

Método Monte-Carlo

3175

26 de febrero de 2019

1. Introducción

Los métodos Monte-Carlo son una colección de técnicas que permiten obtener soluciones de problemas matemáticos o físicos por medio de pruebas aleatorias repetidas. En la práctica, las pruebas son resultados de ciertos cálculos realizados con números aleatorios [2]. Un ejemplo de implementación de los métodos Monte-Carlo es la simulación de fenómenos físicos en la investigación en física de partículas y es una herramienta esencial para el diseño de las instalaciones y detectores, así como para el análisis de datos de resultados físicos [3].

2. Objetivo

Determinar el tamaño de muestra requerido para obtener una precisión determinada por el número de decimales correctos en una aproximación obtenida por el método Monte-Carlo.

3. Metodología

Se inicia con el código proporcionado en la práctica 5 [1] con el cual se genera una aproximación de la integral:

$$\int_7^3 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx \quad (1)$$

Se introduce la función y se normaliza multiplicandola por $2/\pi$:

```
1 f <- function(x) { return(1 / (exp(x) + exp(-x))) }
2 suppressMessages(library(distr))
3 g <- function(x) { return((2 / pi) * f(x)) }
```

posteriormente se crea un generador, se definen los límites de los valores que son generados y que son de interés de la integral:

```
1 generador <- r(AbscontDistribution(d = g))
2 desde <- 3
3 hasta <- 7
4 parte <- function() {
5   valores <- generador(pedazo)
6   return(sum(valores >= desde & valores <= hasta))
}
```

Finalmente se paraleliza tomando diferentes tamaños de muestra (100, 1000, 10000, 100000, 1000000), definiendo 50 repeticiones en grupos de 10 para poder observar un valor representativo en los resultados ya que los valores son pseudo

aleatorios. El resultado obtenido en cada iteración finalmente es comparado con el resultado obtenido de Wolfram Alpha para poder observar su precisión en base a los decimales de la diferencia.

```

1  for (resultado in cant){
2    for (cantidad in repeticiones) {
3      for (repetir in 1:10) {
4        pedazo <- resultado
5        cuantos <- cantidad
6        montecarlo <- foreach(i = 1:cuantos, .combine=c) %dopar % parte()
7        stopImplicitCluster()
8        integral <- sum(montecarlo) / (cuantos * pedazo)
9        aproximar<-((pi / 2) * integral)
10       diferencia<-rbind(diferencia , c(abs(aproximar-0.0488340), resultado , cantidad))

```

4. Resultados

En los resultados representados en la figura 1 y 2 (su acercamiento) podemos observar el área debajo de las líneas coloreadas la precisión en cantidad de dígitos (entendiendo la precisión del primer dígito sobre la línea del segundo dígito)

Entonces, se observa que para esperar una aproximación con una precisión de dos dígitos es necesario usar una muestra de tamaño entre 100 y 1,000, para una de de tres dígitos entre 10,000 y 100,000 y para cuatro 1,000,000.

5. Conclusiones

Observando los resultados se puede decir que el tamaño de muestra influye directamente en la precisión de la aproximación, siendo que a mayor tamaño de muestra la precisión aumenta. Al ser el método Monte-Carlo una generación de valores pseudo aleatorios dentro de los mismos grupos de variaciones de muestra se presentaron amplios rangos de resultados por lo que es de gran valor realizar repeticiones para poder observar un valor satisfactorio.

