un método conocido como CDMA (Acceso Múltiple por División de Código). CDMA forma las bases del GPS y comunicación 3G. Y por último tenemos la comunicación **UWB** (Banda Ultra-Ancha), el cual envía una serie de pulsos rápidos, los cuales varían sus posiciones para comunicar la información. Las transiciones rápidas conducen a una señal que se dispersa finamente sobre una banda de frecuencia muy amplia. UWB se define como señales que tienen un ancho de banda de por lo menos 500 MHz o de al menos 20% de la frecuencia central de su banda de frecuencia (fig.19.9). Teniendo potencial para tasa altas pero poca energía en cada frecuencia, usadas para redes PAN y no provocando interferencia en frecuencias a señales de radio de banda estrecha.

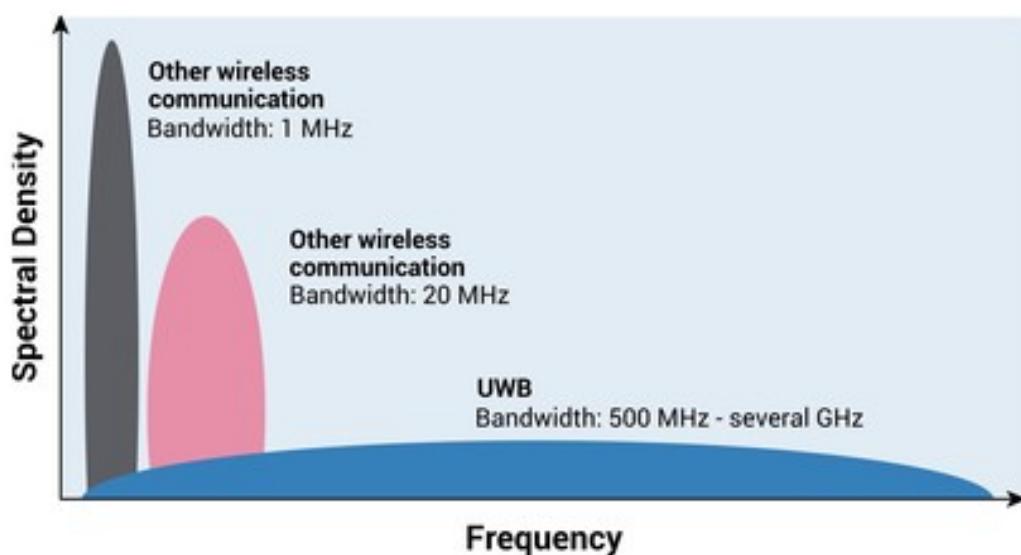


Figure 19.9: UWB en el dominio de la frecuencia.

### 19.3.2 Radiotransmisión

Las ondas de radio frecuencia (RF) son **fáciles** de generar, pueden recorrer distancias largas y **penetrar** edificios con facilidad, de modo que son muy utilizados en la comunicación, tanto en interiores como en exteriores. Las ondas de radio también son **omnidireccionales**, lo cual significa que viajan en todas direcciones desde la fuente, por lo que el transmisor y el receptor **no** tienen que estar **alineados** físicamente. Las propiedades de las ondas de radio dependen de la frecuencia. A **bajas frecuencias**, las ondas de radio **cruzan** bien los obstáculos, pero la potencia se **reduce** drásticamente a medida que se aleja de la fuente (por lo menos tan rápido como  $\frac{1}{r^2}$  en el aire). A esta atenuación se le conoce como **pérdida de trayectoria**. A **frecuencias altas**, las ondas de radio tienden a viajar en línea recta y rebotan en los obstáculos. La pérdida de trayectoria reduce aún más la potencia, aunque la señal recibida también puede depender en gran parte de las **reflexiones**. Las ondas de radio de alta frecuencia también son **absorbidas** por la lluvia y otros obstáculos en mayor grado que las de baja frecuencia. En **todas** las frecuencias las ondas de radio están sujetas a **interferencia** de los motores y demás equipos eléctricos. En los medios guiados como la fibra, el cable coaxial y el par trenzado, la señal se **reduce** en la misma fracción por distancia de unidad, por ejemplo 20 dB por cada 100 m para el par trenzado. Con la radio, la señal se reduce en la misma fracción a medida que se duplica la distancia, por ejemplo 6 dB por cada vez que se duplique la distancia en el espacio libre.

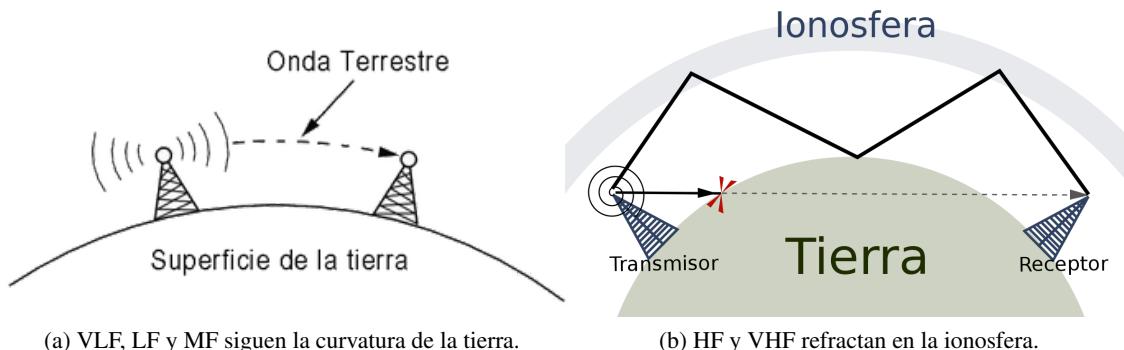


Figure 19.10: Bandas y la ionosfera.

En las bandas VLF, LF y MF se pueden detectar quizás a 1000 km en las frecuencias más **bajas**, y a menos distancia en las frecuencias más altas. La difusión de **radio AM** utiliza la banda MF. Estas pueden **atravesar** edificios fácilmente, es por la cual la radio portátil puede ser escuchada en **interiores**, lo malo es que posee un **bajo ancho de banda**. En cuanto a las HF y VHF, tienden a ser absorbidas por la tierra, sin embargo las que llegan a la ionosfera se refractan y vuelven a nuestro planeta, bajo ciertas condiciones pueden rebotar más veces. Son usadas por radio-aficionados para conversaciones a larga distancia.

### 19.3.3 Transmisión por microondas

Por encima de los 100MHz las ondas viajan en linea recta, en consecuencia estas ondas se enfocan en un haz directo por medio de una antena parabólica se obtiene una relación señal-ruido mucho más alta, pero las antenas transmisora y receptora deben estar alineadas entre sí con precisión. Además, esta direccionalidad permite que varios transmisores alineados en fila se comuniquen con varios receptores sin interferencia, siempre y cuando se sigan ciertas reglas de espacio mínimo. Al ser rectas, mientras más distancia haya entre el transmisor y receptor, la tierra se interpondrá en el enlace. Por eso se requieren repetidores, los cuales mientras más alto sean, la distancia de la amplificación es mayor. Estas ondas no pueden pasar edificios y aún cuando ambos estén bien alineados hay cierta divergencia. Algunas ondas pueden refractarse en capas inferiores de la atmósfera, y llegan desfasadas a la señal principal y causando una cancelación de la señal. A este efecto se le llama desvanecimiento por **multitrayectorias** y representa a menudo un problema grave que depende del **clima** y de la **frecuencia**. Algunos operadores mantienen el 10% de sus canales inactivos como repuestos para activarlos cuando el desvanecimiento por **multitrayectorias** cancela en forma **temporal** alguna banda de frecuencia. Su excesivo uso (telefonía de larga distancia, los teléfonos móviles, la distribución de la televisión y otros usos) ha provocado una escasez de espectro pero es más ventajosa que la fibra óptica.

### 19.3.4 Transmisión infrarroja

Usadas para comunicaciones cortas como el control remoto de artefactos. Sin direccionales y económicos pero no atraviesan objetos sólidos. En general, conforme pasamos de la radio de onda larga hacia la luz visible, las ondas se comportan cada vez más como la luz y cada vez menos como la radio. En parte esta limitación de atravesar obstáculos es buena porque no interfiere con otros sistemas (no puedes controlarla televisión del vecino con tu control remoto) y no se necesita permisos del estado.

### 19.3.5 Transmisión por ondas de luz

Una aplicación más moderna es conectar las redes LAN de dos edificios mediante láser montados en sus azoteas. La señalización óptica mediante láser es de naturaleza unidireccional, por lo que cada extremo necesita su propio láser y su propio fotodetector. Este esquema ofrece un ancho de banda muy alto a un costo muy bajo, además de ser relativamente seguro debido a que es difícil intervenir un haz tan estrecho. También es relativamente fácil de instalar y, a diferencia de las microondas, no requiere una licencia de la FCC<sup>3</sup>. Un problema considerable es la alineación de los haces de luces y los receptores por su pequeño tamaño, por eso se usan lentes para enfocarlas. Además se ve afectada por viento, temperatura, lluvia o niebla.

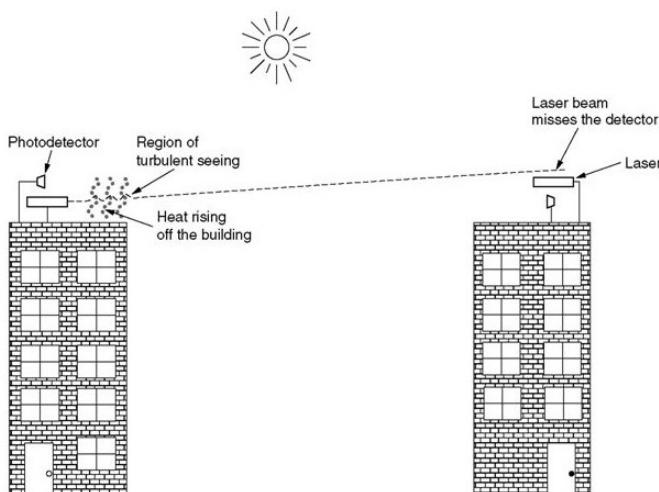


Figure 19.11: Sistema bireccional con transmisión de luz

## 19.4 Satélites

En su forma más simple, podemos considerar un satélite de comunicaciones como un enorme repetidor de microondas en el cielo que contiene varios transpondedores, cada uno de los cuales escucha en cierta porción del espectro, amplifica la señal entrante y después la retransmite en otra frecuencia para evitar interferencia con la señal entrante. Este modo de operación se llama **tubo doblado**. De acuerdo con la ley de Kepler, el periodo orbital de un satélite varía según el radio de la órbita a la  $3/2$  potencia. Entre más alto esté el satélite, mayor será el periodo. El periodo de un satélite es importante, pero no es la única razón para determinar en dónde colocarlo.

Otra cuestión es la presencia de los cinturones de Van Allen: capas de partículas altamente cargadas, atrapadas por el campo magnético de la Tierra. Cualquier satélite que volara dentro de los cinturones quedaría destruido casi al instante debido a las partículas (Fig. 19.12).

### 19.4.1 Satélites geoestacionarios-GEO

Ubicados aproximadamente a los **35 800 Km** de altura. Actualmente los satélites se encuentran a no menos de  $2^{\circ}$  de distancia en el plano ecuatorial con el fin de evitar interferencias. Teniendo en cuenta el máximo de satélites es de  $360^{\circ}/2^{\circ}=180$  satélites, sin embargo cada transpondedor puede usar múltiples frecuencias y polarizaciones para ampliar su ancho de banda.

Los satélites suelen tener una vida de 10 años aprox., tiempo en el cual se gasta el combustible usado para que los motores puedan realizar **control de posición orbital**, proceso por el cual un satélite se tiene que auto-calibrar en su órbita debido a que la gravedad solar, lunar y planetaria los

<sup>3</sup>Federal Communications Commission: La Comisión Federal de Comunicaciones regula las comunicaciones interestatales e internacionales a través de cable, radio, televisión, satélite y cable. El objetivo de la Comisión es promover la conectividad y garantizar un mercado sólido y competitivo.

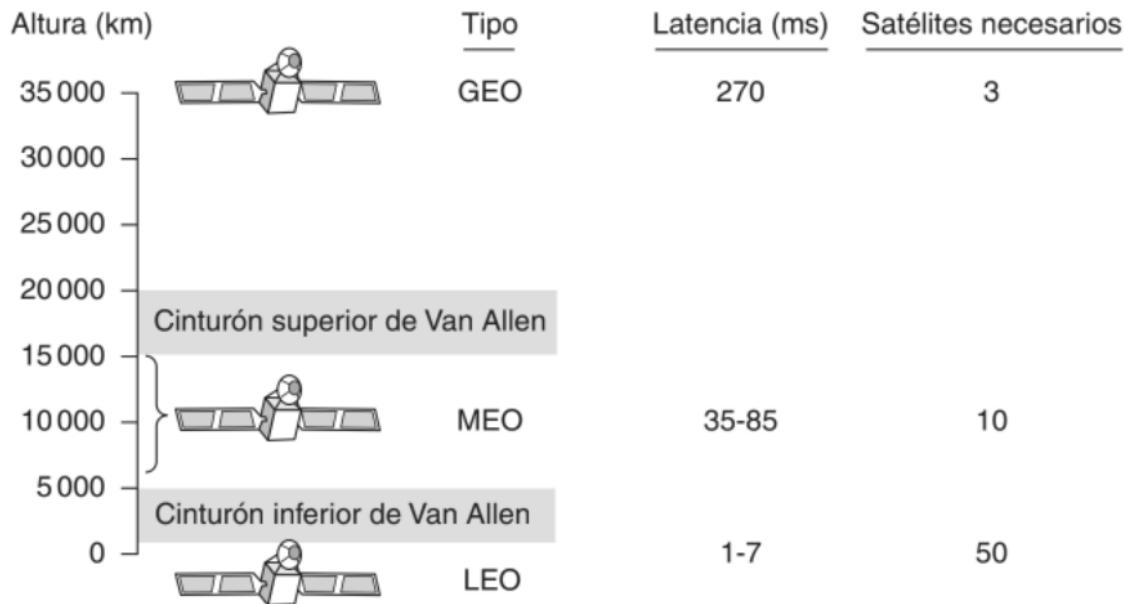


Figure 19.12: Satélites de comunicaciones y algunas de sus propiedades, incluyendo la altitud sobre la Tierra, el tiempo de retardo de viaje redondo y la cantidad de satélites necesarios para una cobertura global.

Banda	Enlace descendente	Enlace ascendente	Ancho de Banda	Problemas
L	1.5 GHz	1.6 GHz	15 MHz	Bajo ancho de banda Saturada
S	.1.9 GHz	2.2 GHz	70 MHz	Bajo ancho de banda Saturada
C	.4.0 GHz	6.0 GHz	500 MHz	Interferencia terrestre
Ku	11 GHz	14 GHz	500 MHz	Lluvia
Ka	20 GHz	30 GHz	3500 MHz	Lluvia, costo alto.

Table 19.2: Principales bandas de satélites.

saca de su órbita. La energía suficiente para que funcione un satélite viene de sus paneles solares; cuando uno de estos esté fuera de servicio, su órbita se deteriora sola quedando flotando en el vacío, se debe desactivar y esperar su destrucción aunque rara vez los satélites caen la tierra, (5 toneladas) impactan en forma de pedazos.

La ITU también asigna bandas de frecuencias específicas a los usuarios de satélites (Tabla 19.2). Existen dos rangos de frecuencia asignadas a las bandas: enlace descendente (proveniente del satélite) y ascendente (hacia el satélite). Las que aún no están saturadas son las bandas K superior e inferior, a sus frecuencias más altas permite que los satélites estén a 1° de separación aunque la debilidad es el agua, ya que absorbe estas microondas cortas, aunque puede ser pronosticado para usar más estaciones terrestres a costa de usar más recursos. La K superior es usada para el tráfico comercial, militares y gubernamentales de satélites pero el equipo es costoso.

Lo que se usa comúnmente aquí son las "estaciones" VSAT, microestaciones que no son posibles de enviar datos (al menos por sí solas) a otras microestaciones debido a su velocidad de subida de 1Mbps pero siendo su bajada de varios Mbps, es por ello que necesitas un antena más grande llamada HUB (Fig. 19.13), que recibe la señal, la amplifica para enviarla a su destino aunque tiene una desventaja un mayor retardo.

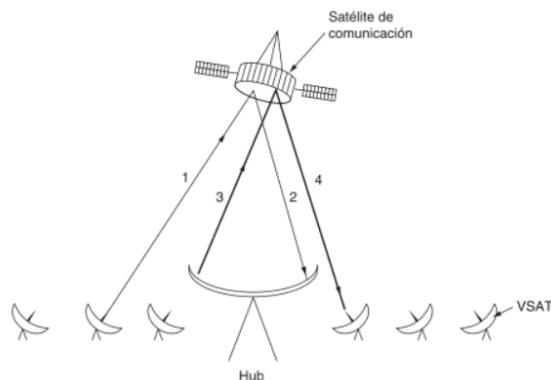


Figure 19.13: VSAT usando un HUB.

#### 19.4.2 Satélites de órbita media-MEO

Situadas entre los cinturones de Van Allen (Fig. 19.12), tardan 6 horas en dar la vuelta a la tierra, por lo que hay que estar rastreandolos a medida que se mueven por el cielo, al estar a menor altura que los GEO producen una huella pequeña en la tierra y no requieren poderosos transmisores, actualmente estos se usan para sistemas de navegación en vez de telecomunicaciones, por ejemplo el GPS, posee 30 satélites que giran a una distancia de 20 200Km.

#### 19.4.3 Satélites de órbita terrestre baja-LEO

Aún por debajo de los MEO, se encuentran los LEO, de gran movimiento pero de gran número de unidades para tener un sistema completo, no necesitas mucha potencia y son económicos.

##### Iridium

Desarrollados por Motorola, pasó de ser **77 satélites** lanzados inicialmente a **66** distribuidos en **6 anillos**, con la premisa que tan pronto como un satélite quedará fuera del campo de visión de un usuario, otro ocuparía su lugar. Ofrece servicios de voz, datos, radiolocalización, fax y navegación en tierra, aire y mar, por medio de dispositivos portátiles que se comunican de manera directa con los satélites Iridium. Tiene clientes como entidades gubernamentales, militares marítimas, aviación y personas que viajan a lugares donde no hay infraestructura de telecomunicaciones (desiertos, montañas, el Polo Sur y algunos países del Tercer Mundo).

Estos satélites están a una altura de **750 Km** en órbitas polares circulares, separados a  $32^{\circ}$  de latitud cada anillo (Fig. 19.14). Cada satélite tiene un máximo de 48 celdas (haces puntuales) y una capacidad de 3 840 canales, algunos de los cuales se utilizan para radiolocalización y navegación, mientras que otros se utilizan para datos y voz.

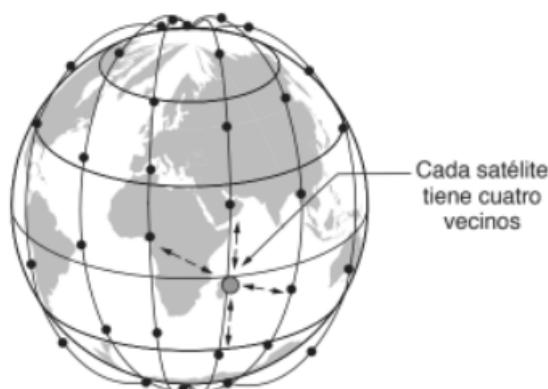


Figure 19.14: Los satélites Iridium forman un seis collares al rededor de la Tierra.

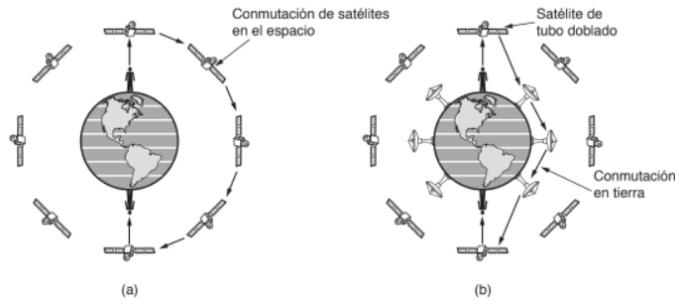
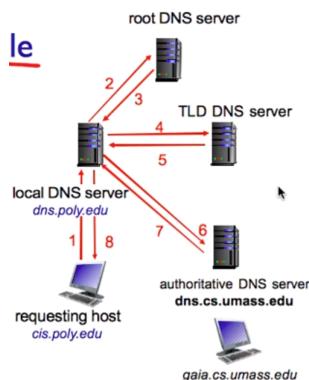


Figure 19.15: (a) Transmisión en el espacio. (b) Transmisión en la tierra.

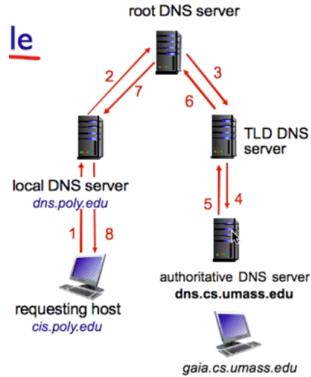
La comunicación de Iridium se realiza por el espacio (Fig. 19.15.a), los satélites transmiten la llamada a través de la rejilla y la envía de nuevo a la tierra cuando llega a su destino. Una alternativa para este diseño es **Globalstar, 48 satélites LEO** que utilizan el concepto de **tubo doblado**, con el mismo ejemplo de la llamada, la llamada sale del usuario en el polo norte, se envía a al receptor terrestre más cercano, se hace el envío por tierra y se entrega al satelite más cercano al receptor (Fig. 19.15.b), es obvio que la complejidad es menor pues estando en la tierra la conexión se pueden solucionar errores o hacer modificaciones más rápido. Además, el uso de antenas grandes en la estación en tierra que pueden enviar una señal potente y recibir una débil significa que se pueden utilizar teléfonos de baja potencia. Después de todo, el teléfono sólo emite unos cuantos miliwatts de potencia, de modo que la señal que llega a la estación en tierra es muy débil, aún después de que el satélite la haya amplificado.

**Proposición 19.1 — DNS: Resolución de IP a través de nombres de máquina..** Existe dos formas: **iterativamente:**



Si vemos las flechas numeradas. Primero el cliente consulta a su DNS local, asumiendo que no lo tienen, el DNS local le preguntará al root DNS server (uno a nivel mundial), si no lo sabe lo redirecciona al TLD (Top level domain) DNS server que es el que tiene ese nombre. Así el local DNS le preguntará al TLD DNS server. De no saberlo, el TLD lo dará la dirección del Authoritative DNS server. Y cuando lo tenga este le dará el IP de la PC con el nombre.

La segunda forma es **Recursiva:**



Busca en cada DNS server, creando una red “directa” entre ambos PC, lo malo de esta manera es que sobrecarga cada nivel, es por eso que las direcciones se guardan en un archivo caché, que se actualizarán cada cierto tiempo, el problema es que si cambias un nombre no funcionará la conexión hasta que se actualicé esta caché.

## 19.5 Modulación digital y multiplexión

### 19.5.1 Transmisión Pasa-banda

Incluso para los cables, es útil colocar una señal en una banda de frecuencias **específica** para dejar que **coexistan** distintos tipos de señales en el canal. A este tipo de transmisión se le conoce como **transmisión pasa-banda**, debido a que se utiliza una banda arbitraria de frecuencias para pasar la señal. Los valores absolutos de la frecuencia **no importan** en cuanto a la capacidad. Esto significa que podemos tomar una señal de banda base que ocupe de 0 a  $B$  Hz y desplazarla para que ocupe una banda de paso de  $S$  a  $S+B$  Hz sin cambiar la cantidad de información que puede transportar, aun cuando la señal se vea diferente. Para procesar una señal en el receptor, la podemos desplazar de vuelta a la banda base, en donde es más conveniente detectar símbolos. Para lograr la modulación digital mediante la transmisión pasa-banda, se regula o modula una señal portadora que se sitúa en la banda de paso. Las modulaciones son las siguientes (Fig. 19.16)

1. **ASK:** Modulación por desplazamiento de amplitud.
2. **FSK:** Modulación por desplazamiento de frecuencia.
3. **PSK:** Modulación por desplazamiento de fase.
4. **BPSK:** Variación de PSK para solo 2 bits.
5. **QPSK:** Variación de PSK para solo 4 bits.

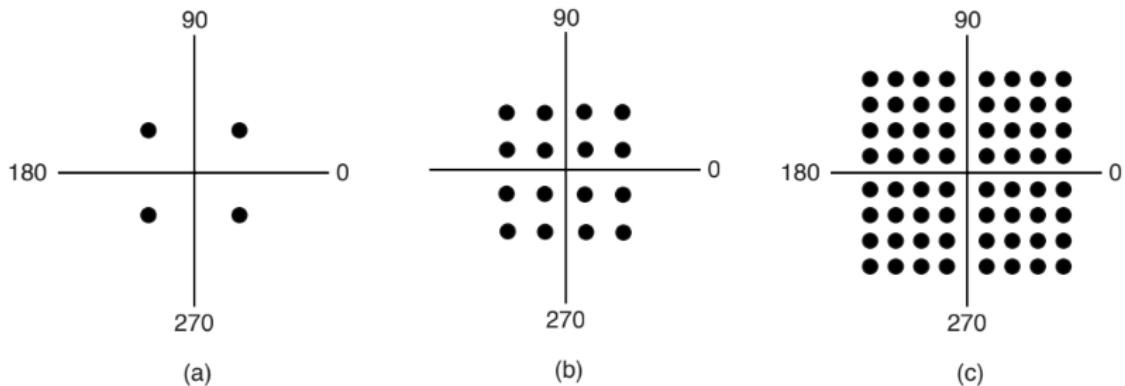


Figure 19.17: a. QPSK b. QAM-16 c. QAM-64

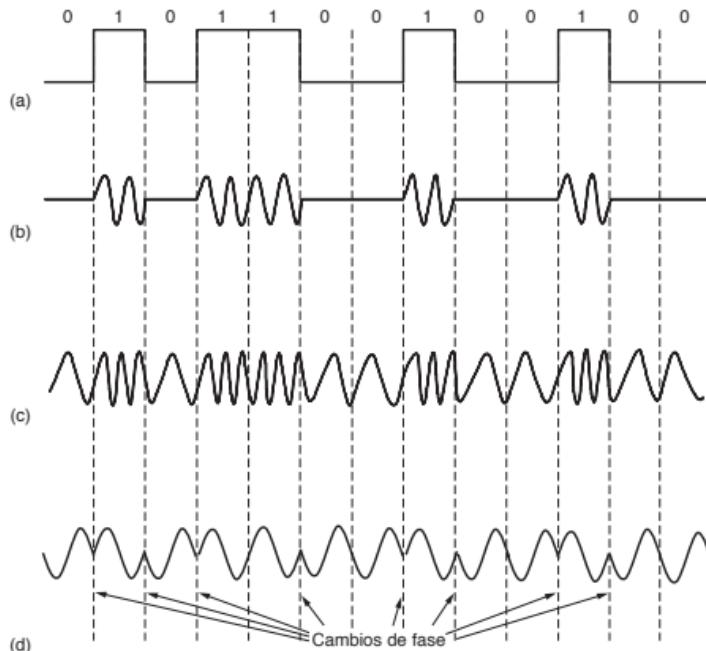


Figure 19.16: a. Señal binaria b. ASK c. FSK d. PSK

Se pueden mezclar estas modulaciones para obtener más símbolos enviados pero solo se puede modular o bien frecuencia o bien fase, nunca ambos, ya que están relacionadas; la frecuencia es la tasa de cambio de la fase a través del tiempo. La más común es combinar amplitud con fase, en esta combinación es común representarlas como **diagramas de constelación** y suelen usar el término **QAM** (Modulación por amplitud de cuadratura) (Fig. 19.17), a más puntos en los diagramas se puede transmitir más bits por símbolo, es decir con una modulación QAM-64 se pueden transmitir 6 bits por símbolo. Las modulaciones y los bits por símbolo estas relacionados por potencias de 2. Es de vital importancia que receptor pueda ubicar correctamente el inicio del tren de símbolos: si enviamos por ejemplo 0101-1011; si el receptor lee mal (ruido) puede leer 1011-0110 y toda la información estaría errónea. Por eso se utiliza **código Gray**, donde la diferencia entre los símbolos es solo de un bit. (Fig. 19.18), el error solo es de un bit, y no es tan drástico como lo sería una codificación binaria simple. En la imagen 19.18 se notan los posibles resultados de una decodificación alterada por el ruido y sus posibles lecturas donde solo difieren en un bit.

