

June 18, 2024

DISPERSIÓN — Dispersión de gases y partículas

1. Introducción

La dispersión de las emisiones de chimeneas y respiraderos en la atmósfera dependen de varios factores: por ejemplo, las características físicas y químicas de los efluentes, las condiciones meteorológicas del ambiente, la ubicación de la emisión con respecto a obstrucciones y obstáculos, el terreno que se encuentra en la dirección del viento. Se han desarrollado diversos métodos analíticos para relacionar la dispersión con algunos de los factores antes mencionado.

Las emisiones pueden consistir exclusivamente de gases, gases y partículas. Si las partículas son de diámetro menor a $20\mu\text{m}$, poseen una velocidad de sedimentación tan baja que se mueven esencialmente igual que el gas que las transporta. Se puede considerar que para partículas pequeñas su dispersión es similar que la de los gases sin embargo esto no sucede con partículas mas grandes; poseen una velocidad de sedimentación significativa, que induce concentraciones mayores a nivel de suelo que el caso de los gases.

La dispersión se incrementa, si los efluentes se descargan con una cantidad de movimiento suficiente y con una flotabilidad alta, con el objeto de continuar su ascenso después de su salida de la chimenea. En el caso de vientos de baja intensidad las emisiones con baja densidad tienden a ascender más, induciendo bajas concentraciones en a nivel de suelo. Las partícula grandes y las emisiones densa se depositan en el suelo a distancias mas cercanas. Velocidades de viento altas provocan alta dilución lo que también origina concentraciones bajas a nivel de suelo, en dirección del viento con respecto a la chimenea.

La flotación es la principal causa de ascenso de la pluma cuando los gases salen a alta temperatura. Cuando hay viento (u) la pluma se mezcla con el aire disminuyendo su temperatura y disminuyendo su flotación. en una atmósfera estratificada, la flotación de la pluma se disipa. Cuando existen condiciones neutrales en la atmósfera, la pluma se difunde por turbulencia, cuya intensidad es función de la rugosidad del terreno, la altura y la velocidad del viento. Para impedir la deflexión descendente de la pluma a la salida de la chimenea, la velocidad de los gases en la chimenea V_s debe ser lo suficientemente grande. Considerando que durante el 98 % del tiempo la velocidad del viento es igual o menor a 15m/s, una velocidad de salida de gases de 20 m/s protegerá de la deflexión descendente durante el 98 % del tiempo. Una aproximación se expresa con la siguiente relación:

$$\frac{V_s}{u} > 2 \quad (1-1)$$

Esto representa, la deflexión descendente de una emisión es mínima cuando la velocidad de los gases en la chimenea es por lo menos el doble de la velocidad del viento en la parte superior de la chimenea.

La capacidad de pronosticar las concentraciones ambientales de los contaminantes en áreas urbanas, con base en la dispersión de las fuente en la región es esencial si se desean alcanzar y mantener las concentraciones ambientes bajo las normas de calidad del aire. Por lo que se han desarrollado modelos matemáticos para estimar la dispersión de los contaminantes de diversas fuentes, ya sea individuales o en conjunto.

2. Modelación de la dispersión atmosférica

Se emplea el principio de la conservación de masa con el cual se puede describir la concentración $C(x, y, z, t)$ de un contaminante individual en un punto (x, y, z) al tiempo t de una fuente S . El cambio de la concentra-

ción con respecto al tiempo es:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V \cdot \nabla C + K \nabla^2 C + S \quad (2-1)$$

donde:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

sustituyendo y desarrollando se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} = & -u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} - w \frac{\partial C}{\partial z} \\ & + K_{xx} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right) + K_{yy} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + K_{zz} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \\ & + S \end{aligned} \quad (2-2)$$

donde:

C	Concentración
t	Tiempo
K_{ii}	Coeficientes de difusión turbulenta en la dirección
m	de los tres ejes de coordenadas

2.1. Difusión Turbulenta

La teoría de transporte se basa en el *modelo de difusión turbulenta*, que incluye el concepto de longitud de mezclado. La ecuación básica de este modelo es matemáticamente muy compleja, sin embargo haciendo suposiciones se puede reducir a la forma:

$$\frac{dC}{dt} = K_{xx} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right) + K_{yy} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + K_{zz} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (2-3)$$

donde C es la concentración, t es el tiempo y las magnitudes K_{ii} son los coeficientes de difusión turbulenta en la dirección de los tres ejes de coordenadas. Esta ecuación es conocida como la *ecuación de difusión de Fick*. El aplicarla se hace muy difícil por lo que se hacen las siguientes suposiciones adicionales:

1. El contaminante emana de forma continua de la fuente.
2. El proceso es de estado estacionario. $\partial C / \partial t = 0$.
3. El eje x se alinea en dirección del viento.
4. La velocidad del viento (u) es constante en cualquier punto del sistema de coordenadas x, y, z .
5. El transporte de contaminantes debido al viento en la dirección x predomina sobre la difusión descendente. No hay componente de viento en la vertical, esto es, $u(dC/dx) \gg K_{xx}(\partial^2 C / \partial x^2)$.

