José Augusto da Silva Barbosa - 202100 94105

1- Min $\varphi(x) = x_1 + 2x_2$

S.a:

$$-2x_1 + x_2 = 2$$
$$x_1 + x_2 \geq 1$$
$$-5x_1 + 2x_2 \geq -10$$
$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

a) Destaque a região viável:

→ Reescrever como equação:

$$-2x_1 + x_2 = 2$$
$$x_1 + x_2 = 1$$
$$-5x_1 + 2x_2 = -10$$
$$3x_1 + 5x_2 = 15$$

→ Pegando intersecção:

$-2x_1 + x_2 = 2$ x_1 x_2

se $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 2$ $(0,2)$

se $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1$ $(-1,0)$

$x_1 + x_2 = 1$

se $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1$ $(0,1)$

se $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ $(1,0)$

$-5x_1 + 2x_2 = -10$ $\quad x_1 \quad x_2$

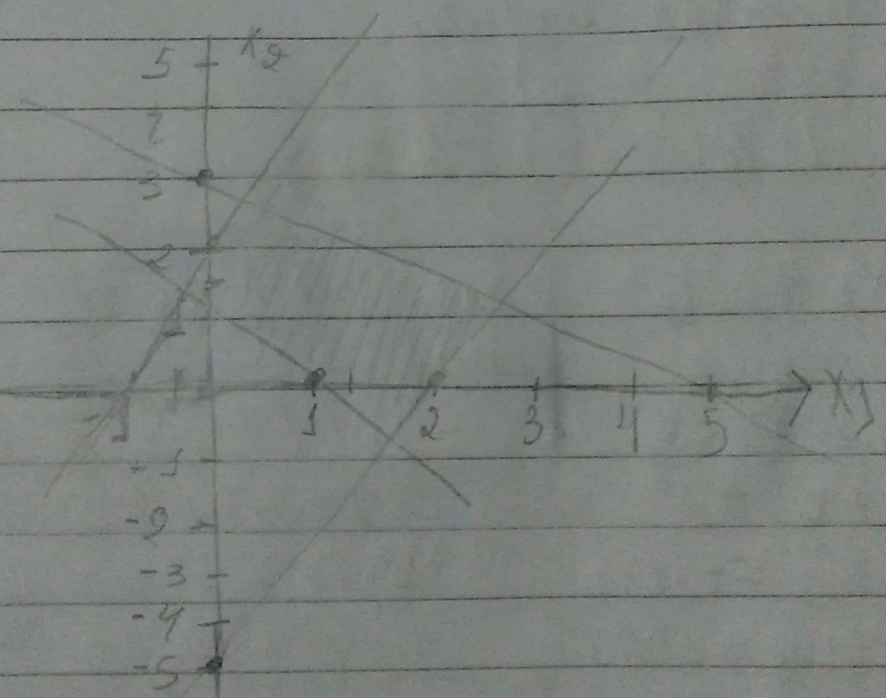
se $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = -5 \quad (0, -5)$

se $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \quad (2, 0)$

$3x_1 + 5x_2 = 15$

se $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 3 \quad (0, 3)$

se $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 5 \quad (5, 0)$



b)

5 1

b)

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

$-2x_1 + x_2 = 2 \rightarrow -2x_1 + 1 - x_1 = 2 \rightarrow -3x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{-1}{3}$

$x_1 + x_2 = 1 \rightarrow x_2 = 1 - x_1 \rightarrow x_2 = 1 - \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{4}{3}$

$\left(\underset{x_1}{\frac{-1}{3}}, \underset{x_2}{\frac{4}{3}}\right)$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 2 \\ -5x_1 + 2x_2 = -10 \end{cases}$$

$-2x_1 + x_2 = 2 \rightarrow (*2) \rightarrow -4x_1 + 2x_2 = 4$

$(-)\ -5x_1 + 2x_2 = -10$

$\boxed{x_1 = 14}$

$\rightarrow -2(14) + x_2 = 2 = -28 + x_2 = 2$

$\boxed{x_2 = 30}$

$(\underset{x_1}{14}, \underset{x_2}{30})$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 2 & (\times 5) \rightarrow -10x_1 + 5x_2 = 10 \;(-1) \\ 3x_1 + 5x_2 = 15 \end{cases}$$

$$3x_1 + 5x_2 = 15$$

$$13x_1 = 5 \rightarrow x_1 = \frac{5}{13}$$

$$\left(\frac{5}{13}, \frac{36}{13}\right) \qquad \rightarrow -2\left(\frac{5}{13}\right) + x_2 = 2$$

$$-\frac{10}{13} + x_2 = 2 \rightarrow x_2 = 2 + \frac{10}{13} = \frac{36}{13}$$

→ Verificar pontos viáveis:

