TÉCNICO LISBOA

Algoritmos Avançados

2.º Semestre 2015/2016 Alameda

Prof. Alexandre Francisco

Prof. Luís Russo

Relatório do Projeto

Search Trees e Longest Substring

69439 Marta Nascimento

76346 José Amaral

Parte 1 – Search Trees

1. Introdução

A primeira parte do projeto tem como objetivo a implementação das operações **tsearch**, **tfind** e **tdelete** para as estruturas de dados Treap. Nesta estrutura cada chave fica associada a uma prioridade gerada aleatoriamente. Esta prioridade é usada para manter a estrutura da árvore uma vez que o seu valor num nó tem que ser superior às prioridades dos seus nós filhos.

Esta estrutura foi implementada nos seguintes passos:

1. Implementou-se as 3 operações para uma estrutura de dados mais simples, ou seja, para árvores de procura binária sem prioridades:
    a. tsearch – procura por um elemento com uma chave específica na árvore. Se não encontrar cria e adiciona um novo elemento com a referida chave na árvore e retorna-o. Caso contrário, retorna logo o elemento encontrado.
    b. tfind – idêntico ao tsearch mas caso não encontre o elemento retorna NULL. Ou seja, não são criados novos elementos. Caso encontre o elemento, retorna-o.
    c. tdelete – remove um elemento da árvore, caso exista, e retorna o seu pai.
2. Acrescentaram-se as prioridades aleatórias à estrutura.
3. Implementaram-se as rotações para a esquerda e direita de acordo com o valor das prioridades para que se mantenha a estrutura da árvore.

2. Resultados Experimentais

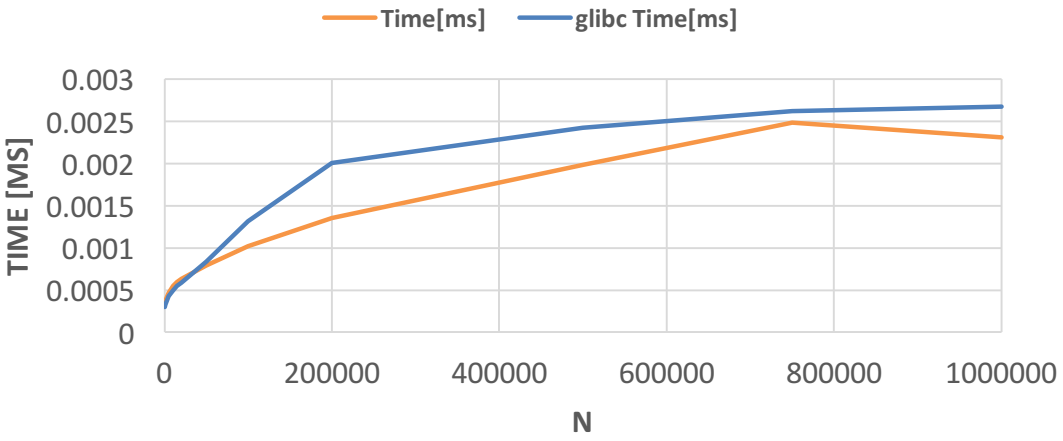
Foram realizadas 12 experiências para cada função em que o resultado apresentado representa a média em 500 iterações. Cada experiência é realizada para N elementos, com chaves e prioridades obtidas aleatoriamente.

Todos os testes foram realizados numa máquina com processador 2.7 GHz Intel Core i5.

Análise Temporal

- **Função tsearch**

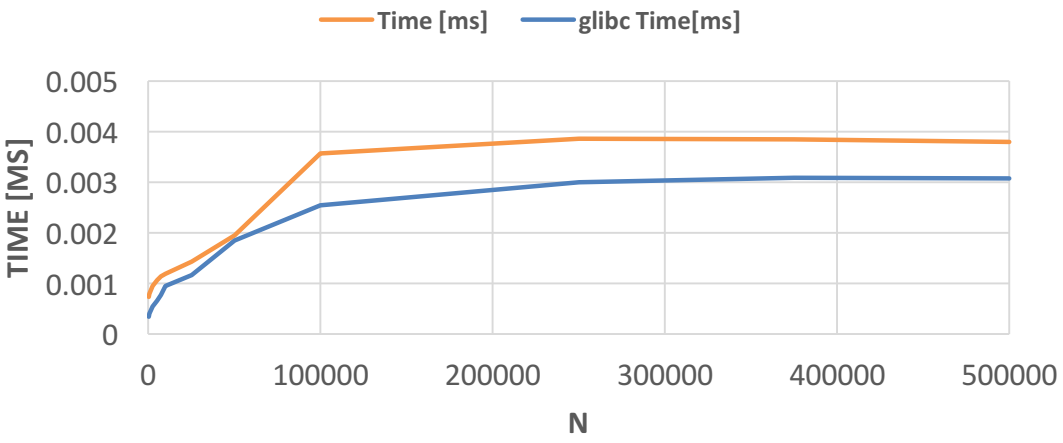
N	Project Time [ms]	Glibc Time [ms]
500	0.000352	0.000299
1000	0.000375	0.000327
5000	0.000469	0.000425
10000	0.000547	0.000495
15000	0.000593	0.000548
20000	0.000633	0.000586
50000	0.000794	0.000837
100000	0.001021	0.001318
200000	0.001355	0.002007
500000	0.001983	0.002423
750000	0.002482	0.002623
1000000	0.002308	0.002672