De lo anterior la ecuación (2-1) se reduce a:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = K_{yy} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + K_{zz} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (2-4)$$

donde $K_{yy} \neq K_{zz}$.

La solución de esta ecuación debe cumplir las siguientes condiciones de frontera:

1. $C \rightarrow \infty$, cuando $x \rightarrow 0$ (Una alta concentración en la fuente).
2. $C \rightarrow 0$, cuando $x, y, z \rightarrow \infty$ (la concentración es cero a una gran distancia de la fuente).
3. $K_{zz}(\partial C / \partial z) \rightarrow 0$ cuando $z \rightarrow 0$ (no hay difusión en la superficie).
4. $\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty uC(x, y, z) dy dz = Q, x > 0$ (la rapidez de transporte del contaminante en la dirección del viento es constante e igual a la tasa de emisión Q del contaminante).

3. Distribución Gaussiana o Normal

Existen varias formas de resolver la ecuación (2-4). De lo anterior resulta que todas estas teorías tienden a llegar a la misma función de distribución *gaussiana*. Se revisarán algunas de las características generales de la distribución gaussiana para comprenderla en el contexto de la contaminación del aire.

Una variable x está normalmente distribuida si la función de densidad $f(x)$ satisface la relación:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \exp \left[\frac{-(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (3-1)$$

donde μ es cualquier número real y σ es cualquier número real con un valor mayor que cero. La magnitud σ se conoce como la desviación normal. La naturaleza de esta función se capta más fácilmente si se observa la Figura (1). El valor de μ establece la situación del valor máximo de $f(x)$ sobre el eje x , y la curva es simétrica con respecto a la posición μ .

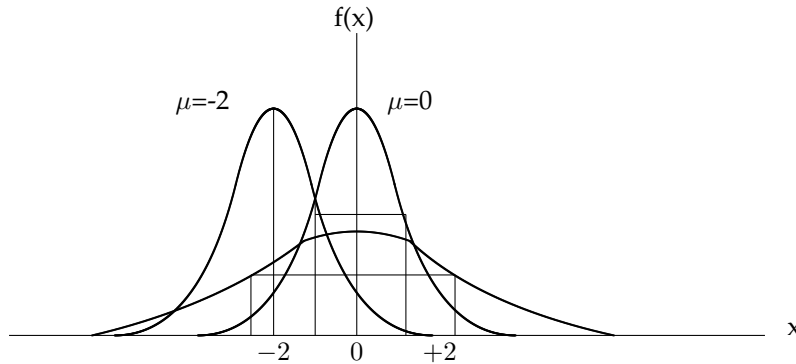


Figura 1: La función de distribución gaussiana o normal para diferentes valores de μ y σ

Esta ecuación se encuentra en forma normalizada. Esto es, el área bajo la curva tiene un valor igual a la unidad. El papel de σ es el de ensanchar o estrechar la forma de la curva. En general más del 68 % del área bajo la curva se encuentra entre $+\sigma$ y $-\sigma$, y más del 95 % está entre $\pm 2\sigma$.

Una doble distribución gaussiana en dos direcciones de coordenadas, como y y z , es sencillamente el producto de las distribuciones gaussianas en cada una de las direcciones de las coordenadas. Por lo tanto:

$$f(y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_z} \exp \left[\frac{-(y - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2} + \frac{-(z - \mu_z)^2}{2\sigma_z^2} \right] \quad (3-2)$$

donde σ_y , σ_z , μ_y y μ_z tienen esencialmente la misma interpretación que en el caso de la distribución gaussiana simple.

4. Modelo Gaussiano de Dispersión

En este modelo se trata de simular el comportamiento en conjunto de las plumas emitidas de una fuente tanto a nivel del terreno como a la altura de la chimenea. Una ecuación que representa el perfil de concentración a favor del viento esta dada por la ecuación general:

$$C = Kx^{-1} \exp \left[- \left(\frac{y^2}{D_y} + \frac{z^2}{D_z} \right) \frac{u}{4x} \right] \quad (4-1)$$

donde K es una constante arbitraria cuyo valor depende de las condiciones de frontera de las condiciones atmosféricas y u es la velocidad promedio del viento.