$P_1(14, 30)$ e $P_2(5/13, 36/13)$

$f(x) = x_1 + 2x_2$	$P_1 \rightarrow 14 + 2 \cdot 30$
S.a.:	s.a.:
$-2x_1 + x_2 = 2$	$-2 \cdot 14 + 30 = 2$ ✓
$x_1 + x_2 \geq 1$	$14 + 30 \geq 1$ ✓
$-5x_1 + 2x_2 \geq -10$	$-5 \cdot 14 + 2 \cdot 30 \geq -10$ ✓
$3x_1 + 5x_2 \leq 15$	$3 \cdot 14 + 5 \cdot 30 \leq 15$ F
$x_1, x_2 \geq 0$	
	$P_2 \rightarrow$

2- Aplique o método simplex:

$$\text{MAX } \varphi(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

S.a:

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 20$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

1º passo: colocar função objetiva em função de $\varphi(x)$

$$\varphi(x) - x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0$$

2º passo: Adicionar variáveis de folga

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + xf_1 = 20 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + xf_2 = 20 \end{cases}$$

coluna pivô

$3x_3 + 3x_4 + x_{f_2} = 20$

coluna pivô

tabela 1

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{f_1}	x_{f_2}	b	
L_1	0	1	1	2	3	1	0	20	$\rightarrow 20/3 = 6{,}66$
L_2	0	2	1	3	2	0	1	20	$\rightarrow 20/2 = 10$
L_3	1	-1	-2	-3	-4	0	0	0	

menor

pegar maior valor

$L_1 \rightarrow L_1/3 \rightarrow \boxed{0 \quad 1/3 \quad 1/3 \quad 2/3 \quad 1 \quad 1/3 \quad 0 \quad 20/3}$

$L_2 \rightarrow 2L_1 - L_2 \rightarrow \boxed{0 \quad -1/3 \quad \tfrac{1}{3} \quad -\tfrac{5}{3} \quad 0 \quad 2/3 \quad -1 \quad -20/3}$

$L_3 \to L_3 + 4L_1 \to 1 \quad -1/3 \quad 2/3 \quad -1/3 \quad 0 \quad 4/3 \quad 0 \quad 80/3$

→ Montando tabela atualizada

#	$\phi(x)$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{f1}	x_{f2}	b	
L1	0	1/3	2/3	2/3	1	1/3	0	20/3	$\to \frac{20}{3} \cdot 3 = 20$
L2	0	-4/3	1/3	-5/3	0	2/3	-1	-20/3	$\to -\frac{20}{3} \cdot -\frac{3}{4} = -5$
L3	1	-1/3	2/3	-1/3	0	4/3	0	80/3	

→ menor elemento

→ Menor valor na linha!

$L_2 \to L_2 \cdot -3/4 \to 0 \quad 1 \quad -1/4 \quad 5/4 \quad 0 \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad 5$

$L_1 \to L_1 - 1/3 \cdot L_2 \to 0 \quad 0 \quad 3/4 \quad 1/4 \quad 1 \quad 1/2 \quad -1/4 \quad 5$

$L_3 \to L_3 + 1/3 L_2 \to 1 \quad 0 \quad 7/12 \quad 1/12 \quad 0 \quad 7/6 \quad 1/4 \quad 85/3$

→ Atualizando tabela

#	$\phi(x)$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_{f1}	x_{f2}	b
L1	0	1	-1/4	5/4	0	-1/2	3/4	5
L2	0	0	3/4	1/4	1	1/2	-1/4	5
L3	1	0	7/12	1/12	0	7/6	1/4	85/3

$x_1 = 5$ $\phi(x) = 85/3$

$x_4 = 5$

3- Aplicar método duas fases

$Min\ \phi(x) = -3x_1 - 2x_2 + 5x_3$

S.a:

$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7$

$-6x_1 + 20x_2 - 35x_3 = 17$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

⇒ transformar Min em MAX

$MAX\ \phi(x) = 3x_1 + 2x_2 - 5x_3$

S.a:

$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7$

$-6x_1 + 20x_2 - 35x_3 = 17$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$MAX \; q(x) = 3x_1 + 2x_2 - 5x_3$

S.a:

$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7$

$-6x_1 + 20x_2 - 35x_3 \geq 17$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

→ Criar função objetivo auxiliar

$W = a_1 + a_2$

$a_1 = -3x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 7$

$a_2 = 6x_1 - 20x_2 + 35x_3 + 17$

$W = 3x_1 - 24x_2 + 32x_3 + 24$ → transforma em Max

$MAX \; -W = -3x_1 + 24x_2 - 32x_3 - 24$

$-W + 3x_1 - 24x_2 + 32x_3 = -24$

Linha pivô

B	x_1	x_2	x_3	a_1	a_2	b	
L_1	3	4	3	1	0	7	$\rightarrow 7/4$
L_2	-6	20	-35	0	1	17	$\rightarrow 17/20 \rightarrow$ Menor
$-Z$	13	7	-5	0	0	0	
$-W$	3	-24	32	0	0	-24	