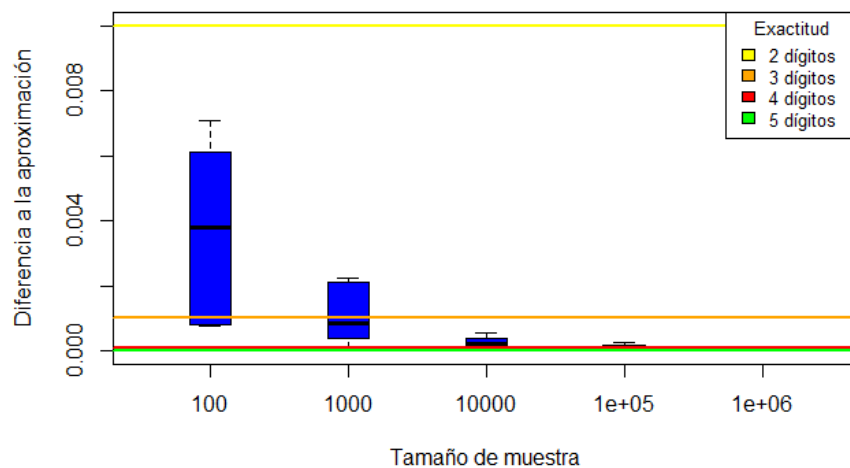


Figura 1: Gráfica con las diferencias entre el valor real y la aproximación de Monte-Carlo

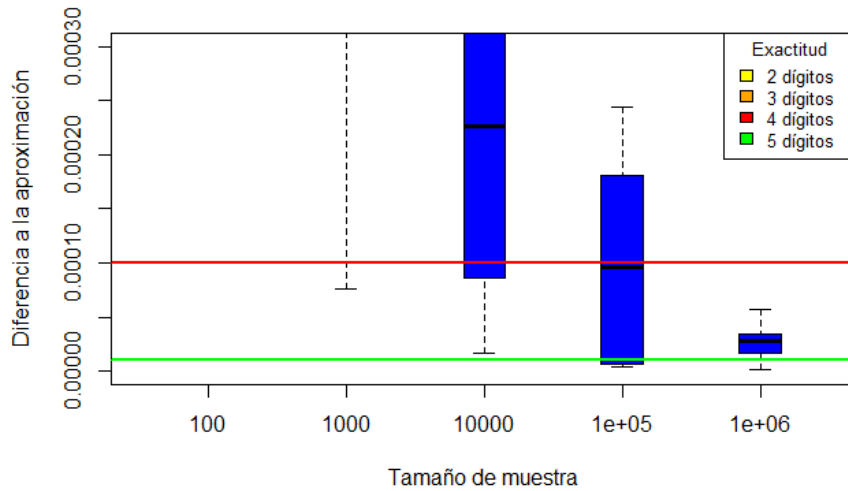


Figura 2: Acercamiento de la gráfica con las diferencias entre el valor real y la aproximación de Monte-Carlo

6. Reto 1

El primer reto consiste en implementar la estimación del valor π con el método de Kurt , paralelizando con el tamaño de muestra para encontrar la relación matemática entre éstas y la precisión obtenida en base a cantidad de decimales correctos.

La técnica de Kurt toma en cuenta el área del cuadrado $= 4r^2$ y el área del círculo $= \pi(r^2)$ por lo que al efectuar la combinación y obtener un coeficiente se obtiene $\pi/4$ pudiendo así obtener el valor de π al multiplicarlo por cuatro.

Considerando un cuadrado con $r=1$ se realiza la función Monte-Carlo para realizar la aproximación:

```

1  apropi=function() {
2    xs <- runif(replicas, min= -0.5, max= 0.5)
3    ys <- runif(replicas, min= -0.5, max= 0.5)
4    in.circle <- xs^2 + ys^2 <= 0.5^2
5    mc.pi <- (sum(in.circle)/replicas)*4
6    return(mc.pi)

```

Finalmente se paralelizó con las siguientes consideraciones: variaciones de tamaño de muestra fueron 10, 100, 1000, 10000, 100000 y 1000000, se realizaron 500 réplicas en grupos de 20 repeticiones.

Los resultados obtenidos observados en las figuras 3 y 4 (que proceden de la misma gráfica) se pueden observar los rangos de la exactitud de cifras en base a la diferencia de los valores de las aproximaciones comparadas con el valor de π real. Encontrando el tamaño de muestra para la precisión de una cifra con un tamaño de muestra de 10, de dos dígitos con un tamaño de muestra entre 100 y 1000, de tres dígitos con un tamaño de muestra de entre 10,000 y 100,000, de cuatro dígitos con un tamaño de muestra de 1,000,000.

