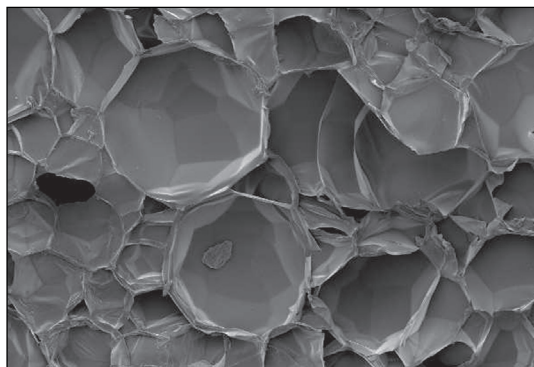


Optimización topológica de una bovedilla de espuma de poliestireno con mezcla de densidades



Gustavo Capilla-González*

Héctor Plascencia-Mora*

Miguel Torres-Cisneros*

Luz Antonio Aguilera-Cortés*

José Angel Diosdado-De la Peña**

Maestro en Ingeniería Mecánica

Doctor en Ingeniería Mecánica

Doctor en Ciencias

Doctor en Ingeniería Mecánica

Maestro en Ingeniería Mecánica

* UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO. División de Ingenierías. Campus Irapuato-Salamanca. Carretera Salamanca-Valle de Santiago Km 3.5+1.8. - 36885 Comunidad de Palo Blanco. Salamanca (México). Tfno: +52 464 6479940. g.capillagonzalez@ugto.mx

** UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE GUANAJUATO. Avda Universidad Norte, s/n. Localidad Juan Alonso - 38483. Cortazar (México). Tfno +52 461 4414300. jdiosdado@upgto.edu.mx

Recibido: 15/10/2012 • Aceptado: 03/01/2013

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/5445>

TOPOLOGICAL OPTIMIZATION OF AN SLAB OF POLYSTYRENE FOAM WITH MIX OF DENSITIES

ABSTRACT

• The traditional manufacturing processes to fabricate slabs of polystyrene foam (EPS) are limited to produce them with an uniform density within the work piece from certain length; this slabs are widely used in the construction of dwellings in Mexico. However, when the loading conditions of the slab are analyzed, it is evident that there are zones of material that have low stress values. Recently, new technologies as the continuous molding to manufacture pieces with mixed densities localized at different areas have been developed, which has led to consider perform an optimization to provide information about the optimal distribution of the materials of different densities in order to decrease the amount of raw material used without affecting the overall mechanical strength required from the piece.

The topological optimization is one of the methods used in the aerospace, automotive and in the construction industry. To perform this optimization process is necessary to know accurately the mechanical properties of the material forming the piece. The behavior of the EPS slab used in the construction industry is analyzed in this work. This constructive element operates under bending loads and fails due tensile stresses at the bottom of the piece. Uniaxial tensile tests were performed to determine the mechanical properties of each density. Based on the stress-strain curves tendency an elastic-multilinear model was used to analyze the slab using the finite element method (FEM). The EPS slabs are currently made with a density of 12 kg/m³. The topological optimization using the Optimal Criteria method (OC) is presented. Using this procedure, a 15 % saving in material was obtained, preserving the mechanical strength of the initial slab.

• **Keywords:** Polystyrene foam, tensile test, topological optimization, slab, optimal criteria, finite element method.

RESUMEN

Los procesos de manufactura tradicionales para fabricar bovedillas de espuma de poliestireno (EPS) se limitan a producirlas en una densidad uniforme dentro de la pieza a partir de cierta longitud; estas piezas son ampliamente utilizadas en la construcción de casas en México. Sin embargo, al analizar las condiciones de carga a las cuales se somete la bovedilla durante su uso, resulta evidente que existen zonas de material que presentan bajos valores de esfuerzo. Recientemente se han desarrollado nuevas tecnologías de moldeo continuo de EPS para producir piezas con mezclas de densidades localizadas por zonas, lo cual ha llevado a considerar una optimización que proporcione información sobre la distribución óptima de materiales de diferentes densidades, de tal forma que se disminuya la masa de materia prima utilizada sin afectar la resistencia mecánica global requerida en la pieza.

Uno de los métodos aplicados en procesos de optimización en la industria automotriz, aeronáutica y construcción es la optimización topológica. Para realizar este proceso de optimización es necesario conocer de manera precisa las propiedades mecánicas del material que conforma la pieza.

El comportamiento de la bovedilla de EPS utilizada en la industria de la construcción es analizada en este trabajo. Este elemento constructivo opera bajo cargas de flexión y falla debido a esfuerzos de tensión en las fibras inferiores de la pieza. Se realizaron pruebas uniaxiales de tensión para determinar las propiedades mecánicas de cada densidad utilizada. El comportamiento del EPS es analizado con un modelo elástico multi-lineal utilizando el método de elementos finitos basado en la tendencia de las curvas experimentales.

La bovedilla de EPS actualmente es fabricada con material de densidad 12 kg/m³. Se utiliza el método del criterio óptimo (OC) para el proceso de optimización. Con esta optimización se obtiene un ahorro del 15% del material conservando la misma resistencia mecánica de la bovedilla base.

Palabras clave: Espuma de poliestireno, pruebas de tensión, optimización topológica, bovedilla, criterio óptimo, elementos finitos.

1. INTRODUCCIÓN

La espuma de poliestireno (EPS) es un material plástico celular y rígido fabricado a partir del moldeo de perlas pre-expandidas de poliestireno expandible. Las perlas pre-expandidas de poliestireno tienen un diámetro aproximado de 3mm y 5mm [1]. El gas, contenido dentro de ellas se expande cuando las perlas son sometidas a condiciones específicas de calor y presión, hasta formar estructuras de célula cerrada. Esta estructura ocupa hasta 40 veces el volumen de las perlas base del poliestireno [2]. Un rasgo característico de estas espumas es su estructura celular con un contenido de material del 2 al 10% por unidad de volumen, dependiendo de la densidad; el resto es aire [3].

El EPS tiene características importantes como alta resistencia térmica, alta resistencia a la compresión, excelente absorción de energía ante impactos, bajo peso e insensibilidad a la humedad [4]. Las aplicaciones del EPS en la construcción están relacionadas con sus características, tales como aislamiento térmico y acústico así como resistencia mecánica.