$L_2 \rightarrow L_2/20 \rightarrow -3/10 \quad 1 \quad -7/4 \quad 0 \quad 1/20 \quad 17/20$

$L_1 \rightarrow L_1 - 4 \cdot L_2 \rightarrow 9/5 \quad 0 \quad -4 \quad 1 \quad -1/5 \quad 18/5$

$-Z \rightarrow {}''-Z'' - 2 \cdot L_2 \rightarrow 18/5 \quad 0 \quad -3/2 \quad 0 \quad -1/10 \quad -17/20$

$-W \rightarrow {}''-W'' + 24 \cdot L_2 \rightarrow -21/5 \quad 0 \quad -10 \quad 0 \quad -12/5 \quad -18/5$

$L_1 \cdot L_2 \rightarrow \frac{1}{3}\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ -\frac{1}{5}\ \ \frac{18}{5}$

$-Z \rightarrow {}'' -Z'' - 2 \cdot L_1 \rightarrow \frac{18}{5}\ \ 0\ \ -\frac{3}{2}\ \ 0\ \ -\frac{1}{10}\ \ -\frac{17}{20}$

$-W \rightarrow {}'' -W'' + 21 \cdot L_1 \rightarrow -\frac{21}{5}\ \ 0\ \ -10\ \ 0\ \ -\frac{12}{5}\ \ -\frac{18}{5}$

X	x_1	x_2	x_3	a_1	a_2	b
L_1	-3/10	1	-1/4	0	1/20	17/20
L_2	9/5	0	-4	1	-1/5	9/5
-Z	18/5	0	-3/2	0	-1/10	-17/20
-W	-21/5	0	-10	0	-12/5	-18/5

$\rightarrow \frac{17}{\cancel{20}} \cdot \frac{\cancel{20}}{-7} = -\frac{17}{35}$

$\rightarrow \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{-20} = -\frac{9}{10}$

↳ Menor

$L_2 \rightarrow L_2 / -4 \rightarrow -\frac{9}{20},\ 0,\ 1,\ -\frac{1}{4},\ \frac{1}{20},\ -\frac{9}{10}$

$L_1 \rightarrow L_1 + \frac{1}{4} \cdot L_2 \rightarrow -\frac{87}{80},\ 1,\ 0\ -\frac{1}{16},\ \frac{11}{80},\ -\frac{29}{40}$

$-Z \rightarrow {}'' -Z'' + \frac{3}{2} L_2 \rightarrow \frac{117}{40},\ 0,\ 0,\ -\frac{3}{8},\ -\frac{1}{40},\ -\frac{11}{5}$

$-W \rightarrow {}'' -W'' + 10 L_2 \rightarrow \frac{3}{10},\ 0,\ 0,\ \frac{5}{2},\ \frac{29}{10},\ \frac{54}{10}$

4. Ajustar modelo de acordo com os dados:

MAX $Z = 10x_1 + 8x_2 + x_3$

DOA:

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$
$h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 \leq 10000$
$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_1	1	1	1	1	0	100
x_2	0	-2	-2	-5	1	9500
	0	2	9	10	0	Z+1000

a) → Substituir restrição para limitar a mão de obra

Sor:

$h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 \leq 100$
$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$

b) → Adicionar restrição

$h_{11}x_1 + h_{12}x_2 + h_{13}x_3 \leq 100$

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$

b) → Adicionar restrição

Δa:

$x_1 \leq 50$

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$

$h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 \leq 10000$

c) MAX $Z = 10x_1 + 8x_2 + x_3$

S.a.:

$x_1 + x_2 + x_3 \le 100$

$4x_1 + [illegible]x_2 + [illegible]x_3 \le 10000$

$x_1 \le 50$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

b) transformar em dual

Min $W = 100y_1 + 10000y_2 + 50y_3$

S.a.:

$y_1 + [illegible]y_2 + y_3 \ge 10$

$y_1 + [illegible]y_2 \ge 8$

$y_1 + [illegible]y_2 \ge 1$

$y_1, y_2, y_3 \ge 0$

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Z	
x_4	1	1	1	1	0	0	100
x_5	-2	-2	-5	1	0	0	9500
	2	9	10	0	0	1	7+100

Max $z = 10x_1 + 8x_2 + 5x_3$

s.a.:

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$

$60x_1 + 40x_2 + 20x_3 \leq 6000$

$x_1 \leq 35$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Min $w = 100y_1 + 6000y_2 + 35y_3$

s.a.:

$y_1 + 60y_2 + y_3 \geq 10$

$y_1 + 40y_2 \geq 8$

$y_1 + 20y_2 \geq 5$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$

• O problema dual tem a transposição das relações e com esse arranjo conseguimos observar melhor o peso de cada restrição no modelo primal.