

El perfil de cuerdas cósmicas no estándares

José Antonio García Hernández

Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM

Seminario de GTD
27 de abril, 2023

Defectos topológicos

Defecto topológico: singularidad que no puede ser removida sin afectar el campo a largas distancias.

Muy estable.

Los tipos de defectos topológicos que puede presentar un sistema se analizan estudiando la topología de la variedad de vacío \mathcal{M} .

Estudiamos sus grupos de homotopía $\pi_n(\mathcal{M})$.

$\pi_n(\mathcal{M})$: cuenta de cuantas maneras un *loop* de n dimensiones no puede contraerse a un punto.

Si $\pi_n(\mathcal{M}) \neq I \Rightarrow$ defectos topológicos.

Si $\pi_n(\mathcal{M}) = \mathbb{Z} \Rightarrow$ carga topológica (*winding number*).


Ejemplos

Ejemplos:

- ▶ $\pi_0(\mathcal{M}) \neq I \Rightarrow$ Pared de dominio (domain wall).
- ▶ $\pi_1(\mathcal{M}) \neq I \Rightarrow$ Vórtice (2d), cuerdas cósmicas (3d)
- ▶ $\pi_2(\mathcal{M}) \neq I \Rightarrow$ Monopolo

Existen varios ejemplos de defectos topológicos en la física de materia condensada.

Pero en la física del universo temprano aun son objetos hipotéticos.



/home/jose/Documents/Maest

Figure: Vórtices en un nemático.


 /home/jose/Documents/Maest

Figure: Vortices cuánticos en gotas de ^4He superfluido.

Mecanismo de Kibble

Se asume que hubo transiciones de fase en las ultimas etapas de inflación, en las cuales pudieron haberse creado defectos topológicos.

Cuerdas Cósmicas

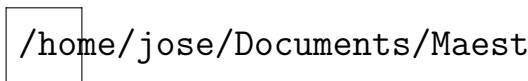


Figure: Vórtices de dos dimensiones uno encima de otro, formando una cuerda en tres dimensiones.

Simetría global exacta $U(1)_{B-L}$

En el modelo estándar la simetría $U(1)_{B-L}$ es global y exacta. B número bariónico, L número leptónico.

Extraño: una simetría exacta solo es natural cuando es local, i.e una simetría de norma.

Simetría de norma

Promovemos $U(1)_{B-L}$ global a $U(1)_{B-L}$ local. La combinamos con $U(1)_Y$.

Introducimos un nuevo acoplamiento de norma h' . Definimos a la nueva carga como

$$Y' = 2hY + \frac{h'}{2}(B - L).$$

Tomamos como grupo de norma a $U(1)_{Y'}$.

El campo de norma \mathcal{A}_μ es introducido para implementar la invarianza de $U(1)_{Y'}$.

Anomalía de norma

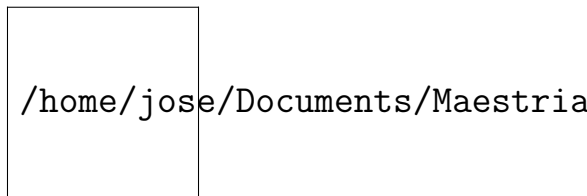


Figure: En cada vértice los quarks de una generación contribuyen con $B = 4$, y los leptones con $L = 3$. $B - L \neq 0$.

Anomalía de norma. Se cura añadiendo un neutrino derecho ν_R ($L = 1$) a cada generación.

Podemos dar masa a los neutrinos con un término masa de Dirac

$$f_\nu \left[\bar{\nu}_R \begin{pmatrix} -\Phi_0 & \Phi_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} + (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} -\Phi_0^* \\ \Phi_+^* \end{pmatrix} \nu_R \right],$$

con f_ν un acoplamiento de Yukawa.

Sin promover $U(1)_{B-L}$ a una simetría de norma podemos dar masa a los neutrinos con un término de masa de Majorana

$$M\bar{\nu}_M\nu_M.$$

Sin embargo, en nuestro escenario, este término está prohibido ya que rompe la simetría $U(1)_{Y'}$.