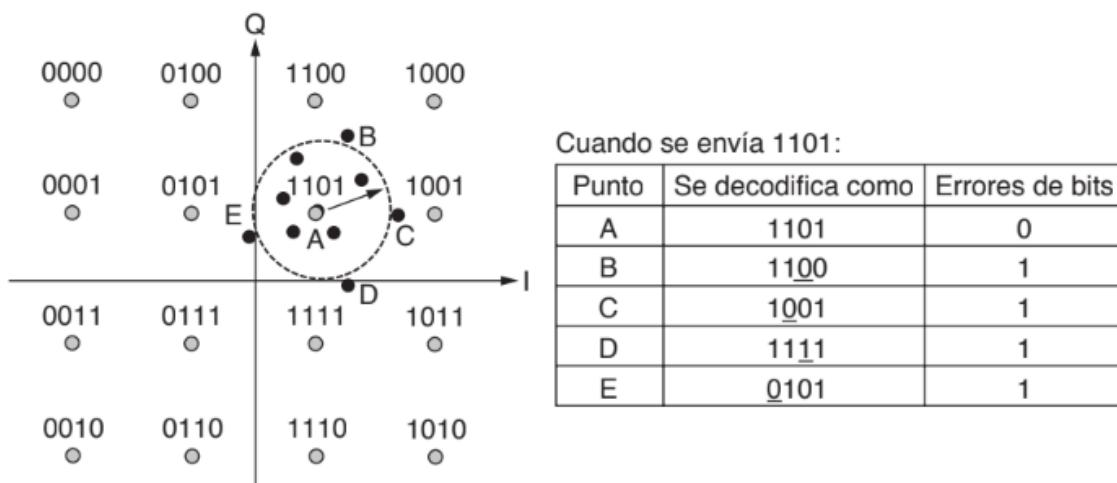


Figure 19.18: QAM-16 con código Gray

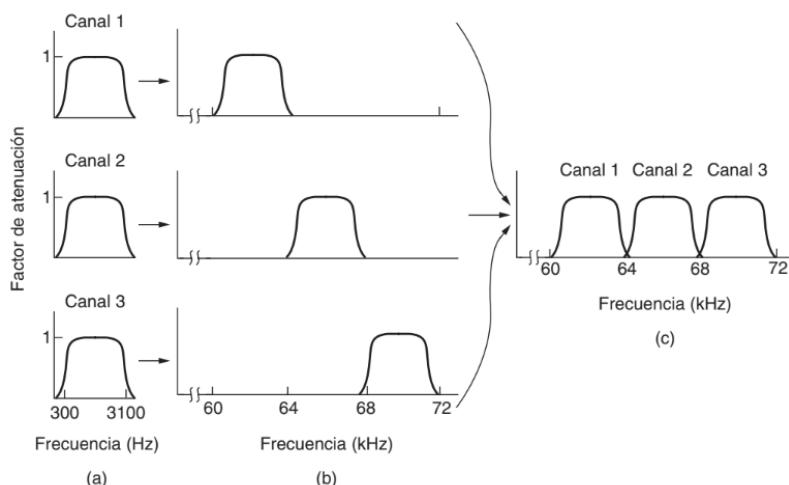


Figure 19.19: a. Anchos de banda originales b. Anchos de banda elevados en frecuencia c. Canal multiplexado

## 19.6 Multiplexión por división de frecuencia-FDM

Aprovecha la transmisión pasa-banda, el ejemplo más claro es la radio: donde para la modulación AM se divide el ancho de banda dedicado a la radio AM en sub-bandas, y cada sub-banda o canal lógico sería cada estación de radio. En la Fig. 19.19 se muestra en Fig. 19.19.a 3 servicios de telefonía, cada uno entro de las frecuencias útiles del caso (para telefonía es de 3100 KHz). Luego cada una de las sub-bandas se elevan en frecuencia (Fig. 19.19.b) en distintos factores pues no deben compartir la misma frecuencia, si existe un espacio vacío entre ambas sub-bandas, a ese espacio se le llama **banda de guarda**; una vez que estén elevadas en frecuencias se pueden transmitir en el espectro electromagnético (Fig. 19.19.c). Notesé que en las fronteras de cada sub-banda existe un cruce porque los filtros que la controlan no son ideales, es decir no cortan en seco, sino hay un desvanecimiento.

## 19.7 Multiplexión por división de tiempo-TDM

Alternativa el TDM, aquí cada usuario ocupa todo el ancho de banda durante un periodo pequeño de tiempo, y pasa al siguiente usuario (Fig. 19.20). Se toman bits de cada entrada en una sola **ranura**

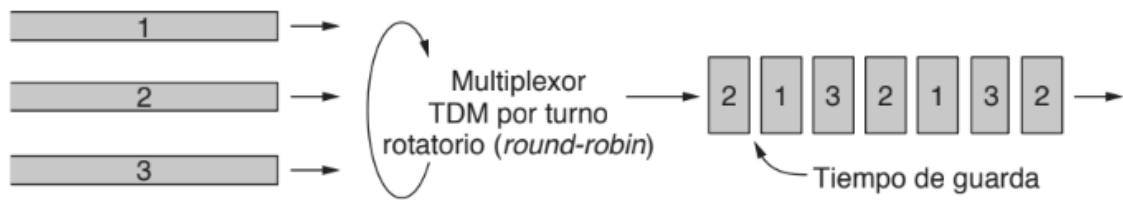


Figure 19.20: Multiplexación por división de tiempo.

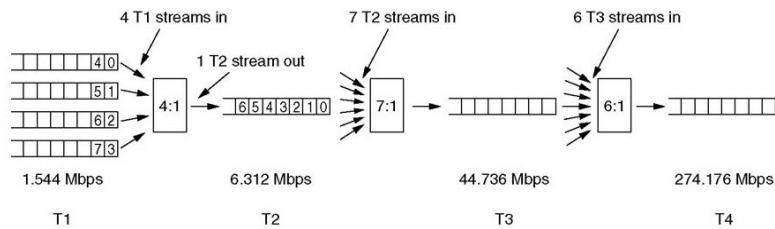


Figure 19.21: Multiplexación de una portadora T1 en portadoras mayores.

**de tiempo**, este flujo opera a una velocidad de la suma de los flujos individuales. NO confundir con **STDM**. 4 conexiones T1 a 1.554Mbps, multiplexadas por TDM originan una conexión T2 a 6.312 Mbps, 7 conexiones T2 por TDM originan una conexión T3 a 44.736 Mbps y por último 6 T3 en TDM generan una conexión T4 a 274.176 Mbps. (Fig. 19.21)

## 20. Capa de enlace

Ahora nos enfocamos en los algoritmos para lograr una comunicación confiable y eficiente de unidades completas de información llamadas tramas (en vez de bits individuales, como en la capa física) entre dos máquinas adyacentes (conectadas).

### 20.1 Cuestiones de diseño de la capa de enlace de datos

Esta capa usa los servicios de la capa física para enviar y recibir bits por medios físicos o canales de comunicación. Sus funciones más relevantes son:

1. Proporcionar la capa de red una interfaz de servicio bien definida.
2. Manejar los errores de transmisión.
3. Regular el flujo de datos para que los emisores no saturen a los receptores lentos.

Esta capa toma los paquetes de la capa de red y los “empaquetá” en tramas para transmitirlos: esto significa poner a cada paquete su encabezado y terminador. Al campo de carga útil donde se puede almacenar la información o la carga útil se llama ***payload*** (Fig. 20.1).

### 20.2 Servicios proporcionados a la capa de red

Esta capa funciona para la capa de red, su función es la transmisión de datos entre las capas de red de dos computadoras (Fig. 20.2.a), pero como vimos desde la capa física, la comunicación virtual ocupa también las capas inferiores (Fig. 20.2.b). Para esta sección utilizaremos la Fig. 20.2.a.

Tres posibles servicios son posibles para el diseño de la capa de enlace:

1. Servicio sin conexión ni confirmación de recepción: Enviar tramas independiente al destino sin confirmación de recepción, como el Ethernet, conectas cuando quieras por lo que no se necesita una coordinación previa ni el canal se libera después de usarse, no importa si se pierde datos. Es buena para servicios con tasa error baja y donde es peor retraso en los datos

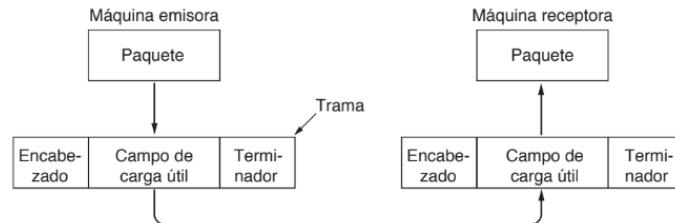


Figure 20.1: Relación entre paquete y tramas.

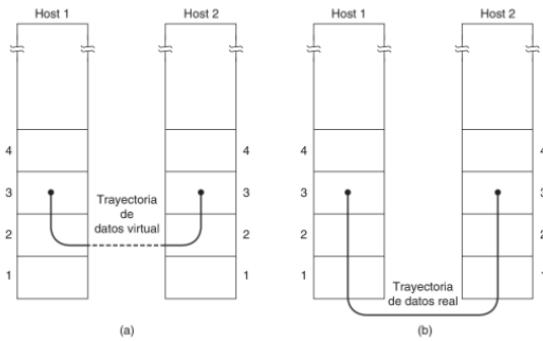


Figure 20.2: a. Comunicación virtual b. Comunicación real

que errores, como las llamadas de voz.

2. Servicio sin conexión con confirmación de recepción: No es necesario una conexión lógica pero si la confirmación de manera individual de cada trama, de esta manera el emisor siempre está revisando la correcta llegada de las tramas, de ser erróneo, reenvía esa trama. Sistemas inalámbricos como el 802.11 (WiFi) es un buen ejemplo.
3. Servicio orientado a conexión con conformación de recepción: Se establece una conexión antes de transferir datos, cada trama que se envía está numerada, y la capa de enlace garantiza que cada una de ellas llegue al destino. Ejemplos serían un canal de satélite o circuito telefónico de larga distancia.

Cuando se utiliza un servicio orientado a conexión, las transferencias pasan por tres fases distintas. En la primera, la conexión se establece haciendo que ambos lados inicialicen las variables y los contadores necesarios para seguir la pista de las tramas que se recibieron y las que no. En la segunda fase se transmiten una o más tramas. En la tercera y última fase, la conexión se libera al igual que las variables, los búferes y otros recursos utilizados para mantener la conexión.

## 20.3 Entramado

Para enviar los datos de la capa de red, la capa de enlace usa a la capa física, aunque tenemos que tener en cuenta ruido y no se asegura que el flujo de bits esté sin errores. La capa de enlace es la encargada de corregir estos errores.

El método más común en entramar el flujo de bits en tramas discretas, calcular un token de verificación mediante un algoritmo e incluya este token en la trama; cuando llegue a su destino, el receptor hace el mismo algoritmo y deben coincidir los tokens, de ahí se puede decidir si se reenvía, se hace un informe de errores, borra la trama, etc.

Entramas bits es más complicado de lo que parece, un buen diseño facilita al receptor el proceso de encontrar el inicio de las nuevas tramas al tiempo que utiliza una pequeña parte del ancho de banda del canal, veremos 4 métodos.

### 20.3.1 Conteo de bytes

Esta trata de contar cuantos bytes hay en cada trama y colocar este número en el primer byte de la trama, así el sistema del destino sabrá cuantos bytes siguen o cuanto dura cada trama. Esta descripción se muestra en la figura 20.3.a, observa que el primer byte de cada trama indica cuantos bytes tiene esa trama: 5, 5, 8 y 8 bytes de longitud. El problema es el ruido que altera la señal, en la figura 20.3.b vemos que hay un error, ese error va causar que las tramas después de esa serán todas erróneas, y aunque usemos el token de verificación, el sistema no sabe desde donde esta mal el flujo de bits.

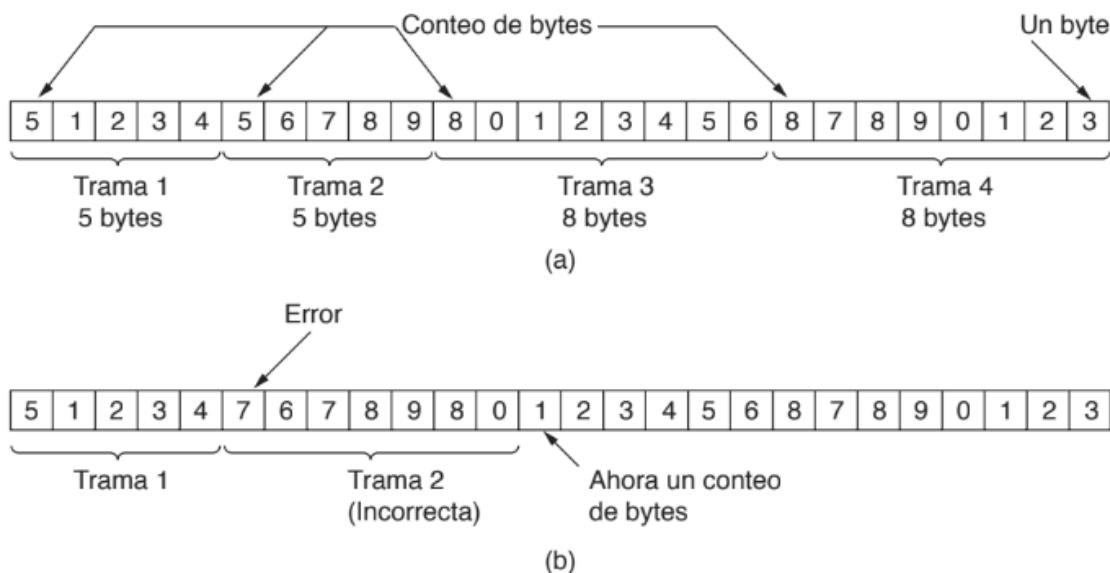


Figure 20.3: Flujo de bits a. Sin errores b. Con un error

### 20.3.2 Bytes bandera con relleno de bytes

Aquí se arregla el problema de sincronización del anterior método por bytes especiales al inicio y final de cada trama, llamados **bytes bandera** como se observa en la figura 20.4.a. De esta manera si hay errores solo se busca el trama y se identifica sus banderas.

Igual existe la posibilidad uno de los bytes del payload coincide con los bytes bandera, si esto ocurre habría un problema, por eso se puede poner un byte ESC antes de las coincidencias dentro del payload, así el sistema sabe que ese byte después del ESC NO es una byte bandera, ya luego se quita para darlo a la capa de red, lo mismo para si un byte de ESC es igual a un byte del payload, en ese caso se pone más bytes de ESC delante de los bytes de ESC que tienen coincidencias (Fig. 20.4.b). Esta técnica se llama **relleno de bytes**.

### 20.3.3 Bits bandera con relleno de bits

Este método resuelve una desventaja del anterior: el usar bytes de 8 bits. También permite el entramado a nivel de bit, siendo los bits bandera 01111110 o 0x7E, cada vez que la capa de enlace de datos del emisor encuentra cinco bits 1 consecutivos en los datos, inserta automáticamente un 0 como relleno en el flujo de bits de salida. Este relleno de bits es análogo al relleno de bytes, en el cual se inserta un byte de escape en el flujo de caracteres de salida antes de un byte bandera en los datos. Cuando el receptor ve cinco bits 1 de entrada consecutivos, seguidos de un bit 0, extrae (es decir, borra) de manera automática el bit 0 de relleno. Así como el relleno de bytes es completamente transparente para la capa de red en ambas computadoras, también lo es el relleno de bits. Si los datos de usuario contienen el patrón bandera 01111110, éste se transmite como 011111010, pero se almacena en la memoria del receptor como 01111110. En la figura 3-5 se muestra un ejemplo del relleno de bits (Fig. 20.5). Con el relleno de bits, el límite entre las dos tramas puede ser reconocido sin ambigüedades mediante el patrón bandera. De esta manera, si el receptor pierde la pista de dónde está, todo lo que tiene que hacer es explorar la entrada en busca de secuencias de banderas, pues sólo pueden ocurrir en los límites de las tramas y nunca dentro de los datos.



El problema de estos rellenos de bytes y bits es que agranda las tramas y se hacen más largas.

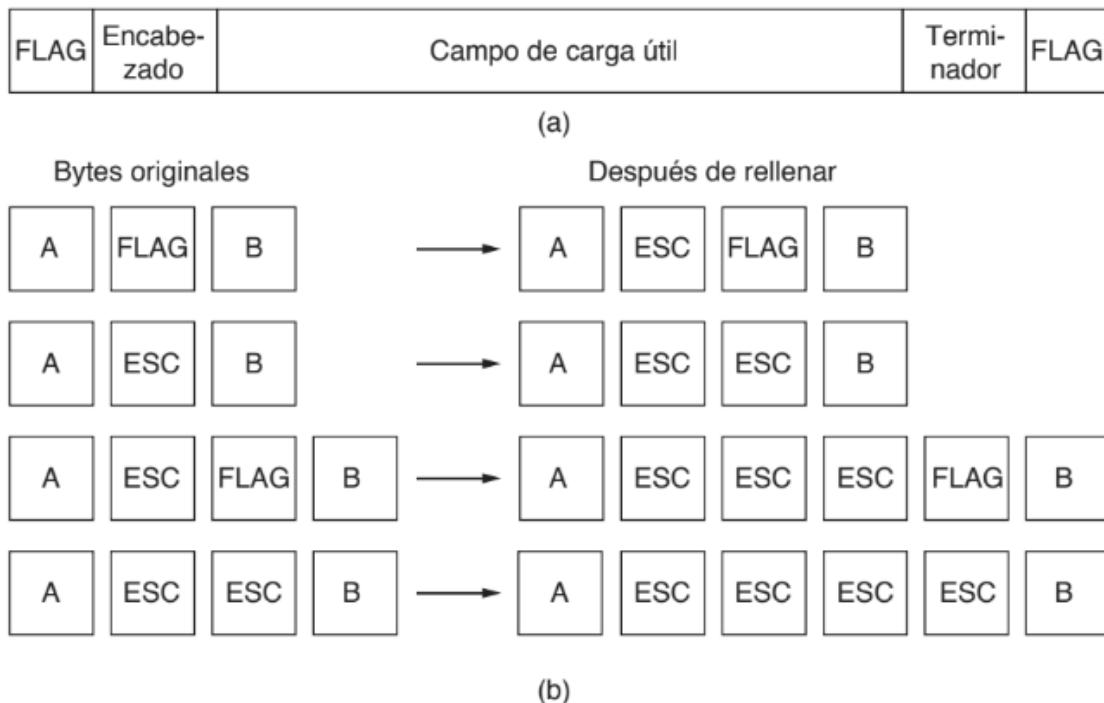


Figure 20.4: a. Una trama limitada por bytes bandera b. Cuatro ejemplos de secuencias de bytes antes y después del relleno de bytes.

(a) 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0

(b) 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0

↑  
↑  
Bits de relleno

(c) 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0

Figure 20.5: Relleno de bits. (a) Los datos originales. (b) Los datos, según aparecen en la línea. (c) Los datos, como se almacenan en la memoria del receptor después de quitar el relleno.

## 20.4 Código de detección de errores: Paridad

Este trabaja con el **bit de paridad**, este se elige contando la cantidad de bits de valor 1 en la palabra codificada: Si se envía la secuencia **1011010**, contamos los bits de valor 1 y tenemos 4, se dice que es un bit en **paridad par**, por lo tanto el bit de paridad que se agrega sería 0 para no alterarla: **10110100**. Por el otro lado si tenemos **1011010** y queremos convertirlo a paridad impar, añadimos un 1 al final **10110101**, si contamos los bits de valor 1 son 5 en total.

Se utiliza una matriz rectangular de  $n$  bits de ancho por  $k$  bits de alto, calculando los bits de paridad sobre cada una de las  $n$  columnas, a este proceso se le llama **intercalado**: calculamos la paridad para cada una de las  $n$  columnas y enviamos todos los bits de datos como  $k$  filas, para ello enviamos las filas de arriba hacia abajo y los bits en cada fila de izquierda a derecha de la manera usual. En la última fila enviamos los  $n$  bits de paridad, por ejemplo para la palabra *network* con  $n=7$  y  $k=7$ :

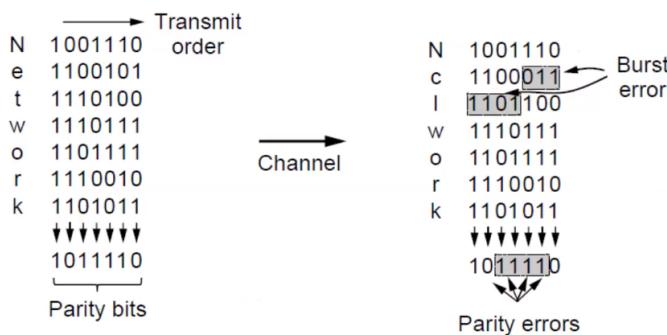


Figure 20.6: Intercalado de bits de paridad para detectar error de ráfaga.

Resolvemos la paridad para cada columna de la palabra *network*, una vez hallado los bits de paridad se envía. Una vez en el receptor, cuando ocurre un error de ráfaga  $n=7$ , los bits con error se esparcen a través de las distintas columnas, un error de ráfaga no implica que todos estén mal, solo implica que por lo menos el primero y el último están mal. En la Fig. 20.6 notamos que se han errado 4 bits de un rango de 7 bits, por lo menos un bit en cada una de las  $n$  columnas se verá afectado. Este método usa  $n$  bits de paridad en bloques de  $kn$  bits de datos para detectar un solo error de ráfaga de longitud  $n$  o menor. Si haces la paridad par en el receptor de cada columna, notarás que esos bits sombreados no coinciden con los que se enviaron, por lo que se detecta el error.

## 20.5 Protocolos elementales de enlace de datos

### 20.5.1 Protocolo simple utópico

Los datos son transmitidos en una sola dirección; las capas de red tanto del emisor como del receptor siempre están listas. Podemos ignorar el tiempo de procesamiento. Hay un espacio infinito de búfer disponible. Y lo mejor de todo, el canal de comunicación entre las capas de enlace de datos nunca daña ni pierde las tramas. Los protocolos se realizan en la capa de enlace de la máquina de origen y en el receptor, el único tipo de evento es *frame\_arrival*, es decir, la llegada de una trama **sin daños**. Este es un protocolo utópico, porque el emisor siempre está **dispuesto a obtener un paquete** de la capa de red, construye la trama y la envía. En el receptor, siempre está atento a que suceda algo, llega una trama, la saca del búfer, se la envía a la capa red y limpia el camino (búfer). El protocolo utópico es irreal, ya que no maneja el control de flujo ni la corrección de errores. Su procesamiento se asemeja al de un servicio sin conexión ni confirmación de recepción que depende de las capas más altas para resolver estos problemas, aun cuando un servicio sin conexión ni confirmación de recepción realizaría cierta detección de errores.

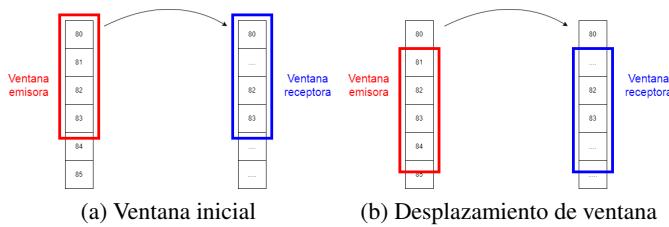


Figure 20.7: Ventana deslizante

#### **20.5.2 Protocolo simplex de parada y espera para un canal libre de errores**

Aquí tomamos la primera consideración: posee un búfer finito, en otras palabras, evitar que el emisor envíe demasiadas tramas que pueden saturar al receptor. Como su nombre lo dice, con este protocolo, se envía la trama, se detiene el sistema hasta que llegué al receptor y envíe una “trama de confirmación” hacia el emisor y el emisor recién envíe la siguiente trama. Por lo que habrá momentos en los cuales la capa no sé usa para nada.

### 20.5.3 Protocolo simplex de parada y espera para un canal ruidoso

Para reducir la excesiva latencia del anterior método, usamos un temporizador en el emisor, que espera cada cierto tiempo la llegada de la “trama de confirmación”, pasado ese tiempo si no recibe la confirmación, el emisor envía la misma trama y así sucesivamente. El problema es que al ser un canal ruidoso, este puede corromper a la trama de confirmación haciendo que nunca llegué, y si nunca llega el emisor mandará de nuevo la trama pues el reloj ya expiró. Puede evitarse enumerando la secuencia en el encabezado de cada trama.

## 20.6 Protocolos de ventana deslizante

Mejorando los anteriores protocolos unidireccionales o half-duplex, es necesario hacerlos full duplex. Nos vemos forzados a usar 1 mismo medio físico pues dos de ellos demandaría más recursos. En este caso, A manda a B la trama, B no envía la trama de confirmación inmediatamente a A , sino, espera a que B tenga un mensaje para enviar A e introduce la trama de confirmación en la trama que irá de B a A. Esta técnica de retrasar la confirmación se llama **superposición**. Aún este protocolo tiene unas fallas: ¿Como sabes que tiempo esperar para que llegó la confirmación? Los siguientes protocolos pertenecen al protocolo **ventana deslizante**, que basan sus funcionamiento en “ventanas” (Fig. 20.7), empieza primero con una ventana de  $n$  tramas, una vez que la trama 80 se halla mandado correctamente, la ventana avanza hacia abajo, abarcando más tramas. Esta demás que mientras la ventana sea más grande tomará más tiempo y se necesitará más espacio de buffer. Debido a que las tramas que están en la ventana del emisor se pueden perder o dañar en tránsito, el emisor debe mantener todas estas tramas en su memoria para su posible retransmisión. Por lo tanto, si el tamaño máximo de la ventana es  $n$ , el emisor necesita  $n$  búferes para contener las tramas sin confirmación de recepción. Si la ventana llega a crecer a su tamaño máximo, la capa de enlace de datos emisora deberá hacer que la capa de red se detenga hasta que se libere otro búfer. En algunos protocolos las ventanas son de tamaño fijo, pero en otros pueden aumentar o reducir su tamaño con el transcurso del tiempo, a medida que se envían y reciben las tramas.

## 20.7 Protocolo retroceso N

Hasta ahora hemos subestimado el tiempo de envío, recepción y confirmación. En estas situaciones el tiempo de viaje de ida y vuelta prolongado puede tener implicaciones importantes para la eficiencia de la utilización del ancho de banda. Por ejemplo, considere un canal de satélite de 50 kbps con un retardo de propagación de ida y vuelta de 500 mseg. Imagine que intentamos utilizar

el protocolo 4 para enviar tramas de 1000 bits por medio del satélite. En  $t=0$ , el emisor empieza a enviar la primera trama. En  $t=20$  mseg la trama se ha enviado por completo. En el mejor de los casos (sin esperas en el receptor y con una trama de confirmación de recepción corta), no es sino hasta  $t=270$  mseg que la trama ha llegado por completo al receptor, y no es sino hasta  $t=520$  mseg que ha llegado la confirmación de recepción de regreso al emisor. Esto implica que el emisor estuvo bloqueado durante  $500/520$  o 96% del tiempo. En otras palabras, sólo se usó 4% del ancho de banda disponible. Sin duda, la combinación de un tiempo de tránsito grande, un alto ancho de banda y una longitud de tramas corta es desastrosa en términos de eficiencia. El problema antes descrito puede considerarse como una consecuencia de la regla que requiere que el emisor espere una confirmación de recepción antes de enviar otra trama. Si relajamos esa restricción, podremos obtener una mejor eficiencia. Básicamente la solución está en permitir que el emisor envíe hasta  $w$  tramas antes de bloquearse, en lugar de que sólo envíe 1. Con una selección suficientemente grande de  $w$ , el emisor podrá transmitir tramas en forma continua, ya que las confirmaciones de recepción llegarán para las tramas anteriores antes de que la ventana se llene, lo cual evitara que el emisor se bloquee.

**Definición 20.1 — Utilización del enlace.** Para encontrar un valor apropiado para  $w$  necesitamos saber cuántas tramas pueden caber dentro del canal mientras se propagan del emisor al receptor. Esta capacidad se determina mediante el ancho de banda en bits/seg, multiplicado por el tiempo de tránsito en un sentido, mejor conocido como producto de ancho de banda-retardo del enlace. Podemos dividir esta cantidad entre el número de bits en una trama para expresar el producto como un número de tramas. Llaremos a esta cantidad BD. Entonces,  $w$  debe ser establecido a  $2BD + 1$ . El doble del producto ancho de banda retardo es el número de tramas que pueden quedar pendientes si el emisor envía en forma continua tramas cuando se considera el tiempo de ida y vuelta para recibir una confirmación de recepción. El “+1” se debe a que no se enviará una trama de confirmación de recepción sino hasta recibir una trama completa.

$$\text{utilización del enlace} \leq \frac{w}{1 + 2BD} \quad (20.1)$$

Donde:

- **Utilización del enlace:** Tiempo de utilización del enlace antes de bloquearse (seg).
- **w:** Número de tramas antes de bloquearse, tamaño de la ventana.
- **B:** Ancho de banda (bits/seg)
- **D:** Tiempo de tránsito en un sentido (seg)

Para el enlace de ejemplo con un ancho de banda de 50 kbps y un tiempo de tránsito en un sentido de 250 mseg, el producto de ancho de banda-retardo es de 12.5 kbit o 12.5 tramas de 1 000 bits cada una. Entonces,  $2BD + 1$  es 26 tramas. Suponga que el emisor empieza a enviar la trama 0 como antes y que envía una nueva trama cada 20 mseg. Para cuando termine de enviar 26 tramas en  $t = 520$  mseg, apenas sí llegará la confirmación de recepción de la trama 0. A partir de entonces, las confirmaciones de recepción llegarán cada 20 mseg, por lo que el emisor siempre tendrá permiso de continuar justo cuando lo necesite. De aquí en adelante siempre habrá 25 o 26 tramas pendientes de confirmación de recepción. Dicho de otra manera, el tamaño máximo de la ventana del emisor es de 26.

Esta técnica de mantener varias tramas en movimiento es un ejemplo de canalización (pipeling). La canalización de tramas a través de un canal de comunicación no confiable presenta problemas serios. Primero, ¿qué ocurre si una trama a la mitad de un flujo extenso se daña o pierde? Llegarán grandes cantidades de tramas sucesivas al receptor antes de que el emisor se entere de que algo anda mal. Cuando llega una trama dañada al receptor es obvio que debe descartarse pero, ¿qué debe hacer el receptor con todas las tramas correctas que le siguen? Recuerde que la capa de enlace

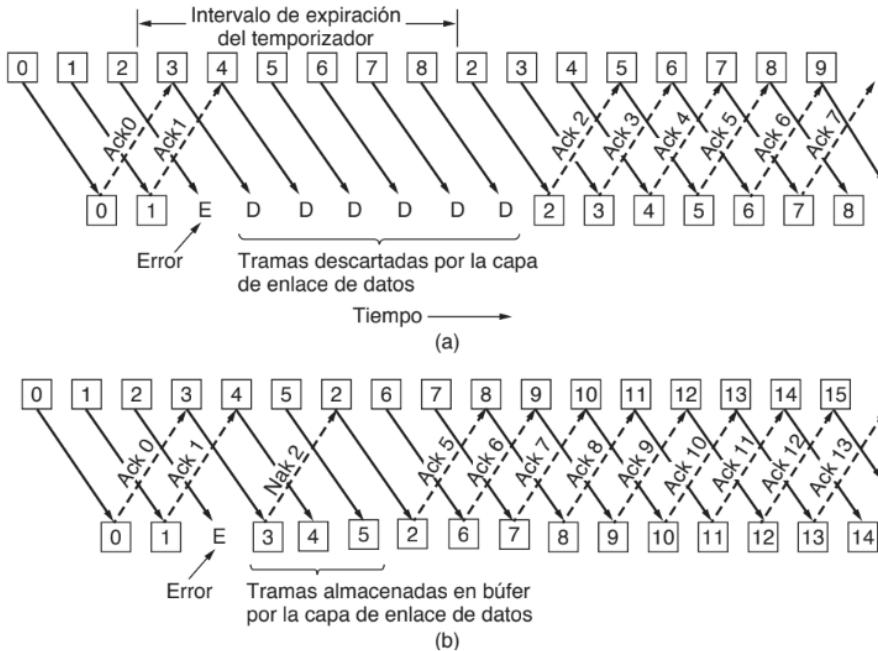


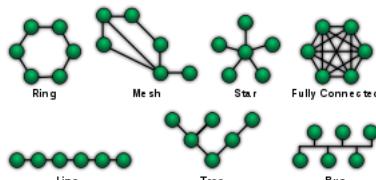
Figure 20.8: Canalización y recuperación de errores. Error cuando a. el tamaño de la ventana del receptor es 1 y b. el tamaño de la ventana del receptor es grande.

de datos del receptor está obligada a entregar paquetes a la capa de red en secuencia.