- **Função tdelete**

Foram primeiramente adicionados aleatoriamente 2N elementos à árvore e posteriormente procedeu-se à remoção da primeira metade (e.g. adicionaram-se 500 elementos e removeram-se 250).

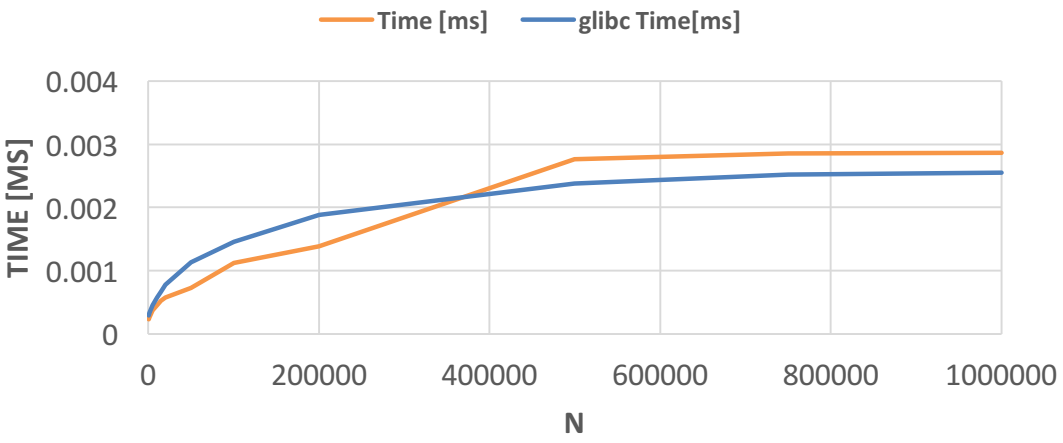
N	Project Time [ms]	Glibc Time [ms]
250	0.000735	0.000345
500	0.000802	0.000399
2500	0.000954	0.000547
5000	0.001062	0.000651
7500	0.001142	0.000768
10000	0.001191	0.000949
25000	0.001426	0.001169
50000	0.001954	0.001847
100000	0.003573	0.002539
250000	0.003866	0.003005
375000	0.003853	0.003084
500000	0.003793	0.003081



- **Função tfind**

Foram primeiramente adicionados aleatoriamente N elementos à árvore e posteriormente procedeu-se à procura desses mesmos elementos.

N	Project Time [ms]	Glibc Time [ms]
500	0.000234	0.000294
1000	0.000266	0.000331
5000	0.000373	0.000459
10000	0.00045	0.000572
15000	0.00053	0.000666
20000	0.000575	0.000782
50000	0.000724	0.001137
100000	0.001123	0.001461
200000	0.001389	0.001888
500000	0.002763	0.002381
750000	0.002858	0.002518
1000000	0.002869	0.002553



Conclusões

Com base nas experiências realizadas é possível constatar que as três operações implementadas, tsearch, tfind e tdelete, têm o comportamento esperado e executam em tempo aproximado $O(\log N)$.

Para o número médio de rotações, para as funções de tsearch e tdelete, obtiveram-se os valores médios de 1.9723 e 1.9149 respetivamente, comprovando assim o valor teórico esperado de duas rotações.

Parte 2 – Longest substrings

1. Introdução

A segunda parte do projeto tem como objetivo implementar um algoritmo que calcula o tamanho das maiores substrings que existem em pelo menos d strings diferentes, onde d varia entre 2 e k, sendo k o número total de strings.

Este algoritmo é composto por duas fases:

- 1ª Fase – Construção da árvore de sufixos generalizada para as k strings. Isto implica implementar o algoritmo de Ukkonen, que permite realizar esta construção em tempo linear.
- 2ª Fase – Percorrer a árvore de sufixos criada na primeira fase para determinar as maiores substrings existentes. Isto é realizado com recurso a uma DFS para realizar a união das listas dos identificadores das strings presentes em cada elemento da árvore. Durante a DFS é também guardado num array de tamanho k – 1 o maior tamanho, na posição d. No final este array poderá estar inconsistente e por isso é necessário percorrê-lo (do fim para o início) para atualizar as substrings maiores que existam em k menores. Ou seja, se uma substring de tamanho 4 existe em três strings (d = 3) diferentes, então existe também para valores de d menores (d = 2 e d = 1). Logo, se o maior tamanho em duas strings for inferior ao das três strings, então terá que ser atualizado.

