

# Computación II

## Examen I

October 17, 2018

### 1 Problema

Un apostador observará una secuencia de variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  independientes con distribución uniforme. Su objetivo es seleccionar el máximo número que aparecerá. Este problema fue resuelto por Gilbert y Mosteller [1]. La estrategia óptima (maximiza la probabilidad de ganar), es la siguiente. Existe una secuencia de números decisivos  $c_1, c_2, \dots, c_n$  para los cuales, si en la observación  $k$ , el valor observado es un candidato (máximo relativo) y además es mayor que  $c_k$  entonces hay que detenerse en esa observación, de lo contrario seguir tomando observaciones.

Escriba un programa que encuentre esos números decisivos  $c_n$  y que calcule la probabilidad de ganar para cada  $n = 5, \dots, 10, 20, 50, 100$ . Ver la sección 1.1.

#### 1.1 Ganar usando la estrategia óptima

En esta sección se explica como encontrar información en el artículo Gilbert y Mosteller [1]. Para encontrar este artículo hacer en el buscador google "Recognizing the maximum of a sequence" y bajar el artículo.

El problema inicia en la página 51 (ó 18 según el pdf) en la subsección 3.a THE FULL-INFORMATION GAME.

La fórmula para encontrar los números decisivos (decision numbers,  $b_2 = 1/2$ ,  $b_3 \approx 0.689$ ) es la ecuación 3b-1 de la página 53. En la tabla 7 de la página 54 en la segunda columna aparecen todos los números decisivos.

En la tabla 8 de la página 56 aparecen todas las probabilidades de ganar que deben encontrar.

## 1.2 Ganar usando una estrategia de paro umbral

Dado un número  $n$  de observaciones, encuentre el umbral  $0 < \alpha < n$  que maximiza la probabilidad de ganar. Esta estrategia de umbral no es necesariamente óptima. Funciona así: dado  $0 < \alpha < n$  hay que pasar las primeras  $\alpha - 1$  observaciones y apartir de la  $\alpha$ -ésima observación detenerse con el primer candidato que se observe. Imprima en una tabla los valores  $n$  con el correspondiente  $\alpha$  que maximiza  $P(\text{ganar})$ .

## 2 Evaluación

El lunes 22 de octubre se evala la seccción 1.1. Por entregarla correctamente son 6 puntos, por implementar las instrucciones en clase son 4 puntos.

El martes 23 de octubre se evala la seccción 1.2. Por entregarla correctamente son 6 puntos, por implementar las instrucciones en clase son 4 puntos.

La califiación del examen es el promedio de las dos calificaciones anteriores.

## References

- [1] J. P. GILBERT and F. MOSTELLER, Recognizing the maximum of a sequence. *J. Amer. Statist. Assoc.* **61** (1966), 35–73.
- [2] T. S. FERGUSON, Who solved the secretary problem? (With comments and a rejoinder by the author.) *Statist. Sci.* **4** (1989), no. 3, 282–296.