Se puede concluir que el método de Monte-Carlo está basado en que a mayor cantidad de tamaño de muestra o puntos generados, se incrementa el acercamiento con el valor real. Se observó un comportamiento parecido al presentado a la aproximación del área de la integral. Debido a esto en la práctica el tamaño de muestra está determinado por la aplicación del valor o dato que se busca obtener.

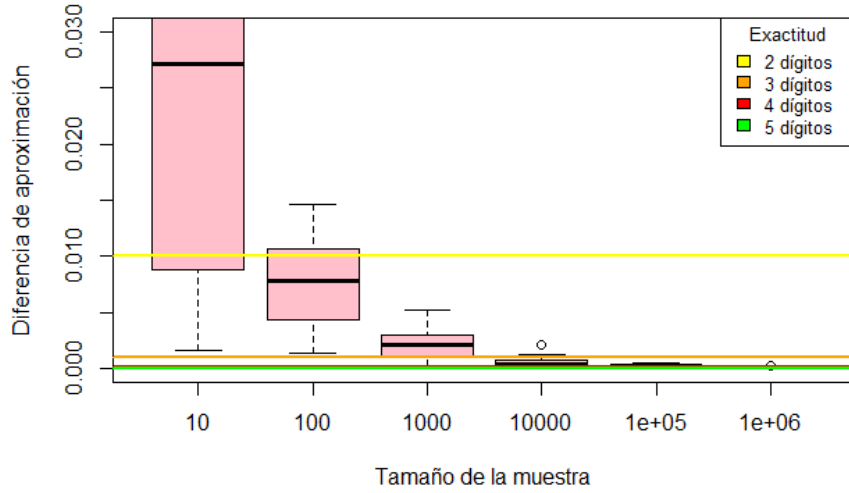


Figura 3: Gráfica de la relación de tamaño de muestra y aproximación de Monte-Carlo al valor π^4

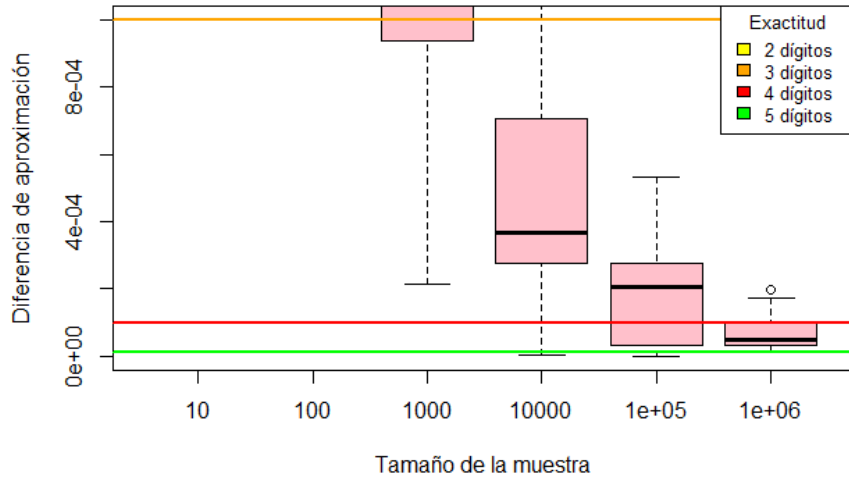


Figura 4: Acercamiento Gráfica de la relación de tamaño de muestra y aproximación de Monte-Carlo al valor π^4

Referencias

- [1] URL <https://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/p5.html>.
- [2] Ángel Franco García. Los métodos montecarlo. Página Web, 2009. URL http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/numerico/montecarlo/montecarlo.html.
- [3] Maria Grazia Pia and Georg Weidenspointner. Monte Carlo Simulation for Particle Detectors. Technical Report

arXiv:1208.0047, Agosto 2012. URL <http://cds.cern.ch/record/1471335>. Comments: CERN Council Open Symposium on European Strategy for Particle Physics, 10 - 12 September 2012, Krakow, Poland.