El diseño adecuado de las partes mecánicas de espumas poliméricas debe basarse en tres aspectos fundamentales: impacto, energía involucrada y esfuerzo máximo permisible. En el desarrollo del diseño, la elección del tipo de espuma en base a sus propiedades mecánicas para desempeñar una función determinada es un parámetro fundamental, esta selección se basa en el comportamiento de las curvas experimentales [5].

Actualmente existen diferentes métodos para producir bovedilla de EPS, tales como:

- Moldeo directo.
- Corte a partir de bloques prefabricados de densidad uniforme.
- Moldeo continuo, en el cual se pueden fabricar piezas de longitud arbitraria conformadas por dos o más densidades [6].

El sistema constructivo vigueta-bovedilla es mostrado en la Fig. 1. Las ventajas de utilizar este sistema como método de construcción residen en que en éste, la bovedilla de EPS es ligera, funciona como aislante térmico y acústico; además de rapidez en la construcción y baja inercia durante sismos manteniendo, la misma resistencia mecánica que los sistemas tradicionales de construcción.

En el sistema descrito, la bovedilla se encuentra situada en la parte superior del techo soportada en los extremos por semivigas de hormigón armado de alma abierta o sobre viguetas de hormigón pretensado. Sobre la bovedilla es colocada una malla electro-soldada y después el hormigón es vertido. (Fig. 1).

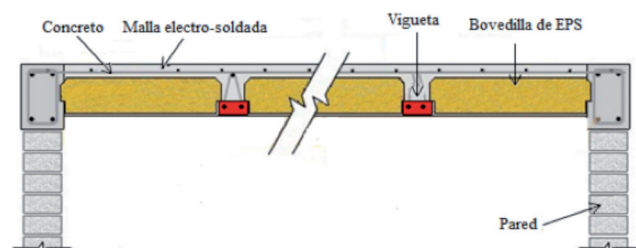


Fig. 1: Esquema del sistema vigueta-bovedilla como aligerante de techos

Cuando el sistema es implementado, la bovedilla está sujeta a distintas condiciones de carga, en donde se presentan esfuerzos de tensión y compresión [7], por lo tanto, el comportamiento mecánico de la espuma es de gran interés para el análisis. Debido a que la bovedilla está sujeta a cargas de flexión, la falla es causada porque se generan esfuerzos de tensión en la parte inferior de ésta, motivo por el cual se realizaron pruebas de tensión para dos diferentes densidades que se propusieron para utilizarse dentro de la pieza optimizada.

Para el análisis de la bovedilla se consideraron dos cargas críticas mostradas en la Fig. 2. La primera es una carga distribuida en un área de la parte central de la bovedilla, la cual representa la fuerza causada por la pisada de un trabajador durante el proceso de colocación y armado de la losa. La segunda carga es producida por el peso de la losa de hormigón que es vertida en la etapa final y que produce una carga distribuida a lo largo de ésta [8].

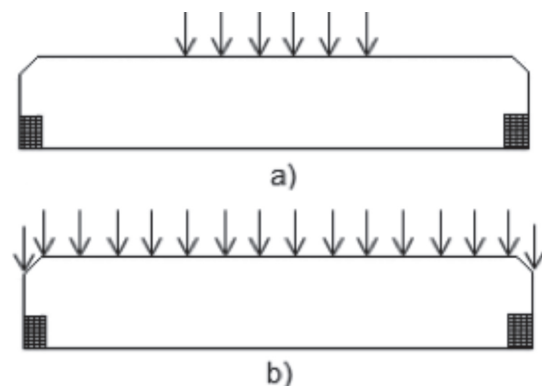


Fig. 2: Condiciones de carga crítica para la bovedilla de EPS

En la Fig. 2, la sección marcada en zonas cuadriculadas, representan las condiciones de apoyo reales de la bovedilla sobre las viguetas. Una vez establecidas las condiciones de frontera, puede ser planteado el proceso de optimización.

La optimización topológica, consiste en modificar la forma de un dominio dado con el fin de minimizar una función objetivo, que a su vez cumpla con una serie de restricciones [9]. La optimización topológica permite un cambio profundo en la naturaleza de la estructura y presenta grandes mejoras respecto a los métodos de optimización habituales en problemas estructurales o en otros problemas de frontera libre [10].

El objetivo de la optimización topológica es encontrar un arreglo óptimo de una estructura dentro de una región determinada. Los parámetros básicos para realizarla son las cargas aplicadas, condiciones de apoyo, volumen de la estructura y algunas restricciones adicionales, como la localización y tamaño de algunas regiones sólidas que no se requiere que sean optimizadas [11].

El método del *Criterio Óptimo* (OC) [11] es utilizado para este problema de optimización. El método de optimización crea regiones de material “ficticio” durante el proceso hasta el momento de la convergencia en donde el sistema solo contiene material real, las cuales serán las regiones sólidas [11, 12].

En la zona de la bovedilla donde los huecos hayan sido generados en el proceso de optimización, serán complementados con material de EPS de densidad 8.5 kg/m^3 , la cual es una densidad menor a la homogénea utilizada actualmente, lo que permitirá un ahorro en la cantidad de material utilizado.

En la sección 2 se presenta la caracterización experimental de distintas densidades de EPS utilizadas; se plantean los fundamentos generales de la optimización topológica y una breve descripción del análisis de sensibilidad de mallado.

En la sección 3 se plantean las condiciones de frontera, condiciones de carga y restricciones de la bovedilla se muestran los resultados obtenidos del proceso de optimización. Se muestra un análisis de esfuerzos y desplazamientos mediante MEF y los resultados numéricos de la simulación.

En la sección 4 se presenta una discusión de los resultados obtenidos de las pruebas y caracterización del material así como de los resultados obtenidos de la parte de simulación. Se hace referencia a los porcentajes de ahorro de material y la aportación del trabajo.

Por último se muestra la sección de conclusiones y agradecimientos.

