

## 0.1 Ley de Coulomb

La ley de Coulomb establece de la fuerza  $F$  entre dos cargas  $Q_1$  y  $Q_2$  son:

- A lo largo de la línea que los une.
- Directamente proporcional al producto  $Q_1 Q_2$  de las cargas.
- Inversamente proporcional a la distancia  $R$  que los separa

### Teorema 0.1 — Ley de Coulomb.

$$F = \frac{kQ_1 Q_2}{R^2} \quad (1)$$

Donde:

- $Q$ : Cargas en Coulombs(C).
- $R$ : Distancia en metros(m).
- $F$ : Fuerza Newtons(N).

Constantes:

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \simeq \frac{10^{-9}}{36\pi} F/m \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \simeq 9 \times 10^9 m/F$$

Si las cargas  $Q_1$  y  $Q_2$  están localizadas en puntos cuyas posiciones están de forma vectorial  $r_1$  y  $r_2$  (figura), así la fuerza de  $F_{12}$ <sup>1</sup> sobre la carga 2 debido a la carga 1 esta dado por:

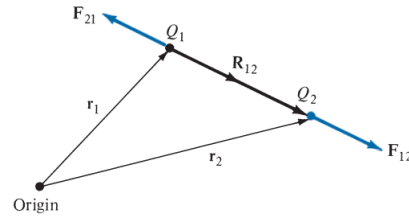
$$F_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_{R_{12}} \quad (2)$$

Sean  $n$  cargas y se desea hallar la fuerza resultante en una carga  $Q$ , se usa el *principio de superposición*. Este principio establece: Si existen  $N$  cargas  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$  y seas sus vectores posición  $r_1, r_2, \dots, r_N$  la fuerza resultante en la carga  $Q$  es la sumatoria de las fuerzas de cada una de las cargas:

$$F_Q = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_N$$

o:

$$F = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{Q_k(r - r_k)}{|r - r_k|^3} \quad (3)$$



## 0.2 Intensidad de campo eléctrico

La intensidad de campo eléctrico  $E$  es la fuerza que una unidad de carga positiva experimenta cuando se coloca en un campo eléctrico.

### Teorema 0.2 — Intensidad de campo eléctrico.

$$E = \frac{F}{Q} \quad (4)$$

<sup>1</sup>Se lee: La fuerza de la carga 1 a la carga 2

Donde:

- E: Intensidad de campo eléctrico(N/C) o Volts por metro(V/m).
- F: Fuerza(N)
- Q: Carga(Coulombs).

Para  $Q>0$ , el E esta en la misma dirección de la fuerza F. La intensidad de campo eléctrico en el punto  $\mathbf{r}$  debido a una carga localizada en  $\mathbf{r}'$  es obtenido:

$$E = \frac{Q(r-r')}{4\pi\epsilon_0|r-r'|^3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} a_r \quad (5)$$

Y bajo el mismo principio de superposición, la intensidad de campo eléctrico en el punto  $\mathbf{r}$ :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \frac{Q_k(r-r_k)}{|r-r_k|^3} \quad (6)$$

### 0.3 Campo eléctrico creado por una distribución continua de carga en un punto

Las cargas puntuales ocupan un muy pequeño espacio físico. Es posible tener distribuciones continuas: Es costumbre denotar la densidad de carga lineal  $\rho_L(\text{C/m})$ , la densidad de carga superficial  $\rho_S(\text{C/m}^2)$  y la carga volumétrica  $\rho_V(\text{C/m}^3)$ .<sup>2</sup>

$$dQ = \rho_L dl = \lambda dl \rightarrow Q = \int_L \rho_L dl \quad (7)$$

$$dQ = \rho_S ds = \sigma ds \rightarrow Q = \int_S \rho_S ds \quad (8)$$

$$dQ = \rho_V dv = \rho dv \rightarrow Q = \int_V \rho_V dv \quad (9)$$

El campo eléctrico debido a cada distribución de carga puede ser tomado como una sumatoria de los campos contribuidos por numerosas cargas:

$$\vec{E} = \int_L k\lambda \frac{dl}{r^2} \vec{u}_r \quad (10)$$

$$\vec{E} = \int_S k\sigma \frac{ds}{r^2} \vec{u}_r \quad (11)$$

$$\vec{E} = \int_V k\rho \frac{dv}{r^2} \vec{u}_r \quad (12)$$

### 0.4 Densidad de campo eléctrico

**Definición 0.1 — Flujo Eléctrico.** Se dice que la **densidad de flujo eléctrico** es el número de líneas de fuerza por metro cuadrado de superficie, para una esfera de radio  $r$ , esta dada por:

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{r} \quad (13)$$

Así para el espacio libre:

$$\vec{D} = \vec{E} \epsilon_0 \quad (14)$$

Donde:

<sup>2</sup>No confundir este  $\rho$  con subíndice con  $\rho$  sin subíndice usado en coordenadas cilíndricas.

- E: Campo eléctrico(N/C ó V/m).
- D: Densidad de flujo eléctrico(C/m<sup>2</sup>).

Se define **flujo eléctrico** en términos de la densidad de flujo eléctrico, es decir:

$$\Psi = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (15)$$

## 0.5 Ley de Gauss-Ecuaciones de Maxwell

La ley de Gauss establece que el flujo a través de una superficie que no encierra carga es nulo, en este caso el número neto de líneas de campo que atraviesa la superficie es cero (entran el mismo número de líneas que salen). Por otro lado, el flujo eléctrico total  $\Psi$  a través de la **superficie cerrada** es igual a la carga total encerrada por la superficie.

Por lo tanto:

$$\Psi = Q_{enc}$$

que es:

$$\Psi = \oint_S d\Psi = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

La carga total encerrada:

$$Q = \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho_v dv \quad (16)$$

Aplicando el teorema de la divergencia al término medio.

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dv \quad (17)$$

**Definición 0.2 — Ley de Gauss.** Comparando los volúmenes de las dos integrales(ecuación 16 y 17):

**Forma diferencial:**

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v} \quad (18)$$

**Forma integral:**

$$\boxed{\Psi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}} \quad (19)$$

La ecuación ?? es la primera de la 4 ecuaciones de Maxwell establece:

*Que el volumen de densidad de carga es la misma que la divergencia de la densidad de flujo eléctrico. Es equivalente a la ley de Coulomb de fuerza entre dos cargas.*