


1ª Lista de Exercícios de Pesquisa Operacional

- 1) A empresa Dalai Lama deseja planejar a produção de incenso. Os incensos requerem dois tipos de recursos: mão de obra e materiais. A empresa fabrica três tipos de incenso, cada qual com diferentes necessidades de mão de obra e materiais, conforme tabela abaixo:

	Modelo		
	A	B	C
Mão de Obra (horas/unidade)	7	3	6
Materiais (g/unidade)	4	4	5
Lucro (R\$/unidade)	4	2	3

A disponibilidade de materiais é de 200 g/dia. A mão de obra disponível por dia é de 150 h. Formule um problema de programação linear para determinar quanto  deve ser produzido de cada tipo de incenso, tal que o lucro seja maximizado.

Variáveis de decisão: x_A = quant. do incenso A, x_B = quant. do B, x_C = quant. do C

Restrições:

$$7x_A + 3x_B + 6x_C \leq 150$$

$$4x_A + 4x_B + 5x_C \leq 200$$

$$x_A, x_B, x_C \geq 0$$

Função Objetivo: Maximizar o lucro

$$L = 4x_A + 2x_B + 3x_C$$

- 2) Certa empresa fabrica dois produtos. Sendo P1 e P2. O lucro unitário do produto P1 é de R\$1.000,00 e o P2 é de R\$1.800,00. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo anual de produção disponível para isso é de 1.200 horas. A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais de P1 e 30 unidades anuais de P2. Qual o plano de produção para que a empresa maximize o seu lucro nesses itens? Construa o modelo de programação linear para esse caso.

Variáveis de decisão: x_1 = quantidade de P1, x_2 = quantidade de P2

Restrições:

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$$

$$x_1 \leq 40$$

$$x_2 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Maximizar o lucro

$$L = 1000x_1 + 1.800x_2$$

- 3) A empresa Politoys S/A fabrica soldados e trens de madeira. Cada soldado é vendido a R\$ 27,00, e utiliza R\$ 10,00 de matéria prima e R\$ 14,00 de mão de obra. Duas horas de acabamento e uma hora de carpintaria são demandadas para a produção de um soldado. Cada trem é vendido por R\$ 21,00 e utiliza R\$9,00 de matéria prima e R\$ 10,00 de mão de obra. Uma hora de acabamento e uma hora de carpintaria são demandadas para a produção do trem. A Politoys não tem problemas no fornecimento de matéria primas, mas só pode contar com 100 horas de acabamento e 80 horas de carpintaria. A demanda semanal de trens é limitada, mas no máximo 40 soldados são comprados a cada semana. A Politoys

deseja maximizar seus ganhos semanais. Formule um modelo matemático a ser utilizado nessa otimização.

Variáveis de decisão: x_1 = nº de soldados / semana, x_2 = nº de trens / semana

Restrições:

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

$$x_1 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Maximizar os ganhos semanais

$$L = 3x_1 + 2x_2$$

- 4) Uma rede de depósitos de materiais de construção tem 4 lojas que devem ser abastecidas com 50 m³ (Loja 1), 80 m³ (Loja 2), 40 m³ (Loja 3) e 100 m³ (Loja 4) de areia grossa. Essa areia pode ser carregada em 3 pontos P1, P2 e P3, cujas distâncias estão no quadro (em Km):

	Loja 1	Loja 2	Loja 3	Loja 4
P1	30	20	24	18
P2	12	36	30	24
P3	8	15	25	20

Deseja-se minimizar a distância percorrida. Formule um modelo matemático a ser utilizado nessa otimização.

Variáveis de decisão: $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}$

Restrições:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 50$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 80$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 100$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34} \geq 0$$

Função Objetivo: Minimizar a distância percorrida

$$D = 30x_{11} + 20x_{12} + 24x_{13} + 18x_{14} + 12x_{21} + 36x_{22} + 30x_{23} + 24x_{24} + 8x_{31} + 15x_{32} + 25x_{33} + 20x_{34}$$

- 5) Uma empresa de comida canina produz dois tipos de rações: **Skits** e **Benji**. Para a manufatura das rações são utilizados cereais e carne. Sabe-se que:

- a ração **Skits** utiliza 5 kg de cereais e 1 kg de carne e a ração **Benji** utiliza 4 kg de carne e 2 kg de cereais;
- o pacote de ração **Skits** custa R\$ 20,00 e o pacote de ração **Benji** custa R\$ 30,00;
- o kg de carne custa R\$ 4,00 e o kg de cereais custa R\$ 1,00;
- estão disponíveis por mês 10.000 kg de carne e 30.000 kg de cereais.