2. MATERIAL Y MÉTODOS

2.1. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL

Considerando las condiciones de apoyo mencionadas anteriormente, se realizaron pruebas de las condiciones reales

para determinar la carga y deflexión máxima que la bovedilla de densidad 12 kg/m^3 soporta. El caso más crítico es en el que se tiene la carga concentrada en la parte central de la bovedilla, como lo muestra la Fig. 2.

Se utilizó una prensa neumática para realizar las pruebas, en la cual se aplicó una presión en la parte superior de la bovedilla. El pistón neumático está colocado en un marco estructural que a su vez funciona como soporte, reproduciendo las condiciones de apoyo reales a las cuales está sujeta la bovedilla cuando está colocada entre las viguetas; esto restringe el movimiento tanto en la dirección vertical como horizontal, como se muestra en la Fig. 3. Las dimensiones generales de la bovedilla son 620mm (ancho) \times 130mm (altura) \times 300mm (profundidad).

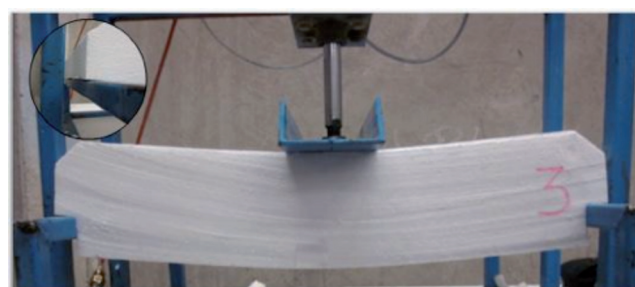


Fig. 3: Prueba de flexión a la bovedilla de densidad 12 kg/m^3

Se determinó mediante la prueba a 10 bovedillas que el promedio de la carga soportada es de 613 N y la máxima deflexión medida en la parte central fue de 24 mm , con una desviación estándar de 0.95 .

Para determinar el máximo esfuerzo admisible del material en las densidades propuestas, se realizaron pruebas de tensión utilizando la norma DIN 53430 definida para materiales rígidos celulares. Las pruebas se realizaron con una tasa 25mm/min ; los parámetros de fuerza y desplazamiento fueron obtenidos en una máquina universal *Lloyd LF Plus*.

Las densidades de las probetas que fueron analizadas se muestran en la Tabla 1, en donde (P) hace referencia a un material de composición pura y (R) hace referencia al material con porcentaje de material reciclado.

Código	Densidad (kg/m^3)	% Volumen Material Reciclado	% Volumen Material Puro
8.5(P)	8.5	0	100
12(P)	12	0	100
8.5(R)	8.5	30	70
12(R)	12	30	70

Tabla 1: Densidades analizadas en las pruebas de tensión

En la actualidad, las bovedillas de EPS en México son fabricadas con material de densidad nominal 12(R), debido

Datos	Densidad 8.5 kg/ m³ (R)	Densidad 8.5 kg/ m³ (P)	Densidad 12 kg/ m³ (R)	Densidad 12 kg/ m³ (P)
Esfuerzo de fractura (MPa)	0.088285	0.107879	0.097949	0.125119
Módulo de Young (MPa)	2.00	3.34	2.56	4.16
Deformación unitaria	0.05	0.05	0.05	0.045
Carga máxima (N)	24.5	40.5	34	44.3

Tabla 2: Propiedades mecánicas en tensión para distintas densidades de EPS

a que es una alternativa para que el material sobrante de la manufactura de piezas de EPS sea reintegrado al proceso para disminuir las emisiones de contaminantes al medio ambiente. Para caracterizar el material de las densidades a estudiar, se fabricaron probetas en base a la norma DIN 53430, la cual especifica el método de preparación y montaje y son mostradas en la Fig. 4 [13].

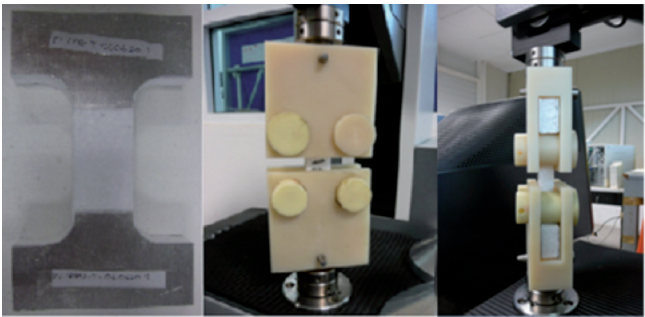


Fig. 4: Preparación, montaje y pruebas de tensión bajo norma DIN 53430

Se obtuvieron cuatro curvas experimentales para distintas densidades de EPS, estas se muestran en la Fig. 5. Una comparación entre las curvas de materiales de la misma densidad muestra que la incorporación del 30% de producto reciclado afecta la resistencia mecánica del material.

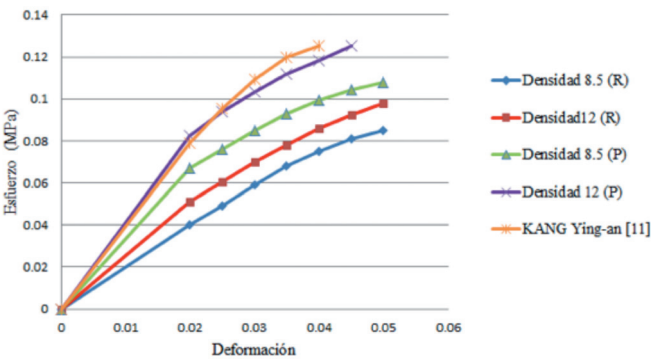


Fig. 5: Curvas experimentales para distintas densidades de EPS

La Fig. 5, muestra valores para densidad 12(P) obtenidos por KANG Ying-an et al [2], que obtuvo la curva utilizando probetas rectangulares y donde el comportamiento es aproxi-

mado a los valores de esfuerzo, deformación y *módulo de Young* de este trabajo; las diferencias se atribuyen a uso de distinta materia prima que utiliza cada fabricante para la fabricación del poliestireno.

La Tabla 2 contiene los valores correspondientes del módulo de elasticidad y esfuerzo de ruptura para cada una de las densidades. Estos resultados muestran que si la densidad del material se incrementa, de la misma forma las propiedades mecánicas aumentan. Sin embargo los valores obtenidos con las densidades recicladas son menores que las densidades puras.

