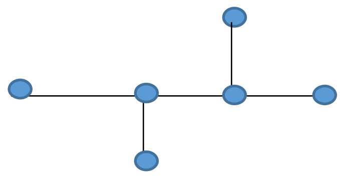
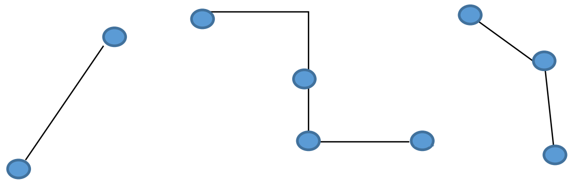
ÁRBOLES

Árbol Libre o Árbol No Orientado es un grafo conexo y acíclico

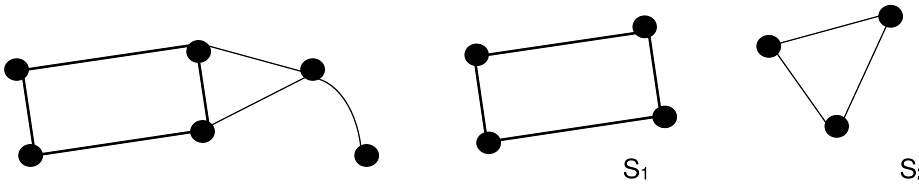


Bosque es un conjunto de árboles:



Definición: un subgrafo **S** de G que goce de una propiedad P se llama **Minimal** respecto de **P** si ningún subgrafo estrictamente menor que S (es decir con menos vértices y/o aristas) goza de la propiedad P.

Ejemplo: Supongamos que P es la propiedad "tener un solo ciclo" y consideremos el siguiente grafo:



S_1 S_2

Ambos subgrafos verifican la propiedad P pero, S_2 es minimal

Definición: un subgrafo **S** de G que goce de una propiedad P se llama **Maximal** respecto de **P** si ningún subgrafo estrictamente mayor que S (es decir con más vértices y/o aristas) goza de la propiedad P.

Definición: Un subgrafo S de G se denomina COBERTOR si contiene a TODOS los vértices de G

Definición: Si $G=(V,A,\varphi)$ es un grafo conexo, se llama número cíclico de G al número natural:

$$\gamma(G)=|A|-|V|+1, \quad \text{donde } |A| \text{ es el número de aristas de G y } |V| \text{ es el número vértices de G}$$

: Si $G=(V,A,\varphi)$ es un grafo con $\boldsymbol{k}$ componentes conexas será: $\gamma(G)=|A|-|V|+k$

Si $\gamma(G)=0 \rightarrow$ G es acíclico
Si $\gamma(G)=1 \rightarrow$ G tiene un solo ciclo
Si $\gamma(G)\geq 2 \rightarrow$ G tiene más de un ciclo

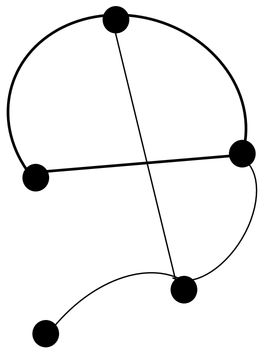
Teorema: Si $G=(V,A,\varphi)$, con $|V|=n$, es un grafo conexo, el número de aristas que deben suprimirse para obtener un árbol maximal **T** es el número cíclico:

Demostración: Por ser T cobertor, tiene todos los vértices de G, luego $|V| = n$ y por ser árbol (grafo conexo y Acíclico), el número de aristas será: $|A| = |V| - 1$ $\left(\text{porque:} 0 = |A| - |V| + 1\right)$

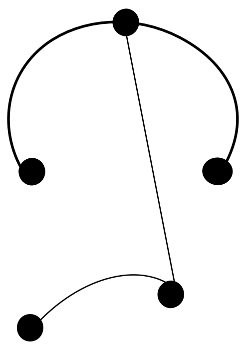
El número de aristas que hay que suprimir para obtener T será la diferencia entre el número de aristas de G y el número de aristas de T, es decir:

$$|A| - \left(|V| - 1\right) = |A| - |V| + 1 = \gamma(G)$$

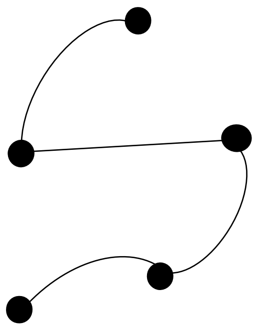
Ejemplo:



$$|A| = 6; \;\; |V| = 5 \;\; \rightarrow \gamma(G) = 6 - 5 + 1 = 2$$



T_1

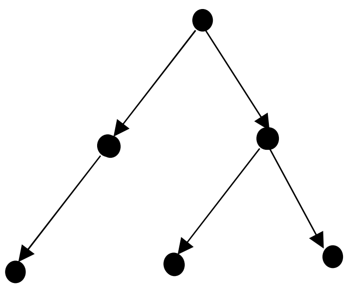


T_2

Árbol Orientado o con Raíz: Un grafo $\vec{G} = \left(V, A, \Phi\right)$ es un árbol orientado de raíz v_1 **Є** a V si:

- Todo vértice distinto de v_1 es extremo terminal de un solo arco
- $\vec{G}$ no tiene circuitos
- La raíz v_1 no es extremo terminal de ningún arco.