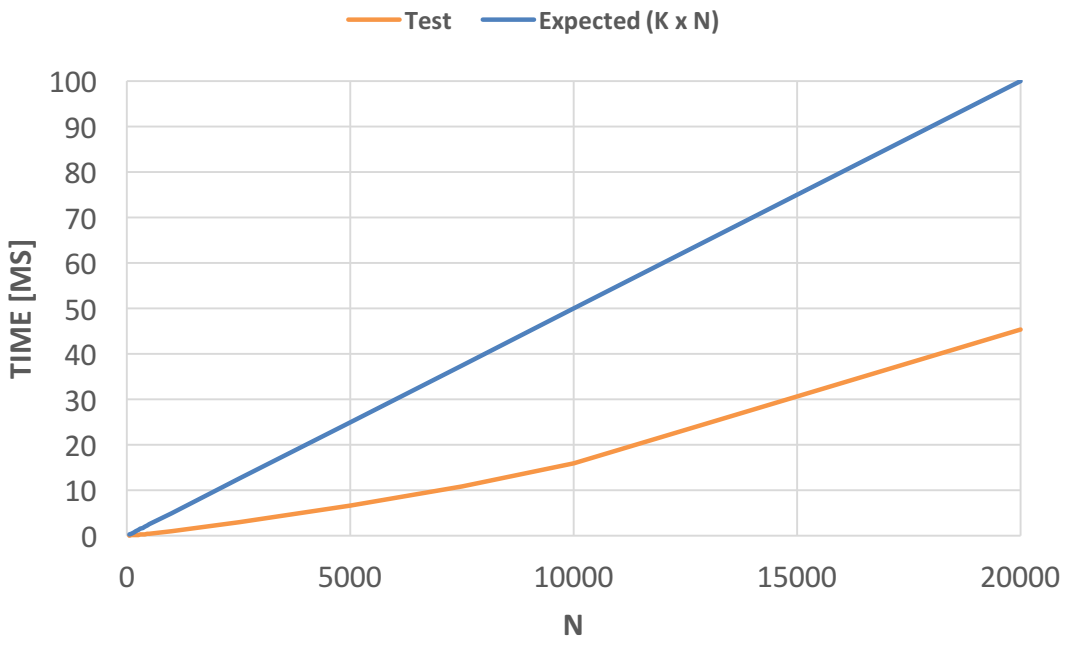
2. Resultados Experimentais

Foram realizadas 16 experiências para o algoritmo de Ukkonen em que o resultado apresentado representa a média em 1000 iterações. Cada experiência é realizada para K = 5 Strings com tamanho N.

Todos os testes foram realizados numa máquina com processador 2.7 GHz Intel Core i5.