4.1. Fuente a nivel del suelo

Para una fuente puntual individual, la expresión apropiada para K es:

$$K = \frac{Q}{2\pi(D_y D_z)^{1/2}} \quad (4-2)$$

donde Q es la emisión (masa/tiempo). Al sustituir la ecuación (4-2) en la (4-1) se encuentra que la ecuación que describe la concentración de un contaminante emitido de una fuente puntual a nivel del suelo es:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi(D_y D_z)^{1/2}} \exp \left[- \left(\frac{y^2}{D_y} + \frac{z^2}{D_z} \right) \frac{u}{4x} \right] \quad (4-3)$$

Esta ecuación tiene el formato de la distribución gaussiana doble o normal, como se representa en la ecuación (3-2). Las máximas concentraciones en las direcciones y y z se encuentran sobre el eje de las x , los valores de μ_x y μ_y en la ecuación (3-2) serán cero para esta situación física. Por lo tanto la ecuación (3-2) se reduce a la forma:

$$f(y, z) = \frac{1}{2\pi x \sigma_y \sigma_z} \exp \left[\frac{-y^2}{2\sigma_y^2} + \frac{-z^2}{2\sigma_z^2} \right] \quad (4-4)$$

Arreglando la ecuación (4-3) en forma similar a la ecuación anterior, se tienen las siguientes definiciones a fin de poder efectuar dicha transformación:

$$\sigma_y^2 \equiv \frac{2D_y x}{u} \quad \text{y} \quad \sigma_z^2 \equiv \frac{2D_z x}{u} \quad (4-5)$$

Sustituyendo estas dos definiciones en la ecuación (4-3) da la siguiente función que describe la concentración a favor del viento desde una fuente puntual a nivel del suelo:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad (4-6)$$

La concentración gaseosa C se determina por las unidades de las magnitudes Q , u , σ_y y σ_z . En la literatura σ_y y σ_z están dadas en metros y u en m/s. Si y y z toman el valor de cero, la ecuación anterior se reduce a:

$$C(x, 0, 0) = \frac{Q}{\pi u \sigma_y \sigma_z} \quad (4-7)$$

Esta ecuación se aplica a la concentración a lo largo de la línea central y a nivel de suelo, desde una fuente puntual también a nivel del suelo.

4.2. Fuente puntual a una altura H , con reflexión

Para la emisión de una chimenea con altura efectiva de chimenea H , es necesario alternar el término exponencial que contiene a z^2 , en la ecuación (4-6). Para una fuente *sin reflexión* el valor será C :

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z - H)^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad (4-8)$$

La ecuación anterior es una expresión adecuada para la concentración en la dirección del viento, hasta llegar a un punto en la dirección x donde sea significativa la concentración a nivel del suelo ($z = 0$). Tendrá entonces una reflexión importante ya que la superficie terrestre no es un sumidero para un contaminante.

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp \left[- \left(\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right) \right] \left\{ \exp \left[\frac{-(z - H)^2}{2\sigma_z^2} \right] + \exp \left[\frac{-(z + H)^2}{2\sigma_z^2} \right] \right\} \quad (4-9)$$

Otra ecuación importante cuando se considera la reflexión a nivel del terreno es la que representa la concentración cuando $z = 0$, así la ecuación (4-9) se reduce a:

Tabla 1: Clave de las categorías de estabilidad

Velocidad del viento	Día			Noche	
	Fuerte	Moderada	Ligera	Nublado	Despejado
Clase	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
<2	A	A-B	B	E	F
2-3	A-B	B	C	D	E
3-5	B	B-C	C	D	E
5-6	C	C-D	D	D	D
>6	C	D	D	D	D

Fuente: D. B. Turner, *Workbook of Atmospheric Dispersion Estimates*. Washington, D.C.: HEW, RE., 1969.

$$C(x, y, 0) = \frac{Q}{\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(\frac{-H^2}{2\sigma_z^2}\right) \exp\left(\frac{-y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (4-10)$$

Si se desea la concentración sobre la línea central y a nivel del suelo, el último término exponencial será igual a la unidad.