v_1



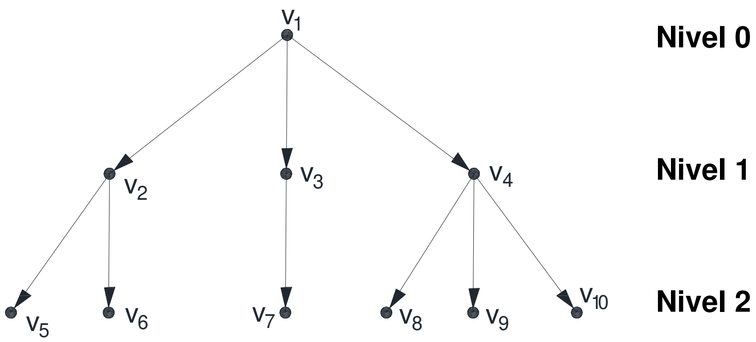
Una vez determinada la raíz (v_1) ningún arco podrá llegar a v_1 (v_1 está ubicado en el **Nivel Cero**), pero sí podrán salir arcos de ella.

Los vértices donde terminan los arcos que salen de v_1 se denominan vértices de **Nivel Uno**.

Ningún vértice del Nivel 1 podrá tener otros arcos que lleguen a él, pero sí pueden tener arcos que salgan de cada uno de ellos.

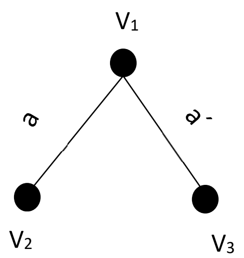
Los arcos que salen de un vértice del nivel 1 terminan en vértices que pertenecen al **Nivel Dos.**

Los vértices de los cuales no salen otros arcos reciben el nombre: **Hojas o Vértices Pendientes del árbol.**



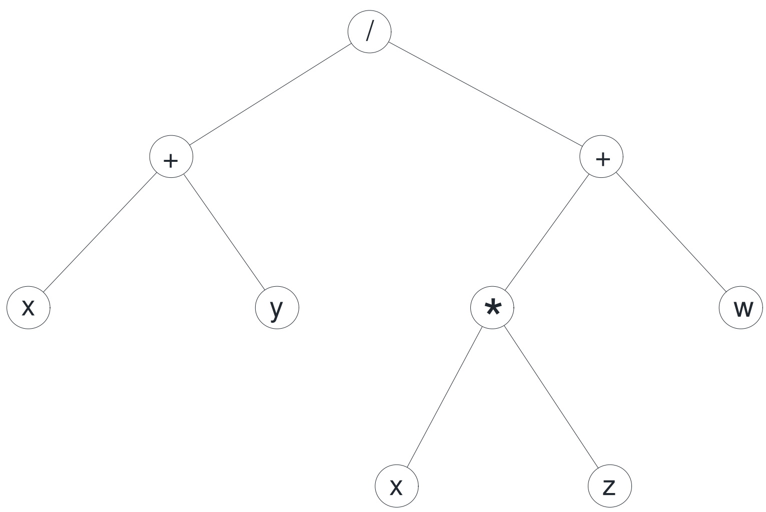
<u>Árboles con raíz ordenados</u>: Son los árboles en los cuales las aristas están ordenadas.

Sea T un árbol ordenado, **a** y **a´** dos aristas que parten de un vértice $\mathbf{v_1}$ y van a los vértices $\mathbf{v_2}$ y $\mathbf{v_3}$; si **a** precede a **a´** en el orden de T dibujamos la arista **a** a la izquierda de la arista **a´** y, por lo tanto, se establece el mismo orden con los vértices: $\mathbf{v_2}$ precede a $\mathbf{v_3}$**.**

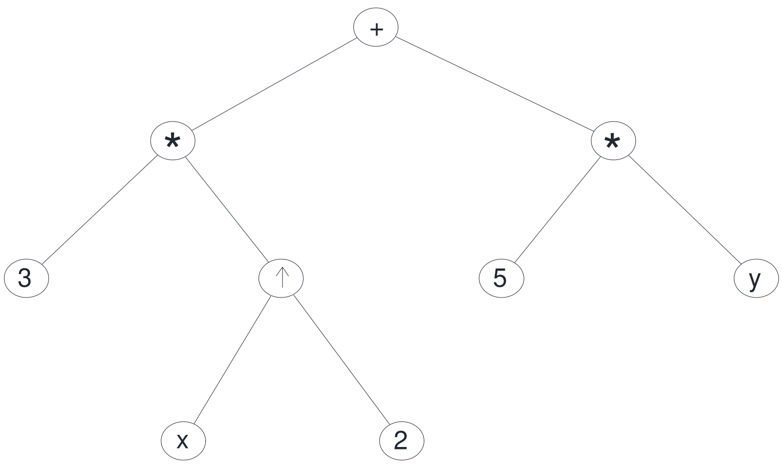


Los árboles que cumplen dichas características se emplean, por ejemplo, para representar operaciones aritméticas.

<u>Ejemplos</u>: 1) $\dfrac{x+y}{(x.z)+w}$



2) $3x^2 + 5y$



Empleamos los siguientes símbolos para las operaciones:

- **potencia:** ↑
- **multiplicación:** *
- **división:** /
- **suma:** +
- **raíz:** √