Hay dos valores para arreglar esos errores en la canalización (Fig. 20.8) En Fig. 20.8.a las tramas se envian y se confirman (Ack), vemos que la trama 2 tiene un error, en ese caso se termina de enviar las tramas correspondientes a esa ventana, una vez que se haya terminado de enviar las tramas de esa ventana, se vuelven a enviar las tramas desde donde ha ocurrido el error, y se descarta las siguientes tramas hasta donde abarca la ventana. En Fig. 20.8.b la que se daña o pierde es la trama 2, el emisor sin saber de eso sigue enviando hasta que el temporizador de la ventana se termine, pero las tramas dentro de la ventana posterior no se pierden, se almacenan en un buffér y se re-ordenan en la capa de enlace.

## Vocabulario-Internetworking 1

■ **Vocabulario 20.1 — Topologías de red.** un mapa físico o lógico de una red para intercambiar datos. En otras palabras, es la forma en que está diseñada la red, sea en el plano físico o lógico. El concepto de red puede definirse como "conjunto de nodos interconectados". Un nodo es el punto en el que una curva se intercepta a sí misma. Lo que un nodo es concretamente depende del tipo de red en cuestión. Tipos de topologías son: punto a punto (p2p), bus, estrella, anillo, malla, árbol,



híbrida y cadena margarita.

■ **Vocabulario 20.2 — RTC.** Red Telefónica Conmutada, es un conjunto ordenado de medios de transmisión y conmutación que facilitan, fundamentalmente, el intercambio de la palabra entre dos abonados mediante el empleo de aparatos telefónicos. El objetivo fundamental de la Red telefónica conmutada es conseguir la conexión entre todos los usuarios de la red, a nivel geográfico local, nacional e internacional.

■ **Vocabulario 20.3 — RDSI.** Red integral de servicios integrados, proporciona una conectividad digital conmutada de extremo a extremo. RDSI puede transportar voz y datos a través de una misma conexión.

■ **Vocabulario 20.4 — ADSL.** Línea de Abonado Digital Asimétrica, es un tipo de tecnología de transmisión de datos digitales y acceso a Internet, que consiste en la transmisión mediante pares simétricos de cobre de línea telefónica. Esto es, un método de acceso a Internet a través de la línea del teléfono (Red Telefónica Conmutada, PSTN) que no impide el uso regular de la línea para llamadas.

■ **Vocabulario 20.5 — PLC.** Power Line Communication, se trata de una serie de tecnologías que permiten usar los cables de la instalación eléctrica de nuestra casa para llevar Internet de un punto a otro punto. Por ello es realmente sencilla de usar ya que la instalación lleva años hecha: solo hay que conectar dos dispositivos a sendos enchufes.

■ **Vocabulario 20.6 — Full-duplex.** Enlace que permite la comunicación en ambos sentidos a la vez.

■ **Vocabulario 20.7 — Half-duplex.** Enlace que se puede usar en cualquier dirección pero solo una a la vez.

■ **Vocabulario 20.8 — Simplex.** Enlace que permite solo la comunicación en un solo sentido.

■ **Vocabulario 20.9 — Diafonía.** Perturbación electromagnética producida en un canal de comunicación por el acoplamiento de este con otro u otros vecinos.

■ **Vocabulario 20.10 — Buffer.** El buffer es un espacio temporal de memoria física el cual se usa para almacenar información mientras se envía de un lado a otro.





Líneas de transmisión



## Vocabulario

- **Vocabulario 20.11 — Refracción.** Es el cambio de dirección de una onda tras pasar de un medio a otro en el que se propaga con distinta velocidad. Es regida por dos leyes: El rayo incidente, el refractado y la normal a la superficie en el punto de incidencia están en el mismo plano. La ley de Snell de la refracción, que marca la relación entre el ángulo de incidencia ( $\alpha$ ) y el de refracción( $\beta$ ), y las velocidades de las ondas en los medios 1 y 2,  $v_1$  y  $v_2$ , según:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{V_1}{V_2} = n$$

Donde  $n$  es el indice de refracción del segundo medio respecto al primero. La refracción se vale de la ley de **Snell**.

- **Vocabulario 20.12 — Reflexión.** La reflexión es el cambio de dirección de una onda que experimenta una onda cuando choca a una superficie de un medio distinto. Se establecen dos leyes:

- El rayo incidente, el reflejado y la normal a la superficie en el punto de incidencia están en el mismo plano.
- El ángulo del rayo incidente es igual al ángulo de reflexión.

Esta se vale del principio de **Huygens**.

- **Vocabulario 20.13 — Difracción.** Fenómeno ondulatorio que ocurre cuando una onda se reproduce al atravesar una abertura u orificio. El fenómeno es causado cuando el tamaño del orificio es del mismo orden que la longitud de onda del movimiento ondulatorio.



# microcontrolador y microprocesador



<b>21</b>	<b>Arquitectura y principios del microcontrolador .....</b>	<b>297</b>
21.1	Arquitectura interna de una CPU .....	297
21.2	Código Assembler .....	305





## 21. Arquitectura y principios del microcontrolador

### 21.1 Arquitectura interna de una CPU

La organización interna esta dada por:

1. I/O (Inputs y outputs) como teclado mouse, sensores para inputs y LCD, impresoras, micr controladores para outputs.
2. Memoria
3. CPU

Además algunos términos relacionados con este tema son:

- **Capacidad:** el número de bits que una memoria puede almacenar: 128 Kbits, 256Mbits, etc.
- **Organización:** Como las locaciones están organizadas: una memoria de 128x4 tiene 128 locaciones de 4 bits cada uno.
- **Tiempo de acceso:** Cuanto demora obtener información de la memoria.

#### 21.1.1 Memoria

Hechas de **semiconductores** (como las memorias RAM) y **no semiconductores** (como disketes o discos de estado sólido). Hablaremos primero de las memorias semiconductores: Son separadas en dos grupos: **ROM** y **RAM**

##### 21.1.1.1 ROM

1. **Mask ROM:** Mask ROM: este tipo de memoria es la que se utiliza durante el proceso de fabricación de los dispositivos, y una vez escritos los datos no pueden ser modificados.
2. **Programmable ROM-PROM:** La memoria PROM utiliza alto voltaje para poder destruir o crear enlaces internos. En este sentido, una parte importante de cómo funciona la memoria PROM reside principalmente en que esta, solo permite realizar **una** programación, llamada OTP (*One time programmable*).
3. **Erasable PROM-EPROM:** Chip de memoria ROM **programable** y no volátil, esto es que **guarda** los datos en el caso de que la fuente de energía se **apague**, y puede ser **borrada** completamente (en 20 min aprox.) y volver a ser usada por exposición a una fuente de luz **ultravioleta**, estas son llamadas **UV-EPROM**. Cabe aclarar que esta memoria no se puede borrar de forma selectiva o parcial. Por eso cualquier modificación, por muy pequeña que sea, hace que necesariamente se deba borrar y reprogramar en su totalidad.
4. **Electronic Erasable PROM-EEPROM:** Como su nombre sugiere, una EEPROM puede ser borrada y programada con **impulsos eléctricos**. Al ser una pieza que se puede gestionar por estos impulsos eléctricos, podemos realizar todas estas operaciones de reprogramación sin

tener que desconectarla de la placa a la cual va conectada. La EEPROM también se conoce como *non-volatile memory* o **memoria no volátil** y es debido a que cuando se desconecta la energía, los datos almacenados en la EEPROM **no serán eliminados** quedando intactos. Cada byte puede ser borrado **independientemente**.

5. **Flash EPROM:** La memoria Flash es un derivado de la memoria EEPROM. Es un dispositivo en forma de tarjeta, que se encuentra orientado a realizar el **almacenamiento de grandes cantidades** de datos en un espacio reducido, permitiendo la **lectura y escritura** de múltiples posiciones de memoria en la misma operación. Todo esto gracias a impulsos eléctricos, lo que además le otorga una velocidad de funcionamiento superior a la que presentaban las memorias del tipo EEPROM, que actuaban sobre una celda única de memoria por vez. Este tipo de memoria, se basa en el uso de semiconductores. Además, de ser **no volátil y re-escribible**, lo que le otorga casi todas las características de una memoria RAM, con la ventaja de que lo que se guarda en este tipo de memorias flash, **no se borra** al desconectar el dispositivo del PC o del aparato en donde las utilizamos a diferencia de la memoria RAM. Un gran ejemplo son las memorias flash USB.

### 21.1.2 RAM

- **Static RAM-SRAM:** Solo mantiene su contenido mientras se le está aplicando una fuente de alimentación. Es rápida y no necesita refresco pero tiene alto consumo de energía y son caros. SRAM mantiene los datos en una “imagen” estática como lo indica su nombre, hasta que se escribe encima y se pierde por perder la fuente de alimentación. Este tipo de memoria es más cara, rápida y más eficiente al ahorrar energía comparada con otros tipos de memoria similares.
- **Dynamic RAM-DRAM:** La memoria (DRAM) es un componente de su ordenador que permite el acceso a datos a **corto plazo**. Puesto que las operaciones ejecutadas de forma instantánea en el sistema se basan casi siempre en acceso a datos a corto plazo, p. ej., al cargar aplicaciones, navegar por la web o editar una hoja de cálculo, la velocidad y la cantidad de memoria juegan un papel decisivo para el rendimiento del sistema. Tienen bajo consumo de energía, son baratos y de alta capacidad pero son lenta y necesitan refresco constante. Existen más categorías dentro de las DRAM.
- **Non-volatile RAM-NV-RAM:** Una memoria de acceso aleatorio no volátil (NVRAM) es cualquier tecnología de memoria de estado sólido que conserva la información cuando se apaga. Generalmente, NVRAM no se refiere a dispositivos de almacenamiento electromecánicos como unidades del disco duro. Por el momento, la forma más prevalente de NVRAM es la memoria Flash. Este tipo de memorias son construidas actualmente mediante chips semiconductores y prácticamente están presentes en todos los dispositivos electrónicos que requieren de un firmware para su funcionamiento. Esto incluye ordenadores personales, teléfonos, routers y todos los dispositivos programables. La información que almacena la NVRAM es utilizada por el sistema operativo o firmware del dispositivo para que, durante el proceso de arranque, se pueda cargar la configuración básica de funcionamiento del dispositivo. Esto puede incluir, configuración de arranque de discos duros, dispositivos de entrada y salida, volumen, hora y fecha, y otros parámetros básicos. Son rápidas, infinitos ciclos de programación/borrado pero son caras.

El pinout de un memoria está dado por (Fig. 21.1):

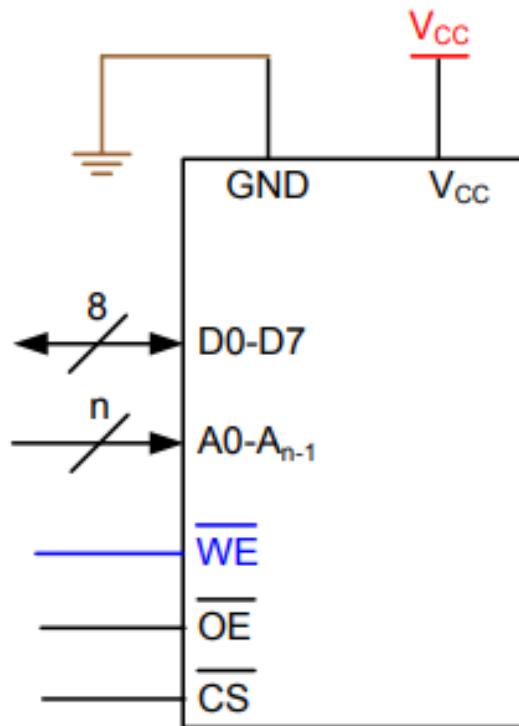


Figure 21.1: Pinout de una memoria.

1. GND: Tierra.
2.  $V_{cc}$ : Pin de alimentación.
3.  $D_0 - D_7$ : Pines de datos, también llamado BUS de 8 hilos, de datos o solamente BUS.
4.  $A_0 - A_{n-1}$ : Pines de dirección, depende de la capacidad de la memoria. Llamado también BUS de direcciones.
5.  $\overline{WE}$ : Dormir
6.  $\overline{OE}$ : Habilitar
7.  $\overline{CS}$ : Seleccionar

La memoria se conecta con la CPU de la siguiente manera:

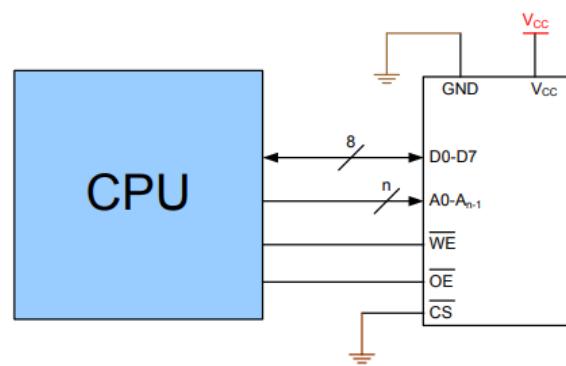


Figure 21.2: Conexión CPU-Memoria

### ¿Cómo se comunica la memoria con el CPU?

Para ello, primero especificamos el dato en el bus de direcciones, es decir, con que parte de la memoria queremos comunicarnos, para esto usamos la linea **Address**, luego de ellos seleccionamos

el dispositivo, para ello usando uno de los puertos de control:  $\overline{CS}$  lo ponemos a tierra para habilitarlo. Una vez seleccionado el dispositivo, le indicamos que vamos a hacer una escritura, por lo tanto mandamos a nivel bajo el pin  $\overline{WE}$ . Una vez gestionado esa secuencia de control, recién enviamos los datos, estos datos dependen de  $\overline{WE}$ , mientras este en nivel bajo la memoria almacenará los datos, si vuelve a nivel alto solo leerá, mas no escribirá. Luego de todo eso se vuelve a la normalidad la memoria haciendo los pasos mencionados. Los pasos se ven en la fig. 21.3.

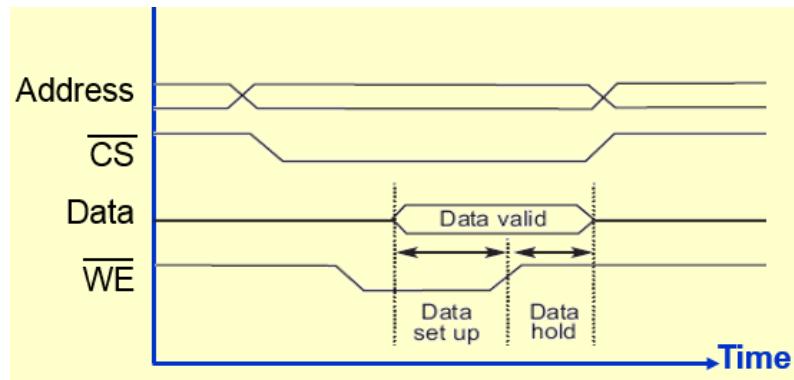


Figure 21.3: Proceso de escritura.

El proceso de lectura es muy similar, al igual que la escritura, fijamos la dirección, luego seleccionamos la memoria correspondiente mediante  $\overline{CS}$ , ahora habilitamos el pin de lectura  $\overline{OE}$ , esperamos un tiempo y la memoria nos devuelve el dato, una vez recibida se cierra los procesos mencionados, es necesario precisar que el pin de escritura  $\overline{WE}$  debe estar a nivel alto para que no esté activa.

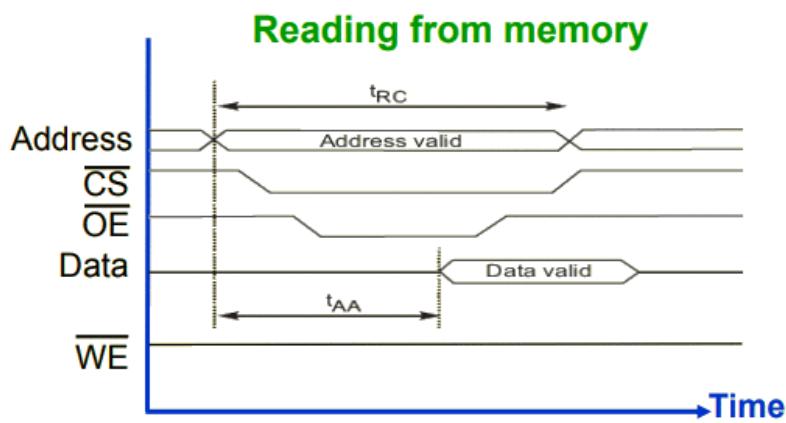


Figure 21.4: Proceso de lectura.

### 21.1.3 I/O

Para la conexión de periféricos o entradas/salidas, en teoría se necesitan muchas entradas a la CPU, es por eso que una manera de conectar varios I/O son mediante buses de datos y direcciones, haciendo uso de la multiplexación permite trabajar con varios dispositivos, además contamos con un bus de control que controla la escritura, lectura y habilitación (Fig 21.5).

### 21.1.4 ¿Cómo escriben en la memoria los periféricos?

Si conectamos la memoria e I/O tendríamos un circuito como la Fig. 21.6a, pero al ser  $n$  I/O, la memoria no debe estar siempre prendida pues esta tiene espacio asignado para cada una de ellas,

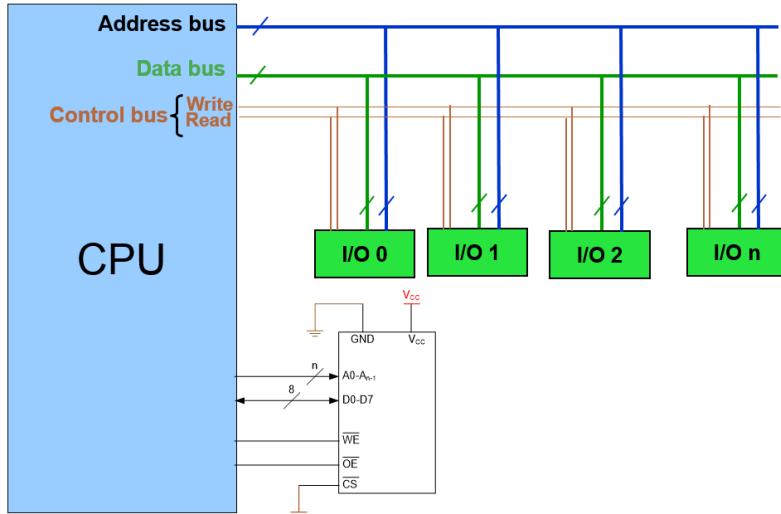


Figure 21.5: Conexiones de I/O y memoria al CPU.

por eso que quitamos la conexión a tierra de la memoria y la asignamos a cada dispositivo de entrada/salida como en la Fig. 21.6b. Ahora tenemos otro problema,  $\overline{CS}$  permitirá la escritura en la memoria pero ¿cómo esta sabrá que la petición para la escritura en la memoria 3 viene de la entrada y no se la 5 por ejemplo?. Es por ello que diseñamos un circuito lógico que nos permita multiplexar las direcciones y la memoria, este circuito permitirá trabajar sobre el bus de direcciones (Fig. 21.6c).

### ¿Cómo hacemos ese circuito lógico?

Teniendo el ejemplo de direcciones desde 0 al 15, la solución es:

1. Escribe el rango de direcciones en binario.

Desde la dirección 0 (0000 0000) hasta la dirección 15 (0000 1111), siendo de izquierda a derecha MSB hacia el LSB.

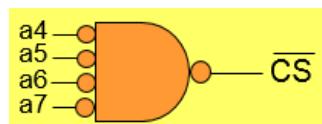
2. Separas las partes fijas de las direcciones:

Desde la dirección 0 (0000 0000) hasta la dirección 15 (0000 1111)

3. Usando una compuerta NAND, diseñas un sistema lógico cuya salida active cuando las direcciones fijas sean dadas. En la siguiente figura:

From address 0 →	<table border="1"> <tr> <td>a<sub>7</sub></td><td>a<sub>6</sub></td><td>a<sub>5</sub></td><td>a<sub>4</sub></td><td>a<sub>3</sub></td><td>a<sub>2</sub></td><td>a<sub>1</sub></td><td>a<sub>0</sub></td></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	a <sub>7</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>0</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0
a <sub>7</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>0</sub>										
0	0	0	0	0	0	0	0										
To address 15 →	<table border="1"> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td> </tr> </table>	0	0	0	0	1	1	1	1								
0	0	0	0	1	1	1	1										

se muestra los bits de los límites de las direcciones, vemos que la parte fija es 0000, esos bits lo colocamos en la entrada de la compuerta NAND



En las entradas de la compuerta NAND se tienen que negar las entradas individuales de tal manera que las entradas pasen de ser 0000 a 1111, si recordamos la tabla de verdad de la compuerta NAND, si son todos 1, la salida será 0.

**Ejemplo 21.1 — Diseñar un decodificador de direcciones desde 300H hasta 3FFH.** Como se dijo, se tienen que seguir los siguientes pasos:

**Paso 1: Pasar el rango de direcciones a binario**

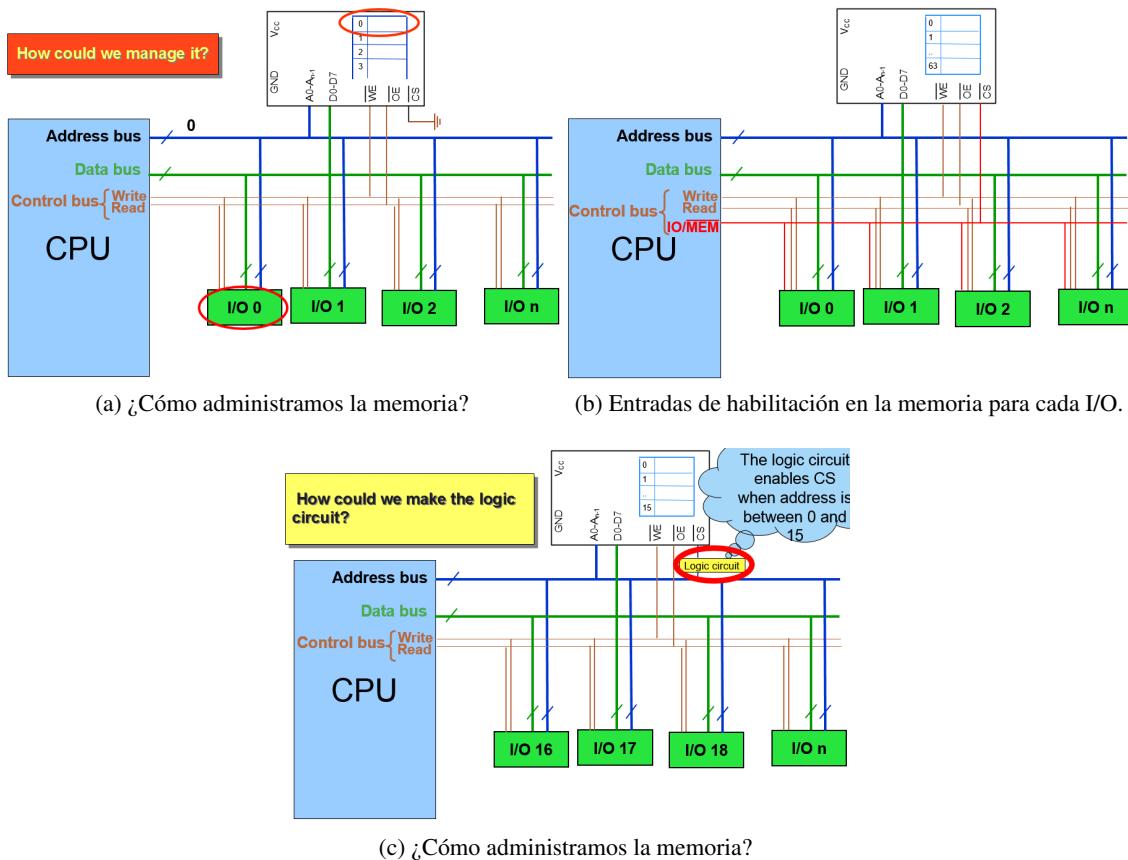


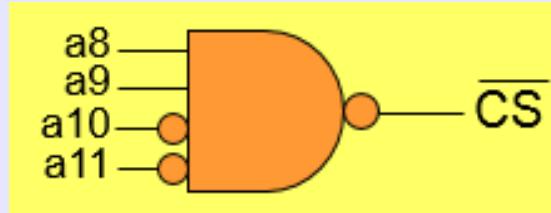
Figure 21.6: Procesos de comunicación I/O, memoria y CPU.

Desde la dirección 300H → 001100000000

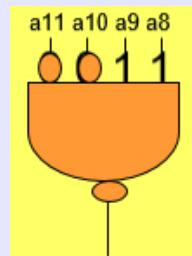
Hasta la dirección 3FFH → 001111111111

Donde el MSB es el que esta más a la izquierda.

Tomamos la parte fija, que sería 0011, con eso diseñamos el circuito lógico, buscamos que como salida nos de el valor cero ya que el pin  $\overline{CS}$  se activa a nivel **cero**. Colocamos en la compuerta NAND las entradas fijas, recordando que para que la salida sea cero en una compuerta NAND **todas** las entradas ser uno. Por eso negamos los ceros y a los unos los dejamos como tal:



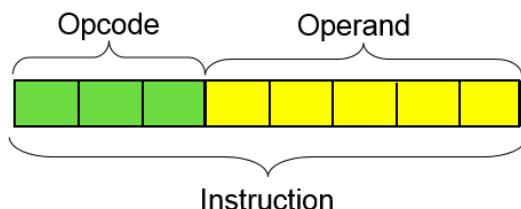
Si te resulta un poco difícil, puedes aplicar este truco: orientas la compuerta NAND hacia abajo y encima de ella colocas los bits fijos, y ya tienes las compuertas; si te das cuenta los ceros formas una negación y los unos pasan desapercibidos:



## 21.1.5 CPU

La CPU es la encargada de ejecutar instrucciones secuenciales. Dentro de una CPU se encuentra normalmente con:

1. **PC**: Program counter, encarga de contar los programas ejecutados, cuando se encienda o resetee un microcontrolador siempre su PC será 0.
2. **Decodificador de instrucciones**: Las instrucciones tienen 2 partes:



**OPCODE** siendo los MSB y **OPERANDO** siendo los LSB. Las instrucciones depende de cuantos bits posee el *opcode*, si posee 3 bits, la cantidad de operaciones sería  $2^3=8$  posibilidades. Depende de cada microcontrolador o microprocesador las instrucciones se sean dadas para cada uno de las variantes del *opcode*. Siempre estar atento pues las posibles variante del *opcode* suelen venir en decimal y los bits del *operando* pueden venir en hexadecimal, es por ello que podrás ver una lista enumerada del 0 al N, y los valores de cada uno de estos son valores hexadecimales.

3. **Registros**

4. **ALU:** Unidad aritmética lógica: Para el caso de AVR ALU de alto rendimiento, funciones en conexión directa con los 32 registros de trabajo de uso general. Las operaciones aritméticas entre registros o registros con valores inmediatos solo necesitas un ciclo de reloj ( $PC=PC+1$ ). Las operaciones dentro de las ALU se dividen en 3 categorías principales<sup>1</sup>

- Aritmética
- Lógica
- Bits

Dentro de la ALU se encuentra el

#### Status register

El registro de estado contiene información sobre el resultado de la última instrucción aritmética ejecutada. La información se puede utilizar para alterar el flujo del programa con el fin de realizar operaciones condicionales.

Bit	7	6	5	4	3	2	1	0	SREG
0x3F (0x5F)	I	T	H	S	V	N	Z	C	
Read/Write	R/W								
Initial Value	0	0	0	0	0	0	0	0	

Tenga en cuenta que el registro estado se **actualiza** después de todas las operaciones de ALU. Esto en muchos casos elimina la necesidad de utilizar las instrucciones de comparación dedicadas, lo que se traduce en un código más rápido y compacto. El registro de estado no se almacena automáticamente cuando se ingresa a una rutina de interrupción y se restaura al regresar de una interrupción. Esto debe ser manejado por software. Los bits del SREG son:

**Bit 7-I Habilitación de Interrupción global:** Debe estar a set (uno) para que las interrupciones estén habilitadas. El control de habilitación de interrupción individual se realiza entonces en registros de control separados. Si el bit de habilitación de interrupción global es borrado (cero), ninguna de las interrupciones se habilita. El bit I es borrado por hardware (botón reset en chip) después de que haya ocurrido una interrupción y se pone a set por la instrucción RETI para habilitar interrupciones posteriores.

**Bit 6-T Almacenamiento de Copia de bit:** Las instrucciones de copia de bit BLD (Bit LoaD) y BST (Bit STore) usan el bit T como fuente y destino para el bit operado. Un bit de un registro en el archivo de registro puede copiarse en T por la instrucción BST y un bit en T puede copiarse en un bit de un registro en el archivo de registro por la instrucción BLD

**Bit 5-H Flag de Half-carry:** El flag de half-carry H indica un carry intermedio en algunas operaciones aritméticas.

**Bit 4-S Bit de signo(S = N xor V):** El bit S siempre es una OR exclusiva entre el flag negativo N y el flag V de desbordamiento de complemento a dos.

**Bit 3-V Flag de desbordamiento de complemento a dos:** El flag V de desbordamiento de complemento a dos soporta la aritmética del complemento a dos.

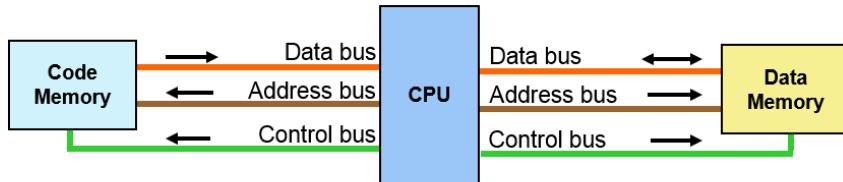
**Bit 2-N Flag Negativo:** El flag N indica un resultado negativo después de las diferentes operaciones lógicas y aritméticas.

