

0.1 Distribución de Weibull

Definición 0.1 — Función densidad probabilidad.

$$f(t, \alpha, \lambda) = \frac{\alpha}{\lambda^\alpha} t^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^\alpha}, t > 0 \quad (1)$$

Si resolvemos la ecuación 1 para $t > 0$:

$$\begin{aligned} \frac{k}{\lambda^\alpha} \int_0^x t^{k-1} e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k} dt &= u \\ \left(\frac{\beta}{\lambda^k}\right) \left(-\frac{\lambda^k}{k}\right) e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k} \Big|_0^x &= u \\ 1 - e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k} &= u \end{aligned}$$

Despejando se tiene:

$$\begin{aligned} 1 - u &= e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k} \\ 1 - u &= \frac{1}{e^{\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k}} \\ e^{\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k} &= \frac{1}{1 - u} \end{aligned}$$

Tomando Log neperiano:

$$\begin{aligned} \text{Lne}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k &= \text{Ln}\left(\frac{1}{1 - u}\right) \\ \left(\frac{t}{\lambda}\right)^k &= \text{Ln}\left(\frac{1}{1 - u}\right) \\ \frac{t^k}{\lambda^k} &= \text{Ln}\left(\frac{1}{1 - u}\right) \rightarrow t^k = \lambda^k \text{Ln}\left(\frac{1}{1 - u}\right) \\ t &= \lambda \left[\text{Ln}\left(\frac{1}{1 - u}\right) \right]^{\frac{1}{k}} \end{aligned}$$

La distribución de Weibull es ampliamente usada en el estudio de tiempo de vida o tiempo de vida o tiempo para la falla de los componentes mecánicos. Los parámetros de la distribución de Weibull son: Forma (k ó α) y Escala (λ).

El número de ocurrencias de eventos por unidad de tiempo no permanece necesariamente constante, es decir, esta tasa de ocurrencia de eventos puede crecer o decrecer con el tiempo.

- $R(t)$: Probabilidad de que el equipo no falle en un tiempo t . También se le llama **confiabilidad**.
- λ : Parámetro de escala, vida característica del equipo.¹
- k : Parámetro de forma, relaciona el periodo de tiempo en el que se encuentra operando el equipo.

¹No confundir con λ de la función distribución.

- γ : También llamado parámetro de posición; define el punto de partida de la distribución.

Valor(k)	Características
$0 < k < 1$	Tasa de falla decreciente
$k = 1$	Distribución exponencial
$1 < k < 2$	Tasa de falla creciente (concava)
$k = 2$	Distribución de Rayleigh
$k > 2$	Tasa de falla creciente (convexa)
$3 \leq k \leq 4$	Tasa de falla creciente

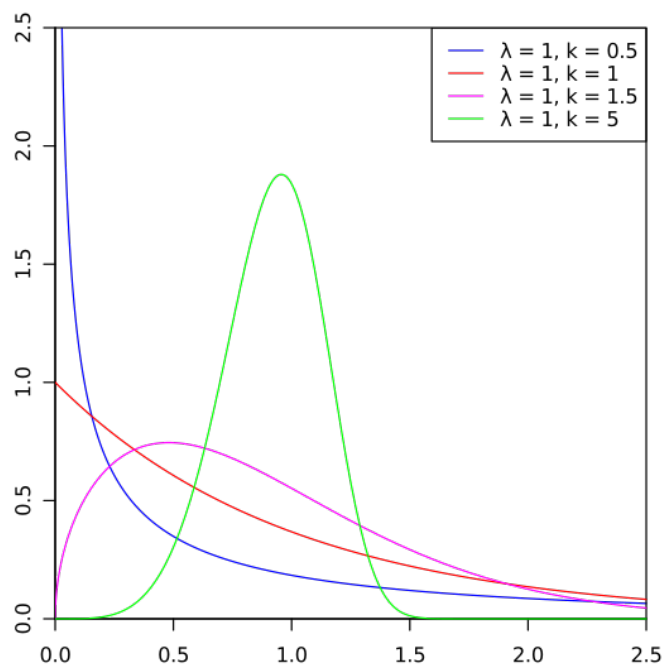


Figure 1: Distribución Weibull con diferentes valores de k (k).