Con estos resultados experimentales se conoce el comportamiento del EPS bajo cargas de tensión, por lo que se puede determinar para la optimización topológica el esfuerzo con el cual se alcanza la falla.

2.2. PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

El planteamiento matemático de un problema de optimización es el siguiente: se pretende diseñar un componente mecánico hecho de un material isotrópico que ocupa un espacio Ω_{mat} contenido en un dominio de referencia Ω , el cual debe ser escogido de tal forma que permita definir los soportes y cargas aplicadas [14]. El objetivo del método es encontrar que puntos de Ω que deben pertenecer a Ω_{mat} , para que la energía de deformación C del componente mecánico alcance un valor mínimo, bajo la condición de que el volumen que ocupe debe ser un porcentaje fijo del volumen de Ω .

En la Fig. 6 se muestra la configuración general de un problema de optimización topológica. Se observa que Ω está compuesto de tres tipos de regiones: región vacía, región sólida y la región de diseño [11].

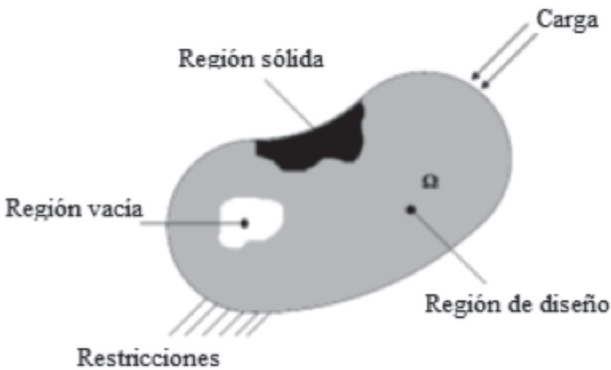


Fig. 6: Configuración general de un problema de optimización topológica

Minimizar la energía de deformación del cuerpo implica calcular los desplazamientos que se producen debido a la acción de cargas aplicadas. Para ello, se soluciona la ecuación de elasticidad lineal usando el método de elementos finitos, con el cual se obtiene un sistema matricial de la forma

$$Ku = F \quad (1)$$

Se crea como variable de diseño la densidad relativa del e -ésimo elemento finito x_e la cual tomará valores dentro del intervalo $[0,1]$. Si el elemento debe pertenecer al cuerpo sólido, x_e tomará el valor de 1, en caso contrario tomará el valor de 0 y se generará una cavidad.

La energía de deformación es el aumento de la energía interna acumulado en el interior de un sólido deformable, como resultado del trabajo realizado por las fuerzas externas que provocan la deformación [9].

En base a lo anterior, la *Función Objetivo* (F.O.) que es minimizar la energía por deformación se expresa:

$$F.O. = C = F^T u = u^T Ku = \sum_{e=1}^N u_e K_e u_e \quad (2)$$

Donde F.O. representa la función objetivo, F es el vector de fuerzas, u es el vector de desplazamientos y el subíndice e representa el e -ésimo elemento en el proceso de optimización.

Donde:

$$K_e = x_e K_0 \quad (3)$$

Sustituyendo el valor de K_e , de las ecuaciones (2) y (3) se obtiene:

$$C = u_e^T x_e K_0 u_e \quad (4)$$

Debido a que no es deseable que se presenten valores intermedios en la densidad relativa, se implementa en los algoritmos el *exponente de penalización* p que está en función de la densidad relativa; este exponente es utilizado para obtener en la optimización la mayor cantidad de valores con densidad 1 y 0. Por lo tanto, utilizando (3) y (4) se obtiene:

$$K_e = x_e^p K_0 \quad (5)$$

El valor de *penalización* p para la densidad de energía relativa puede tomar valores desde $1 \leq p \leq 3$. Al utilizar el valor de penalización $p=1$, el modelo convergerá de una manera más rápida, pero la distribución de densidades tendrá valores intermedios entre 0 y 1, lo cual no es de gran precisión para el modelo [15].

Como se mencionó, la cantidad de material está restringida. El volumen final V del nuevo cuerpo será una fracción del volumen inicial V_0 que ocupa el cuerpo base. Por lo tanto, se define la *restricción de la fracción volumétrica* f en (6):

$$f = \frac{V}{V_0} * 100 \quad (6)$$

Donde el volumen inicial V está definido por la ecuación (7) en función de la densidad y volumen relativo del e -ésimo elemento.

$$V = \sum_{e=1}^N x_e v_e \quad (7)$$

Finalmente es posible plantear por completo el problema de optimización topológica como sigue:

$$\text{Minimizar: } F.O. = C = F^T u$$

$$\text{Restricciones: } f = \frac{V}{V_0}$$

$$0 < x_{\min} \leq x_e \leq x_{\max} \quad e = 1, \dots, N$$

$$F = Ku$$

2.3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El procedimiento para realizar un análisis de sensibilidad es trabajar el problema de diseño como un problema de optimización, incluyendo solo las variables de diseño y los campos de desplazamiento, el cual está dado implícitamente a través de las ecuaciones de equilibrio.

Reconsiderando la función objetivo y tomando en cuenta la restricción de volumen, se obtiene al análisis de sensibilidad utilizando multiplicadores de *Lagrange*, los cuales representan la derivada de la función respecto a la variable de diseño x_e .

La ecuación general de *Lagrange* está definida de la siguiente forma:

$$\left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \right]^T - \left(\frac{\partial L}{\partial q} \right) = \bar{Q}_{NC} + A^T \bar{\lambda} \quad (8)$$

En donde el primer término de la ecuación es cero, debido a que no existe un cambio de la variable de diseño respecto al tiempo, así mismo; el vector de fuerzas y momentos \bar{Q}_{NC} , debido a que la fuerza está considerada en el término de la energía de deformación, por lo que los términos restantes quedan planteados de la siguiente manera:

$$L = x_e^p u_e^T K_0 u_e \quad \rightarrow \quad \frac{\partial L}{\partial x_e} = p x_e^{p-1} u_e^T K_0 u_e \quad (9)$$

Definiendo la matriz de restricciones asociada al vector de multiplicadores de *Lagrange* para las restricciones del problema de optimización se tiene lo siguiente:

$$A = \left[\frac{\partial f}{\partial x_e} \right] = \lambda v_e \quad (10)$$

Sustituyendo las ecuaciones (9) y (10) en (8):

$$- p x_e^{p-1} u_e^T K_0 u_e + \lambda v_e = 0 \quad (11)$$

El análisis de sensibilidad es necesario para prevenir la formación de “checkerboard”, el cual es un patrón que ase-

meja un tablero de ajedrez, en donde se generan patrones alternados de regiones optimizadas, los cuales ocasionan problemas cuando se realiza la manufactura de la pieza, estos patrones aparecen en procesos de optimización cuando se utilizan métodos de elementos finitos.