Deseja-se saber qual a quantidade de cada ração a produzir de modo a maximizar o lucro.

Variáveis de decisão: x_1 = quant. de ração de Skits, x_2 = quant. de ração Benji

Restrições:

$$x_1 + 4x_2 \leq 10000$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 30000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Maximizar o lucro

$$L = 11x_1 + 12x_2$$

- 6) Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a 20 u.m. de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a 10 u.m. de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a 30

u.m. de lucro por caixa. De que forma deverá ele carregar o caminhão para obter o lucro máximo? Construa o modelo do problema.

Variáveis de decisão: x_1 = quantidade de cx de pêssego, x_2 = quantidade de cx de tangerina
 $800 - 200 = 600$

Restrições:

$$x_1 + x_2 \leq 600$$

$$10x_1 + 12x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 100$$

$$x_2 \leq 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Maximizar o lucro

$$L = 4.000 + 10x_1 + 30x_2$$

- 7) Para uma boa alimentação o corpo necessita de vitaminas e proteínas. A necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades/ dia e de proteínas é de 36 unidades/dia. Uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 de proteínas. Qual a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível? Cada unidade de carne custa R\$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R\$2,50. Construa o modelo do problema.

Variáveis de decisão: x_1 = quantidade de carne x_2 = quantidade de ovos

Restrições:

$$4x_1 + 8x_2 \geq 32 \text{ vitamina}$$

$$6x_1 + 6x_2 \geq 36 \text{ proteína}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Minimizar o custo

$$C = 3,0x_1 + 2,5x_2$$

- 8) Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa "A" com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa "B", com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer da semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deverá ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores? Construa o modelo do sistema.

Variáveis de decisão: x_1 = quantidade de vezes que o programa A vai ao ar

x_2 = quantidade de vezes que o programa B vai ao ar

Restrições:

$$x_1 + x_2 \geq 5 \text{ propaganda}$$

$$20x_1 + 10x_2 \leq 80 \text{ música}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Maximizar o n° de telespectadores

$$N = 30.000x_1 + 10.000x_2$$

- 9) Uma empresa, após um processo de racionalização de produção, ficou com disponibilidade de 3 recursos produtivos, R1, R2 e R3. Um estudo sobre o uso destes recursos indicou a possibilidade de se fabricar 2 produtos P1 e P2. Levantando os custos e consultando o departamento de vendas sobre o preço de colocação no mercado, verificou-se que P1 daria um lucro de R\$ 120,00 por unidade e P2, R\$ 150,00 por unidade. O departamento de produção forneceu a seguinte tabela de uso de recursos.

Produto	Recursos R1 por unidade	Recurso R2 por unidade	Recurso R3 por unidade
P1	2	3	5
P2	4	2	3
Disponibilidade de recursos no mês	100	90	120

Formule um modelo de programação linear com o objetivo de maximizar o lucro.

Variáveis de decisão: x_1 = quantidade de P1 por mês, x_2 = quantidade de P2 por mês

Restrições:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 100 \quad R1$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 90 \quad R2$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 120 \quad R3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Maximizar o lucro

$$L = 120x_1 + 150x_2$$

10) Uma companhia de transporte tem dois tipos de caminhões: O tipo "A" tem 2 m³ de espaço refrigerado e 3 m³ de espaço não refrigerado; o tipo "B" tem 2 m³ de espaço refrigerado e 1 m³ de espaço não refrigerado. O cliente quer transportar um produto que necessitará de 16 m³ de área refrigerada e 12 m³ de área não refrigerada. A companhia calcula em 1.100 litros o combustível para uma viagem com o caminhão "A" e 750 litros para o caminhão "B". Quantos caminhões de cada tipo deverão ser usados no transporte do produto, com o menor consumo de combustível? Construa o modelo do sistema descrito.

Variáveis de decisão: x_1 = quant. do caminhão tipo A, x_2 = quant. do caminhão tipo B

Restrições:

$$2x_1 + 2x_2 \geq 16 \quad \text{espaço refrigerado}$$

$$3x_1 + x_2 \geq 12 \quad \text{espaço não refrigerado}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: Minimizar o consumo de combustível

$$C = 1100x_1 + 750x_2$$