**Bit 1-Z Flag Cero:** El flag Z indica un resultado de cero después de las diferentes operaciones lógicas y aritméticas.

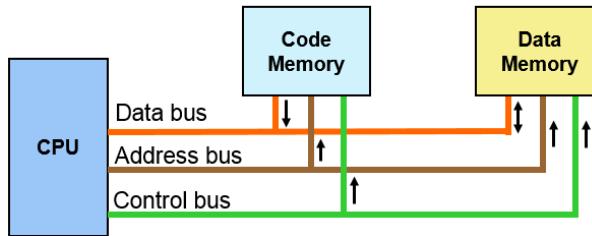
**Bit 0-C Flag de carry:** El flag de carry C indica una llevada en una operación aritmética o lógica.

Observe que el Registro de Estado no se guarda automáticamente al entrar en una rutina de interrupción y se restaura al volver de una rutina de interrupción. Debe ser manipulado por software

<sup>1</sup>En algunas implementaciones de la arquitectura pueden incluir multiplicador con signo, sin signo, o formato fraccionario.



- Harvard architecture



- Von Neumann architecture

Figure 21.7: Arquitecturas de control de memoria.

### 21.1.6 Arquitecturas

Con respecto a como gestionar la memoria de datos y la memoria de código se tiene dos tipos (Fig. 21.7)

## 21.2 Código Assembler

**OJO** que quede claro que no vamos a **profundizar** todos los códigos, iremos a medida que aprendamos un nuevo código, solo **describiré** lo que hace la función en un par de líneas y unos cuantos ejemplos, tienes que estar acompañado del *datasheet* de los procesadores AVR porque en cada comando existe restricciones y límites.

### Lista de comandos

1. **LDI Rd,k:** Carga una constante *k* de 8-bit al registro *Rd*.
2. **STS k,Rr:** Mueve el valor del registro *Rr* al la memoria de datos *k*.
3. **ST X, Rr/ST X+,Rr/ST -X,Rr:** Usa el valor del registro automático *X*<sup>2</sup> para ubicarla en la *Data memory* y almacena el valor del registro *Rr*. Las variantes con el símbolo + y - nos ayudarán a movernos un espacio a la derecha o izquierda: Si *X*:0220, con la función **sin** signo la almacena directo, con la función + se almacenará en la memoria 0221 y con el signo - se almacenará en la memoria 0219. Al hacer el uso de *X+/-X*, el valor de *X* se **actualizará**, siendo *X*:0219, usamos el *X+*, *X* ahora será 0220, ya no es 0219.
4. **ADD Rd,Rr:** Suma el registro *Rr* más el registro *Rd*, y el resultado lo coloca en el registro *Rd*. La suma es **sin acarreo**. Solo soporta hasta 255(FF), a partir de ahí el bit rebalsa. Este estado se puede ver en **ITHSVNZC** o **registros de estado**.
5. **INC Rd:** Incrementa el registro *Rd* en una unidad en su misma posición.
6. **rjmp:** Salto relativo a cualquier etiqueta con máximo 2k palabras(8KB).
7. **CPSE Rd, Rr:** Compara los registros *Rd* y *Rr*, si ambos son iguales se salta la linea siguiente.
8. **nop:** Hace un ciclo pero no hace ni una operación.
9. **rcall k:** Llamamos a la etiqueta *k*, se ejecuta su código y volvemos a donde se ha llamado.
10. **.org 0xxxx:** Directiva que indica donde se va a almacenar en la *program memory*, son 2

<sup>2</sup>Puede funcionar con cualquier registro indirecto.

- bytes, Si es .org 0x040, la memoria estará en la posición  $2*40=80$ .
11. **BREQ k:** Si la función CP anterior a este comando resulta que ambos valores son iguales, realizará la sub-rutina k.
  12. **CP Rd, Rr:** Esta instrucción realiza una comparación entre dos registros Rd y Rr. Ninguno de los registros se cambia. Todas las ramas condicionales se pueden utilizar después de esta instrucción.
  13. **ijmp**
  14. **MOV Rd, Rr:** Copia el valor del registro Rr al registro Rd.
  15. **MUL Rd, Rr:** Realiza una multiplicación de 8 bits x 8 bits, siendo la respuesta de 16 bits. La respuesta se almacenará en el R1 los 8 primeros MSB y en R0 los 8 LSB<sup>3</sup>.
  16. **MULS Rd, Rr:** Multiplica dos registros conteniendo números con signo. Misma sintaxis que **MUL**.
  17. **SWAP Rd:** Intercambia los 4 MSB y 4 LSB, siendo ahora LSB-MSB.
  18. **SUBI Rd, K:** Resta un registro Rd con una constante K (Rd=Rd-K) y el resultado lo coloca en el Rd.
  19. **OR Rd, Rr:** Realiza una operación OR entre ambos registros y coloca el resultado en el registro Rd.
  20. **EOR Rd, Rr:** Realiza una operación XOR entre ambos registros y coloca el resultado en el registro Rd.
  21. **NEG Rd:** Reemplaza el registro Rd por su complemento a 2.
  22. **POP Rd:** Recuperas el valor del registro a STACK, solo funciona dentro de sub-rutinas, es decir lo que almacena en el STACK de la *subrutina*<sub>1</sub> no estará disponible en la *subrutina*<sub>2</sub>.
  23. **PUSH Rd:** Al igual que POP, guardas el valor del registro Rd en el STACK. Tanto POP como PUSH consideralos como crear una backup (copia de seguridad) en STACK.
  24. **SUB Rd, Rr:** Resta el registro Rd menos el registro Rr, y coloca la respuesta en el Rd.
  25. **RET:** Retorna a la sub-rutina principal. Indica que ha terminado la sub-rutina principal.
  26. **LDS Rd, k:** Carga el dato k en el registro Rd.
  27. **BRGE k:** Ejecuta la sub-rutina k solo si el registro Rd es mayor o igual al registro Rr. Funciona después de CP.
  28. **LSL Rd:** Desplaza los 8 bits del registro Rd hacia la izquierda, añadiendo un cero a la derecha (en el bit 0) y el bit 7 que sobra lo guarda en C flag.
  29. **LSR Rd:** Desplaza los 8 bits del registro Rd hacia la derecha, añadiendo un cero a la izquierda (en el bit 7) y el bit 0 que sobra lo guarda en C flag.
  30. **ROL Rd:** Desplaza los 8 bits del registro Rd hacia la izquierda, colocando el valor de C flag en el bit 0 y el bit 7 que sobra lo coloca al C flag.
  31. **ROR Rd:** Desplaza los 8 bits del registro Rd hacia la derecha, colocando el valor de C flag en el bit 7 y el bit 0 que sobra lo coloca al C flag.
  32. **BST Rd, b:** Almacena el bit de la posición b del registro Rd al registro de estado T.
  33. **BLD Rd, b:** Copias el valor de T(SREG) al bit b del registro Rd.
  34. **SET:** Establece el valor de T(SREG) a 1.
  35. **SBRC Rr, b:** Saltará la siguiente línea si el bit b del Rr es cero
  36. **SBRS Rr, b:** Saltará la siguiente línea si el bit b del Rr es uno
  37. **BRCS k:** Si el valor de C es 1, saltará a la sub-rutina k. De lo contrario, no hará nada.
  38. **BRCC k:** Si el valor de C es 0, saltará a la sub-rutina k. De lo contrario, no hará nada.
  39. **BRNE k:** Si el valor de Z es 0 (no hay un negativo de algún registro), se realiza la sub-rutina k. También funciona con la función CP.

**Definición 21.1 — Registros indirectos.** X, Y, Z son direcciones de registro indirectas: X=R27:R26, Y=R29:R28, y Z=R31:R30)

<sup>3</sup>De izquierda a derecha MSB-LSB

Esto quiere decir que no controlamos estas memorias y almacena registros automáticos; estos registros son compuestos, si tenemos el valor de **0x20** en el R27 y el valor de **0x22** en el registro R26, X será: X:**2220**.



Los sistemas numéricicos son los siguientes: los binarios son escritos: **0bxxxx\_xxxx**, los hexadecimales son: **0xxx** y los decimales son: **\$xx**. El AVR trabaja en **hexadecimal** pero se pueden ingresar datos en otros sistemas, pero los cálculos internos son en hexadecimal. Las entradas binarias se transforman en hexadecimales: Puedes ingresar **0b1001\_0011** o **0x93** como también **\$147**.

### 21.2.1 Ejemplos del código Assembler

1. Escriba un programa para cargar el valor **0x75** en el registro R16. Luego desde el registro R16 mover los datos a los registros R0 y R10. Use el simulador para verificar los registros. Analice cómo evoluciona el PC (contador de Programa) y el “Cycle Count”:

```
Start:
Loop:
    LDI R16, 0x75; Registra el valor de 0x75 en el registro 16 (El comando
                    LDI solo funciona con valores del registro 31)
    MOV R0, R16; Copia el valor del registro 16 al registro 0
    MOV R10, R16; Copia el valor del registro 16 al registro 10
fin:
    rjmp fin
```

Código 21.1: Crear y mover registros

2. Escriba un programa para cargar el valor 5 en hexadecimal en la posición **0x0100** de la memoria de datos (data Memory), añadir líneas de código para cargar el valor **0b0000 1001<sup>4</sup>** en la posición **0x0101**.

```
Start:
Loop:
    LDI R16, 0x05; Registra el valor de 0x05 en el registro 16
    STS 0x0100, R16; Guarda el valor del registro 16 en la memoria 0x0100
    LDI R17, 0b00001001; Registra el valor de 0b00001001en el registro 17
    STS 0x0101, R17; Guarda el valor del registro 17 en la memoria 0x0101
fin:
    rjmp fin
```

Código 21.2: Acceso a la mejora SRAM

Seguidamente agregue líneas para que realice la suma de los datos almacenados de las posiciones **0x0100** y **0x0101** y guardar el resultado en la posición **0x0103**.

```
Start:
Loop:
    LDI R16, 0x05; Registra el valor de 0x05 en el registro 16
    STS 0x0100, R16; Guarda el valor del registro 16 en la memoria 0x0100
    LDI R17, 0b00001001; Registra el valor de 0b00001001en el registro 17
    STS 0x0101, R17; Guarda el valor del registro 17 en la memoria 0x0101
    LDS R1, 0x100; Recuperas un dato de la memoria 0x100 y se carga al
                    registro R1
    LDS R2, 0x0101; Recuperas un dato de la memoria 0x0101 y se carga al
                    registro R2
    ADD R1, R2; Sumas los registros de R1 y R2 y se guarda en R1
    STS 0x0103, R1; Guardas el valor del registro 3 en la memoria 0x0103
```

<sup>4</sup>Para los valores binarios tiene que ir la cabezera **0b**

```

fin:
rjmp fin

```

Código 21.3: Movimiento de datos en la SRAM

## 3. Crear el bucle FOR en assembler.

```

.org 0x040;directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
      bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
Start:;ubicado en la memoria 0x040
      ;Parametros bucle FOR
      LDI R16,0;Inicio
      LDI R17,10;Final
      LDI R18, 2;Paso
      rcall for; Saltamos a la sub-rutina for
for:
      ;Codigo a repetir
      ;Colocar tu codigo aqui
      ;Estructura bucle for:
      CP R16, R17; Comparamos ambos registros
      BREQ fin; Saltaremos a la sub-rutina solo si ambos registros son iguales
      ADD R16,R18; De lo contrario, el registro de inicio se sumara con el
                  salto
      INC R1; A modo de vista usamos el R1 y le sumamos 1
      rjmp for; Volvemos al sub-rutina for
fin:
      rjmp fin; Fin del programa

```

Código 21.4: Bucle for en Assembler

## 4. Creación de función IF.

```

Start:
      ldi r20, $3; Registra el valor de $3 en el registro 20
      ldi r21, $4; Registra el valor de $4 en el registro 21
      ldi r22, $7; Registra el valor de $7 en el registro 22
      cp r20, r21;Compara los valores de r20 y r21
      brge Suma; Si es mayor al valor se efectua la subrutina suma, sino se
                  salta a la sig accion
      DEC r22; Sustrae en 1 al registro 22
      INC r17; Incrementa en 1 el registro 17
Suma:
      INC r22; Incrementa en 1 el registro 22
      rjmp Start; Nos devuelve al inicio

```

Código 21.5: Comparación con “if”

5. Resolver la ecuación  $y=2x-c$ 

```

.org 0x040; directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
      bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
start:;ubicado en la memoria 0x040
      LDI R16, 5; Cargar Numero 1
      LDI R17, 3; Cargar Numero 2
      rcall Op1; Saltar a la funcion Op1
      rjmp fin; Saltar a la sub-rutina fin
.org 0x80; directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
      bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
Op1:

```

```

    ADD R16, R16; Sumar el Numero 1 dos veces, o multiplicar por 2
    sub r16, r17; Restar 2*Numero 1 - Numero 2
    MOV R18, r16; Mover el resultado al Registro 18
    ret; Retornar a la sub-rutina Start

fin:
    rjmp fin; Terminar programa

```

Código 21.6: Resolución de ecuación lineal

## 6. Realizar la misma ecuación lineal usando PUSH y POP

```

.org 0x040;directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
start:;ubicado en la memoria 0x040
    LDI R16, 5; Cargar numero 1
    PUSH R16; Crear backup del R16 en STACK
    LDI R16, 3; Dar nuevo valor al R16
    rcall Suma1; Saltar a la sub-rutina Suma1
    pop r16; Restaurar el valor del R16 del STACK
    rcall Suma2; Saltar a la sub-rutina Suma2
    rjmp fin; Terminar programa
.org 0x80
Suma1:
    ADD R16, R16; Sumar R16 con el R16
    mov r17, r16; Copiar el valor del R16 al R17
    ret; Retornar a la sub-rutina de donde se llamo
Suma2:
    sub r17, r16; Restar el r17 menos el r16
    MOV R18, r17; Mover el valor del R17 al R18
    ret; Retornar a la sub-rutina desde la que se llamo
fin:
    rjmp fin; Terminar programa

```

Código 21.7: Ecuación lineal con PUSH y POP

## 7. Saltos indirecto con IJMP-Programa básico.

```

.org 0x040;directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
start:;ubicado en la memoria 0x040
    LDI R31, 0x00; Registro z indirecto
    LDI R30, 0x80; Registro Z indirecto
    ijmp;salta a un registro compuesto por el registro Z, como almacenamos
    en el registro Z=0080, iremos a direccion en la memoria
.org 0x080; Definimos el programa en la memoria para saltar (0080)
    ldi r20, 0x15; Cargamos un valor
    ldi r21, 4; Cargamos un valor
fin:
    rjmp fin; Terminar programa

```

Código 21.8: Programa básico-IJMP

## 8. Realice un programa para que realice la diferencia de dos números, si el resultado es negativo que devuelva el valor absoluto del resultado.

```

start:
    LDI R16, 5
    LDI R17, 8

```

```

CP R16, R17
BRGE RealizarSustraccion ; Si R16 es mayor que R17 se va a la funcion
    asignada, caso contrario pasa a la siguiente linea.
SUB R16,R17
BRPL positive ; Verifica si el numero es positivo.
NEG R16 ; Asume el resultado en el registro r16.
positive: NOP ; Convierte a positivo el valor negativo,
rjmp endBranch
RealizarSustraccion:
SUB R16,R17
endBranch:
nop
nop

```

Código 21.9: Desarrollo entre más de 2 sub-rutinas

9. Si A= igual a B, suma A+B; Si A mayor que B, resta A-B; si B mayor que A, resta B-A

```

1 .org 0x040;directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
    bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
2 Start:;ubicado en la memoria 0x040
3     ldi R16, 3; Cargar valores
4     ldi r17, 8; Cargar valores
5     cp R16, R17; Comparar ambos registros(sus valores).
6     breq realizarsuma; De ser iguales los valores comparados en la funcion
        CP anterior, saltara a la sub-rutina realizarsuma. Si no son iguales
        se omite esta linea
7     brge RealizarResta;Si no son iguales, R16 debe ser mayor a R17 saltamos
        a esta funcion para restar R16-R17
8     sub r17, r16; En caso que no sean iguales y R16 es menor q R17, restamos
        R17-R16
9     rjmp fin; Saltamos a la sub-rutina endBranch
10    realizarsuma:
11        add R16,r17; Suma ambos valores
12        rjmp fin
13    RealizarResta:
14        sub r16, r17; Restar el R16 menos el R17
15        rjmp fin; Saltamos a la sub-rutina endBranch
16    fin:
17        rjmp fin

```

Código 21.10: Condicional de suma entre dos números

10. Separar nibles 0xF4 en dos nibles separador en sus respectivos registros.

```

Start:
    ldi R20, 0xF4; Cargar el bit al registro 20
    rcall rotate; Llamamos la sub-rutina rotate
    nop
rotate:
    mov R21,R20; Cargamos el R20 al R21, R20 es el dato original
    andi R21, 0b00001111; Hacemos una compuerta AND, pues al realizar la
        operacion el nible alto se hara cero y se mantiene el nible bajo
    mov R2,R21; Copiamos el registro del R21(and) al R2
    mov R3,R20; Copiar el R20 al R3
    lsr R3; Desplazamos un bit hacia la derecha
    lsr R3; Desplazamos un bit hacia la derecha
    lsr R3; Desplazamos un bit hacia la derecha

```

```

    lsr R3; Desplazamos un bit hacia la derecha
    ret; Regresamos
fin:
    rjmp fin

```

Código 21.11: Separar nibles usando LSR

```

Start:
    ldi R20, 0xF4; Cargar el bit al registro 20
    rcall rotate; Llamamos la sub-rutina rotate
    nop
rotate:
    mov R21,R20; Cargamos el R20 al R21, R20 es el dato original
    andi R21, 0b00001111; Hacemos una compuerta AND, pues al realizar la
                          operacion el nible alto se hara cero y se mantiene el nible bajo
    mov R2,R21; Copiamos el registro del R21(and) al R2
    mov R3,R20; Copiar el R20 al R3
    ror R3; Desplazamos un bit hacia la derecha, los bits no se pierden
    ror R3; Desplazamos un bit hacia la derecha, los bits no se pierden
    ror R3; Desplazamos un bit hacia la derecha, los bits no se pierden
    ror R3; Desplazamos un bit hacia la derecha, los bits no se pierden
    ret; Regresamos
fin:
    rjmp fin

```

Código 21.12: Usando ROR

Aquí el resultado no será le mismo, pues usando *ror*, los bits que se desplazan fuera del niblo no se pierden, sino que se colocan al final del sentido de desplazamiento, por eso después de desplazar el 0xF4(1111 1000) 4 posiciones hacia la derecha nos queda 0x8F(1000 1111).

11. Modifique el bit 0 de cualquier registro y cámbielo.

```

.org 0x040;directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
      bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
Start:
    ldi R20,0xF4; Cargamos el valor en el R20
    ldi R19,0b0000_0001; Almacenamos el valor en el R19
    rcall rotate
    nop
    rjmp fin

rotate:
    bst R19,0; Cargamos el valor del bit 0 del R19 a T(SREG)
    bld R20,0; Modificar el bit 0 del R20 con el valor de T(SREG)
    ret
fin:

```

Código 21.13: Uso de la función BST y BSI para cambiar bits específicos

12. Mejores el anterior ejercicio usando SET:

```

.org 0x040;directiva donde se va a almacenar en la program memory, son 2
      bytes, es decir en la memoria sera 2*40=80
Start:
    ldi R20,0xF4; Cargamos el valor en el R20
    rcall rotate
    nop
    rjmp fin

```

```

rotate:
    set; Coloca el valor de 1 a T(SREG)
    bld R20,0; Modificar el bit 0 del R20 con el valor de T(SREG)
    ret
fin:
    rjmp fin

```

Código 21.14: Uso del SET para modificar T(SREG)

13. Realizar una subrutina para que compare el bit 7 de dos registros realizar la siguiente acción si: si ambos son igual a uno, los registros se restan (como resultado mostrar el valor absoluto) y al registro R2 guarda el valor 1; si ambos son igual a cero, los registros se suman y al registro R2 guarda el valor 0; si son distintos, se guarda en R2 el valor 2.

```

Start:
    ldi R20,0b1000_0101; Cargamos los numeros binarios
    ldi R21,0b1000_0100; Cargamos los numeros binarios
    sbrs R20,7; Si el bit 7 del R20 es 1, se salta la siguiente linea
    rjmp Cero; Si el bit 7 de R20 no es 1(es 0), vamos a comprar a la
               sub-rutina Cero
    rjmp Uno; Vamos a la sub-rutina 1 para comprobar el valor del otro
              registro
Uno:
    sbrs R21,7; Si el bit 7 del R21 es 1, se comprueba que ambos es 1, se
               omite la sgte linea
    rjmp Nada
    rjmp resta; Ambos numeros se restan

Cero:
    sbrs R21,7; Si el bit 7 de R21 no es 1(es 0), realizamos la siguiente
               linea
    rjmp ceroSum; Sub-rutina de sumar ambos
    rjmp nada

resta:
    subi R20,R21; Restas ambos tomando en cuenta el signo
    brpl positivo; Si es positivo, vamos a la sub-rutina positivo
    neg R20; Se asume que es negativo y se niega
    ldi R16,1; Cargamos el valor 1 al R16
    mov R2,R16; Copiamos el valor del R16 a R2
    rjmp fin

positivo:
    ldi R16,1; Cargamos el valor 1 al R16
    mov R2,R16; Copiamos el valor del R16 a R2
    rjmp fin

ceroSum:
    sbrc R21,7; Si el bit 7 del R20 es 1, se salta la siguiente linea
    add R20,R21
    ldi R16,0; Cargamos el valor 1 al R16
    mov R2,R16; Copiamos el valor del R16 a R2
    rjmp fin

Nada:
    ldi R16,2; Cargamos el valor 1 al R16

```

```

    mov R2,R16; Copiamos el valor del R16 a R2
    rjmp fin
fin:
    rjmp fin

```

Código 21.15: Sub-rutinas con comparación de bits

14. Dado un número en binario, realice dos contadores de ceros y unos presentes en el bit.

```

Start:
    ldi R20,8; Cantidad de bits
    ldi R16,0b1011_0011; Carga de bits

verificacion:
    rol R16; Mandamos a C el bit 7, desplazamos hacia la izq y colocamos en
              el bit 0 el valor pasado de C
    brcc ContLimite; Si C es 1 vamos a la sub-rutina ContLimite
    inc R3; Si es 0, sumamos 1 al R3

ContLimite:
    dec R20; Como fue 1, restamos 1 al valor de R20, esto indicara cuantas
              veces tenemos que comprobar
    brne verificacion; Si Z=1(R20=-1), volvemos a la sub-rutina verificacion

fin:
    rjmp fin

```

Código 21.16: Contador de ceros

```

Start:
    ldi R20,8; Cantidad de bits
    ldi R16,0b1011_0011; Carga de bits

verificacion:
    rol R16; Mandamos a C el bit 7, desplazamos hacia la izq y colocamos en
              el bit 0 el valor pasado de C
    brcc ContLimite; Si C es 0 vamos a la sub-rutina ContLimite
    inc R3; Si es 1, sumamos 1 al R3

ContLimite:
    dec R20; Como fue 0, restamos 1 al valor de R20, esto indicara cuantas
              veces tenemos que comprobar
    brne verificacion; Si Z=1(R20=-1), volvemos a la sub-rutina verificacion

fin:
    rjmp fin

```

Código 21.17: Contador de unos



# Ingeniería en mantenimiento



## **22 Decibelios .....** 317

22.1	Definición de dB .....	317
22.2	Definición de dBm .....	317
22.3	Definición dB $\mu$ V .....	317
22.4	Diferencia entre decibelios de tensión y decibelios de potencia .....	318
22.5	¿Qué es un nivel? .....	318
22.6	Atenuación y ganancia .....	319
22.7	Decibelios a porcentaje y viceversa .....	319

## **23 Aspectos introductorios .....** 321

23.1	Definición de mantenimiento .....	321
23.2	Mediciones de radiofrecuencia .....	322
23.3	Decibelios como medida .....	323
23.4	Radio digital y sus partes .....	332
23.5	Repetidores .....	333





## 22. Decibelios

### 22.1 Definición de dB

Aunque el logaritmo en base 10 de la relación de dos valores de potencia es una cantidad sin dimensiones, tiene unidades de "Bel" en honor del inventor del teléfono (Alexander Graham Bell). Con el fin de obtener números más manejables, se usan los dB (decibelios, donde "deci" significa un décimo) en lugar del Bel para los propósitos de cálculo. Tenemos que multiplicar los valores Bel por 10 (al igual que necesitamos multiplicar una distancia de 1000 si queremos usar milímetros en lugar de metros).

$$a = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_1}{P_2} \right) \text{dB} \quad (22.1)$$

### 22.2 Definición de dBm

Si nos referimos a un valor de potencia arbitraria a un valor de potencia arbitraria a una cantidad de referencia fijo, la relación logarítmica de referencia fijo, la relación logarítmica de los dos valores se obtiene una nueva cantidad absoluta. Esta cantidad se define como un nivel. La cantidad de referencia más utilizado en la ingeniería de las telecomunicaciones y de radio frecuencia es de una potencia de 1 mW (una milésima de un vatío) en 50 Ohm. La relación de potencia general de  $P_1(P_{out})$  a  $P_2(P_{in})$  se convierte ahora en una relación de P1 a 1 mW. La relación logarítmica proporciona el nivel L. De acuerdo con IEC 27, el valor de referencia tuvo que figurar en el índice de nivel:

$$L_{P/1mW} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{1mW} \right) \text{dBm} \quad (22.2)$$

Por ejemplo, 5mW corresponde a un nivel:

$$L_{p/1mW} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{5mW}{1mW} \right) = 6.99 \text{dB}$$

### 22.3 Definición dB $\mu$ V

Es similar a dBm, la diferencia es la unidad de comparación, aquí usamos una referencia de  $1\mu\text{V}$ , la forma de expresar el índice de nivel es:

$$L_{p/1\mu V} = 20 \cdot \log \left( \frac{V_{sal}}{1\mu V} \right) \quad (22.3)$$



Ten cuidado que en las ecuaciones 22.2 y 22.3, la **potencia o voltaje de entrada** tiene que estar en las unidades de W o V o sus múltiplos (W, V, mW, mV,  $\mu$ W,  $\mu$ V, etc). En esos casos se compara la potencia o voltaje de **salida** respecto a la entrada la fijada, pudiendo ser 1mW o 1 $\mu$ V, pero pueden variar la unidades respecto a 1W, 1V y más.

## 22.4 Diferencia entre decibelios de tensión y decibelios de potencia

No es sólo un tipo de decibelios, y representa una proporción proporción de dos niveles de potencia  $P_1$  potencia  $P_1$  y  $P_2$ . Por supuesto, cualquier nivel de potencia puede expresarse como una tensión si se conoce la resistencia, se sabe que la potencia es:

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \wedge P_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$$

Calculando la relación logarítmica:

$$a = 10 \cdot \log \left( \frac{P_1}{P_2} \right) dB = 10 \cdot \log \left( \frac{V_1^2}{V_2^2} \cdot \frac{R_2}{R_1} \right) dB$$

Usando identidades de logaritmos:

$$a = 10 \cdot \log \left( \frac{P_1}{P_2} \right) dB = 10 \cdot \log \left( \frac{V_1^2}{V_2^2} \cdot \frac{R_2}{R_1} \right) dB = 20 \log \left( \frac{V_1}{V_2} \right) dB - 10 \cdot \log \left( \frac{R_1}{R_2} \right) \quad (22.4)$$

Si asumimos que  $R_1$  es igual a  $R_2$ , el término que resta se hace cero, por lo tanto la ecuación 22.4:

$$a = 10 \cdot \log \left( \frac{P_1}{P_2} \right) dB = 20 \cdot \log \left( \frac{V_1}{V_2} \right) dB \quad (22.5)$$



Esta fórmula es válida sólo si  $R_1 = R_2$ . Si, como a veces ocurre en la ingeniería de la televisión, tenemos que tomar en cuenta una conversión de 75 Ohm ión de 75 Ohm y 50 Ohm, y 50 Ohm, se debe tener en cuenta se debe tener en cuenta la relación de las resistencias

## 22.5 ¿Qué es un nivel?

A partir de los valores relativos para el nivel de potencia  $P_1$  (tensión  $V_1$ ) se refiere nivel de potencia  $P_2$  (tensión  $V_2$ ), se obtienen valores absolutos utilizando los valores de referencia anteriormente. Estos valores absolutos también se conocen como niveles. Un nivel de 10 dBm significa un valor que es 10 dB por encima de 1 mW, y un nivel de -17 dB (mV) significa un valor que es 17 dB por debajo de 1 mV. Al calcular estas cantidades, es importante tener en cuenta si son cantidades de energía o las cantidades de voltaje. Algunos ejemplos de cantidades de energía incluyen la energía, la resistencia, la figura de ruido y la densidad de flujo de potencia. Cantidades de voltaje (también conocidos como magnitudes de campo) incluyen voltaje, corriente, intensidad de campo eléctrico, intensidad de campo magnético y coeficiente de reflexión. La conversión de los niveles a valores lineales requiere las siguientes fórmulas:

$$P = 10^{\frac{adB}{10}} \cdot P_{ref} \quad (22.6)$$

o:

$$V = 10^{\frac{adB}{20}} \cdot V_{ref} \quad (22.7)$$

## 22.6 Atenuación y ganancia

La función de transferencia lineal  $a_{lin}$  de un circuito de dos puertos representa la relación de la potencia de salida a la potencia de entrada:

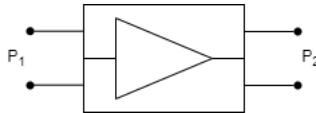


Figure 22.1: Circuito de dos puertos.