3. RESULTADOS

Se utilizó el módulo de optimización de ANSYS® que permite definir como funciones objetivo la rigidez del elemento o la frecuencia natural (para análisis modales) sujetos a las restricciones dadas (% de volumen o reducción de masa).

Se discretizó la geometría, mallando con elementos hexaédricos, en seguida se colocaron las condiciones de frontera y las cargas al modelo, como lo muestra la Fig. 7. Las condiciones de frontera aplicadas al modelo es primeramente la restricción del desplazamiento en las zonas laterales, donde se realiza el soporte con las viguetas; y por otro lado la carga aplicada, la cual es una presión de 22,400Pa, equivalente a la fuerza que generó la fractura en un área de 0.03m² en la parte central de la bovedilla. Se utilizó condición de simetría para reducir el tiempo de cómputo del modelo.

Las propiedades del material de la bovedilla de 12 kg/m³ son mostradas en la Tabla 2. El porcentaje de reducción de volumen que se alcanzó usando el proceso de optimización fue de 25%. Debido a que el objetivo del proyecto es generar una bovedilla optimizada con mezcla de densidades, el contorno externo de la bovedilla no fue restringido, por lo tanto puede ser parte del proceso de optimización, ya que las cavidades generadas serán complementadas con material de densidad 8.5 kg/m³. Por lo que el algoritmo puede generar cavidades en las superficies externas si el proceso de optimización lo requiere.

La Fig. 8a) muestra la segunda iteración de la optimización topológica. La Fig. 8b) muestra la iteración 12, que es el resultado de la convergencia del modelo.

Como resultado de la optimización, la nueva geometría de la bovedilla fue fabricada utilizando corte por pantógrafo y se muestra en la Fig.9.

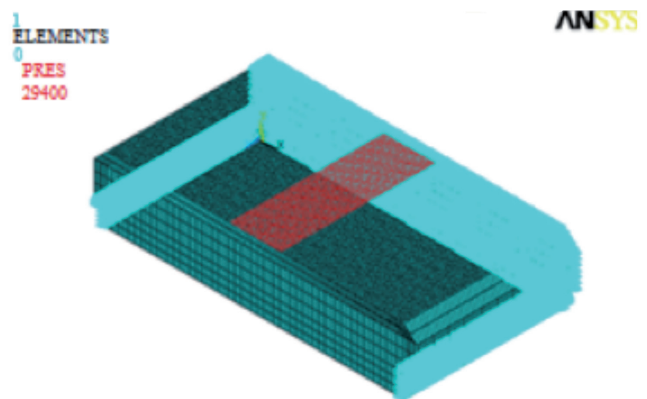


Fig. 7: Condiciones de carga y de frontera para la bovedilla

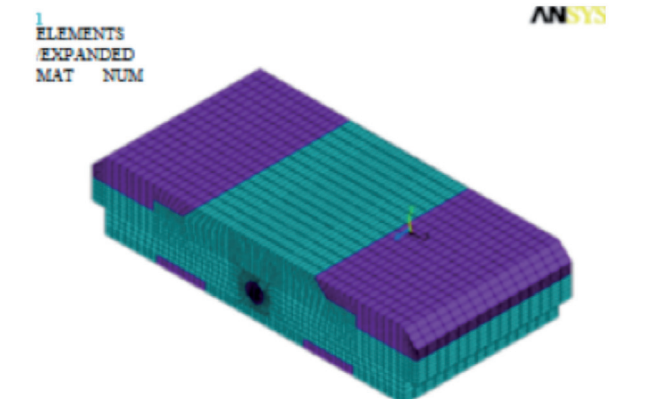


Fig. 10: Modelo de elementos finitos de la bovedilla con mezcla de densidades

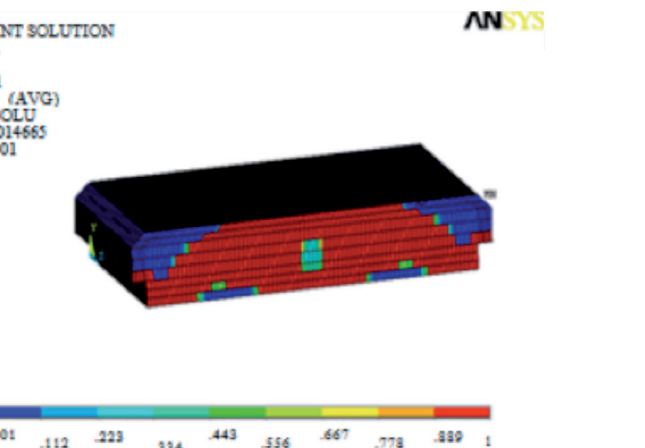
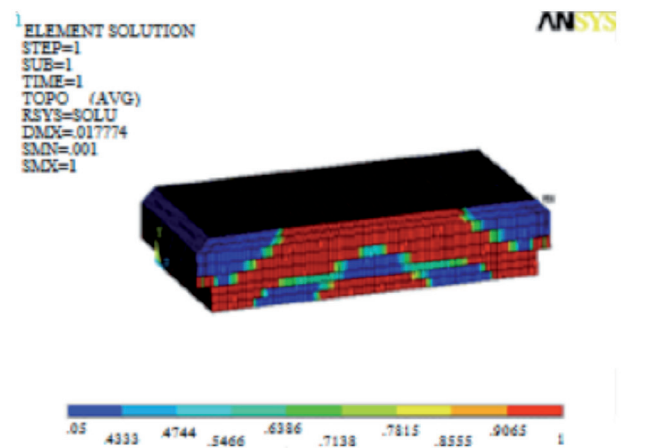


Fig. 8a) Segunda iteración del proceso de optimización b) Bovedilla de EPS optimizada topológicamente después de 12 iteraciones

Debido a la aplicación de la bovedilla en la industria de la construcción, las cavidades generadas deben ser cubiertas con material EPS, de lo contrario serían rellenas de hormigón, es aquí donde el método del moldeo continuo tiene su aplicación, ya que dentro del mismo proceso de manufactura se puede obtener la bovedilla con mezcla de densidades. Con la adición del poliestireno de densidad 8.5 kg/m^3 , el porcentaje de reducción pasa de 25% a 15% respecto a la bovedilla homogénea base.