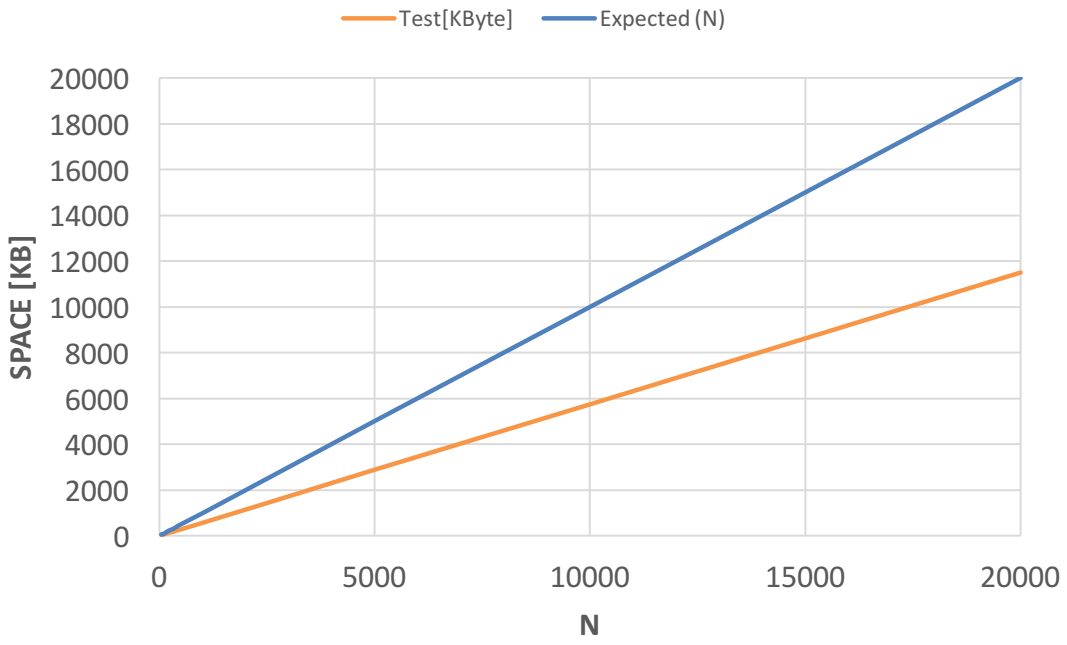
Análise Temporal

N	Project Time [ms]	Expected Time O (KN)
50	0.039469	0.25
100	0.082651	0.5
150	0.123587	0.75
200	0.169557	1
250	0.21067	1.25
300	0.259377	1.5
350	0.306394	1.75
400	0.353895	2
450	0.398577	2.25
500	0.449596	2.5
1000	1.020192	5
2500	2.957694	12.5
5000	6.652066	25
7500	10.896436	37.5
10000	15.937874	50
20000	45.36639	100



Análise Espacial

N	Project Space [KB]	Expected Space O (N)
50	29.125	50
100	58.046875	100
150	86.6875	150
200	114.9765625	200
250	143.8984375	250
300	172.8203125	300
350	200.546875	350
400	230.0390625	400
450	258.890625	450
500	288.515625	500
1000	572.46875	1000
2500	1436.78125	2500
5000	2875.890625	5000
7500	4308.898438	7500
10000	5752.570313	10000
20000	11486.375	20000




```
--------------------------------------------------------------------------------
Command:            ./project 15
Massif arguments:   --time-unit=B --massif-out-file=massif15
ms_print arguments: massif15
--------------------------------------------------------------------------------
```

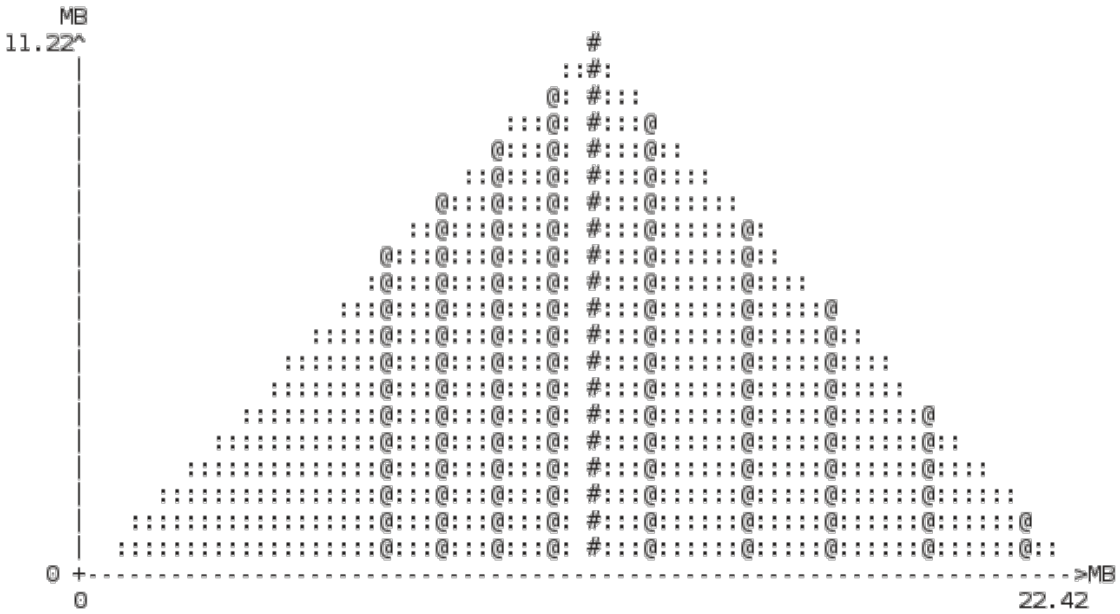


Figura 1 – Gráfico representativo da utilização da memória durante a execução do algoritmo Ukkonen para N = 20000, obtido através da ferramenta *massif* do *valgrind*.

Conclusões

Com base na análise temporal é possível constatar que até um certo ponto (7500 caracteres por cada string), o tempo necessário para aplicar o algoritmo de Ukkonen cresce linearmente. A partir daí as partes do algoritmo que até então poderiam ser amortizadas passam a produzir algum atraso significativo.

Com base na análise espacial é possível constatar que independentemente do tamanho da string generalizada (soma do tamanho de todas as strings) o espaço ocupado cresce linearmente. Devido ao tamanho do gráfico só é apresentado um dos exemplos obtidos com a ferramenta *massif* do *valgrind* mas todas as experiências realizadas tinham o mesmo comportamento).