Para introducir un término de masa tipo Majorana solo para ν_R , independiente de ν_L , introducimos un nuevo campo de Higgs $\chi \in \mathbb{C}$

$$f_{\nu_R} \nu_R^T \chi \nu_R + \text{c.c.},$$

donde f_{ν_R} es un acoplamiento de Yukawa.

Para preservar la invarianza de norma, el campo χ debe tener una carga $B - L = 2$.

Generamos la masa de Majorana por el mecanismo de Higgs usando el nuevo campo de Higgs $\chi \in \mathbb{C}$.

Llamamos v' al valor esperado del vacío de χ .

χ genera una masa de Majorana para el neutrino derecho $M = f_{\nu_R} v'$.

χ se introduce en el Lagrangiano con

$$V' = \frac{m'^2}{2} \chi^* \chi + \frac{\lambda'}{4} (\chi^* \chi)^2.$$

Es natural incluir un término mixto del tipo

$$\frac{\kappa}{2} \Phi^\dagger \Phi \chi^* \chi.$$

Asumimos $v' \gg v$ y $f_{\nu_R} \simeq O(1)$ que da una masa grande al neutrino derecho.

Lagrangiano

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \frac{1}{2}(D^\mu\Phi)^\dagger D_\mu\Phi - \frac{m^2}{2}\Phi^\dagger\Phi - \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 - \frac{\lambda}{4}v^4 \\ & + \frac{1}{2}(D^\mu\chi)^* D_\mu\chi - \frac{m'^2}{2}\chi^*\chi - \frac{\lambda'}{4}(\chi^*\chi)^2 - \frac{\lambda'}{4}v'^4 \\ & - \frac{\kappa}{2}\Phi^\dagger\Phi\chi^*\chi - \frac{\kappa}{2}v^2v'^2 - \frac{1}{4}\mathcal{F}^{\mu\nu}\mathcal{F}_{\mu\nu},\end{aligned}$$

- ▶ $\Phi = (\phi_+, \phi_0)^\top \in \mathbb{C}^2$
- ▶ $D_\mu\Phi = (\partial_\mu + ih\mathcal{A}_\mu)\Phi$
- ▶ $D_\mu\chi = (\partial_\mu + ih'\mathcal{A}_\mu)\chi$

Los campos transforman de la siguiente manera

$$\Phi(x) \rightarrow e^{ih\alpha(x)}\Phi(x),$$

$$\chi(x) \rightarrow e^{ih'\alpha(x)}\chi(x),$$

$$\mathcal{A}_\mu \rightarrow \mathcal{A}_\mu + \partial_\mu\alpha(x),$$

donde $\alpha(x)$ es cualquier función diferenciable de x .

Para que el potencial esté acotado por abajo necesitamos que

$$\lambda > 0, \quad \lambda' > 0, \quad \kappa^2 < \lambda\lambda',$$

y para que ocurra un rompimiento espontáneo de simetría

$$m^2 = -\kappa v'^2 - \lambda v^2 < 0, \quad m'^2 = -\kappa v^2 - \lambda' v'^2 < 0.$$

Ecuaciones de movimiento

$$\begin{aligned}D^\mu D_\mu \Phi &= -m^2 \Phi - \lambda(\Phi^\dagger \Phi) \Phi - \kappa \Phi \chi^* \chi \\D^\mu D_\mu \chi &= -m'^2 \chi - \lambda'(\chi^* \chi) \chi - \kappa \chi \Phi^\dagger \Phi \\ \partial^\lambda \mathcal{F}_{\lambda\nu} &= -\frac{ih}{2} [(D_\nu \Phi)^\dagger \Phi - \Phi^\dagger (D_\nu \Phi)] \\ &\quad -\frac{ih'}{2} [(D_\nu \chi)^* \chi - \chi^* (D_\nu \chi)]\end{aligned}$$

Ansatz

$\mathcal{M} = \text{U}(1) \Rightarrow \pi_1(\text{U}(1)) = \mathbb{Z} \Rightarrow$ cuerdas cósmicas.

Solo consideramos la componente ϕ_0 del campo de Higgs Φ .