El modelo de elementos finitos de la Fig. 10 muestra la bovedilla de EPS con la mezcla de densidades generada a partir del proceso de optimización topológica. La bovedilla es simulada con las mismas condiciones de carga y de apoyo.

El modelo elástico-multilineal fue seleccionado para la simulación, debido a que las curvas experimentales se ajustan con el modelo mostrado en la Fig. 4. El material no presenta plasticidad, debido a que regresa a su estado de deformación inicial después de aplicar la carga. Dentro del modelo se pueden distinguir distintas pendientes, la primera pendiente representa el módulo de Young. El valor de la pendiente decrece hasta el punto de la ruptura. El *coeficiente de Poisson* ν del material fue determinado utilizando la ecuación 12, donde γ es la densidad del material [16].

$$\nu = 0.0056\gamma + 0.0024 \quad (12)$$

Los valores del *coeficiente de Poisson* para las densidades utilizadas son $\nu_{8.5}=0.05$ and $\nu_{12}=0.0696$.

Los resultados obtenidos en la simulación son comparados con los resultados experimentales de las pruebas de flexión de la bovedilla. El valor de deflexión máxima de la simulación no debe exceder los 24 mm en la parte central y los esfuerzos requieren tener un valor menor o igual al esfuerzo de fractura para la densidad 12(R) kg/m^3 , mostrados en la Tabla 1.

La Fig. 11 a) muestra la distribución de los esfuerzos normales en la bovedilla optimizada. El esfuerzo de tensión

máximo obtenido en la simulación fue de $89,640 \text{ Pa}$ en la parte central, el cual es menor que el obtenido en las pruebas experimentales. Aunque existen esfuerzo de compresión en la superficie superior, la falla no se ocasiona en esta parte, debido a la gran resistencia de las espumas poliméricas a este tipo de cargas.

La Fig. 11 b) muestra la distribución de los desplazamientos en la dirección vertical. De la misma forma los desplazamientos obtenidos en la simulación son similares a los datos experimentales.

Con la distribución de mezclas de densidades en la bovedilla, factores como lo es el aislamiento térmico deben ser tomados en cuenta, debido a que la transferencia de calor se puede ver afectada al introducir una densidad menor a la pieza. La industria de la construcción en México está regida por la *Norma Oficial Mexicana* y que en la NOM-020-ENER-2011 [17], se refiere a “Eficiencia energética en edificios”. En base a esta norma se realizó un cálculo global del coeficiente de transferencia de calor k .

Primeramente se calculó el coeficiente k para la bovedilla con densidad homogénea y en segunda instancia se realizó el mismo procedimiento para la bovedilla con mezcla de densidades. Realizando un comparativo entre ambos parámetros se puede establecer si la mezcla de densidades genera un cambio considerable en la transferencia de calor del sistema constructivo.

El sistema de la bovedilla base se considera como lo muestra la Fig. 12 a). La transferencia de calor de un medio externo a uno interno o viceversa. El coeficiente de conductividad térmica λ para el hormigón es $\lambda=1.4 \text{ W/mK}^\circ$ y $\lambda=0.038 \text{ W/mK}^\circ$ para el EPS de densidad 12 kg/m^3 .

La Fig. 12 b) muestra a un sistema no homogéneo, debido a que está compuesto por capas de distintos materiales. El coeficiente de conductividad térmica para el EPS de densidad 8.5 kg/m^3 es $\lambda=0.03875 \text{ W/mK}^\circ$.

El análisis para obtener el valor k para cada sistema se realiza mediante las siguientes ecuaciones:

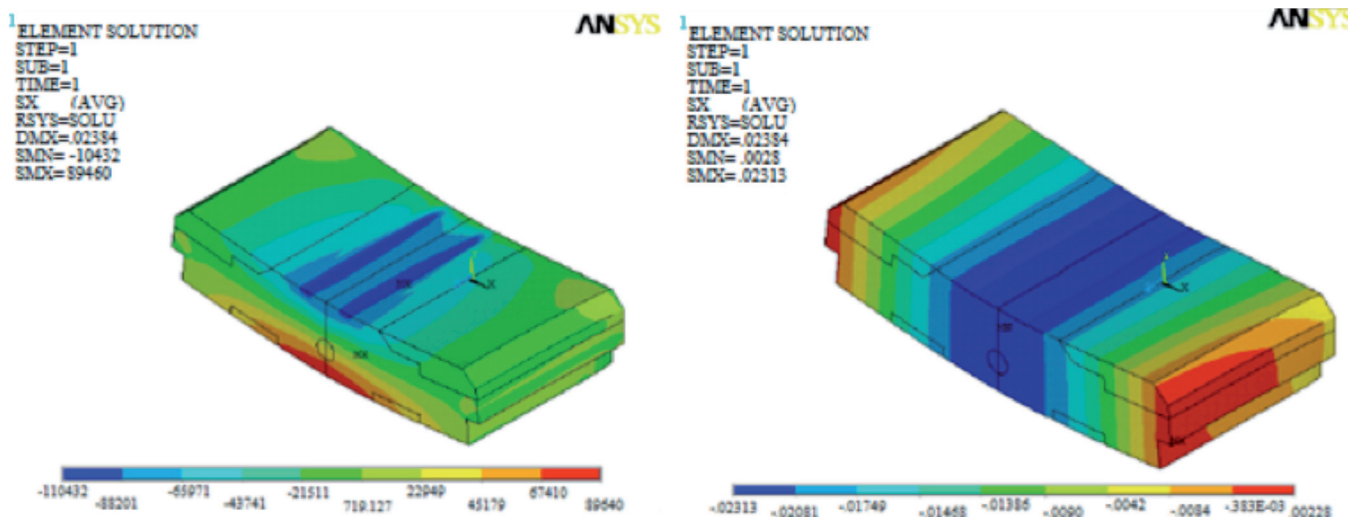


Fig. 11: Resultados de la simulación de la bovedilla de EPS con mezcla de densidades a) Distribución de los esfuerzos en la bovedilla b) Deflexión máxima en la parte central de la bovedilla

$$k = \frac{1}{M} \quad (13)$$

$$M = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_e} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{l_n}{\lambda_n} \quad (14)$$