La función de transferencia se puede escribir como:

$$a_{lin} = \frac{P_2}{P_1}$$

La función de transferencia normalmente se especifica en dB:

$$a = 10 \cdot \log \left( \frac{P_2}{P_1} \right) dB \quad (22.8)$$

Se tiene dos casos:

- **Amplificación o ganancia:** Si la potencia de salida  $P_2$  de un circuito de dos puertos es mayor que la potencia de entrada  $P_1$ , entonces la relación logarítmica de  $P_2$  y  $P_1$  es positiva.
- **Atenuación o pérdida:** Si la potencia de salida  $P_2$  de un circuito de dos puertos es menor que la potencia de entrada  $P_1$ , entonces la relación logarítmica de  $P_2$  y  $P_1$  es negativa. El signo menos se omite.

Para el cálculo de la relación de potencia o la relación de tensión desde el valor de decibelios utiliza las siguientes formulas(**Solo para iguales resistencias**):

$$\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{adB}{10}} \quad \frac{V_2}{V_1} = 10^{\frac{adB}{20}} \quad (22.9)$$

Para circuitos de dos puertos en serie o cascada, podemos calcular fácilmente la ganancia total (o atenuación total) mediante la adición de los valores de decibelios.

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n \quad (22.10)$$

## 22.7 Decibelios a porcentaje y viceversa

Hay dos formas que tenemos a aclarar: Sabemos que tenemos decibelios de voltaje y potencia, aparte de eso, tenemos que saber si vamos a calcular el x% de una cantidad o un x% más o menos de una cantidad:

### 22.7.1 Conversión de voltaje: porcentaje a decibelios y viceversa

x% de una cantidad de tensión se convierte en decibelios de la siguiente manera:

$$a = 20 \cdot \log \left( \frac{x}{100} \right) dB \quad (22.11)$$

Convertir un valor en dB a porcentaje de la siguiente manera:

$$x = 100\% \cdot 10^{\frac{adB}{20}} \quad (22.12)$$

## 22.7.2 Conversión de la energía: porcentaje a decibelios y viceversa

x% de una cantidad de energía se convierte en decibelios de la siguiente manera:

$$a = 10 \cdot \log \left( \frac{x}{100} \right) dB \quad (22.13)$$

Convertir un valor en dB a porcentaje de la siguiente manera:

$$x = 100\% \cdot 10^{\frac{adB}{10}} \quad (22.14)$$

## 22.7.3 Conversión de voltaje: porcentaje más o menos a decibelios

x% más (o menos) de un valor significa que sumamos (o restar) el porcentaje dado a (o desde) el valor de partida. Por ejemplo, si la tensión tensión de salida  $V_2$  de un amplificador se supone que es x% mayor que la tensión de entrada  $V_1$ , se calcula como sigue:

$$V_2 = V_1 + x\% \cdot V_1 = V_1 \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \quad (22.15)$$

Si la tensión de salida es menor que el voltaje de entrada, entonces x debe ser un valor negativo.

La conversión a un valor de decibelios requiere la siguiente fórmula:

$$a = 20 \cdot \log \left( 1 + \frac{x}{100} \right) dB \quad (22.16)$$

## 22.7.4 Conversión de potencia: porcentaje más o menos a decibelios

Análoga a la fórmula de tensión, tenemos lo siguiente:

$$P_2 = P_1 + x\% \cdot P_1 = P_1 \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \quad (22.17)$$

Conversión a un valor de decibelios requiere la siguiente ecuación:

$$a = 10 \cdot \log \left( 1 + \frac{x}{100} \right) dB \quad (22.18)$$



No se olvide usar un factor de 20 para cantidades de voltaje y un factor de 10 para cantidades de energía.



## 23. Aspectos introductorios

### 23.1 Definición de mantenimiento

Es la rama de la ingeniería que se encarga de que los equipos sigan **funcionando** de acuerdo a las condiciones para las cuales fueron diseñados, o en su defecto de devolverlos a sus condiciones **normales** de funcionamiento en el caso de que éstas se hayan visto alteradas. Agrupa una serie de actividades cuya ejecución permite alcanzar un mayor grado de confiabilidad en los equipos, máquinas, construcciones civiles e instalaciones. Además permite eliminar condiciones inseguras que podrían afectar a las personas. Se trata, por tanto, de una disciplina crucial para cualquier industria, que representa un gasto muy variable y que adquiere **importancia** sobre todo a medida que éstas crecen en tamaño y **sofisticación**. La cual define que un conjunto de conocimientos obtenidos a través de la observación, el estudio, la experiencia y el razonamiento, debidamente estructurados en forma sistemática, y de los cuales se pueden deducir principios, leyes generales, comportamientos y predicciones permiten construir una ciencia. Es por ello que puede ser conceptualizado como una ciencia. En la década de los 60, por ejemplo, el mantenimiento era ante el fallo de una maquinaria o también llamado mantenimiento correctivo, ahora es desarrollado hasta un mantenimiento preventivo o predictivo.

#### 23.1.1 Evolución de mantenimiento

El concepto de mantenimiento ha ido evolucionando desde la función de arreglar y reparar los equipos para asegurar la producción hasta la concepción actual del mantenimiento con funciones de prevenir, corregir y revisar los equipos a fin de optimizar el coste Global. Se pueden distinguir 4 generaciones en la evolución de este concepto (Fig. 23.1).

##### ¿Cuál mantenimiento es el mejor?

Lo mejor es realizar un mantenimiento **predictivo**, analizar el estado de la máquina y sus averías para predecir la próxima. Esta precisión y efectividad le permite reducir drásticamente los costes de mantenimiento. Luego tenemos el mantenimiento **preventivo**, los activos tienen planes de mantenimiento programados para prevenir fallos más complejos. Y por último el mantenimiento **correctivo** analiza la avería e intenta corregirla sustituyendo una pieza lo más rápido posible. También hay que tener en cuenta los costes y el tiempo. Una solución bastante utilizada es efectuar inspecciones preventivas (basadas en el tiempo), incluyendo algunos procesos predictivos (basados en medidas).

Aún así existen problemas con la ingeniería en mantenimiento: en pequeñas empresas se recurre a simples artesanos para su “revisión”, tampoco existe una planeación ni planificación dentro de la empresa, por lo a veces el departamento de mantenimiento no existe y esa tarea es realizada por el

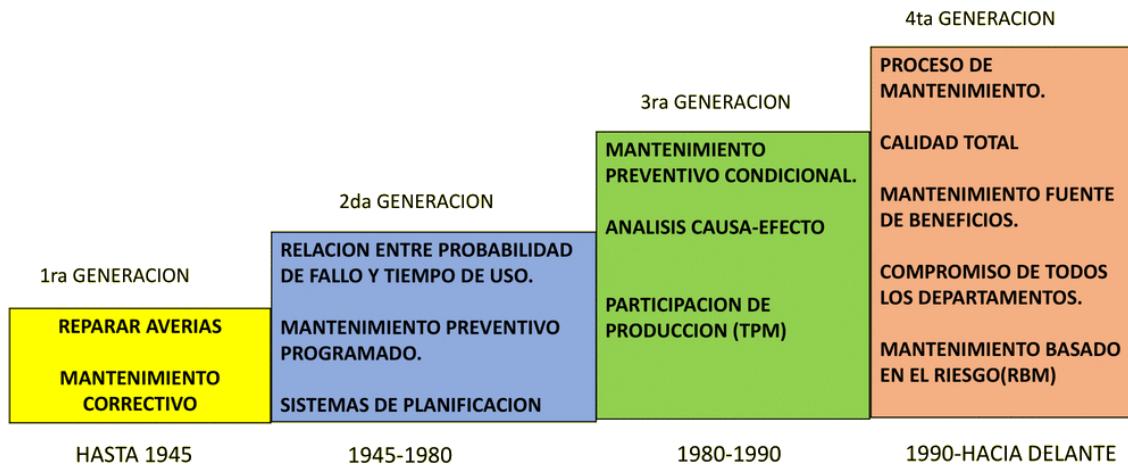


Figure 23.1: Cuatro generaciones del concepto del mantenimiento

mantenimiento de producción.

## 23.2 Mediciones de radiofrecuencia

### 23.2.1 ¿Qué es radio enlace?

El Radio Enlace o radioenlace punto a punto, es un sistema de conexiones entre dos o más terminales (antenas) que utilizan ondas electromagnéticas para transmitir datos, ya sea para dar servicios de operador VoIP, servicios de telefonía móvil para empresas, Internet, etc.

El equipo terminal esta compuesto por: antena, alimentador, radio y multiplexor. Los sistemas de radio de basan en el envío de ondas electromagnéticas a través del espacio libre para poder unir un equipo terminal con otro equipo terminal.

El radio digital convierte el tren de pulsos en una señal modulada en PSK en alta frecuencia: El radio esta compuesto de modulador ,transmisor, receptor y demodulador. Dos radio digitales con antenas que se miran forman un radioenlace.

Banda	Mux	Velocidad de bits	Modulación	Alimentador	Antenna
VHF	2	64-128 kbit/s	PSK	Coaxial	Yagui
UHF	30	2 MBit/s	4-PSK	Coaxial	Semi-parabolica
SHF	PDH	8, 34, 140 Mbit/s	16-QAM	Guía de onda	Parabólica
SHF	SDH	565 Mbit/s	128-QAM	Guía de onda	Parabólica

Table 23.1: Bandas de radio enlace digital

### 23.2.2 Bandas de frecuencia

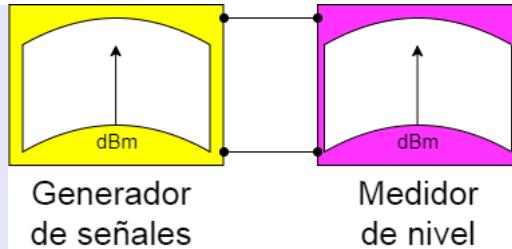
Las señales eléctricas que contienen información se transmiten a través de una determinada distancia empleando una diversidad de medios de transmisión tales como par de alambres, cable multipar, cable coaxial, cable UTP, Sistemas de Radio y Fibras ópticas. Una señal eléctrica es una forma de onda electromagnética caracterizada por una determinada frecuencia y longitud de onda que se encuentra dentro de una banda frecuencia del espectro electromagnético y para cada banda se necesita utilizar un medio de transmisión adecuado.

Medio de transmisión	Longitud de Onda	Banda de frecuencia	Aplicaciones
Fibras ópticas	$3-0.3\mu\text{m}$	Ultravioleta Luz visible Infrarrojo $10^2 - 10^3 \text{ THz}$	Telefonía de muy alta capacidad. Servicios de banda ancha (SONET, SDH y ATM), Video conferencia, CATV por F. O.
Guías de onda de línea visual	1-0.1 cm	30-300 GHz Extremadamente Alta frecuencia (EHF)	Comunicaciones militar por satélite, radioastronomía sistemas de aterrizaje por radar.
Guías de onda de línea visual	10-1 cm	3-30 GHz Super alta freq. (SHF)	Comunicaciones vía satélite, radio microonda análogo, radio microonda digital y sistema de operación aérea por radar.
Onda directa	100-10 cm	0.3-3 GHz Ultra alta freq. (UHF)	Video Difusión (UHF), telemetría por radar, comunicación militar por satélite, multiacceso radial UHF, radio PCM, multiacceso digital, telefonía celular, radio digital de espectro ensanchado
Cable coaxial cable UTP (CAT5) Onda directa	10-1 m	30-300 MHz Muy alta frecuencia (VHF)	Video difusión (VHF), radio difusión FM, multiacceso radial VHF, sistema CATV, radio monocanal y radio enlace para cursar voz-datos.
Cable coaxial, cable UTP (CAT 3), cable UTP (CAT 4), onda de cielo (reflexión de la ionosfera)	100-10 m	3-30Mhz Alta frecuencia (HF)	Radio aficionados, comunicaciones militares, radio telefonía móvil, y comunicación marítima.

### 23.3 Decibelios como medida

Esta sección es hablada en la capítulo 22, dale una leída y vuelve aquí para revisar ejercicios y algunas cosas que no se detallan en ese capítulo.

**Ejemplo 23.1 — Generador de audio.** Dado un generador de audio calibrado en 0dBm a  $600\Omega$ , 1kHz.



Calcular:

1. Determinar en mV, la señal que se recibe en un medidor de nivel si la medida es hecha a  $600\ \Omega$ .
2. Determinar en mV, la señal que se recibe en un medidor de nivel si la medida es hecha a  $75\ \Omega$ .

**Solución:**

Para el primer punto, nos esta ofreciendo el dato en **dBm**, usando la eq. ?? pero ten en cuenta que sabemos que es 0dBm, no nos esta dando la potencia. Planteamos:

$$0dBm = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{1mW} \right) dBm$$

$$0dBm = \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{1mW} \right) dBm$$

$$0 = \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{1mW} \right)$$

$$10^0 = \frac{P_{out}}{1mW}$$

$$P_{out} = 1mW \simeq 10^{-3}W$$

Ya tenemos la potencia de salida en watts, nos pide la señal que recibe el medidor con una resistencia de  $600\Omega$ , usando la ecuación de potencia 14.12:

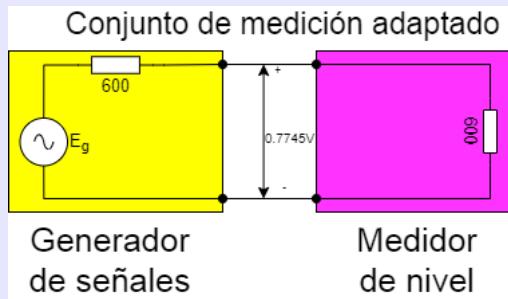
$$V = \sqrt{P \cdot R}$$

$$V = \sqrt{10^{-3} \cdot 600\Omega}$$

$$V = 0.7745V \simeq 774.5mV$$

Este proceso resulto fácil pues la medida es hecha a  $600\Omega$ , y pues nuestro circuito ya esta hecho para esa resistencia.

**El punto 2** nos habla de otra carga a  $75\Omega$ . Para ello usaremos el dato del inciso 1 para obtener al valor de la fuente del generador:

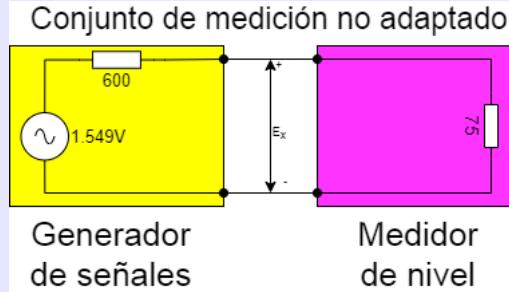


El valor hallado en el punto 1 es el valor de entrada para el medidor, usando un divisor de voltaje:

$$0.7785 = \frac{E_g \cdot 600}{600 + 600}$$

$$E_g = 1.549V$$

Bien, ya hallamos el voltaje de la fuente. Ahora tenemos los datos para cambiar la carga de  $600\Omega$  por  $75\Omega$  en el medidor de nivel:



Nuevamente, usando un divisor de voltaje:

$$E_x = \frac{1.54 \cdot 75}{600 + 75}$$

$$E_x = 0.1721V$$

Calculando la potencia de salida del generador para un medidor desadaptado:

$$P_x = \frac{0.1721^2}{75}$$

$$P_x = 0.394mW$$

Expresando  $P_x$  en dBm:

$$L_{P/1mW} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{0.394mW}{1mW} \right) dBm$$

$$L_{P/1mW} = -4.04dBm$$

Analizamos las respuestas como: Si tenemos un generador a  $600\Omega$  con líneas de transmisión a  $600\Omega$  y medidor a  $600\Omega$ , si yo genero 0dBm en el generador, al medidor me llegarán 0dBm: calibración exitosa, pero si cambiamos tan solo el receptor a  $75\Omega$ , no me va llegar los 0dBm generados, sino me llegarán aproximadamente los -4.04dBm, cosa que está mal. ■

**R** En el cálculo de la potencia usando la ecuación 14.12 y en el contexto de decibelios, el voltaje  $V$  hallado es normalmente el voltaje eficaz  $V_{rms}$

$$V_{rms} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \quad (23.1)$$

*El voltaje eficaz es el voltaje pico entre la raíz de 2.*

No olvidando que el valor pico a pico ( $V_{pp}$ ) es dos veces el valor pico ( $V_p$ )

El present perfect se utiliza para referirse a acciones que empezaron en el pasado y que continúan en el presente. En español equivale en la mayoría de sus usos al pretérito perfecto en español: yo he comido, tú has comido, él ha comido, etc.

**Definición 23.1 — Potencia Isotrópica Radiada Equivalente.** Cantidad de potencia que emitiría una antena isotrópica teórica para producir la densidad de potencia observada en la dirección de máxima ganancia de una antena.

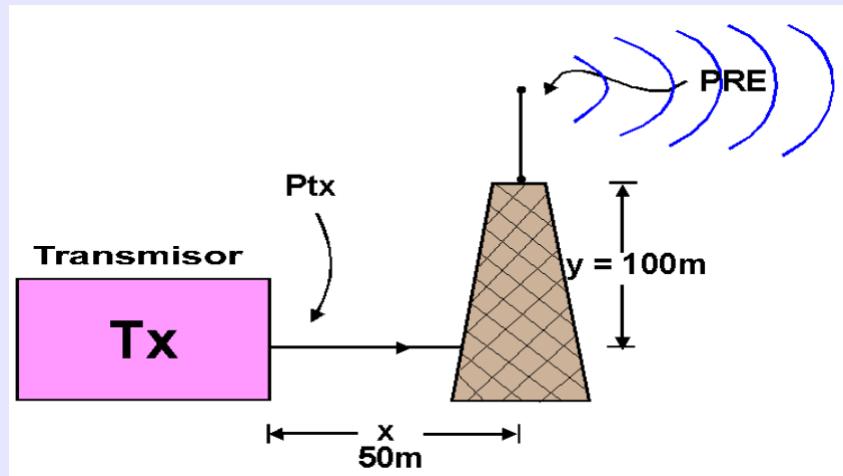
Definida como:

$$P_{IRE} = P_t - L_c + G_a \quad (23.2)$$

Donde:

- $P_t$ : Potencia del transmisor.(dBm)
- $L_c$ : Perdidas de cable.(dB)
- $G_a$ : Ganancia de la antena. (dBi, relativo a la antena de referencia isotrópica)

**Ejemplo 23.2** Se tiene un transmisor de 100 Watts que opera en la banda HF, con cable coaxial de atenuación de 1,7 dB/100m y una antena de ganancia de 10 dBi. Calcular la potencia radiada efectiva.



**Solución:** Usando la ecuación 23.2, debemos acomodar nuestros datos. Empezamos con el cálculo de  $P_{tx}=100W$ :

$$L_{P/1mW} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{100}{1mW} \right) dBm$$

$$L_{P/1mW} = 50dBm$$

El **cálculo por perdida en el cable**, vemos que el total de cable es de 150m: 50 desde el transmisor a la antena y 100m de altura de la antena:

$$L_c = 150m \times \frac{1.7dB}{100m}$$

$$L_c = 2.55dB$$

Reemplazando los datos obtenidos en 23.2:

$$P_{IRE} = 50 - 2.55 + 10$$

$$P_{IRE} = 54.45dBm$$

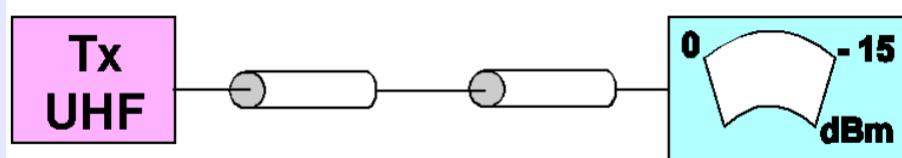
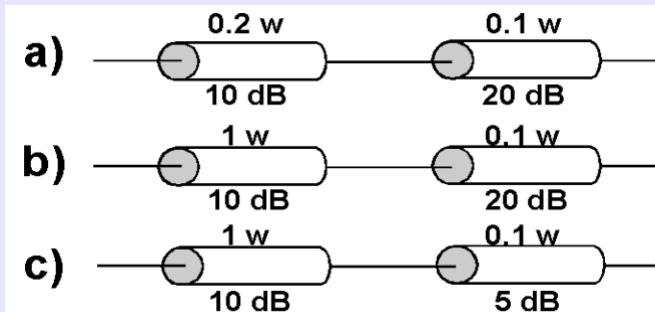
Podemos pasar de dBm a Watts:

$$57.45 \text{ dBm} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{IRE}}{1 \text{ mW}} \right) \text{ dBm}$$

$$P_{IRE} = 555.9 \text{ W}$$

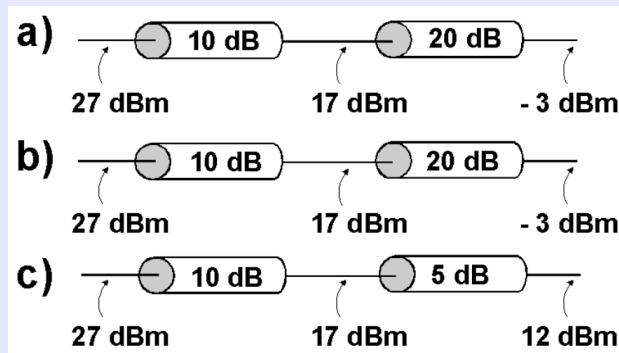
■

**Ejemplo 23.3 — Atenuadores.** Se tiene un transmisor en la banda UHF con una salida de potencia RF de 27 dBm. Encontrar la configuración de atenuadores adecuada para que pueda ser medido con un Watímetro de rango 0 a -15 dBm y no dañe el instrumento.



### Solución:

Antes de seguir, vamos a recalcar que es un **atenuador**, vamos a calcular los niveles a través de cada atenuador para cada opción. La salida del transmisor es de 27 dBm, para cada opción restamos el valor de cada atenuador:



Se descarta la opción C ya que el nivel final antes de entrar al vatímetro es de 12 dBm, estando fuera del rango de 0 a -15 dBm del vatímetro y en consecuencia puede dañar el instrumento. Aún nos quedan dos opciones, ahora debemos analizar a nivel de potencia. Analicemos la

opción a nivel de potencia:

$$27 \text{ dBm} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{1 \text{ mW}} \right) \text{ dBm}$$

$$P_{out} = 0.5 \text{ W}$$

Ya salida en watts del transmisor es de 0.5W(27dBm) pero vemos que su primer atenuador solo resiste 0.2W, por lo tanto no es adecuado. Descartando así la opción a. Probamos la opción b si es correcta o incorrecta, ojo, analizamos el segundo atenuador de la opción b, pues el primer atenuador resiste 1W, así que no habrá problema:

$$17 = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{1 \text{ mW}} \right) \text{ dBm}$$

$$P_{out} = 0.05 \text{ W}$$

La potencia es de 0.05W cuando el segundo atenuador puede aguantar 0.1W y no habrá problema, así que la opción correcta es la b. ■

■ **Ejercicio 23.1** Es un sistema de recepción TV satélite, la unidad interna tiene una impedancia de entrada de 50 W y el fabricante indica en su catálogo que el nivel de señal mínimo de entrada es de - 60 dBm.

- Cual es el nivel en  $\mu\text{V}$ . Rpta:  $223.6\mu\text{V}$
- Cual es el nivel en  $\text{dB}\mu\text{V}$ . Rpta:  $46.98\text{dB}\mu\text{V}$
- Cual es la Potencia mW: Rpta: 1mW

■ **Ejercicio 23.2** La salida de un Tx de M.O. tiene un nivel de potencia de 27dBm. Hallar:

- Hallar el valor de la potencia en W: Rpta: 0.5W
- Convertir en mv en  $50\Omega$ . Rpta:  $5V_{rms}$ .<sup>1</sup>
- Encontrar el  $V_m$ . Rpta: 7.07mV
- Encontrar el  $V_{pp}$ . Rpta: 14.14mV

**Ejemplo 23.4 — Factor de corrección.** Basado en el ejemplo 23.1:**generador de audio**, hallar el factor de corrección en caso no se trabaje con  $600\Omega$ .

**Solución:**

Empezamos con la relación de dBm, y escribimos su equivalencia usando la forma de la potencia, en este caso asumimos que estamos trabajando a  $600\Omega$ :

$$L_{P/1\text{mW}} = 10 \cdot \log \left( \frac{P}{1\text{mW}} \right) = 10 \cdot \log \left( \frac{\frac{V^2}{Z}}{\frac{0.775^2}{600}} \right)$$

Tan solo hemos puesto sus equivalentes, como nos dice **si la impedancia en un punto es diferente de  $600\Omega$** , es por ello que arriba en la potencia lo pusimos en función de variables mientras que con 1mW, hacemos el proceso inverso usando  $600\Omega$  y la relación de potencia-resistencia y se halla que el voltaje es 0.775V.

Agrupando términos:

$$L_{P/1\text{mW}} = 10 \cdot \log \left[ \left( \frac{V}{0.775} \right) \cdot \frac{600}{R} \right]$$

<sup>1</sup>Revisar la teoría del decibel en la sección de artilugios matemáticos.

Usando propiedades de los logaritmos, ordenamos algebraicamente:

$$L_{P/1mW} = 20 \cdot \log\left(\frac{V}{0.775}\right) + 10 \cdot \log\left(\frac{600}{R}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{V}{0.775}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{R}{600}\right)$$

Nos fijamos en el segundo valor, ese es nuestro factor de corrección

$$Fc = 10 \cdot \log\left(\frac{600}{R}\right) = -10 \cdot \log\left(\frac{R}{600}\right)$$

■

**Definición 23.2 — Factor de corrección.** Al pasar de dBm a dB $\mu$ V se emplea un factor de corrección propio del sistema, es decir, tiene que ser calculado para caso, no hay uno estándar:

$$dBm = dB\mu V + Fc \quad (23.3)$$

■ **Ejercicio 23.3** Encontrar el F.C. para una impedancia de  $75\Omega$ . Rpta:

$$-\log\left(\frac{R}{75}\right)$$

■

**Definición 23.3 — Compensaciones comunes.** Basado en lo que vimos, existen unas compensaciones en el caso que el receptor y generador tengan diferentes impedancia: Instrumento a  $600\Omega$  y punto de medición diferente a  $600\Omega$ (baja frecuencia)<sup>a</sup>

$$L_{P/1mW} = 20 \cdot \log\left(\frac{E}{0.775}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{Z}{600}\right) \quad (23.4)$$

Instrumento a  $75\Omega$  y punto de medición diferente a  $75\Omega$ (frecuencia media):

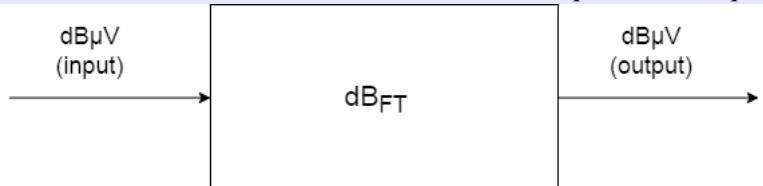
$$L_{P/1mW} = 20 \cdot \log\left(\frac{E}{0.275}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{Z}{75}\right) \quad (23.5)$$

Instrumento a  $50\Omega$  y punto de medición diferente a  $50\Omega$ (Frecuencia RF):

$$L_{P/1mW} = 20 \cdot \log\left(\frac{E}{0.224}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{Z}{50}\right) \quad (23.6)$$

<sup>a</sup>E es el voltaje de la fuente del generador.

**Ejemplo 23.5 — Demostraciones.** Demostrar que en un bloque se cumple:



**Solución:**

### 1. Concepto de dB:

$$dB_{F.T} = 10 \cdot \log \left( \frac{P_{out}}{P_{in}} \right) \quad (23.7)$$

$$= 10 \cdot \log \left( \frac{\frac{V_{out}^2}{R}}{\frac{V_{in}^2}{R}} \right) \quad (23.8)$$

$$= 10 \cdot \log \left( \frac{V_{out}^2}{V_{in}^2} \right) \quad (23.9)$$

$$dB_{F.T} = 20 \cdot \log \left( \frac{V_{out}}{V_{in}} \right) \quad (23.10)$$

### 2. Dividiendo entre $1\mu V$

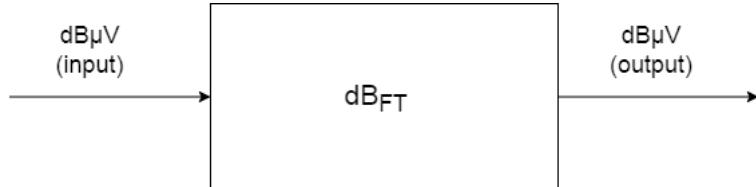
$$dB_{F.T} = 20 \cdot \log \left( \frac{\frac{V_{out}}{1\mu V}}{\frac{V_{in}}{1\mu V}} \right) \quad (23.11)$$

$$= 20 \cdot \log \left( \frac{V_{out}}{1\mu V} \right) - 20 \cdot \log \left( \frac{V_{in}}{1\mu V} \right) \quad (23.12)$$

$$dB_{F.T} = dB\mu V(V_{out}) + dB\mu V(V_{in}) \quad (23.13)$$

Revisar esta ultima ecuación en la definición 23.4. ■

**Definición 23.4 — dB de función de transferencia.** En un diagrama de bloque:

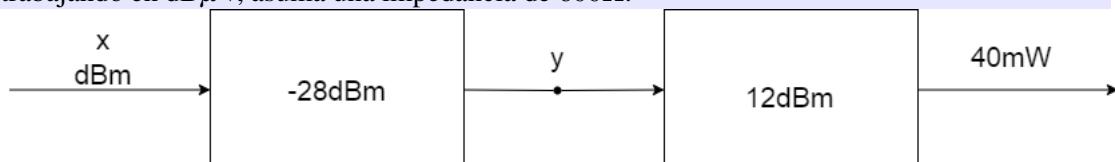


se cumple que:

$$dB\mu V(V_{out}) = dB_{FT} + dB\mu V(V_{in}) \quad (23.14)$$

**R** Esta relación se cumple para todas las unidades de decibelios, además te encontrarás con otras unidades de decibelios como dBW o dbV, funciona igual que las anteriores, la única diferencia es la unidad respecto a la que medimos, por ejemplo dBW es dividir potencia entre 1W, al igual que dBm que se divide entre 1mW.