Ansatz cilíndrico y estático

$$\begin{aligned}\phi_0(r, \varphi) &= \phi(r)e^{in\varphi} \\ \chi(r, \varphi) &= \xi(r)e^{in'\varphi} \\ \mathcal{A}(r) &= \frac{a(r)}{r}\hat{\varphi}.\end{aligned}$$

Ecuaciones de movimiento

$$\partial_r^2 \phi + \frac{1}{r} \partial_r \phi - \frac{(n + ha)^2}{r^2} \phi - m^2 \phi - \lambda \phi^3 - \kappa \phi \xi^2 = 0$$

$$\partial_r^2 \xi + \frac{1}{r} \partial_r \xi - \frac{(n' + h'a)^2}{r^2} \xi - m'^2 \xi - \lambda' \xi^3 - \kappa \xi \phi^2 = 0$$

$$\partial_r^2 a - \frac{1}{r} \partial_r a - h(n + ha)\phi^2 - h'(n' + h'a)\xi^2 = 0.$$

Condiciones de frontera

$$\phi(0) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \phi(r) = v$$

$$\xi(0) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \xi(r) = v'$$

$$a(0) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} a(r) = -\frac{n}{h} = -\frac{n'}{h'}.$$

Problema con condiciones a la frontera, soluciones numéricas con el método de Newton amortiguado.

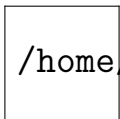
Las soluciones están definidas de manera única al definir v , v' , λ , λ' , h , h' , n y n' .

Escogimos $v' \gg v$.

$v = 246$ GeV se usa para convertir a todas las variables adimensionales a unidades físicas.

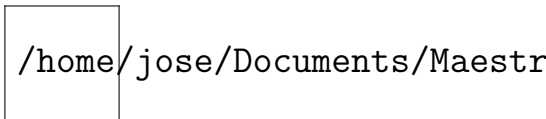
Mostramos el radio r del perfil en unidades de

$$v_{\text{dim'less}} = 0.0008 \text{ fm.}$$

A square box with a black border, containing the text `/home/jose/Documents/Maestr` in a monospaced font. The text is truncated on the right side.

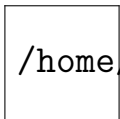
`/home/jose/Documents/Maestr`

Figure: $v = 0.5$, $v' = 1$, $n = n' = h = h' = \lambda = \lambda' = 1$.



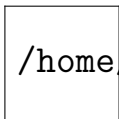
/home/jose/Documents/Maestr

Figure: $v = 0.5$, $v' = 1$, $n = 1$, $n' = 2$, $h = 1$, $h' = 2$,
 $\lambda = \lambda' = 1$.

A square box with a black border, containing the text `/home/jose/Documents/Maestr` in a monospaced font. The text is partially cut off on the right side.


`/home/jose/Documents/Maestr`

Figure: $v = 0.5$, $v' = 2$, $n = -5$, $n' = -1$, $h = 5$, $h' = 1$,
 $\lambda = \lambda' = 1$. This is an example from the $SO(10)$ model.



/home/jose/Documents/Maestr

Figure: $n = h = n' = h' = \lambda = \lambda' = 1$, $v = 0.01$, $v' = 1$.



/home/jose/Documents/Maestr

Figure: $n = -2$, $h = 0.5$, $n' = 10$, $h' = -2.5$, $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$, $\nu = 0.01$, $\nu' = 1$.



/home/jose/Documents/Maestr

Figure: Densidad de energía, $\nu = 0.01$, $\nu' = 1$, $n = -2$,
 $n' = 10$, $h = 0.5$, $h' = -2.5$, $\lambda = \lambda' = 1$. En unidades de
 $4.79 \times 10^{19} \text{ GeV/fm}^3$.

Al integrar la densidad de energía encontramos que la tensión de las cuerdas están en el orden de

$$\mu \sim 10^{10} \text{ GeV}^2.$$

Busqueda de cuerdas cósmicas

Introducimos la variable adimensional

$$G\mu,$$

donde μ es la tensión de la cuerda y

$G = \frac{1}{(1.2 \times 10^{19} \text{ GeV})^2}$ es la constante de Newton.

Mide, por ejemplo, el acoplamiento gravitacional de la cuerda.

Mediciones del power spectrum del CMB

Justo después del *Big Bang* el universo estaba permeado de un plasma de bariones, leptones y fotones.