Donde:

M= Aislamiento térmico total formado por capas homogéneas y no homogéneas.

h_1 = Flujo de calor en una superficie horizontal = 6.6 W/m²K°

h_e = Conductancia superficial inferior = 13.3 W/m²K°

l = Espesor de cada uno de los materiales que componen el sistema.

λ = Coeficiente de conductividad térmica [W/mK°].

En base a las ecuaciones (13) y (14) y con los valores geométricos de la bovedilla, es posible determinar el valor k para ambos sistemas, con lo cual se tiene:

$$K_{EPS,12} = 0.2747 \frac{W}{m \cdot K^\circ} \quad K_{EPS,8.5} = 0.2857 \frac{W}{m \cdot K^\circ}$$

La diferencia entre ambos sistemas es del 3.8%, lo cual es un valor aceptable, por lo que la mezcla de densidades no será un factor que afecte el aislamiento térmico del sistema constructivo.

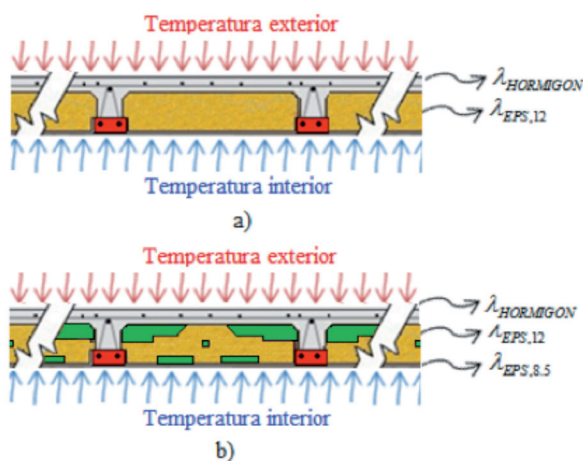


Fig 12: Esquemas para el análisis de la conductividad térmica a) sistema con bovedilla de densidad homogénea b) sistema con bovedilla con mezcla de densidades

4. DISCUSIÓN

Las pruebas de flexión realizadas a la bovedilla de EPS fueron fundamentales para determinar las condiciones de apoyo que se utilizaron en las simulaciones. Se observó durante las pruebas experimentales, que las superficies de apoyo de la bovedilla no se mantienen totalmente el contacto sobre toda la el área, si no que giran respecto a uno de los bordes, lo que permite una mayor deflexión, como se muestra en el detalle de la Fig. 3. Esta observación es fundamental

para las restricciones de la simulación, debido a que si se restringe toda el área de contacto, los valores de deflexión presentan una diferencia de los datos experimentales.

Observando los valores experimentales de la Tabla 2, se puede determinar que la densidad afecta directamente la resistencia mecánica del material, al comparar densidades iguales, se observa que las piezas que están compuestas por 30% de material reciclado se ven afectadas, disminuyendo su resistencia mecánica, esto se debe a que la adherencia entre las células del material no es tan fuerte debido a que el material que es reintegrado ya tiene un cocimiento previo del primer proceso; sin embargo, la bovedilla de EPS se fabrica con mezcla de material puro y reciclado para disminuir los residuos al ambiente.

Con el proceso de optimización se propone una bovedilla con mezcla de densidades, ésta se puede producir mediante el uso del método de moldeo continuo el cual no genera material de residuo en el proceso.

La bovedilla optimizada conserva la misma resistencia mecánica que la bovedilla base. El uso de distintas densidades con una distribución específica de la bovedilla brinda un 15% en el ahorro de materia prima de EPS. Teniendo en cuenta que, en lugar de fabricar volumen total de la pieza con una mezcla homogénea de material virgen pre-expandido a densidad 12 kg/m³ y que contiene 30% de material reciclado; en la pieza con la nueva distribución de materiales localizados por zonas, el 25% del volumen total de la pieza está constituido de material pre-expandido de densidad 8.5 kg/m³ con 30% de material reciclado y el 75% del volumen está constituido de material de densidad 12 kg/m³ con 30% de reciclado. Logrando con esta combinación de densidades el 15% de ahorro global de materia prima.

Considerando que este sistema constructivo de vigueta-bovedilla es el más utilizado en México para la construcción de viviendas, la variante propuesta representa un punto clave para poder tener un sistema constructivo más económico pero que a su vez brinde la misma seguridad en la resistencia mecánica.

Como se muestra en la simulación por elementos finitos, la bovedilla optimizada es capaz de soportar la misma carga que la bovedilla base y mantener la misma deflexión.

5. CONCLUSIONES

La etapa de pruebas a la bovedilla fue fundamental para poder determinar las condiciones de frontera y de carga en las simulaciones por elementos finitos.

Se realizó la caracterización de diferentes densidades de poliestireno bajo cargas de tensión. Obteniendo el esfuerzo de fractura y el módulo de Young, así como las curvas experimentales para densidades que no están reportadas en la literatura. Con estos resultados, se asegura que el modelo elástico-multilineal utilizado en la simulación por elementos finitos es válido para partes estructurales de EPS sujetas a cargas de tensión.

La optimización topológica generó una nueva bovedilla con una distribución óptima de densidades, la cual conserva la misma resistencia mecánica que la bovedilla de densidad homogénea. Se logró un ahorro del 15% de materia prima de poliestireno. Cabe mencionar que actualmente la empresa mexicana Innova EPS S.A. de C.V. con inicio de operaciones en 2010, oferta una máquina para llevar a cabo el moldeo continuo de EPS con mezclas de densidades localizadas por zonas y es posible solicitar la fabricación de una máquina con esta nueva variante para la bovedilla.