**Ejemplo 23.6 — dB función de transferencia de dos bloques.** Hallar x del siguiente sistema trabajando en  $\text{dB}\mu V$ , asuma una impedancia de  $600\Omega$ :



Iremos de la salida hacia la entrada, usando el punto y como ayuda. Primero hallaremos la

potencia en dBm:

$$\begin{aligned} dBm &= 10 \cdot \log \left( \frac{40mW}{1mW} \right) \\ &= 10 \cdot \log (40) \\ &= 16dBm \end{aligned}$$

Usando la ecuación 23.14:

$$\begin{aligned} y + 12dBm &= 16dBm \\ y &= (16 - 12)dBm \\ y &= 4dBm \end{aligned}$$

Nuevamente para hallar  $x$ :

$$\begin{aligned} x + (-28dBm) &= 4dBm \\ x &= 32dBm \end{aligned}$$

Nos pide que lo trabajemos en micro-volts:  
Pasando la salida del sistema a  $\mu V$

$$\begin{aligned} 32dBm &= 10 \cdot \log \left( \frac{P_{out}}{1mW} \right) \\ P_{out} &= 1.58W \end{aligned}$$

Cambiando de potencia a V(en micro-volt)

$$\begin{aligned} V^2 &= P \times R \\ V &= 30.78V \simeq 30.78 \times 10^6 \mu V \end{aligned}$$

Pasando el voltaje a  $dB\mu V$

$$\begin{aligned} dB\mu V &= 20 \cdot \log \left( \frac{30.78 \times 10^6}{1\mu V} \right) \\ dB\mu V &= 149.76 \end{aligned}$$

Lo mismo para el punto  $y$ :

$$\begin{aligned} 4dBm &= 10 \cdot \log \left( \frac{P_{out}}{1mW} \right) \\ P_{out} &= 2.511 \times 10^{-3}W \\ V &= \sqrt{2.511 \times 10^{-3} \times 600} \\ V &= 1.227 \times 10^6 \mu V \end{aligned}$$

Y por ultimo lo pasamos a  $\text{dB}\mu\text{V}$ :

$$\text{dB}\mu\text{V} = 20 \cdot \log \left( \frac{1.227 \times 10^6 V}{1\mu\text{V}} \right)$$

$$\text{dB}\mu\text{V} = 121.77$$

Realizamos lo mismo por el con la salida del sistema, obteniendo  $P_{out} = 39.81 \times 10^{-3} \text{W}$ ,  $V = 4.88 \times 10^6 \mu\text{V}$  y en  $\text{dB}\mu\text{V}$ : 133.76  $\text{dB}\mu\text{V}$  ■

## 23.4 Radio digital y sus partes

Lo que entra y sale del demodulador es la banda base, la banda base del transmisor que entra viene del multiplexor, pasando por el modulador por la modulación PSK, los modula a una frecuencia intermedia, pasa al radio donde hay un mezclador y un oscilador local que lo lleva a 150MHz. Existen dos frecuencias: del transmisor y del receptor, logrando ser un sistema full-duplex.

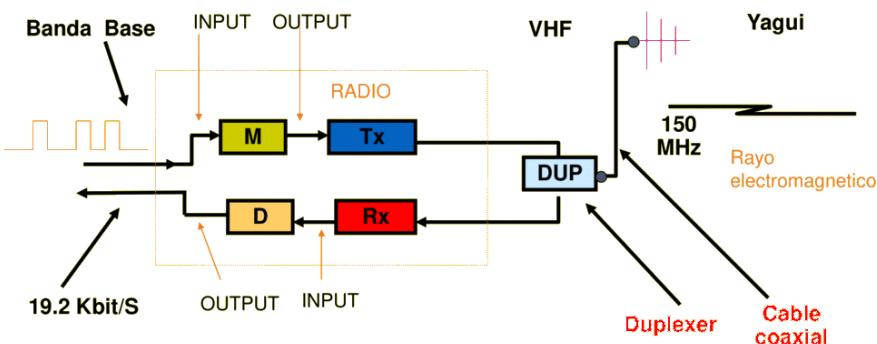


Figure 23.2: Radio digital VHF

El mismo esquema es usado para UHF, teniendo como diferencia el alimentador que aunque cable coaxial tiene que ser especial para VHF. Para VHF se usa una modulación 4PSK en alta frecuencia.

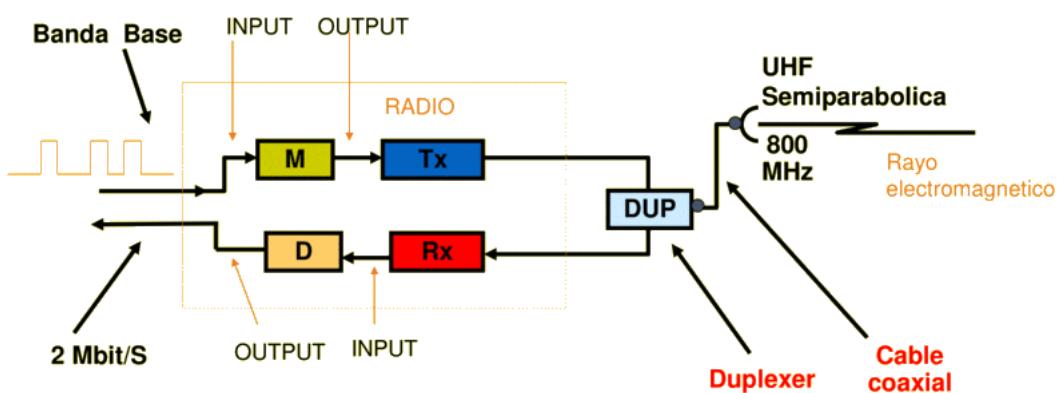


Figure 23.3: Radio digital VHF

Para el caso de M.O. el tren de pulso es modulado en 8PSK en alta frecuencia, aquí en 23.4 no se usan los duplexer, sino se usan circuladores que son prácticamente lo mismo pero para M.O. Con alta capacidad de canales, al caer el transmisor, todo el servicio se pierde, por eso se añade M.O. tiene equipo de conmutación radiocanal a través de un micro controlador, haciendo el caso al sistema redundante asegurando su correcto funcionamiento.

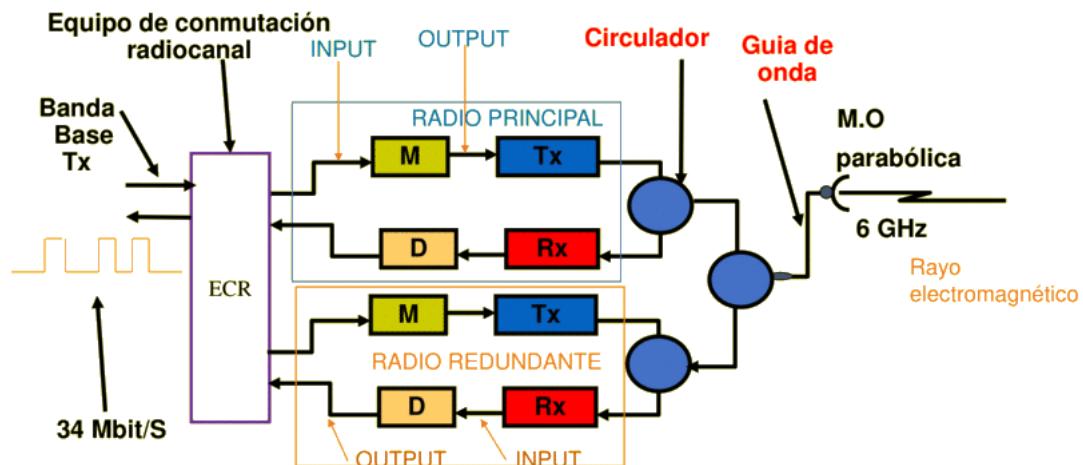


Figure 23.4: Radio digital VHF

Se usa el **BER** para medir el error, siendo  $BER=1e-9$ , mientras el equipo se deteriora el BER cae, siendo hasta un  $BER=1e-5$  para que tengamos que hacer el correspondientemente mantenimiento. No siempre significa error, puede que se deba al desvanecimiento (agentes externos entre el radio enlace como lluvia, rayos de interferencia, etc). El BER es medido a la salida del demodulador; el equipo de conmutación no da directo al modulador/demodulador, sino que hay un repartidor, (fig. 23.5), es ahí en donde se hace la medición del BER

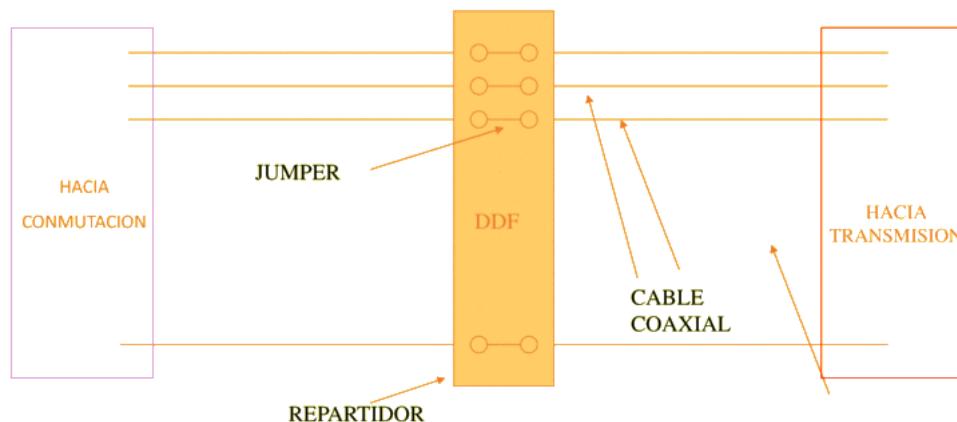


Figure 23.5: Repartidor

## 23.5 Repetidores

Existen dos tipos de repetidor: activo y pasivo (fig 23.6)

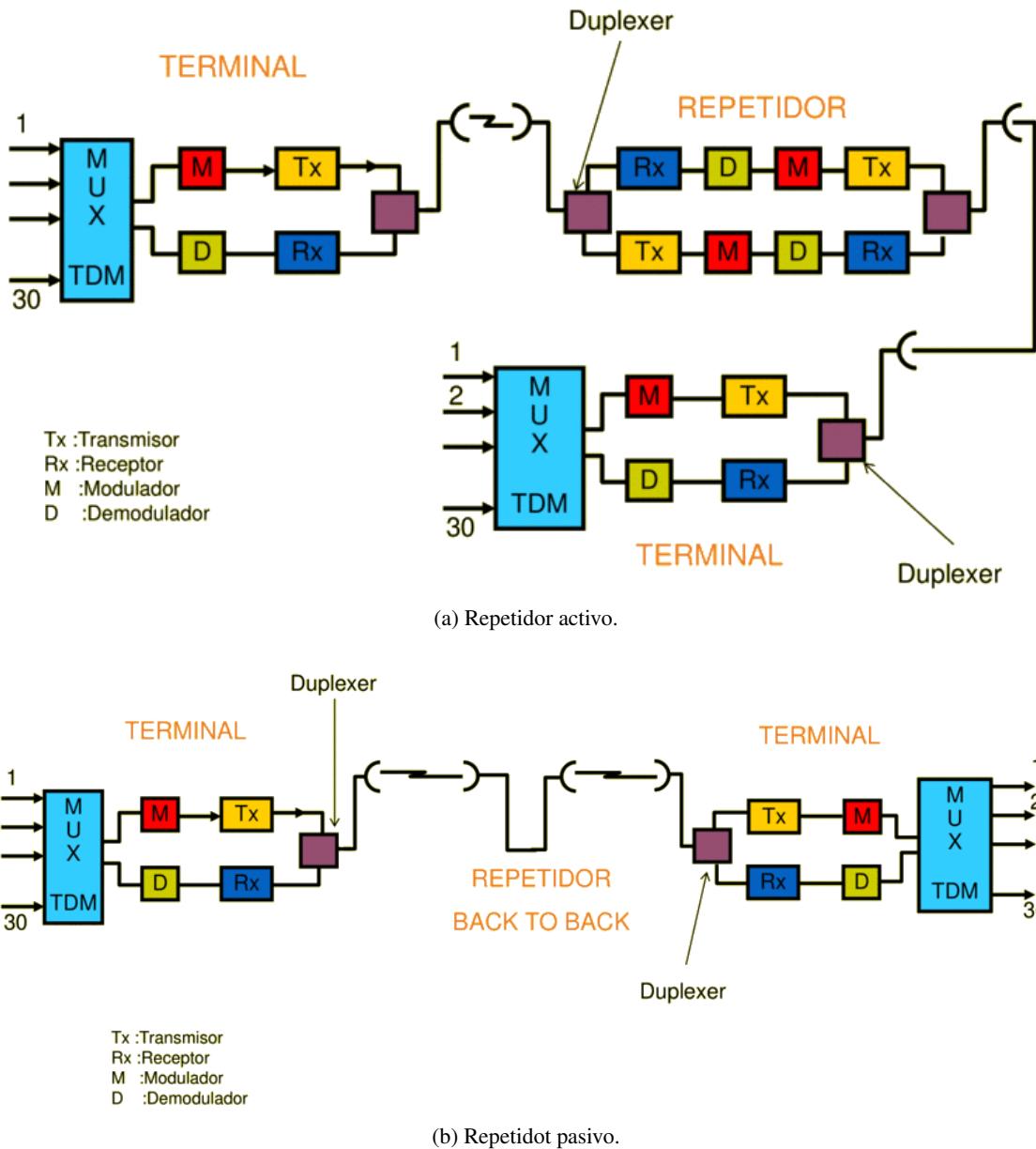


Figure 23.6: Repetidores

### 23.5.1 Repetidor activo

Los repetidores activos tienen un receptor, luego pasa con un par formado por un demodulador y un modulador para finalmente pasar por un transmisor, es decir repite la señal modulando y demodulando para que se vuelva a enviar la señal. Existe una variante llamada **repetidor activo con DROP-INSERT** (fig: 23.7), es usado para que el repetidor pueda funcionar como un punto medio, es decir, puedes subir bajar señales del repetidor, para ello se utiliza un MUX de la misma jerarquía de los dos

### 23.5.2 Repetidor pasivo

Usados cuando el enlace es corto y no existe linea de vista(osea el enlace de radio tiene un obstáculo), cuya variante es una repetidor de tipo espejo (fig: 23.8) Usado también en zonas montañosas donde la linea de vista es obstaculizada. Esta fabricado en aluminio concentrado y su función se basa en el principio de reflexión.

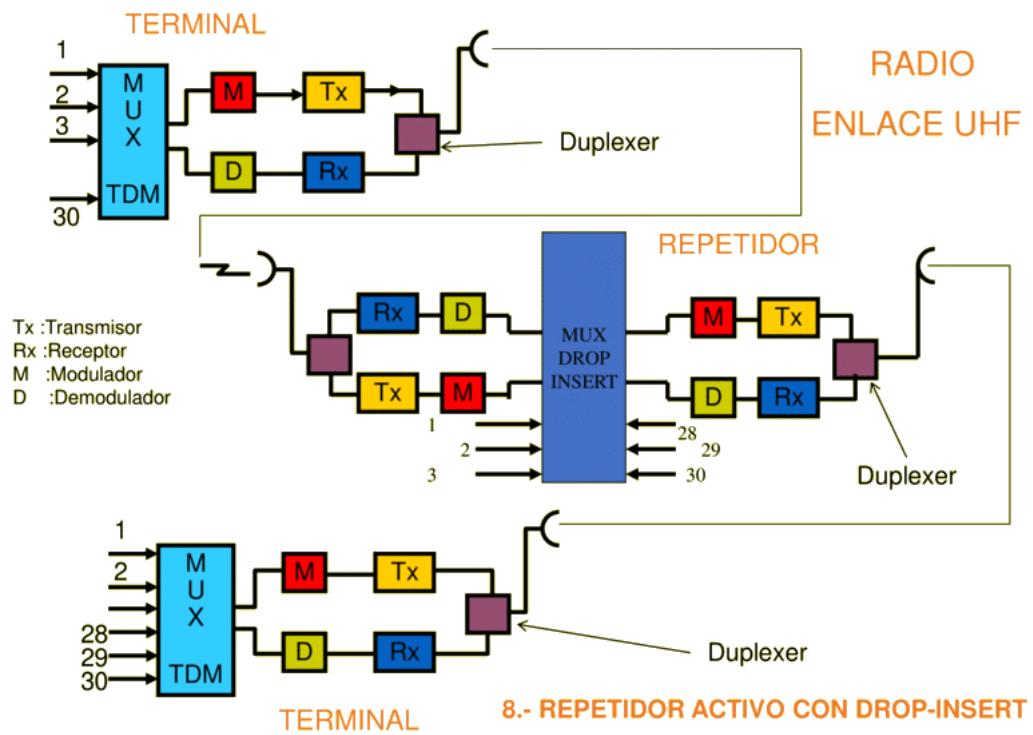


Figure 23.7: Repetidor activo con DROP-INSERT.

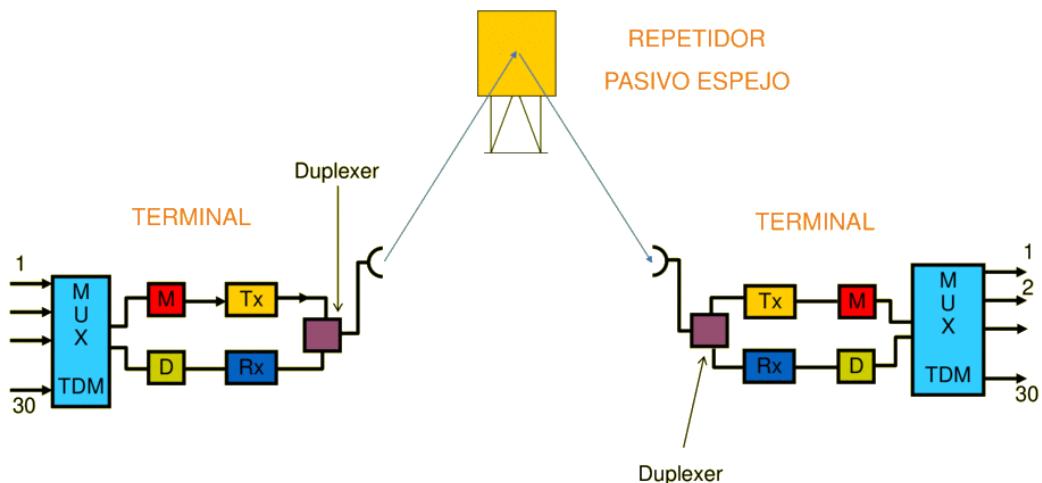


Figure 23.8: Repetidor pasivo tipo espejo.

## Vocabulario

- **Vocabulario 23.1 — Duplexer.** Un duplexer es un dispositivo electrónico que permite la comunicación bidireccional sobre una misma línea de transmisión. En sistemas de radar y de comunicaciones de RF, sirve para aislar el receptor del transmisor permitiendo compartir la misma antena



Inglés

<b>24</b>	<b>English notes .....</b>	<b>339</b>
24.1	<i>a/an, the</i> and no-article .....	339
24.2	When use <i>the</i> ? .....	339
24.3	Use of <i>Would</i> .....	340
24.4	How to use <i>rather</i> ? .....	340
24.5	Future form .....	341
24.6	Preset Perfect .....	342





## 24. English notes

### 24.1 a/an, the and no-article

a/an	the	no-article
To talk about something that isn't specific: -I'd like <b>a glass of water</b> .  The first time we mention something: -I'm here for <b>an interview</b>	To talk about something specific or unique: -It's for <b>the sales assistant job</b> .  The second time we mention something: -This gentleman is here for <b>the interview</b> .  With superlatives: <b>the best</b> person	To talk about plural and uncountable nouns in general: -I like working with (-) <b>people</b> and I like working in (-) <b>sales</b> .

### 24.2 When use *the*?

Some examples are detailed below:

#### Names without *the*:

You don't normally use *the* with names of...

February, Monday, Tuesday.

- languages: English, French, Japanese.
- school subjects: geography, history, art.

- people: Ferdinand Magellan, Christofer Columbus.
- towns: Washington, New York.
- countries: New Zealand, Australia, South Africa.
- continents: Asia, Africa, Europe, Antarctica.
- lakes and mountains: Lake Geneva, Lake Titicaca, Mount Everest, Mount Whitney.
- months and days of the week: January,

**Names with *the*:**

You use *the* with names of:

- deserts: the Gobi, the Kalahari.
- rivers: the Amazon, the Nile.
- mountain ranges: the Alps, the Himalayas, the Andes.
- oceans and seas: the Pacific, the Mediterranean.
- groups of countries or states: the USA, the European Union.
- countries whose names are plural: the

Philippines, the Maldives.

- countries whose names include a political label: the Republic of Ireland, the United Kingdom.
- some buildings: the White House, the Eiffel Tower, the Sheraton Hotel.
- periods of time: the nineties, the 21st century, the holidays, the weekend.
- geographical regions: the Middle East, the north, the coast, the mountains, the countryside, the Antarctic.

## 24.3 Use of *Would*

When do I use would? yeah, it's a little bit confuse, I found a guide for this problem:

1. **Cuando le estamos contando a alguien qué pensábamos del futuro desde el tiempo pasado o cuando hacemos referencia a viejos hábitos:**
  - When I was a child, I thought we **would** have flying cars in the future. (*Cuando era niño, pensé que tendríamos autos voladores en el futuro.*)
  - Many times, I **would** be the first on stage. (*Muchas veces, sería el primero en el escenario.*)
2. **Para hablar de un deseo o una voluntad en el pasado.**
  - I talked with him, but he **wouldn't** hear me. (*Hablaba con él, pero él no me escuchaba.*)
3. **Cuando nos referimos a lo que otra persona dijo. Para que lo recuerdes mejor, podemos llamarlo el "verbo chismoso":**
  - He said he **would** be here at 7 p.m. (*Él dijo que estaría aquí a las 7 p.m.*)
  - Kate said to me that she **would** not come until she finished her paper. (*Kate me dijo que no vendría hasta que terminara su papeleo.*)
4. **Para pedirle algo a alguien o hacer una solicitud de manera amable y formal:**
  - **Would** you help me with those boxes? They are very heavy. (*¿Podrías ayudarme con estas cajas? Están muy pesadas.*)
  - **Would** you be here at 8 p.m., please? (*¿Podrías estar aquí a las 8 p.m.? ¿Por favor?*)

## 24.4 How to use *rather*?

El uso del *rather* es acompañado con el verbo modal *would*

## ¿QUÉ SIGNIFICA Y CÓMO SE USA RATHER?

**RATHER** Tiene DOS usos principales:



Adverbio de grado ➤ Se traduce como **BASTANTE, ALGO**

Expresar preferencia ➤ Se traduce como EN LUGAR DE, PREFERIR

### 1. ADVERBIO DE GRADO Nos dice de qué MAGNITUD estamos hablando.

Ej. It's **RATHER** complicated      Es **BASTANTE** complicado

He's **RATHER** stupid      Es **ALGO** estúpido

### 2. PARA EXPRESAR PREFERENCIA

Ej. She likes pink **RATHER THAN** red      PREFIERE el rosa **EN LUGAR DEL** rojo

They'D **RATHER** play football      PREFERIRÍAN jugar al fútbol.

I'D **RATHER** you STAYED here      PREFERIRÍA que te QUEDASES (\*)

(\*) En esta estructura, el Past Tense se traduce por un subjuntivo en español

Figure 24.1: Uso del *rather*.

## 24.5 Future form

For express future we have three ways to express:

### 24.5.1 Present continuous

We use the present continuous to talk about **a fixed arrangement** in the future: for example, A girl and I have a date, we fixed a date and time, so the only thing left to do is meet. In this case we use **present continuous**:

A girl and I **are meeting** on Monday at 3:00 PM

Usually you have to mention date and/or time.

### 24.5.2 be going to + infinitive

To express plans or intention you have to use **be going to**, Think it as the probability of do it, it's over 80%: I need to get my driving license for August, so I need to planned or make some classes to get it. I've planned so:

I'm **going** to get my driving license.

### 24.5.3 will + infinitive

Think it as the probability of do it is 50%. It could be or not. Also we use **will** while we're speaking. It's used to make something in future but the opportunity appear suddenly: My phone is ringing, so for a near future I can say:

I **will answer** the phone.

## 24.6 Preset Perfect

It is used to indicate that an action, memories or event **took place** in the past but is relevant or **continues** in the present. Its functions are:

- La acción se inició en el pasado y continúa en el presente.  
I have lived in Veracruz since 1990 (*He vivido en Veracruz desde 1990*)
- El tiempo de la realización de la acción no ha concluido.  
They have gone to swim twice a week (*Ellos han ido a nadar dos veces a la semana*)
- La acción se repite constantemente en un tiempo indeterminado entre el pasado y el presente.  
She has visited that museum several times (*Ella ha visitado ese museo varias veces*)
- La acción concluyó recientemente. Para este uso de usa **just**.  
He has just finished his homework (*Él apenas terminó su tarea*)
- El momento en que se realizó la acción no es relevante.  
We haven't watched Titanic (*Nosotros no hemos visto Titanic*)

It has the following structure:

### Affirmative

**Subject** + **Aux verb (have/has)** + **Particle verb** + **complement**

Examples:

- They have painted their bedroom. (*Ellos han pintado su habitación*). Here the action just finished, but it took time and maybe it's import for them.
- She has written several novels. (*Ella ha escrito varias novelas*). Here the action of writing began in the past but she's not retired, she continues with her career.

It can be used also in questions and negative:

### Negative

**Subject** + **Aux verb (have/has)** + **not** + **Particle verb** + **complement**

### Question

**Aux verb (have/has)** + **Subject** + **Particle verb** + **complement?**

Also is common see **adverbs** as:

1. Just (apenas): I have **just** finished my exam.
2. Already (ya): He has **already** washed the dishes.
3. Yet (todavía, ya): The teacher has not corrected the homework **yet**.
4. For (desde hace/hace): They have been in a relationship **for** 12 years.
5. Since (desde): We have worked in this shop **since** January.
6. Ever (alguna vez): Have you **ever** had Indian food?<sup>1</sup>
7. How long (cuánto tiempo, cuánto tiempo hace que)<sup>2</sup>: **How long** have you been in this gym?

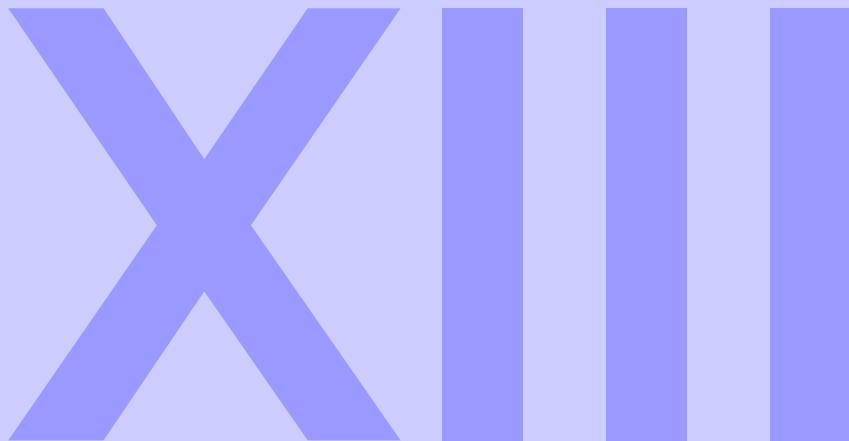
<sup>1</sup>For questions

<sup>2</sup>For questions

t	d	ed
Después de sonidos <b>sin voz</b>	Después de sonidos <b>con voz</b>	Después de <i>t o d</i>
watched	lived	wanted
worked	moved	waited
laughed	tried	needed
washed	played	exited
liked	loved	ended
helped	cried	added
walked	lied	hated

Table 24.1: Past pronunciation.