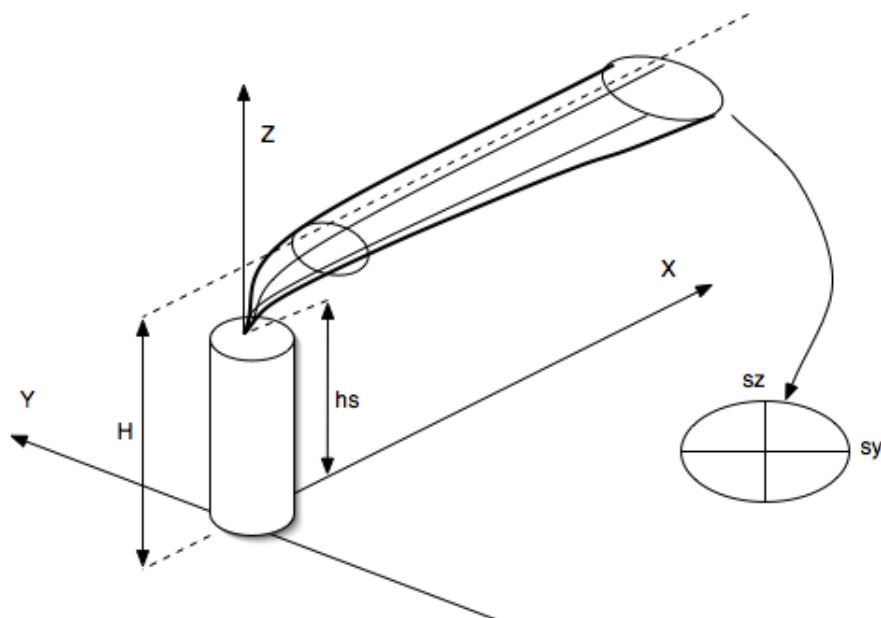


Figura 2: La dispersión de la pluma se da en la dirección del viento (u) sobre el eje X , la altura física de la chimenea es h_s , teniendo una altura efectiva H , la distribución normal de la dispersión se considera sobre el eje Y (σ_y) y sobre el eje Z (σ_z)

5. Categorías de Estabilidad

La tabla 1 muestra para diferentes condiciones de velocidad de viento, radiación solar y cobertura de nubes la clasificación de la estabilidad atmosférica.

6. Altura efectiva de chimenea

Las emisiones provenientes de las chimeneas, que a veces son visibles, se les conoce como plumas. éstas al salir de la chimenea pueden ascender por dos efectos, uno es el de flotación, ya que pueden tener una temperatura mayor a la ambiente y otro es por el *momentum* de los gases. La forma de calcular la altura efectiva es:

$$H = h_s + \Delta h \quad (6-1)$$

donde

h_s – es la altura de la chimenea,

Δh – es el ascenso de la pluma y

H – es la altura efectiva de chimenea.

La forma general de calcular Δh depende de la velocidad del viento (u) a la altura de la chimenea y se expresa de la siguiente forma:

$$\Delta h = \frac{Ex^b}{u^a} \quad (6-2)$$

los valores de E , b , y a se pueden obtener del Tabla 2

Tabla 2: Formulas empleadas para calcular el ascenso de la pluma

Estabilidad Atmosférica	a	b	E	Condiciones	Referencia
<i>Plumas dominadas por flotación</i>					
Neutral e inestable	1	0	$7.4(Fh_s^2)^{1/3}$		ASME (1973)
Estable	1/3	0	$2.9(F/S_1)^{1/3}$		
Neutral e inestable	1	2/3	$1.6F^{1/3}$	$F < 55, x < 49F^{5/8}$	Briggs (1969, 1971, 1974)
	1	0	$21.4F^{3/4}$	$F < 55, x \geq 49F^{5/8}$	
	1	2/3	$1.6F^{1/3}$	$F \geq 55, x < 119F^{2/5}$	
	1	0	$38.7F^{3/5}$	$F \geq 55, x \geq 119F^{2/5}$	
Estable	1/3	0	$2.4(F/S_2)^{1/3}$		
	0	0	$5F^{1/4}S_2^{-3/8}$		
	1	2/3	$1.6F^{1/3}$		
<i>Plumas dominadas por el momentum</i>					
Todas	1.4	0	$dV_s^{1.4}$	$V_s > 10$ $V_s > u$ $\Delta T < 50K$	ASME (1973)
Neutral	2/3	1/3	$1.44(dV_s)^{2/3}$	$V_s/u \geq 4$	Briggs (1969)
	1	0	$3dV_s$	$V_s/u \geq 4$	

F – es el flujo de flotación empírico usando la siguiente ecuación: $F = g v_s r_s^2 \frac{T_s - T_a}{T_s}$

d – diámetro de la chimenea, m.

g – es la aceleración de la gravedad, 9.807 m/s².

p – es la presión atmosférica, kPa. y $p_0 = 101.3$ kPa

$S_1 = (\frac{g\partial\theta}{\partial z T_a} \frac{p}{p_0})^{0.29}$, s⁻² $S_2 = (\frac{g\partial\theta}{\partial z})/T_a$, s⁻²

T_a – temperatura ambiente a la altura de la chimenea, K.

T_s – temperatura de los gases a la salida de la chimenea, K.

$\delta T = T_s - T_a$

V_s – velocidad de salida de los gases m/s.

x – distancia viento abajo, km.

7. Partículas

Las partículas representan un riesgo para la salud afectando los pulmones incrementando la presión arterial, induciendo infartos, agravando el asma; reducen la visibilidad; aumentan la probabilidad de lluvia, la niebla y las nubes; reducen la radiación solar, con los cambio en la temperatura ambiental y en las tasas biológicas de crecimiento de plantas.