El nuevo proceso de moldeo continuo no solamente permite la mezcla de densidades, sino que reduce los pasos necesarios para producir la pieza final si se compara con el proceso de fabricación tradicional, ya que se elimina el tiempo de estabilización de los bloques, el cual es de aproximadamente 24 horas, así como los procesos de mecanizado y reciclaje de sobrantes. Por lo cual, se tiene una reducción en los costos de operación, almacenamiento y reciclaje del producto, haciendo del método del moldeo continuo y de la nueva bovedilla una opción viable para su implementación en la industria de la construcción.

Actualmente no existe en el mercado una bovedilla optimizada que brinde estas características mecánicas y que tenga la misma funcionalidad.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento, por el apoyo recibido para esta investigación al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), al Dr Oscar G.Ibarra Manzano y al Cuerpo Académico de Diseño y Manufactura, a la Dirección de Apoyo a la Investigación y el Posgrado (DAIP) de la Universidad de Guanajuato y a la División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca de la Universidad de Guanajuato.

NOMENCLATURA

EPS	Espuma de poliestireno
F	Vector de fuerzas del cuerpo
h_1	Flujo de calor en la superficie horizontal
h_e	Conductancia superficial inferior
OC	Criterio óptimo
V	Volumen optimizado
V_o	Volumen inicial
k	Coeficiente de transferencia de calor.
K	Matriz de rigidez global
K_e	Matriz de rigidez del elemento e
l	Espesor de cada material
M	Aislamiento térmico total
u	Vector de desplazamientos global
u_e	Vector de desplazamientos del elemento e
x_e	Densidad relativa del elemento e

v_e	Volumen relativo del elemento e
λ	Coeficiente de conductividad térmica
Ω	Dominio de referencia del problema
Ω_{mat}	Dominio matemático del problema
\bar{Q}_{NC}	Vector de fuerzas y momentos
\bar{q}	Vector de cargas generalizadas
$\bar{\lambda}$	Multiplicador de Lagrange.
ν	Coeficiente de Poisson
γ	Densidad del material

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ramón-Tirado R. "Diseño de un prototipo para moldeo continuo de bovedilla de EPS con mezcla de densidades". Director: Plascencia-Mora H. Universidad de Guanajuato, División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca, 2010.p.146
- [2] Ying-an K, Xian-Fang L, Jia-cai T. "Uniaxial tension and tensile creep behaviors of EPS". Journal of central south university of technology. Springer. 15s-l. 2008. Vol. 15. p. 202-205. <http://dx.doi.org/10.1007/s11771-008-0346-7>
- [3] Diosdado-De la Peña, A. "Análisis térmico-estructural de un molde para inyección de EPS para mejorar su eficiencia energética". Director: Plascencia-Mora H. Universidad de Guanajuato, División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca, 2008.p.155
- [4] Hemanta H. "Stress-strain modeling of EPS Geofoam for large-strain applications". Geotextiles and Geomembranes. Elsevier. Vol. 24 January 2006. p. 79-90. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geotexmem.2005.11.003>
- [5] Avalue M, Belingardi G, Ibba A. "Mechanical models of cellular solids, parameters identification from experimental test". Informe inédito. Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Torino, Italy. Paper Number 05-0438. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2006.06.012>
- [6] Patente MX 277554 B. Universidad de Guanajuato. Proceso para producir piezas continuas de espuma de poliestireno expandido. Héctor Plascencia Mora, Luz Antonio Aguilera Cortés. México, IMPI. B29C44/20 (2006-01); B29C44/22 (2006-01); B29C65/00 (2006-01), B29C44/22 (2006-01), B29C65/00 (2006-01), 15/06/2010.
- [7] Vaitkus S, Gnip I, Kersulis V, Vejelis S. "Prediction of Creep Strain of the Expanded Polystyrene (EPS) in Long-term Compression". Materials Science. 2007. Vol. 13. p.293-298.
- [8] Modelo de utilidad MX 2668 B. Universidad de Guanajuato. Proceso para producir piezas continuas de espuma de poliestireno expandido. Héctor Plascencia Mora, Bárbara González Rolón. México, IMPI. E04C1/00 (2006-01), 11/06/2012.
- [9] Norato J, Bendsoe M, Haber R et al. "A topological derivative method for topology optimization". Structural and multidisciplinary optimization. Springer-Verlag. Febrero 2007. Vol. 33. p.375-386. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-007-0094-6>
- [10] Menor A. "Structural optimization using ANSYS and regulated multicubic response surface model". Director: Lawrence K. University of Texas at Arlington. 2005. p.116
- [11] Bendsoe M, Ole S. "Topology Optimization: Theory, Methods and Applications". Alemania. Springer. 2003. p 370. ISBN 3-540-42992-1
- [12] Katsuyuki S, Noboru K. "A homogenization method for shape and topology optimization". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Elsevier. Enero 1991. [http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825\(91\)90245-2](http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825(91)90245-2)
- [13] Deutscher Industrie Normen (DIN). DIN 53430. "Tensile test for rigid cellular materials". Germany. 4p.1984
- [14] Lozhong Y, Wei Y. "Optimality criteria method for topology optimization under multiple constraints". Computer and structures. Elsevier. 2001. Vol. 79. p 1839-1850. [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949\(01\)00126-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949(01)00126-2)
- [15] Mohesen G. "Topology Optimization Problems Using Optimally Criteria Methods". Director: János-Lógo H. Faculty of Civil Engineering. Department of Structural Mechanics. Budapest University of Technology and Economics. Budapest, Hungary. 2009.
- [16] Chun B, Hae-Sik L, Myung S et al. "Development of a hyperbolic constitutive model for expanded polystyrene (EPS) geofoam under triaxial compression tests". Geotextiles and Geomembranes. Elsevier. Vol. 22. p. 223-237. 2004. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geotexmem.2004.03.005>
- [17] Norma Oficial Mexicana. NOM-020-ENER-2011. Eficiencia energética de edificaciones. Envolvente de edificios para uso habitacional. Martes 9 de Agosto del 2011. Primera sección.