## Extras

<b>25</b>	<b>Logaritmos y exponentiales</b>	<b>347</b>
25.1	Propiedades	347
<b>26</b>	<b>Matrices</b>	<b>349</b>
26.1	Conformabilidad de matrices	349
<b>27</b>	<b>Integrales</b>	<b>351</b>
27.1	Integral por tabulación	351
<b>28</b>	<b>Producto cruz y producto escalar</b>	<b>353</b>
28.1	Producto escalar	353
28.2	Producto cruz	353
28.3	Propiedades	354



The image is a collage of mathematical content from a handwritten notebook, centered around the topic of logarithms and exponentials. It includes:

- A graph of trigonometric functions (sine, cosine) with labels like  $\cos x$ .
- A diagram of a 3D surface with axes labeled  $x$ ,  $y$ , and  $z$ .
- A graph of curves  $y = x^2$  and  $y = x^3$ .
- A diagram of a circle with points  $M$  and  $N$  and angle  $\alpha$ .
- A graph of  $\sin 2x$  and  $2 \sin x$ .
- A graph of  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .
- A graph of  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ .
- A diagram of a shaded region A and B.
- A graph of  $f(x) = 2^{-x} + 1$  with  $\epsilon = 0.005$ .
- A graph of  $e^2 - xy^2 = e$  with  $A[0; e; 1]$ .
- A graph of  $\frac{2x}{x^2+2^2} = 2$  with  $z = \frac{1}{x} \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- Algebraic formulas:
  - $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
  - $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
  - $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
  - $F_2 = 2xyz - 1 = 1$
  - $X_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$
  - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{h^{3n+1} + n}{2(3h^2 + 2h - 1)}$
  - $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
  - $\gamma = \sqrt[3]{x+1} \quad i \cdot x = \tan t$
  - $X_2 = \begin{pmatrix} \sqrt[3]{3x+2} \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix}$
  - $\lambda_1 = i\sqrt{14}$
  - $\lambda_2 = \sqrt[3]{\frac{6}{C+x^2}}$
  - $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x-1}$
  - $\alpha + \beta + \gamma = 8$
  - $-3A - 7B + 2C = 10, 3$
  - $-18A + 6B - 3C = 15$
- Handwritten notes:
  - $Y_{i+1} = Y_i + b_i K_2$
  - $\sum_{i=0}^n (p_i(x_i) - y_i)^2$
  - $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$
  - $\lambda x - y + z = 1$
  - $x + \lambda y + z = \lambda^2$
  - $x + y + \lambda z = \lambda^2$
  - $2 \operatorname{arctg} x - x = 0, I = (1, 10)$
  - $\int \int \int_M 2 dx dy dz = \int_0^{\pi} \left( \int_0^2 \left( \int_{\frac{1}{2}r}^1 r^2 dr \right) dr \right) dp$
  - $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$
  - $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$
  - $\frac{\partial u}{\partial x} = 2, \frac{\partial u}{\partial y} = 0$
  - $\sigma(p_2) = \sqrt{14/16}$
  - $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
  - $\alpha + \beta + \gamma = C$
  - $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$
  - $2^x = 2 \sin x \cdot \cos x$
  - $e^2 - xy^2 = e, A[0; e; 1]$
  - $\frac{2x}{x^2+2^2} = 2$
  - $z = \frac{1}{x} \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$
  - $\eta_1 = \lambda_1^2 - 3\lambda_1 + 1 \neq 0$

## 25.1 Propiedades

$$e^{\ln|x|} = x \quad (25.1)$$

$$\ln(e^x) = x \frac{\ln(e)}{1} = x \quad (25.2)$$

$$\log_a(b) = b \cdot \log a \quad (25.3)$$

$$\log_c(a) - \log_c(b) = \log_c\left(\frac{a}{b}\right) \quad (25.4)$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \quad (25.5)$$

$$\log_c(a)^b = b \cdot \log_c(a) \quad (25.6)$$

$$\log_a a = 1 \quad (25.7)$$

$$\log(\sqrt[b]{a}) = \frac{\log(a)}{b} \quad (25.8)$$

$$\log_a b = x \leftarrow a^x = b \quad (25.9)$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad (25.10)$$

$$\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_d c = \log_d a \quad (25.11)$$



$\text{J} \cdot \text{K}$   
 $X_2 = \begin{pmatrix} -\lambda \\ \beta \\ -\delta \end{pmatrix}$   
 $Y_{i+1} = Y_i + b_i K_2$   
 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$   
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$   
 $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$   
 $\sum_{i=0}^n (p_i(x_i) - y_i)^2$   
 $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$   
 $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$   
 $\lambda x - y + z = 1$   
 $x + \lambda y + z = \lambda$   
 $x + y + \lambda z = \lambda^2$   
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{3^{2n+1} + n}}{3^{2n+2} + 2n - 1}$   
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$   
 $y = \sqrt[3]{x+1} ; x = \operatorname{tg} t$   
 $(1+e^x)yy' = e^x ; y(1) = 1$   
 $\lambda_1 = \sqrt{14}$   
 $\lambda_2 = \sqrt{\frac{2+6}{2-6}}$   
 $\sin x \leq \frac{x}{x} = 1$   
 $F_2 = 2xyz - 1 = 1$   
 $y = x^3$   
 $y = x^2$   
 $2 \operatorname{arctg} x - x = 0 ; I = (1, 10)$   
 $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$   
 $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 3$   
 $\frac{\partial a}{\partial x} = 2 ; \frac{\partial a}{\partial y} = 0$   
 $\frac{\partial f}{\partial x} = \sqrt{17/16}$   
 $\alpha + b = c$   
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$   
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$   
 $A \cdot B = C$   
 $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$   
 $e^2 - xy^2 = e ; A[0, e, 1]$   
 $\frac{2x}{x^2 + 2z^2} = 2$   
 $z = \frac{1}{x} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 $\eta_1 = \lambda_1^2 - 3\lambda_1 + 1 + 0$   
 $\lambda_1 = \sqrt{2+6}$   
 $\lambda_2 = \sqrt{2-6}$   
 $\lambda_3 = 1$   
 $\lambda_4 = -1$   
 $\lambda_5 = 2$   
 $\lambda_6 = -2$   
 $\lambda_7 = 3$   
 $\lambda_8 = -3$   
 $\lambda_9 = 4$   
 $\lambda_{10} = -4$   
 $\lambda_{11} = 5$   
 $\lambda_{12} = -5$   
 $\lambda_{13} = 6$   
 $\lambda_{14} = -6$   
 $\lambda_{15} = 7$   
 $\lambda_{16} = -7$   
 $\lambda_{17} = 8$   
 $\lambda_{18} = -8$   
 $\lambda_{19} = 9$   
 $\lambda_{20} = -9$   
 $\lambda_{21} = 10$   
 $\lambda_{22} = -10$   
 $\lambda_{23} = 11$   
 $\lambda_{24} = -11$   
 $\lambda_{25} = 12$   
 $\lambda_{26} = -12$   
 $\lambda_{27} = 13$   
 $\lambda_{28} = -13$   
 $\lambda_{29} = 14$   
 $\lambda_{30} = -14$   
 $\lambda_{31} = 15$   
 $\lambda_{32} = -15$   
 $\lambda_{33} = 16$   
 $\lambda_{34} = -16$   
 $\lambda_{35} = 17$   
 $\lambda_{36} = -17$   
 $\lambda_{37} = 18$   
 $\lambda_{38} = -18$   
 $\lambda_{39} = 19$   
 $\lambda_{40} = -19$   
 $\lambda_{41} = 20$   
 $\lambda_{42} = -20$   
 $\lambda_{43} = 21$   
 $\lambda_{44} = -21$   
 $\lambda_{45} = 22$   
 $\lambda_{46} = -22$   
 $\lambda_{47} = 23$   
 $\lambda_{48} = -23$   
 $\lambda_{49} = 24$   
 $\lambda_{50} = -24$   
 $\lambda_{51} = 25$   
 $\lambda_{52} = -25$   
 $\lambda_{53} = 26$   
 $\lambda_{54} = -26$   
 $\lambda_{55} = 27$   
 $\lambda_{56} = -27$   
 $\lambda_{57} = 28$   
 $\lambda_{58} = -28$   
 $\lambda_{59} = 29$   
 $\lambda_{60} = -29$   
 $\lambda_{61} = 30$   
 $\lambda_{62} = -30$   
 $\lambda_{63} = 31$   
 $\lambda_{64} = -31$   
 $\lambda_{65} = 32$   
 $\lambda_{66} = -32$   
 $\lambda_{67} = 33$   
 $\lambda_{68} = -33$   
 $\lambda_{69} = 34$   
 $\lambda_{70} = -34$   
 $\lambda_{71} = 35$   
 $\lambda_{72} = -35$   
 $\lambda_{73} = 36$   
 $\lambda_{74} = -36$   
 $\lambda_{75} = 37$   
 $\lambda_{76} = -37$   
 $\lambda_{77} = 38$   
 $\lambda_{78} = -38$   
 $\lambda_{79} = 39$   
 $\lambda_{80} = -39$   
 $\lambda_{81} = 40$   
 $\lambda_{82} = -40$   
 $\lambda_{83} = 41$   
 $\lambda_{84} = -41$   
 $\lambda_{85} = 42$   
 $\lambda_{86} = -42$   
 $\lambda_{87} = 43$   
 $\lambda_{88} = -43$   
 $\lambda_{89} = 44$   
 $\lambda_{90} = -44$   
 $\lambda_{91} = 45$   
 $\lambda_{92} = -45$   
 $\lambda_{93} = 46$   
 $\lambda_{94} = -46$   
 $\lambda_{95} = 47$   
 $\lambda_{96} = -47$   
 $\lambda_{97} = 48$   
 $\lambda_{98} = -48$   
 $\lambda_{99} = 49$   
 $\lambda_{100} = -49$   
 $\lambda_{101} = 50$   
 $\lambda_{102} = -50$   
 $\lambda_{103} = 51$   
 $\lambda_{104} = -51$   
 $\lambda_{105} = 52$   
 $\lambda_{106} = -52$   
 $\lambda_{107} = 53$   
 $\lambda_{108} = -53$   
 $\lambda_{109} = 54$   
 $\lambda_{110} = -54$   
 $\lambda_{111} = 55$   
 $\lambda_{112} = -55$   
 $\lambda_{113} = 56$   
 $\lambda_{114} = -56$   
 $\lambda_{115} = 57$   
 $\lambda_{116} = -57$   
 $\lambda_{117} = 58$   
 $\lambda_{118} = -58$   
 $\lambda_{119} = 59$   
 $\lambda_{120} = -59$   
 $\lambda_{121} = 60$   
 $\lambda_{122} = -60$   
 $\lambda_{123} = 61$   
 $\lambda_{124} = -61$   
 $\lambda_{125} = 62$   
 $\lambda_{126} = -62$   
 $\lambda_{127} = 63$   
 $\lambda_{128} = -63$   
 $\lambda_{129} = 64$   
 $\lambda_{130} = -64$   
 $\lambda_{131} = 65$   
 $\lambda_{132} = -65$   
 $\lambda_{133} = 66$   
 $\lambda_{134} = -66$   
 $\lambda_{135} = 67$   
 $\lambda_{136} = -67$   
 $\lambda_{137} = 68$   
 $\lambda_{138} = -68$   
 $\lambda_{139} = 69$   
 $\lambda_{140} = -69$   
 $\lambda_{141} = 70$   
 $\lambda_{142} = -70$   
 $\lambda_{143} = 71$   
 $\lambda_{144} = -71$   
 $\lambda_{145} = 72$   
 $\lambda_{146} = -72$   
 $\lambda_{147} = 73$   
 $\lambda_{148} = -73$   
 $\lambda_{149} = 74$   
 $\lambda_{150} = -74$   
 $\lambda_{151} = 75$   
 $\lambda_{152} = -75$   
 $\lambda_{153} = 76$   
 $\lambda_{154} = -76$   
 $\lambda_{155} = 77$   
 $\lambda_{156} = -77$   
 $\lambda_{157} = 78$   
 $\lambda_{158} = -78$   
 $\lambda_{159} = 79$   
 $\lambda_{160} = -79$   
 $\lambda_{161} = 80$   
 $\lambda_{162} = -80$   
 $\lambda_{163} = 81$   
 $\lambda_{164} = -81$   
 $\lambda_{165} = 82$   
 $\lambda_{166} = -82$   
 $\lambda_{167} = 83$   
 $\lambda_{168} = -83$   
 $\lambda_{169} = 84$   
 $\lambda_{170} = -84$   
 $\lambda_{171} = 85$   
 $\lambda_{172} = -85$   
 $\lambda_{173} = 86$   
 $\lambda_{174} = -86$   
 $\lambda_{175} = 87$   
 $\lambda_{176} = -87$   
 $\lambda_{177} = 88$   
 $\lambda_{178} = -88$   
 $\lambda_{179} = 89$   
 $\lambda_{180} = -89$   
 $\lambda_{181} = 90$   
 $\lambda_{182} = -90$   
 $\lambda_{183} = 91$   
 $\lambda_{184} = -91$   
 $\lambda_{185} = 92$   
 $\lambda_{186} = -92$   
 $\lambda_{187} = 93$   
 $\lambda_{188} = -93$   
 $\lambda_{189} = 94$   
 $\lambda_{190} = -94$   
 $\lambda_{191} = 95$   
 $\lambda_{192} = -95$   
 $\lambda_{193} = 96$   
 $\lambda_{194} = -96$   
 $\lambda_{195} = 97$   
 $\lambda_{196} = -97$   
 $\lambda_{197} = 98$   
 $\lambda_{198} = -98$   
 $\lambda_{199} = 99$   
 $\lambda_{200} = -99$   
 $\lambda_{201} = 100$   
 $\lambda_{202} = -100$   
 $\lambda_{203} = 101$   
 $\lambda_{204} = -101$   
 $\lambda_{205} = 102$   
 $\lambda_{206} = -102$   
 $\lambda_{207} = 103$   
 $\lambda_{208} = -103$   
 $\lambda_{209} = 104$   
 $\lambda_{210} = -104$   
 $\lambda_{211} = 105$   
 $\lambda_{212} = -105$   
 $\lambda_{213} = 106$   
 $\lambda_{214} = -106$   
 $\lambda_{215} = 107$   
 $\lambda_{216} = -107$   
 $\lambda_{217} = 108$   
 $\lambda_{218} = -108$   
 $\lambda_{219} = 109$   
 $\lambda_{220} = -109$   
 $\lambda_{221} = 110$   
 $\lambda_{222} = -110$   
 $\lambda_{223} = 111$   
 $\lambda_{224} = -111$   
 $\lambda_{225} = 112$   
 $\lambda_{226} = -112$   
 $\lambda_{227} = 113$   
 $\lambda_{228} = -113$   
 $\lambda_{229} = 114$   
 $\lambda_{230} = -114$   
 $\lambda_{231} = 115$   
 $\lambda_{232} = -115$   
 $\lambda_{233} = 116$   
 $\lambda_{234} = -116$   
 $\lambda_{235} = 117$   
 $\lambda_{236} = -117$   
 $\lambda_{237} = 118$   
 $\lambda_{238} = -118$   
 $\lambda_{239} = 119$   
 $\lambda_{240} = -119$   
 $\lambda_{241} = 120$   
 $\lambda_{242} = -120$   
 $\lambda_{243} = 121$   
 $\lambda_{244} = -121$   
 $\lambda_{245} = 122$   
 $\lambda_{246} = -122$   
 $\lambda_{247} = 123$   
 $\lambda_{248} = -123$   
 $\lambda_{249} = 124$   
 $\lambda_{250} = -124$   
 $\lambda_{251} = 125$   
 $\lambda_{252} = -125$   
 $\lambda_{253} = 126$   
 $\lambda_{254} = -126$   
 $\lambda_{255} = 127$   
 $\lambda_{256} = -127$   
 $\lambda_{257} = 128$   
 $\lambda_{258} = -128$   
 $\lambda_{259} = 129$   
 $\lambda_{260} = -129$   
 $\lambda_{261} = 130$   
 $\lambda_{262} = -130$   
 $\lambda_{263} = 131$   
 $\lambda_{264} = -131$   
 $\lambda_{265} = 132$   
 $\lambda_{266} = -132$   
 $\lambda_{267} = 133$   
 $\lambda_{268} = -133$   
 $\lambda_{269} = 134$   
 $\lambda_{270} = -134$   
 $\lambda_{271} = 135$   
 $\lambda_{272} = -135$   
 $\lambda_{273} = 136$   
 $\lambda_{274} = -136$   
 $\lambda_{275} = 137$   
 $\lambda_{276} = -137$   
 $\lambda_{277} = 138$   
 $\lambda_{278} = -138$   
 $\lambda_{279} = 139$   
 $\lambda_{280} = -139$   
 $\lambda_{281} = 140$   
 $\lambda_{282} = -140$   
 $\lambda_{283} = 141$   
 $\lambda_{284} = -141$   
 $\lambda_{285} = 142$   
 $\lambda_{286} = -142$   
 $\lambda_{287} = 143$   
 $\lambda_{288} = -143$   
 $\lambda_{289} = 144$   
 $\lambda_{290} = -144$   
 $\lambda_{291} = 145$   
 $\lambda_{292} = -145$   
 $\lambda_{293} = 146$   
 $\lambda_{294} = -146$   
 $\lambda_{295} = 147$   
 $\lambda_{296} = -147$   
 $\lambda_{297} = 148$   
 $\lambda_{298} = -148$   
 $\lambda_{299} = 149$   
 $\lambda_{300} = -149$   
 $\lambda_{301} = 150$   
 $\lambda_{302} = -150$   
 $\lambda_{303} = 151$   
 $\lambda_{304} = -151$   
 $\lambda_{305} = 152$   
 $\lambda_{306} = -152$   
 $\lambda_{307} = 153$   
 $\lambda_{308} = -153$   
 $\lambda_{309} = 154$   
 $\lambda_{310} = -154$   
 $\lambda_{311} = 155$   
 $\lambda_{312} = -155$   
 $\lambda_{313} = 156$   
 $\lambda_{314} = -156$   
 $\lambda_{315} = 157$   
 $\lambda_{316} = -157$   
 $\lambda_{317} = 158$   
 $\lambda_{318} = -158$   
 $\lambda_{319} = 159$   
 $\lambda_{320} = -159$   
 $\lambda_{321} = 160$   
 $\lambda_{322} = -160$   
 $\lambda_{323} = 161$   
 $\lambda_{324} = -161$   
 $\lambda_{325} = 162$   
 $\lambda_{326} = -162$   
 $\lambda_{327} = 163$   
 $\lambda_{328} = -163$   
 $\lambda_{329} = 164$   
 $\lambda_{330} = -164$   
 $\lambda_{331} = 165$   
 $\lambda_{332} = -165$   
 $\lambda_{333} = 166$   
 $\lambda_{334} = -166$   
 $\lambda_{335} = 167$   
 $\lambda_{336} = -167$   
 $\lambda_{337} = 168$   
 $\lambda_{338} = -168$   
 $\lambda_{339} = 169$   
 $\lambda_{340} = -169$   
 $\lambda_{341} = 170$   
 $\lambda_{342} = -170$   
 $\lambda_{343} = 171$   
 $\lambda_{344} = -171$   
 $\lambda_{345} = 172$   
 $\lambda_{346} = -172$   
 $\lambda_{347} = 173$   
 $\lambda_{348} = -173$   
 $\lambda_{349} = 174$   
 $\lambda_{350} = -174$   
 $\lambda_{351} = 175$   
 $\lambda_{352} = -175$   
 $\lambda_{353} = 176$   
 $\lambda_{354} = -176$   
 $\lambda_{355} = 177$   
 $\lambda_{356} = -177$   
 $\lambda_{357} = 178$   
 $\lambda_{358} = -178$   
 $\lambda_{359} = 179$   
 $\lambda_{360} = -179$   
 $\lambda_{361} = 180$   
 $\lambda_{362} = -180$   
 $\lambda_{363} = 181$   
 $\lambda_{364} = -181$   
 $\lambda_{365} = 182$   
 $\lambda_{366} = -182$   
 $\lambda_{367} = 183$   
 $\lambda_{368} = -183$   
 $\lambda_{369} = 184$   
 $\lambda_{370} = -184$   
 $\lambda_{371} = 185$   
 $\lambda_{372} = -185$   
 $\lambda_{373} = 186$   
 $\lambda_{374} = -186$   
 $\lambda_{375} = 187$   
 $\lambda_{376} = -187$   
 $\lambda_{377} = 188$   
 $\lambda_{378} = -188$   
 $\lambda_{379} = 189$   
 $\lambda_{380} = -189$   
 $\lambda_{381} = 190$   
 $\lambda_{382} = -190$   
 $\lambda_{383} = 191$   
 $\lambda_{384} = -191$   
 $\lambda_{385} = 192$   
 $\lambda_{386} = -192$   
 $\lambda_{387} = 193$   
 $\lambda_{388} = -193$   
 $\lambda_{389} = 194$   
 $\lambda_{390} = -194$   
 $\lambda_{391} = 195$   
 $\lambda_{392} = -195$   
 $\lambda_{393} = 196$   
 $\lambda_{394} = -196$   
 $\lambda_{395} = 197$   
 $\lambda_{396} = -197$   
 $\lambda_{397} = 198$   
 $\lambda_{398} = -198$   
 $\lambda_{399} = 199$   
 $\lambda_{400} = -199$   
 $\lambda_{401} = 200$   
 $\lambda_{402} = -200$   
 $\lambda_{403} = 201$   
 $\lambda_{404} = -201$   
 $\lambda_{405} = 202$   
 $\lambda_{406} = -202$   
 $\lambda_{407} = 203$   
 $\lambda_{408} = -203$   
 $\lambda_{409} = 204$   
 $\lambda_{410} = -204$   
 $\lambda_{411} = 205$   
 $\lambda_{412} = -205$   
 $\lambda_{413} = 206$   
 $\lambda_{414} = -206$   
 $\lambda_{415} = 207$   
 $\lambda_{416} = -207$   
 $\lambda_{417} = 208$   
 $\lambda_{418} = -208$   
 $\lambda_{419} = 209$   
 $\lambda_{420} = -209$   
 $\lambda_{421} = 210$   
 $\lambda_{422} = -210$   
 $\lambda_{423} = 211$   
 $\lambda_{424} = -211$   
 $\lambda_{425} = 212$   
 $\lambda_{426} = -212$   
 $\lambda_{427} = 213$   
 $\lambda_{428} = -213$   
 $\lambda_{429} = 214$   
 $\lambda_{430} = -214$   
 $\lambda_{431} = 215$   
 $\lambda_{432} = -215$   
 $\lambda_{433} = 216$   
 $\lambda_{434} = -216$   
 $\lambda_{435} = 217$   
 $\lambda_{436} = -217$   
 $\lambda_{437} = 218$   
 $\lambda_{438} = -218$   
 $\lambda_{439} = 219$   
 $\lambda_{440} = -219$   
 $\lambda_{441} = 220$   
 $\lambda_{442} = -220$   
 $\lambda_{443} = 221$   
 $\lambda_{444} = -221$   
 $\lambda_{445} = 222$   
 $\lambda_{446} = -222$   
 $\lambda_{447} = 223$   
 $\lambda_{448} = -223$   
 $\lambda_{449} = 224$   
 $\lambda_{450} = -224$   
 $\lambda_{451} = 225$   
 $\lambda_{452} = -225$   
 $\lambda_{453} = 226$   
 $\lambda_{454} = -226$   
 $\lambda_{455} = 227$   
 $\lambda_{456} = -227$   
 $\lambda_{457} = 228$   
 $\lambda_{458} = -228$   
 $\lambda_{459} = 229$   
 $\lambda_{460} = -229$   
 $\lambda_{461} = 230$   
 $\lambda_{462} = -230$   
 $\lambda_{463} = 231$   
 $\lambda_{464} = -231$   
 $\lambda_{465} = 232$   
 $\lambda_{466} = -232$   
 $\lambda_{467} = 233$   
 $\lambda_{468} = -233$   
 $\lambda_{469} = 234$   
 $\lambda_{470} = -234$   
 $\lambda_{471} = 235$   
 $\lambda_{472} = -235$   
 $\lambda_{473} = 236$   
 $\lambda_{474} = -236$   
 $\lambda_{475} = 237$   
 $\lambda_{476} = -237$   
 $\lambda_{477} = 238$   
 $\lambda_{478} = -238$   
 $\lambda_{479} = 239$   
 $\lambda_{480} = -239$   
 $\lambda_{481} = 240$   
 $\lambda_{482} = -240$   
 $\lambda_{483} = 241$   
 $\lambda_{484} = -241$   
 $\lambda_{485} = 242$   
 $\lambda_{486} = -242$   
 $\lambda_{487} = 243$   
 $\lambda_{488} = -243$   
 $\lambda_{489} = 244$   
 $\lambda_{490} = -244$   
 $\lambda_{491} = 245$   
 $\lambda_{492} = -245$   
 $\lambda_{493} = 246$   
 $\lambda_{494} = -246$   
 $\lambda_{495} = 247$   
 $\lambda_{496} = -247$   
 $\lambda_{497} = 248$   
 $\lambda_{498} = -248$   
 $\lambda_{499} = 249$   
 $\lambda_{500} = -249$   
 $\lambda_{501} = 250$   
 $\lambda_{502} = -250$   
 $\lambda_{503} = 251$   
 $\lambda_{504} = -251$   
 $\lambda_{505} = 252$   
 $\lambda_{506} = -252$   
 $\lambda_{507} = 253$   
 $\lambda_{508} = -253$   
 $\lambda_{509} = 254$   
 $\lambda_{510} = -254$   
 $\lambda_{511} = 255$   
 $\lambda_{512} = -255$   
 $\lambda_{513} = 256$   
 $\lambda_{514} = -256$   
 $\lambda_{515} = 257$   
 $\lambda_{516} = -257$   
 $\lambda_{517} = 258$   
 $\lambda_{518} = -258$   
 $\lambda_{519} = 259$   
 $\lambda_{520} = -259$   
 $\lambda_{521} = 260$   
 $\lambda_{522} = -260$   
 $\lambda_{523} = 261$   
 $\lambda_{524} = -261$   
 $\lambda_{525} = 262$   
 $\lambda_{526} = -262$   
 $\lambda_{527} = 263$   
 $\lambda_{528} = -263$   
 $\lambda_{529} = 264$   
 $\lambda_{530} = -264$   
 $\lambda_{531} = 265$   
 $\lambda_{532} = -265$   
 $\lambda_{533} = 266$   
 $\lambda_{534} = -266$   
 $\lambda_{535} = 267$   
 $\lambda_{536} = -267$   
 $\lambda_{537} = 268$   
 $\lambda_{538} = -268$   
 $\lambda_{539} = 269$   
 $\lambda_{540} = -269$   
 $\lambda_{541} = 270$   
 $\lambda_{542} = -270$   
 $\lambda_{543} = 271$   
 $\lambda_{544} = -271$   
 $\lambda_{545} = 272$   
 $\lambda_{546} = -272$   
 $\lambda_{547} = 273$ <br



A collage of mathematical diagrams, formulas, and graphs related to integrals and trigonometry.

Key elements include:

- Graphs of trigonometric functions like  $\cos x$ ,  $\sin 2x$ , and  $\sin^2 x + \cos^2 x$ .
- Diagrams of ellipses and shaded regions under curves.
- Equations for vectors  $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} -\lambda \\ -2 \\ -\delta \end{pmatrix}$  and  $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -\lambda \\ -2 \\ -\delta \end{pmatrix}$ .
- Matrix equations:  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  and  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ .
- Trigonometric identities:  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ .
- Equation of a circle:  $F_2 = 2xyz - 1 = 1$ .
- Equation of a hyperbola:  $x_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$ .
- Equation of a parabola:  $y = x^2$ .
- Equation of a curve:  $y = x^3$ .
- Equation of a curve:  $(1+e^x)yy' = e^x$ .
- Equation:  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ .
- Equation:  $\lambda_1 = i\sqrt{14}$ .
- Equation:  $\frac{2x}{x^2+2z^2} = 2$ .
- Equation:  $z = \frac{1}{x} \arctan \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- Equation:  $\eta_1 = \lambda_1^2 - 3\lambda_1 + 1 = 0$ .
- Equation:  $\sum_{i=0}^n (p_i(x_i) - y_i)^2$ .
- Equation:  $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$ .
- Equation:  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ .
- Equation:  $\lambda x - y + z = 1$ .
- Equation:  $x + \lambda y + z = \lambda^2$ .
- Equation:  $x + y + \lambda z = \lambda^2$ .
- Equation:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2(3h^2 + 2h - 1)} \int_0^2 \left( \int_{\frac{1}{2}r}^1 r n d\sigma \right) dh dp$ .
- Equation:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ .
- Equation:  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$ .
- Equation:  $\int_{-1/2}^{1/2} \cos^2 x + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ .
- Equation:  $\frac{\partial u}{\partial x} = 2, \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .
- Equation:  $\sigma(p_2) = \sqrt{14/16}$ .
- Equation:  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$ .
- Equation:  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
- Equation:  $A + B + C = 8$ .
- Equation:  $-3A - 7B + 2C = 10, 3$ .
- Equation:  $-18A + 6B - 3C = 15$ .
- Equation:  $2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ .
- Equation:  $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$ .
- Equation:  $e^2 - xy^2 = e, A[0, e; 1]$ .
- Equation:  $\frac{2x}{x^2+2z^2} = 2$ .
- Equation:  $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$ .

## 27.1 Integral por tabulación

Sean  $a$  y  $b$  dos funciones en función de  $x$  en una integral:

$$\int a \cdot b dx$$

La integral se puede desarrollar:

<i>Derivar</i>	<i>Integral</i>
$a$	$b$
$\frac{da}{dx}$	$\int b \cdot dx$
$\frac{da}{d^2x}$	$\int \int b \cdot dxdx$
$\vdots$	$\vdots$
0	$\int \dots \int bdx \dots dx$

El mismo proceso se realiza hasta que en la columna de derivar se llegue a cero, ahora multiplica cada valor de la columna derivar por el valor de la columna integrar en el otro extremo de la flecha. El signo más o menos le indica si desea agregar o restar este término:

$$\int a \cdot b dx = +a \cdot \int b \cdot x d - \frac{da}{dx} \cdot \int \int b \cdot dx dx + \frac{da}{d^2x} \dots \quad (27.1)$$

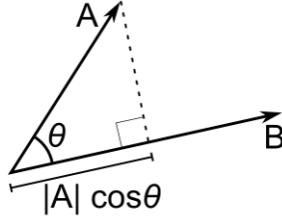


## 28. Producto cruz y producto escalar

## 28.1 Producto escalar

Sea el producto escalar  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , es el módulo del vector  $\vec{a}$  por el modulo del  $\vec{b}$  por el coseno del menor ángulo que forman:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |a| \cdot |b| \cos \theta \quad (28.1)$$



Si el producto escalar de dos vectores es cero, y el módulo de los dos vectores es distinto de cero, entonces los dos vectores son perpendiculares entre sí.

## 28.2 Producto cruz

Sean los vectores, se define el producto vectorial como  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ :

$$\begin{aligned}c_x &= a_y b_z - a_z b_y \\c_y &= a_z b_x - a_x b_z \\c_z &= a_x b_y - a_y b_x\end{aligned}$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix} = c_x \vec{i} - c_y \vec{j} + c_z \vec{k} \quad (28.2)$$

Los signos de izquierda a derecha son intercalados y empiezan con  $+, -, +, -, \dots$ , El resultado de esta operación es un vector, es decir una cantidad que sí tiene dirección. Cuyo módulo de  $\vec{c}$ :

$$|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta \quad (28.3)$$

El módulo del vector producto vectorial coincide con el área del paralelogramo definido por los dos vectores

### 28.3 Propiedades

- Si  $\vec{a} \times \vec{b} = 0$  y el modulo de ambos vectores es diferente de cero, entonces ambos vectores son paralelos.
  - $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$
  - $(\alpha \vec{a}) \times \vec{b} = \alpha(\vec{a} \times \vec{b})$
  - $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$
  - $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{b}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$
  - $\vec{a} \times \vec{a} = 0$
  - $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$
  - $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} \neq \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$
- $$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{bmatrix} = a_x(b_y c_z - b_z c_y) - a_y(b_x c_z - b_z c_x) + a_z(b_x c_y - b_y c_x) \quad (28.4)$$

Se resuelve igual que la matriz de producto cruz, con la misma distribución de signos.

# Anexos

28.4	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía . . . . .	357
28.5	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía . . . . .	358
28.6	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía . . . . .	359
28.7	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2 . . . . .	360
28.8	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2 . . . . .	361
28.9	Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2 . . . . .	362
28.10	Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico . . . . .	363
28.11	Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico . . . . .	364
28.12	Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico . . . . .	365
28.13	Ejercicios resueltos U2-Erlang B . . . . .	366
28.14	Ejercicios resueltos U2-Erlang B . . . . .	367
28.15	Ejercicios resueltos U2-Erlang B . . . . .	368
28.16	Ejercicios de la ley de Gauss . . . . .	369



## 28.4 Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía

### 1. Problemas propuestos

- 1.1. Una oficina realiza un promedio de 43 llamadas al día, cada llamada tiene una duración en promedio de 8 minutos, si el horario de oficina es de 8:00 am a 4:00 pm y se asume que las llamadas se realizan de manera proporcional en todo el horario, calcular la intensidad de tráfico.