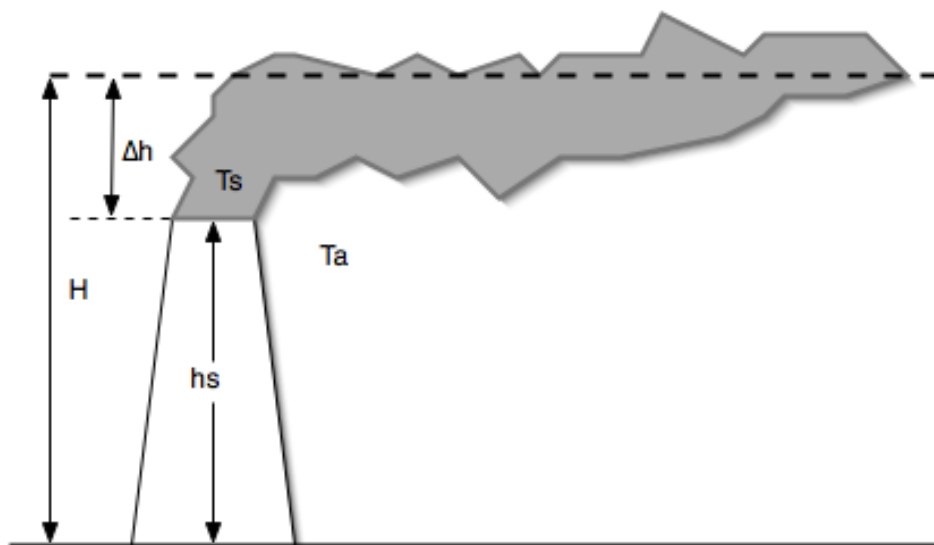


Figura 3: La altura efectiva H es la suma de la altura física de la chimenea (h_s) y de la elevación de la pluma (Δh), esta última se calcula a partir de la velocidad de salida de los gases (v), la diferencia de temperatura entre los gases de salida (T_s) y la temperatura ambiente (T_a), la velocidad del viento a la altura de la chimenea (u) y la estabilidad.

Tabla 3: Definición de los términos que describen las partículas en el aire.

Partículas	Cualquier material sólido o líquido en la atmósfera o en una corriente de gas.
Aerosol	Suspensión de partículas microscópicas en medio gaseoso
Polvo	Partículas sólidas capaces de estar en suspensión temporal en el aire.
Ceniza fina	Partículas arrastradas por el gas de combustión.
Niebla	Aerosol visible
Vapores	Partículas formadas por condensación, sublimación o reacción química.
Neblina	Suspensión de gotas de agua muy pequeñas en la atmósfera, de un tamaño entre 60 y 200 μm de diámetro, que reducen la visibilidad horizontal a una distancia de un kilómetro o menos.
Partícula	Masa sólida o líquida.
Humo	Partículas finas generadas por la combustión.
Hollín	Una aglomeración de partículas de carbón.

Tabla 4: Velocidades de asentamiento

0.1 μm	$4 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$
1 μm	$4 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$
10 μm	0.3 cm/s
100 μm	30 cm/s

Las partículas transportadas en el aire varían su tamaño desde 0.001 a 500 μm , con la mayor parte de la masa de partículas presentes entre 0.1 y 10 μm . Las partículas menores a 0.1 μm presentan un comportamiento similar al de las moléculas y poseen movimientos brownianos. Las partículas entre 1 μm y 20 μm , tienden a seguir la corriente gaseosa en la que se encuentran. Las partículas mayores a 20 μm poseen velocidades de asentamiento significativas; por lo que el viento las arrastra durante períodos relativamente cortos. Las velocidad de asentamiento de las partículas con densidad de 1 g/m^3 son:

La concentración de partículas se expresa en masa total de la partículas en un volumen de gas. Las unidades básicas par la concentración de partículas son los micro gramos en metro cúbico, a pesar de que las unidades de granos en pie cúbico se encuentran en la literatura (7,000 gr= 1 lb). Para comparación se presenta la conversión:

$$1.0 \text{ gr/pie}^3 = 2.29 \text{ g/m}^3 = 2.29 \times 10^6 \mu\text{g/m}^3$$

En lugares prístinos, la concentración de polvo atmosférico es usualmente menor de 1 g/m^3 , en una tormenta de polvo puede llegar a 1000 g/m^3 . La carga de polvo en emisiones industriales varía típicamente de 10 a 10⁵ mg/m^3 (0.01 a 100 gr/pie^3).

