Descomposicion LU

$$A\vec{x} = \vec{V}$$

$$A^{-1} A\vec{x} = A^{-1} V$$

Cálculo extenso y complejo
Inestabilidad numérica

Descomposición QR $\quad A = Q \cdot R$
Matriz ortogonal $\quad$ Residuos

Descomposición LU

$$A = L \cdot U$$

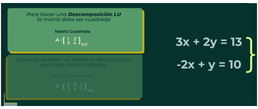
Matriz Triangular Inferior
Lower Triangular Matrix

$$L = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz Triangular Superior
Upper triangular Matrix

$$U = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A\vec{x} = \vec{V}$$



$$A\vec{x} = \vec{V}$$

$$\begin{aligned} 3x + 2y + 3z &= -3 \\ 4x + 0y + 8z &= 0 \\ 1x + 3y + 0z &= 2 \end{aligned} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}}_{\vec{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}}_{\vec{V}}$$

Para aplicar descomposición LU se requiere reducción de filas

aplicar una multiplicación y una suma a una fila

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & 7 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{+x} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -4 & 20 \\ 0 & 4 & -8 \end{pmatrix}$$

Reducción de filas

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_1 + F_2} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Consiste en aplicar sumas y multiplicaciones a las filas dentro de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Triangular Superior

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2F_1 + F_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_1 + F_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

Factorización LU

$$A = L \cdot U$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{L} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}}_{U}$$

1) ¿Cómo le haríamos para llegar al resultado desde un inicio?
2) ¿Cómo nos serviría para remplazar a la inversa?

Cómo hacer Factorización LU?

Descomposición LU

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -2 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

Aplicar reducción de filas

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -2 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{2F_1 + F_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 0 & 16 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{-3F_1 + F_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 0 & 16 & -1 \\ 0 & -8 & 16 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}F_2 + F_3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 0 & 16 & -1 \\ 0 & 0 & 15.5 \end{bmatrix} = U$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -2 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}}_{L} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 0 & 16 & -1 \\ 0 & 0 & 15.5 \end{bmatrix}}_{U}$$

Ejemplo 2

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 1 & -4 & 3 \\ -6 & -4 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{2}F_1 + F_2} \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 8/6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 0 & -6 & 5 \\ -6 & -4 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{3F_1 + F_3}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 0 & -6 & 5 \\ 0 & 8 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{8}{6}F_2 + F_3}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 0 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{41}{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 8/6 & 3 & 1 \end{bmatrix}}_{L} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 0 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{41}{3} \end{bmatrix}}_{U}$$