Propiedades de la distribución de Weibull

De manera general

Corolario 0.1 — Distribución.

$$f(t) = \frac{k}{\alpha^k} (t - \gamma)^{k-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^\beta} \quad (2)$$

Corolario 0.2 — Infiabilidad.

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^\beta} \quad (3)$$

Corolario 0.3 — Confiabilidad.

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^\beta} \quad (4)$$

Corolario 0.4 — Tasa de fallas.

$$\lambda(t) = \frac{k}{\alpha^k} (t - \gamma)^{k-1} \quad (5)$$

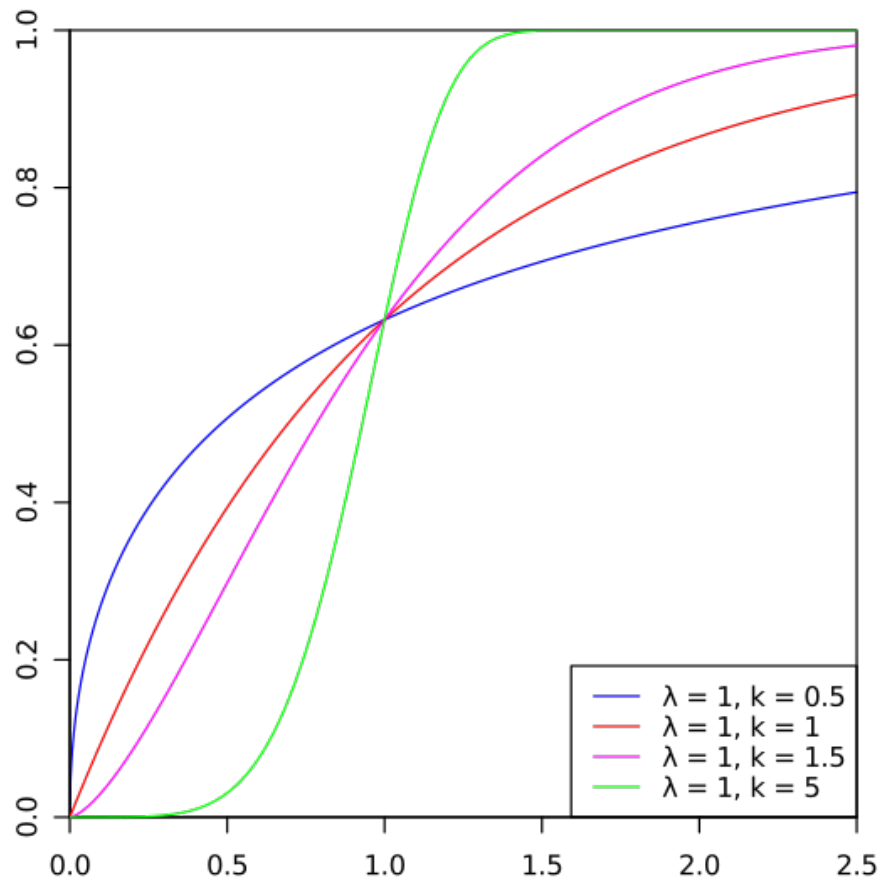


Figure 2: CDF de una distribución de Weibull o Infiabilidad

Antena		
Modo de fallo	Causa de fallo	Efecto de fallo
Desadaptación en el dipolo con guía de onda	Twist en el conector hacia el dipolo. Conector con armado defectuoso.	Corte del sistema
Desorientación de antena	Ajuste mecánico defectuoso en la abrazadera de la antena hacia la torre	Corte del sistema
Desadaptación del dipolo con el espacio libre	Temperatura bajo el cero provoca granizo de hielo en el dipolo	Corte del sistema

Table 1: Antenna

Guía de onda		
Modo de fallo	Causa de fallo	Efecto de
Desadaptación en el sistema Tx guía de onda-dipolo	Sección elíptica asimétrica de la guía ocasionado por el golpe en la superficie de la guía. Exceso de radio de encorbatura en el tendido de la guía hacia la torre.	Curva de retardo con ruptu Corte en el sistem de ROF

Table 2: Guía de onda