7.1. Distribución de las partículas

En adición a la concentración promedio de partículas en masa por volumen, es importante notar que la partículas poseen una distribución por tamaño. Una muestra típica de partículas se muestra en la tabla 5 de los datos de renglones, se observa que las partículas en el intervalo de 0 a 1 μm constituye sólo el 3 por ciento de masa. No obstante, el número de partículas en ese intervalo es muy alto comparado con el resto de la muestra. Las partículas en ese intervalo son capaces de entrar a los pulmones. Desde el punto de vista de la salud, no se trata de bajar la carga de polvo atmosférico total, en un área urbana, sino de disminuir el conteo de partículas en los intervalos de tamaño más pequeños. Comúnmente, las partículas presentes

Tabla 5: Distribución de las partículas por conteo y porcentaje en volumen para una muestra atmosférica típica

Intervalo de tamaños (μm)	Tamaño promedio (μm)	Número de partículas	Por ciento en en volumen
10 -30	20	1	27
5-10	7.5	112	53
3-5	4	167	12
1-3	2	555	5
0.5 -1	0.75	4,215	2
0 -0.5	0.25	56,900	1

en la atmósfera en tamaños menores de 1 μm , se producen por condensación, mientras que las partículas mayores son el resultado, o bien de la trituration o la combustión. Los procesos de molienda en seco rara vez producen partículas menores de pocas micras. La combustión puede producir cinco tipos diferentes de partículas. Se generan de la siguiente forma:

1. El calor puede vaporizar materiales que se condensa posteriormente, produciendo partículas entre 0.1 y 1 μm .
2. En los procesos de combustión las reacciones químicas generan partículas de cúmulos moleculares inestables de corta duración por debajo de 0.1 μm .

3. Los procesos mecánicos pueden liberar cenizas o partículas de combustible de $1\ \mu\text{m}$ o mayores.
4. Si intervienen aspersiones de combustibles líquidos, puede que se escape directamente una ceniza muy fina.
5. La combustión parcial de los combustibles fósiles puede generar hollín.

7.2. Velocidad terminal

Un método básico para la remoción de las partículas consiste en simplemente en el asentamiento por gravedad. Esta técnica se emplea tanto por diseñadores de equipo de remoción como por la naturaleza. El parámetro importante con el cual se determina su utilidad es la velocidad de asentamiento (o terminal) de una partícula, V_t . Se define como la velocidad descendente constante que alcanza la partícula en una dirección paralela al campo gravitacional terrestre, según sobre pase las fuerzas de flotación y de fricción (4). En términos de un equilibrio de fuerzas sobre una partícula se tiene:

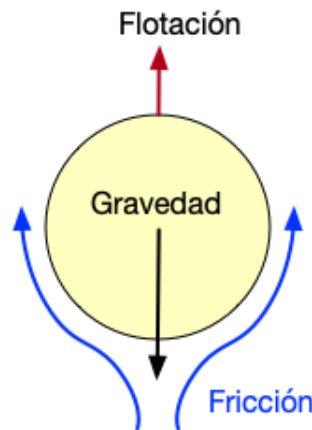


Figura 4: Una partícula depositándose es atraída por la gravedad, a medida que su velocidad se incrementa lo hace la fricción y debido a su volumen la flotación también actúa.

$$F_{\text{fricción}} + F_{\text{flotación}} = F_{\text{gravitacional}}$$

La fuerza de gravedad se puede sustituir por la segunda ley de Newton, $F = ma = m_p g$. La fuerza de flotación equivale al peso del fluido desplazado, que equivale al volumen de la partícula multiplicado por la densidad del gas y por la aceleración de la gravedad. Usualmente la fuerza de resistencia esta en correlación con otras variables físicas por medio del coeficiente de resistencia, C_D . El equilibrio total de las fuerzas resulta ser:

$$\frac{\rho_g V_t^2 C_D}{2} + m_p \left(\frac{\rho_g}{\rho_p} \right) g = m_p g \quad (7-1)$$

donde ρ_g es la densidad del fluido (aire), ρ_p es la densidad de la partícula, V_t es la velocidad terminal, m_p es la masa de la partícula, A es el área transversal frontal y g es la aceleración de la gravedad. La solución general es, en términos de V_t ,

$$V_t = \left[\frac{2m_p g (\rho_p - \rho_g)}{A C_D \rho_g \rho_p} \right]^{1/2} \quad (7-2)$$

