Descomposicion QR

$$A \rightarrow QR$$

Gram schmidt

Matriz Normal A $\rightarrow$ Matriz Ortogonal Q

Despejar para R

$A \neq Q$

$A \rightarrow Q$ $\quad$ $A \rightarrow QR$

R

Información que Q no trae

Q tiene la peculiar propiedad de que si yo lo multiplico por su transpuesto me va a dar 1.

$$A = QR$$

$$Q^T A = \underbrace{Q^T Q}_{1} R$$

$$Q^T A = R$$

$$A = QR$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad u_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad v_2 = u_2 - \hat{u}_2$$

$$\hat{u}_2 = \frac{u_2 \cdot v_1}{v_1 \cdot v_1} v_1$$

$$\hat{u}_2 = \frac{\begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{u}_2 = \frac{15}{9} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10/3 \\ 10/3 \\ 5/3 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10/3 \\ 10/3 \\ 5/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/3 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{bmatrix} \times 3 \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$w_1 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} \qquad w_2 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/3 \\ 2/3 \\ -2/3 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 2/3 & 2/3 \\ 1/3 & -2/3 \end{bmatrix} \qquad A = QR \quad Q^T A = R$$

$$Q^T = \underbrace{\begin{bmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ -1/3 & 2/3 & -2/3 \end{bmatrix}}_{Q^T} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R}$$

$$A = \overbrace{\begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 2/3 & 2/3 \\ 1/3 & -2/3 \end{bmatrix}}^{Q} \overbrace{\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}^{R}$$

$$A = QR$$

$$A^{-1} = (QR)^{-1} \qquad A^{-1} = R^{-1} Q^{-1}$$

¿Es cuadrada?

¿Tiene rango completo?

$$A^{-1} = R^{-1} Q^T$$

$R \rightarrow$ Es cuadrada

$\rightarrow$ Tiene rango completo

$\rightarrow$ Estable Numéricamente

Una manera más estable de invertir matrices