Cuando el universo tenía $\sim 300,000$ años, los primeros átomos fueron formados.

Dado que los átomos son neutros, los fotones se desacoplaron de la materia. Un proceso llamado *recombinación*.

Esta radiación es llamada CMB.

Si las cuerdas cósmicas existen, tendrían una huella distintiva en el *power spectrum* del CMB.

La radiación que pasa cercana a una cuerda cósmica causaría que las discontinuidades en la desviación de la temperatura del CMB sea del orden

$$\frac{\Delta T}{T} = 8\pi G\mu\beta,$$

donde β es la velocidad transeversal de la cuerda, T es la temperatura promedio y ΔT es la fluctuacion de la temperatura.

/home/jose/Documents/Maest

De acuerdo a las mediciones del CMB obtenidas por PLANCK, la restricción para la tensión de la cuerda es

$$G\mu \lesssim 1.49 \times 10^{-7}.$$

Lentes gravitacionales

Tensor energía momento de una cuerda cósmica
estática

$$T^{\mu\nu} = \mu\delta(x)\delta(y) \text{diag}(1, 0, 0, -1).$$

Lejos de la cuerda el elemento de línea es

$$ds^2 = dt^2 - dr'^2 - r'^2 d\varphi'^2 - dz^2,$$

donde

$$(1-8G\mu \log(r/r_0))r^2 = (1-8G\mu)r'^2, \quad \varphi' = (1-4G\mu)\varphi.$$

Aquí $r \in [0, \infty]$ y $\varphi \in [0, 2\pi)$ y r_0 es una constante.

Esto implica una deficit angular

$$\Delta\varphi = \varphi_{\max} - \varphi'_{\max} = 2\pi - 2\pi(1 - 4G\mu) = 8\pi G\mu.$$

Un objeto detrás de una cuerda cósmica produce dos objetos similares separados por el ángulo

$$\alpha = \frac{l_1}{l_2} \Delta\varphi \sin \theta,$$

asumiendo $G\mu \ll 1$, donde l_1 es la distancia entre la cuerda y el observador, l_2 es la distancia entre la cuerda y el objeto y θ es el ángulo que hace la cuerda con un plano perpendicular entre el observador y el objeto.

/home/jose/Documents/Maest

Ondas gravitacionales

Una de las formas más realistas de detectar cuerdas cósmicas es por su emisión de ondas gravitacionales.

De acuerdo a la Relatividad General, un *loop* oscilante de cuerda cósmica emite radiación gravitacional con una potencia

$$P = \gamma G \mu^2.$$

Estos *loops* tienen una emisión característica de radiación gravitacional producidas por *kinks* y *cúspides*.

Los kinks son discontinuidades en \dot{x}^μ .

Las cúspides son regiones puntiagudas del loop.

Las cúspides producen señales de ondas gravitacionales en la dirección del pico.

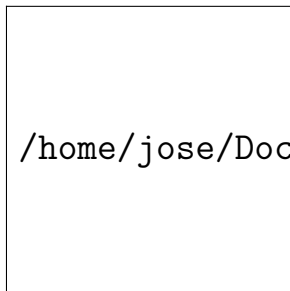


Figure: A loop with a cusp. Near the cusp the speeds of the right and left modes are the speed of light.

La colaboración LIGO/VIRGO han puesto constricciones a la tension de las cuerdas.

Refiriendose a radiación por loops, la constricción de la tensión es

$$G\mu \lesssim 4 \times 10^{-15}.$$

Conclusiones

En esta extensión del MS hemos introducido

- ▶ Un nuevo acoplamiento de norma h'
- ▶ Un neutrino derecho ν_R
- ▶ Un nuevo campo de Higgs $\chi \in \mathbb{C}$

A larga distancia no afecta a la física conocida.

No observado pero en principio detectable.

La tensión de las cuerdas es del orden de 10^{10} GeV.

Obtuvimos soluciones tipo *overshoot* y *coaxiales*.

Es un escenario posible sin contradicciones a la física del modelo estándar.

Detección difícil, pero no están descartadas con las observaciones actuales.

Un argumento válido en su favor es la explicación del porqué la invarianza $B - L$ es una simetría exacta.