Se requiere de evidencia experimental para C_D , así como algunas aproximaciones adicionales. La principal dificultad para aplicar la ecuación (7-2) es la determinación de C_D . El coeficiente de resistencia es una función característica de la forma del objeto. El polvo de las partículas en suspensión posee diversas formas,

tanto por el proceso de formación como el de aglomeración al escape o en la atmósfera. Con el objeto de simplificar, conviene considerar que las partículas son esféricas. Para partículas esféricas, la ecuación (7-2) se transforma en:

$$V_t = \left[\frac{4gd_p(\rho_p - \rho_g)}{3C_D\rho_g} \right]^{1/2} \quad (7-3)$$

donde d_p es el diámetro de la partícula. El coeficiente de resistencia para las partículas esféricas se obtiene fácilmente de la literatura, y es una función del número de Reynolds, Re . Por definición, $Re = \rho_g V d / \mu$, donde d es una longitud característica como el diámetro, y μ es la viscosidad dinámica del fluido. Como la relación de Re y C_D se obtiene de observaciones experimentales, no es posible obtener ecuaciones analíticas exactas, excepto en intervalos limitados de Re . La región del número de Reynolds entre 10^{-4} y 0.5 se conoce como el régimen de Stokes o de flujo laminar. En este caso, la evidencia experimental para las esfera indica que:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (7-4)$$

En la atmósfera $\rho_p \gg \rho_g$. Estas dos condiciones permiten reescribir la ecuación (7-3) para partículas esféricas, en la forma

$$V_t = \frac{gd_p^2\rho_p}{18\mu_g} \quad (7-5)$$

Esta expresión se conoce como la ley de Stokes. Hablando en términos generales, esta ecuación es muy exacta para partículas esféricas con diámetros menores a $50\mu\text{m}$ y se usa frecuentemente con poco error para tamaños de partículas de hasta $100\mu\text{m}$ o al go menor. Para partículas menores a $5\mu\text{m}$, d_p se acerca al recorrido o trayectoria libre de las moléculas de gas. Las partículas tiende ahora a deslizarse junto a las moléculas de gas, y la velocidad de asentamiento se hace mayor que la pronosticada por la ley de Stokes. Por debajo de este límite inferior, se requiere de aplicar la corrección de Cunningham a la ecuación (7-5). Este factor de corrección esta dado por:

$$K_C = 1 + \frac{2\lambda}{d_p} \left[1.257 + 0.400 \exp \left(\frac{-0.55d_p}{\lambda} \right) \right] \quad (7-6)$$

donde λ es el recorrido libre medio de las moléculas en la fase gaseosa. Este valor se obtiene de:

$$\lambda = \frac{\mu}{0.409\rho u_m} \quad (7-7)$$

donde u_m es la velocidad molecular media, μ es la viscosidad del gas, y ρ es la densidad del gas. A partir de la teoría cinética de los gases, u_m se obtiene de por

$$u_m = \left[\frac{8RT}{\pi M} \right] \quad (7-8)$$

donde M es la masa molar o peso molecular del gas. A 25°C y 1 atm el valor de u_m es de 467 m/s (1,530 ft/s) y λ es 0.067 m. A esta presión y para partículas esféricas con un diámetro mayor de $1\mu\text{m}$, la corrección K_C , se puede aproximar de forma razonable con

$$K_C = 1 + \frac{9.73 \times 10^{-3} T^{1/2}}{d_p} \quad (7-9)$$

donde d_p está en micrómetros y T en grados Kelvin. Con base en la ecuación (7-6), el factor de Cunningham aumenta rápidamente según disminuye el tamaño de la partícula, y se acerca al recorrido libre medio. Cuando d_p es $10\mu\text{m}$, la corrección es menor al 2%. No obstante, para una partícula de $1\mu\text{m}$ de diámetro, el valor de V_t será más de un 15% mayor que el valor de la ley de Stokes. La relación de V_t para estos tamaños de pequeños es

$$V_t = K_C V_{t,\text{Stokes}} \quad (7-10)$$

y se conoce como la ley de Stokes-Cunningham.

Ejemplo

Supóngase una partícula con densidad de (1g/cm^3) y un diámetro de $10\text{ }\mu\text{m}$. Estímese la velocidad en el aire ambiente en centímetros por segundo.

Solución

La velocidad terminal para la partícula de $10\text{ }\mu\text{m}$ de densidad de $1\text{ g/cm}^3 = 1000\text{kg/m}^3$ se puede encontrar por la ley de Stokes. En condiciones ambientales, la viscosidad dinámica se puede obtener a partir de la ecuación (7-5), considerando que la viscosidad cinemática del aire es de $1.83 \times 10^{-5}\text{ kg/ms}$

$$V_t = \frac{gd_p^2 \rho_p}{18\mu_g} = \frac{9.8\text{m/s}^2(10 \times 10^{-6}\text{m}^2)(1000\text{kg/m}^3)}{18(1.83 \times 10^{-5}\text{ kg/ms})}(100\text{cm/m}) = 0.29\text{ cm/s}$$

7.3. Deposito de partículas de chimeneas

De las chimeneas se llegan a emitir partículas a la atmósfera. Por eso es importante cuantificar la tasa de deposición de las partículas, en el suelo a diferentes distancias desde la fuente.