**Datos:**

Número de llamadas( $n$ ): 43 llamadas/día

Tiempo promedio( $t_p$ ): 8min

Tiempo de observación( $t_0$ )=8 horas

**Resolución**

$$V_t = n * t$$

$$V_t = 43 * 8$$

$$V_t = 344 \text{ min} \quad (1)$$

$$I_t = \frac{V_t}{t_o}$$

$$I_t = \frac{344 \text{ min}}{8 \text{ hours}} * \frac{1 \text{ hour}}{60 \text{ min}}$$

$$I_t = 0,716E \quad (2)$$

- 1.2. Determinar la intensidad de tráfico, si una línea está ocupada durante una hora y 100 usuarios solicitan una llamada con una duración promedio de 3 minutos.

**Datos:**

Número de llamadas( $n$ ): 100 llamadas

Tiempo promedio( $t_p$ ): 3min

Tiempo de observación( $t_0$ )=1 horas

**Resolución**

$$V_t = n * t$$

$$V_t = 100 * 3$$

$$V_t = 300 \text{ min} \quad (3)$$

## 28.5 Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía

$$\begin{aligned}
 I_t &= \frac{V_t}{t_o} \\
 I_t &= \frac{300min}{1hours} * \frac{1hour}{60min} \\
 I_t &= 5Erlangs
 \end{aligned} \tag{4}$$

- 1.3. Consideremos un centro de atención al cliente ONLINE vía telefónica. El tiempo completo de la fase de marcado se asume a ser de 20 s, incluye la invitación a marcar y el anuncio de todas las opciones. Se esperan 10.000 llamadas en la hora pico. Calcular la intensidad de tráfico.

**Datos:**

Número de llamadas( $n$ ): 10000 llamadas

Tiempo promedio( $t_p$ ): 20 seg

Tiempo de observación( $t_0$ )=1 horas

**Resolución**

$$\begin{aligned}
 V_t &= n * t \\
 V_t &= 10000 * 20seg * \frac{1min}{60seg} \\
 V_t &= 3333,3min \\
 I_t &= \frac{V_t}{t_o} \\
 I_t &= \frac{3333,3min}{1hours} * \frac{1hour}{60min} \\
 I_t &= 55,555Erlangs
 \end{aligned} \tag{5}$$

- 1.4. En un grupo de 25 líneas se cursaron 150 llamadas en media hora, con un promedio de duración de 3 minutos. Calcular el tráfico total y por línea.

**Datos:**

Número de llamadas( $n$ ): 150 llamadas

Tiempo promedio( $t_p$ ): 3min

Tiempo de observación( $t_0$ )=0.5 horas

Líneas: 5

**Resolución**

## 28.6 Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía

$$V_t = n * t$$

$$V_t = 150 * 3$$

$$V_t = 450 \text{ min} \quad (7)$$

$$I_t = \frac{V_t}{t_o}$$

$$I_t = \frac{450 \text{ min}}{0,5 \text{ hours}} * \frac{1 \text{ hour}}{60 \text{ min}}$$

$$I_t = 15E \quad (8)$$

$$Traffic_{line} = \frac{I_t}{N_l}$$

$$Traffic_{line} = \frac{15E}{25} \quad (9)$$

$$Traffic_{line} = 0,6E \quad (10)$$

## 28.7 Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2

### Problem 1

Considerar un grupo de 1200 abonados que generan 600 llamadas durante la hora cargada. El tiempo medio de espera es de 2.2 minutos. ¿Cuál es el tráfico ofrecido en erlangs, LLR y CCS.

#### Solution

- a) El tráfico ofrecido está definido por:

$$V_t = n * d \quad (1)$$

Usando la ecuación 1:

$$V_t = 600 * 2,2;$$

$$V_t = 1320 \text{ min} \rightarrow 22 \text{ Horas}$$

La intensidad, descrita como:

$$I_t = \frac{V_t}{T_0} \quad (2)$$

$$I_t = A_0 = \frac{22}{1}$$

- b) En LLR:

$$1 \text{ Erlang} = 33 \text{ LLR} \quad (3)$$

$$A_0 = 22 * 30$$

$$A_0 = 660 \text{ LLR}$$

- c) En CCS:

$$1 \text{ Erlang} = 36 \text{ CCS} \quad (4)$$

$$A_0 = 22 * 36$$

$$A_0 = 792 \text{ CCS}$$

### Problem 2

Durante la hora cargada, se ofrecen 1200 llamadas a un enlace de transmisión, pero seis de ellas no se transmiten (se pierden). El tiempo medio de duración de la llamada es de 3 minutos. Calcular:

- a) el tráfico ofrecido
- b) el tráfico cursado
- c) el tráfico perdido

## 28.8 Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2

### Solution

a) Usando la ecuación 1 entonces:

$$V_t = 1200 * 3$$

$$V_t = 3600 \text{ min} \rightarrow 60 \text{ horas}$$

Con la ecuación 2:

$$I_t = \frac{60}{1}$$

$$I_t = A_o = 60 \text{ Erlangs}$$

b) Usando la ecuación 1 entonces:

$$V_t = 1194 * 3$$

$$V_t = 3582 \text{ min} \rightarrow 59,7 \text{ horas}$$

Con la ecuación 2:

$$I_t = \frac{59,7}{1}$$

$$I_t = 59,7 \text{ Erlangs}$$

$$A_c = 59,7 \text{ Erlangs}$$

c) Usando la ecuación 1 entonces:

$$V_t = 6 * 3$$

$$V_t = 18 \text{ min} \rightarrow 3 \text{ horas}$$

Con la ecuación 2:

$$I_t = \frac{0,3}{1}$$

$$I_t = 0,3 \text{ Erlangs}$$

### Problem 3

Durante la hora cargada, se ofrecieron 1400 llamadas a un grupo de troncales y se perdieron 14. La duración media de las llamadas es de 3 minutos. Encontrar:

- a) el tráfico ofrecido
- b) el tráfico cursado
- c) GoS
- d) duración del periodo de congestión

## 28.9 Ejercicios resueltos U2-Sistemas de telefonía 2

### Solution

a)

$$V_T = 1400 * 3$$

$$V_T = 4200 \text{min} \leftrightarrow 70 \text{Horas}$$

$$I_t = \frac{70}{1} = 70 \text{ ERLANGS}$$

b) Usando la ecuación 1

$$V_T = 14 * 3$$

$$V_T = 42 \text{min} \leftrightarrow 0,7 \text{Horas}$$

Aplicando la ecuación 2

$$I_t = \frac{0,7}{1} = 70 \text{ ERLANGS}$$

$$A_c = 70 \text{Erlangs} - 0,7 \text{Erlangs} = 69,3 \text{Erlangs}$$

c) Tenemos dos datos importantes: 14(tráfico perdido) y 1400(tráfico ofrecido)

$$GoS = \frac{A_p}{A_o} \quad (5)$$

reemplazando los datos en 5

$$GoS = \frac{14}{1400}$$

$$GoS = 0,01$$

d) El congestionamiento esta dado por:

$$\text{Congestionamiento} = GoS * T_0 \quad (6)$$

Reemplazando en 6:

$$\text{Congestionamiento} = 0,01 * 3600s$$

$$\text{Congestionamiento} = 36s$$

### Problem 4

La capacidad de un help desk se ha diseñado para ofrecer un GoS de 2% durante la hora cargada. El número total de llamadas ofrecidas durante este intervalo de tiempo es de 300 (solicitudes de ayuda).

a) ¿Cuál es el número total de llamadas perdidas?

b) ¿Durante cuántos minutos está congestionado el servicio de asistencia durante la hora cargada?

## 28.10 Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico

### Problem 1

Para la red telefónica de la figura y en virtud del Plan de Encaminamiento, llenar la tabla siguiente:

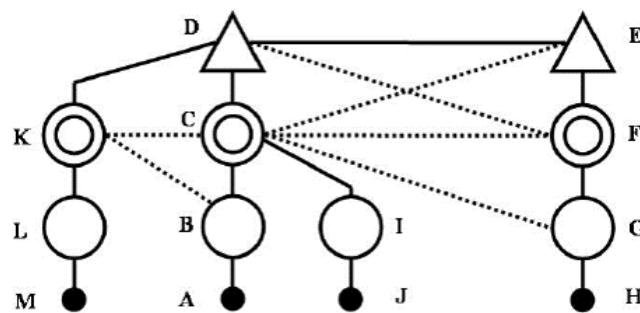


Figura 1: Problema 1

### Solution

Central Origen	Central Destino	Ruta directa	Ruta alternativa 1	Ruta alternativa 2	Ruta final
A	H	ABCGH	ABCDFGH	-	ABCDEFGH
H	A	HGCBA	HGFBCBA	HGFEDCBA	HGFEDCBA
M	H	MLKDFGH	MLKDFGH	-	MLKDEFGH
H	M	HGFDKLM	HGFCKLM	HGFECKLM	HGFEDKLM
A	M	ABKLM	ABCKLM	-	ABCDKLM
M	A	MLKBA	-	-	MLKDCBA
M	J	MLKCIJ	-	-	MLKDCIJ

### Problem 2

Para la red telefónica de la figura y en virtud del Plan de Encaminamiento, llenar la tabla siguiente:

## 28.11 Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico

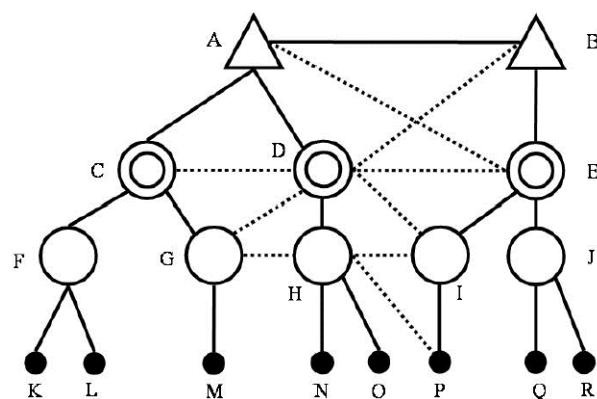


Figura 2: Problema 2

**Solution**

	De N a P	De P a N
Ruta directa	NHP	PHN
Ruta alternativa 1	NHDIP	PIHN
Ruta alternativa 2	NHDAEIP	PIEDHN
Ruta alternativa 3	-	PIEBDHN
Ruta final	NHDABEIP	PIEBADHN

**Problem 3**

Indicar las rutas posibles con origen en A y destino en la central K.

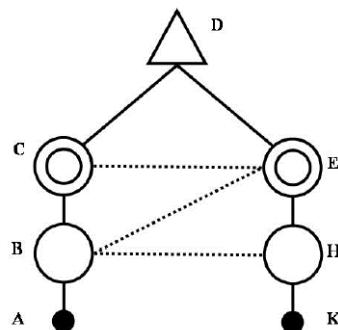


Figura 3: Problema 3

**28.12 Ejercicios resueltos U2-Encaminamiento de tráfico telefónico****Solution**

Ruta	De A a K
Ruta directa	ABHK
Ruta alternativa 1	ABCEHK
Ruta final	ABCDEHK

## 28.13 Ejercicios resueltos U2-Erlang B

### Problem 1

Consideremos un grupo troncal con una carga ofrecida de 4.5 erlangs y una probabilidad de bloqueo de 0.01. Si el tráfico ofrecido aumenta a 13 erlangs, para mantener la misma probabilidad de bloqueo a) Encuentre el número de troncales necesarias. b) Calcule también la ocupación de las troncales.

#### Solution

##### a) Encuentre el número de troncales necesarias.

Para ellos usamos la ecuación:

$$B(N, A) = \frac{A^N}{N! \sum_{k=0}^N \left(\frac{A^k}{k!}\right)} \quad (1)$$

Como tenemos que averiguar el número de troncales, crearemos un código sencillo para esto, donde N será la variable independiente. Usando su gráfica, nos movemos hacia una probabilidad de 0.01, apreciamos que necesitamos **aproximadamente 22 troncales**<sup>1</sup>.

##### b) Calcule también la ocupación de las troncales.

Para ello usamos la siguiente ecuación:

$$\rho = \frac{A(1 - B(N, A))}{N} \quad (2)$$

Reemplazando en la ecuación 2

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{A(1 - B(N, A))}{N} \\ &= \frac{13(1 - 0,01)}{22} \\ &= 0,585 \end{aligned} \quad (3)$$

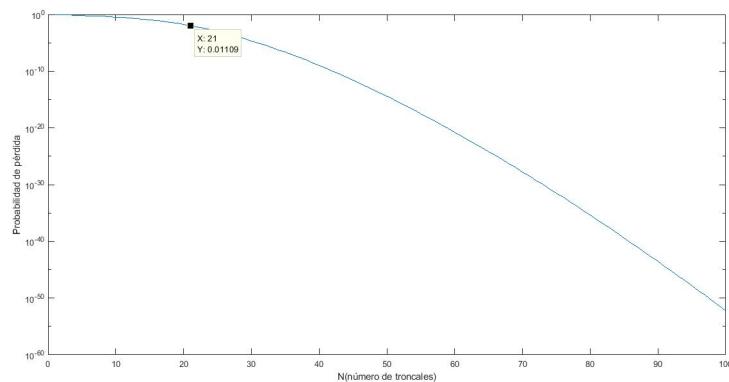


Figura 1: Análisis gráfico

<sup>1</sup>Es mejor tener sistemas de redundancia

## 28.14 Ejercicios resueltos U2-Erlang B

```

1  for i=1:length(N)
2      s=0;
3      for k=0:i
4          g=(13^k)/factorial(k);
5          s=s+g;
6      end
7      B(i)=(13^N(i))/(factorial(N(i))*s);
8  end
9 semilogy(N,B)

```

Código 1: Código 1

### Problem 2

A un grupo de 7 troncales se le ofrecen 4E de tráfico, hallar: **a)** El grado de servicio **b)** La probabilidad de que sólo una troncal esté ocupada **c)** La probabilidad de que sólo una troncal esté libre **d)** La probabilidad de que al menos una troncal esté libre.

#### Solution

##### a) El grado de servicio

El grado de servicio es la probabilidad de bloqueo, usando la ecuación 1:

$$\begin{aligned}
 B(N, A) &= \frac{A^N}{N! \sum_{k=0}^N \left(\frac{A^k}{k!}\right)} \\
 &= \frac{4^7}{7! \sum_{k=0}^7 \left(\frac{4^k}{k!}\right)} \\
 &= 0,062
 \end{aligned} \tag{4}$$

##### b) La probabilidad de que sólo una troncal esté ocupada

$$\begin{aligned}
 P(1) &= \frac{\frac{4^1}{1!}}{\sum_{k=0}^7 \frac{4^k}{k!}} \\
 &= 0,077
 \end{aligned} \tag{5}$$

##### c) La probabilidad de que sólo una troncal esté libre

$$\begin{aligned}
 P(6) &= \frac{\frac{4^6}{6!}}{\sum_{k=0}^7 \frac{4^k}{k!}} \\
 &= 0,1172
 \end{aligned} \tag{6}$$

**28.15 Ejercicios resueltos U2-Erlang B**

d) La probabilidad de que al menos una troncal esté libre.

$$\begin{aligned} P(x < 5) &= 1 - P(7) \\ &= 1 - GoS \\ &= 1 - 0,063 \\ &= 0,937 \end{aligned} \tag{7}$$

## 28.16 Ejercicios de la ley de Gauss

DEPARTAMENTO DE FISICA

ING JOEL PACO S.

### Ejemplo N°3.9

En la figura se muestra 2 partículas cargadas fijas que se encuentran encima del eje x,  $q_1 = -3,2 \times 10^{-19} C$  y  $q_2 = 3,2 \times 10^{-19} C$ ; las coordenadas de  $q_1$  son (-3,0) m y las coordenadas de  $q_2$  son (3,0) m, hallar:

- a) El módulo y la orientación respecto al eje x del campo eléctrico en el punto P de coordenadas (0,4) m.

Solución:**Datos**

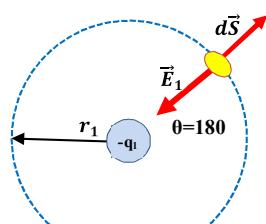
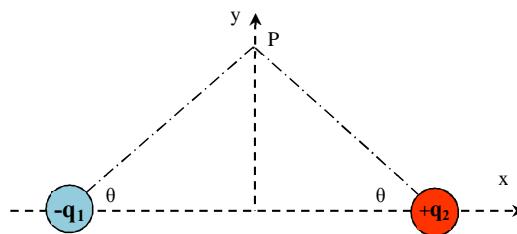
$$q_1 = -3,2 \times 10^{-19} C$$

$$q_2 = +3,2 \times 10^{-19} C$$

$q_1$  es (-3,0)

$q_2$  es (3,0)

P es (0,4).



Aplicando la ecuación de gauss

$$\Phi = \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{s} = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$\oint E_1 \cdot ds \cdot \cos 180^\circ = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$-E_1 \cdot \oint ds = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$E_1 \cdot A_\odot = \frac{-q_n}{\epsilon_0} \rightarrow E_1 = \frac{-q_n}{\epsilon_0 \cdot A_\odot} \rightarrow E_1 = \frac{-q}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \epsilon_0} \rightarrow E_1 = \frac{-(3,2 \times 10^{-19})}{4 \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 8,85 \times 10^{-12}}$$

$$E_1 = 1,151 \times 10^{-10} \text{ N/C}$$

Calculo del radio  $r_1$ 

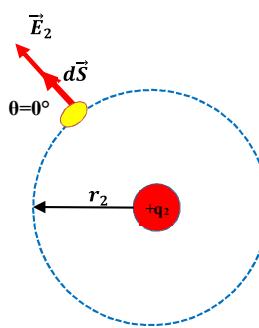
$$r_1 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$r_1 = 5 \text{ m}$$

Calculo del  $\theta$ 

$$\tan \theta = \frac{4}{3}$$

$$\theta = 53,130^\circ$$



Aplicando la ecuación de gauss

$$\Phi = \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{s} = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$\oint E_2 \cdot ds \cdot \cos 0^\circ = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$E_2 \cdot \oint ds = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$E_2 \cdot A_\odot = \frac{q_n}{\epsilon_0} \rightarrow E_2 = \frac{q_n}{\epsilon_0 \cdot A_\odot} \rightarrow E_2 = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot \epsilon_0} \rightarrow E_2 = \frac{3,2 \times 10^{-19}}{4 \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 8,85 \times 10^{-12}}$$

$$E_2 = 1,151 \times 10^{-10} \text{ N/C}$$

Calculo del radio  $r_2$ 

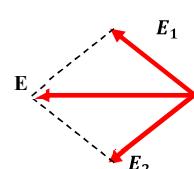
$$r_2 = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$r_2 = 5 \text{ m}$$

Calculo del  $\theta$ 

$$\tan \theta = \frac{4}{3}$$

$$\theta = 53,130^\circ$$

**D.C.L. punto P**

Calculo del campo en el punto P

$$E = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(2\theta)}$$

$$E = \sqrt{(1,151 \times 10^{-10})^2 + (1,151 \times 10^{-10})^2 + 2 \cdot (1,151 \times 10^{-10}) \cdot (1,151 \times 10^{-10}) \cos(2 \cdot 53,130^\circ)}$$

$$E = 1,38 \times 10^{-10} \text{ N/C}$$

Calculo de E respecto al eje x

debido a la simetría de  $E_1$  y  $E_2$ 

$$\alpha = 180^\circ$$

**Ejemplo N°3.10**

En la figura se muestra un tubo metálico largo de paredes delgadas con un radio externo de  $R=3\text{ cm}$  y una densidad lineal de carga  $\lambda=2 \times 10^{-8} \text{ C/m}$ . Determinar el módulo del campo eléctrico a una distancia radial  $r$ : a)  $r=R/2$  b)  $r=2R$  c) grafique el campo en función de  $r$  para  $0 \leq r \leq 2R$

**Solución:****Datos**

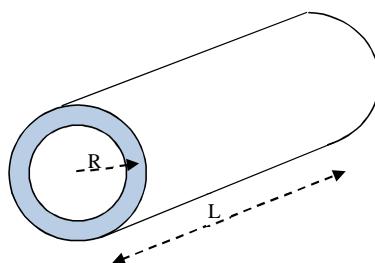
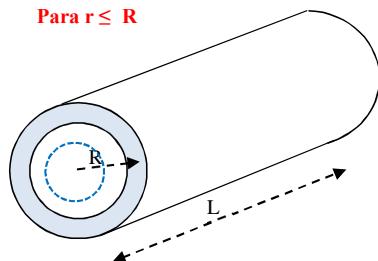
$$R = 3 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 \times 10^{-8} \text{ C/m}$$

$$\text{a)} E \rightarrow r = 1,5 \text{ cm}$$

$$\text{b)} E \rightarrow r = 6 \text{ cm}$$

$$\text{c)} \text{Gráfico } E-r$$

**Para  $r \leq R$** 

Aplicando la ecuación de gauss

$$\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_T = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

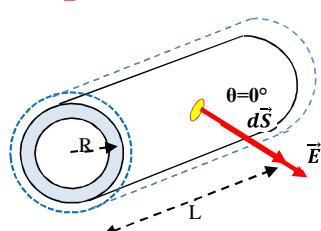
La  $q$  encerrada en la sup. gausiana es 0

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$E = 0$$

Por lo tanto para :

$$\text{a)} r = 1,5 \text{ cm} \rightarrow E = 0 \text{ N/C}$$

**Para  $r \geq b$** 

Aplicando la ecuación de gauss

$$\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

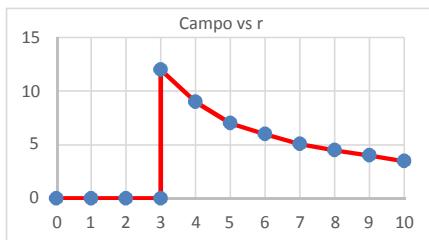
$$\oint E \cdot ds \cdot \cos\theta = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot \oint ds = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot A_\odot = \frac{q_n}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q_n}{\epsilon_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \epsilon_0}.$$

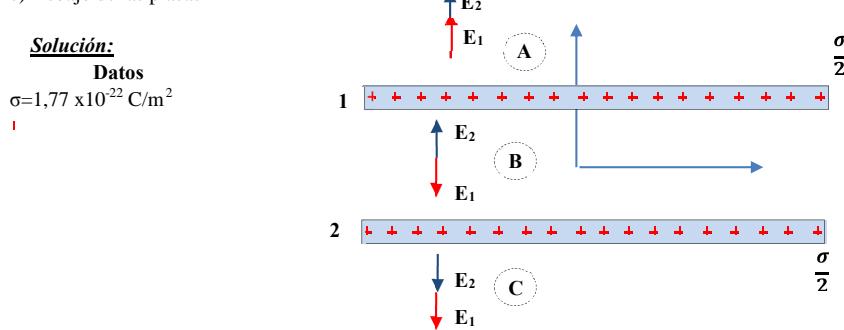
Por lo tanto :

$$\text{b)} r = 0,06 \text{ m} \rightarrow E = \frac{2 \times 10^{-8}}{2 \cdot \pi \cdot 0,06 \cdot 8,85 \times 10^{-12}} \rightarrow E = 5994,53 \text{ N/C}$$



**Ejemplo N°3.11**

En la figura se muestra las secciones de 2 placas en paralelo no conductores con una densidad superficial de carga  $\sigma = 1,77 \times 10^{-22} \text{ C/m}^2$ . Determinar el campo eléctrico en términos de vectores unitarios, a) Encima de las placas b) Entre las placas c) Debajo de las placas



a) Encima de las placas punto A

Calculo del campo producido por un placa aplicando gauss

$$\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \frac{q_n}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\left(\frac{q}{2}\right)}{\epsilon_0}$$

$$\oint E \cdot ds \cos \theta = \frac{q}{2 \cdot \epsilon_0}$$

$$E \cdot \oint ds = \frac{q}{2 \cdot \epsilon_0}$$

$$E \cdot A = \frac{q}{2 \cdot \epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot A} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \quad (\text{Ec. 1})$$

Por lo tanto :

$$E_A = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} + \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \rightarrow E_A = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rightarrow E_A = \frac{1,77 \times 10^{-22}}{8,85 \times 10^{-12}} \rightarrow E_A = 2 \times 10^{-11} \text{ N/C} \rightarrow \vec{E}_A = (0i + 2 \times 10^{-11} j) \text{ N/C}$$

b) En medio de las placas punto B

Aplicando la ecuación (Ec.1) en el punto B

$$E_A = E_2 - E_1 = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} - \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \rightarrow E_A = 0 \text{ N/C} \rightarrow \vec{E}_A = (0i + 0j) \text{ N/C}$$

c) Debajo de las placas punto C

Aplicando la ecuación (Ec.1)

Por lo tanto :

$$E_A = -E_1 - E_2 = -\frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} - \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \rightarrow E_A = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \rightarrow E_A = -\frac{1,77 \times 10^{-22}}{8,85 \times 10^{-12}} \rightarrow \vec{E}_A = -2 \times 10^{-11} \text{ N/C} \rightarrow E_A = (0i - 2 \times 10^{-11} j) \text{ N/C}$$



# Bibliography

## Articles

### Books

- [1] M.N.O. Sadiku. *Elements of Electromagnetics*. The Oxford series in electrical and computer engineering. Oxford University Press, 2018. ISBN: 9780190698614. URL: <https://books.google.com.pe/books?id=dYYDtAEACAAJ> (cited on pages 170, 178, 179, 185, 186, 188, 189).
- [2] A.S. Tanenbaum and D.J. Wetherall. *Computer Networks*. Pearson Education, 2012. ISBN: 9780133072624. URL: <https://books.google.com.pe/books?id=IRUvAAAAQBAJ> (cited on pages 263, 267).





# Index

## A

- a/an, the and no-article ..... 317
- Accesibilidad ..... 205
- Arquitectura interna de una CPU ..... 283
- Axiomas ..... 45

## B

- Back-end ..... 125
- Bases teóricas ..... 249

## C

- Campo eléctrico creado por una distribución continua de carga en un punto ..... 164
- Codificador y Decodificador ..... 63
- Componentes de VoIP ..... 232
- Compuertas lógicas ..... 35
- Conceptos introductorios ..... 17
- Conectar a una red Wi-Fi ..... 99
- Comutadores ..... 182
- Corollaries ..... 144
- Crear un servidor local ..... 103
- Crear una red Wi-Fi ..... 101
- Cálculo vectorial ..... 156
- Código Assembler ..... 291

## D

- Decibelios como medida ..... 301
- Definición de mantenimiento ..... 299
- Definitions ..... 143
- Densidad de campo eléctrico ..... 165

- Digitización de la voz ..... 229
- Dipolo eléctrico ..... 172
- Diseño de redes ..... 207
- División de frecuencia ..... 80

## E

- Ecuaciones Diferenciales Exactas ..... 23
- Ecuaciones diferenciales lineales ..... 21
- Ecuaciones Diferenciales No Exactas ..... 25
- Ecuaciones por sustitución ..... 27
- Encaminamiento de tráfico ..... 210
- Equivalente alHola Mundo pero en Placas ..... 98
- Erlang-B ..... 214
- ESP8266 ..... 97
- Evolución de la telefonía ..... 181
- Examples ..... 144
  - Equation and Text ..... 144
  - Paragraph of Text ..... 144
- Exercises ..... 145

## F

- Figure ..... 145
- Flip-Flops ..... 74
- Formas de expresar funciones booleanas ..... 41
- Front-end ..... 139
- Future form ..... 319

## G

- Grade of service ..... 206
- Grafos de estados ..... 86

**H**

- Hardware ..... 124  
 How to use *rather?* ..... 318

**I**

- Instalación ..... 98  
 Instalación Windows:Materiales ..... 98  
 Integrales ..... 324  
 Intensidad de campo eléctrico ..... 164  
 Introducción ..... 241

**L**

- Latch ..... 68  
 Lectura Analógica ..... 107  
 Ley de Coulomb ..... 163  
 Ley de Gauss-Ecuaciones de Maxwell ..... 166  
 Logaritmos y exponenciales ..... 323

**M**

- Mapas de Karnaugh ..... 47  
 Matrices ..... 324  
 Mediciones de radiofrecuencia ..... 300  
 Medidas de tráfico telefónico ..... 200  
 Medios de transmisión guiados ..... 251  
 Modelo OSI ..... 243  
 Modelo TCP/IP ..... 245  
 Modulación digital y multiplexión ..... 263  
 Monoestables ..... 80  
 Multiplexación ..... 183  
 Multiplexión por división de frecuencia-FDM ..... 265  
 Multiplexor y Demultiplexor ..... 66  
 Máquina de estados ..... 83  
 Múltiplos y sub-múltiplos ..... 246

**N**

- Notations ..... 143  
 Números complejos ..... 324

**P**

- Parámetros TTL y CMOS ..... 54  
 Planta interna y externa ..... 192  
 Potencial eléctrico ..... 171  
 Problems ..... 145

- Producto cruz y producto escalar ..... 325  
 Propositions ..... 144  
     Several Equations ..... 144  
     Single Line ..... 144  
 Proyecto explicativo 1 ..... 109

**R**

- Radio digital y sus partes ..... 310  
 Relación entre E y V-Ecuación de Maxwell ..... 171  
 Remarks ..... 144  
 Repaso: TCP/IP ..... 225  
 Repaso:Señales analógicas y digitales ..... 182  
 Repetidor pasivo ..... 312  
 Resumen comparativo ..... 187

**S**

- Satélites ..... 259  
 Sensor de temperatura y humedad DHT11 ..... 114  
 Señalización telefónica ..... 191  
 Sistemas de coordenadas y transformaciones ..... 153  
 Software ..... 117  
 Sumador ..... 59

**T**

- Table ..... 145  
 Tecnología IP ..... 235  
 Teoremas del álgebra de conmutación ..... 45  
 Theorems ..... 143  
     Several Equations ..... 143  
     Single Line ..... 143  
 Tipos de tráfico ..... 204  
 Transmisión inalámbrica ..... 254  
 Tráfico Telefónico ..... 199  
 Técnicas de conmutación ..... 185

**U**

- Use of *Would* ..... 318

**V**

- Variables separables ..... 19  
 Vocabulario-Internetworking 1 ..... 275  
 Vocabulario-Sistemas de telefonía ..... 237  
 Vocabulary ..... 145  
 VoIP ..... 229

## W

When use *the*? ..... 317