Existen varias métodos para la determinación de la tasa de sedimentación de las partículas emitidas por chimeneas. La más convencional es una modificación de la ecuación de Sutton (4-8) empleada para emisiones gaseosa de las chimeneas, *sin reflexión*, esta dada por

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z - H)^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad (8-1)$$

donde u es la velocidad promedio del viento (en la parte superior de la chimenea) y Q es la tasa de emisión del contaminante gaseoso, en masa por unidad de tiempo. Como se mencionó, la expresión *sin reflexión* es muy importante, debido a que, para las emisiones de partículas el terreno actúa como sumidero.

En adición a de la corrección para amortiguar la reflexión, es necesario introducir otra modificación en la ecuación (8-1). Los tipos de contaminantes gaseosos no se ven afectados por la fuerza de gravedad. Lo que si influye en las partículas. Esencialmente, el efecto de la gravedad sobre la dispersión de las partículas es hacer que la línea central de la emisión parezca inclinarse hacia abajo según la corriente del contaminante.

A causa de la gravedad, se emplea una corrección en la magnitud H de la ecuación de dispersión gaussiana para considerar la depositación. La distancia recorrida por caída libre de una partícula al salir de la chimenea con una velocidad terminal V_t , es $V_t t$, donde t es el tiempo que le toma a la corriente principal del contaminante alcanzar la distancia x en la dirección del viento. El tiempo t se expresa también por x/u . Por lo tanto, la distancia a caída libre como corrección a H es $V_t x/u$ teniendo en cuenta de esta forma el efecto de la gravedad, la concentración de las partículas en general, esta dada por:

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q_p}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z - (H - V_t x/u)^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad (8-2)$$

La concentración a nivel de suelo a lo largo de la línea central es de especial interés. Haciendo $y = 0$ y $z = 0$, se encuentra que

$$C(x, 0, 0, H) = \frac{Q_p}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - (H - V_t x/u)^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad (8-3)$$

donde Q_p es la tasa de emisión de las partículas. Típicamente, Q_p se encuentra en unidades de masa por segundo, σ_y y σ_z en metros y u en m/s.

En vez de calcular la concentración C de las partículas en determinado sitio, según la ecuación (8-3), es más apropiado expresar los resultados de la dispersión de las partículas en términos de la masa depositada por tiempo y área unitarios, w .

$$w = \frac{\text{tasa de transporte de masa}}{\text{área}} = \frac{(\text{tasa volumétrica})(\text{concentración})}{\text{área}} = (\text{velocidad})(\text{concentración})$$

Por lo tanto, la tasa de deposito en el suelo de partículas a lo largo de la línea central de la chimenea se estima como:

$$w = \frac{Q_p V_t}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp \left(-\frac{1}{2} \left[\frac{H - (x V_t / u)}{\sigma_z} \right]^2 \right) \quad (8-4)$$

donde Q_p está expresada en gramos/segundo, V_t y u en m/s, σ_y y σ_z en metro, y w en g/m²·s.

Debido a que la velocidad terminal V_t esta en la ecuación 8-4, el valor de w equivale a la tasa de deposito de una partícula de una densidad y diámetro medio. Para obtener una tasa de depósito total, se debe pasar la tasa de emisión total Q_p de acuerdo con las fracciones de masa de las partículas dentro de las diversas clases de tamaños.

Referencias

- [Briggs, 1969] Briggs, G. (1969). Plume rise measurements at industrial chimneys. *Atmospheric Environment*, 3(3):317. cited By 0.
- [Briggs, 1971] Briggs, G. (1971). Plume rise. a recent critical review. *Nuclear Safety*, 12(1):15–24. cited By 9.
- [Briggs, 1974] Briggs, G. (1974). Plume rise from multiple sources. *Nat. Oceanic and Atmospheric Admin: Environmental Res. Labs., ATDL CONTRIBUTION*, 1(91):March. 1974. cited By 0.
- [Martin, 1976] Martin, D. O. (1976). Comment on "the change of concentration standard deviations with distance". *Journal of the Air Pollution Control Association*, 26(2):145–147.
- [McMullen, 1975] McMullen, R. W. (1975). The change of concentration standard deviations with distance. *Journal of the Air Pollution Control Association*, 25(10):1057–1058.
- [Turner, 1969] Turner, D. B. (1969). *Workbook of Atmospheric Dispersion Estimates*. U.S. Department of Health Education and Welfare, Cincinnati, Ohio.
- [Turner, 2020] Turner, D. B. (2020). *Workbook of atmospheric dispersion estimates: an introduction to dispersion modeling*. CRC press.
- [Wark and Warner, 1986] Wark, K. and Warner, C. F. (1986). *Contaminación del aire Origen y Control*. Limusa.

Submitted by Dr. José Agustín García Reynoso on 18 de junio de 2024.