## Pregunta 1

Resolved la ecuación $1+z+z^2=0$ para $z=(x,y)$ escribiendo

$$(1,0)+(x,y)+(x,y)(x,y)=(0,0)$$

$1+z+z^2$ para $z=(x,y)$ escribiendo

$(1,0)+(x,y)+(x,y)(x,y)=(0,0)$

$(x,y)(x,y)=(x^2-y^2,2xy)$

$(1,0)+(x,y)+(x^2-y^2,2xy)$

$x^2-y^2+x+1,\ y+2xy+0=(0,0)$

$x^2-y^2+x+1=0$

$y+2xy=0$

$y(1+2x)=0$

$y=0$ ó $x=-\frac{1}{2}$

Si $x=-\frac{1}{2}$ $\quad (-\frac{1}{2})^2-y^2+(-\frac{1}{2})+1$

$-y^2+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=0$

$-y^2+\frac{3}{4}=0 \quad y^2=\frac{3}{4}$

$y=\frac{\pm\sqrt{3}}{2}$

Por lo que las soluciones

$z_1=(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}) \quad z_2=(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2})$

## Pregunta 2

Calcular el valor del argumento principal $\mathrm{Arg}(z)$ en los siguientes casos

- $z=2+2i$
- $z=(\sqrt{3}+i)^6$
- $z=\frac{1+3i}{2}$
- $z=-\frac{2}{1+\sqrt{3}i}$

```python
import cmath

z1 = 2 + 2j
print('z1 = ', z1)
print(f'El valor arg de z1 es: {cmath.phase(z1)}')

z2 = (math.sqrt(3) + 1j) ** 6
print('z2 = ', z2)
print(f'El valorarg de z2 es: {cmath.phase(z2)}')

z3 = (1 + 3j) / 2
print('z3 = ', z3)
print(f'El valor arg de z3 es: {cmath.phase(z3)}')

z4 = - 2 / (1 + math.sqrt(3)*1j)
print('z4 = ', z4)
print(f'El valor arg de z4 es: {cmath.phase(z4)}')
```

✓ 0.0s

```
z1 =  (2+2j)
El valor arg de z1 es: 0.7853981633974483
z2 =  (-63.99999999999997-1.4210854715202004e-14j)
El valorarg de z2 es: -3.141592653589793
z3 =  (0.5+1.5j)
El valor arg de z3 es: 1.2490457723982544
z4 =  (-0.5000000000000001+0.8660254037844387j)
El valor arg de z4 es: 2.0943951023931957
```

## Pregunta 3

Expresando los factores individuales de la izquierda en forma polar, efectuar las operaciones requeridas y finalmente, cambiar a coordenadas rectangulares (forma binómica) para obtener el miembro de la derecha y probar así las siguientes igualdades:

- $i(1-\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)=2(1+\sqrt{3}i)$
- $(-1+i)^7=-8(1+i)$
- $(1+\sqrt(3)i)^{-10}=2^{-11}(-1+\sqrt{3}i)$

$i(1-\sqrt{3}i)(\sqrt{3}+i)\overset{?}{=}2(1+\sqrt{3}i)$

$i=re^{i\varphi}=1\cdot e^{i\frac{\pi}{2}}=e^{i\frac{\pi}{2}}$

$1-\sqrt{3}i=re^{i\varphi} \rightarrow r=|1-\sqrt{3}i|=\sqrt{1+3}=2$

$\varphi=\mathrm{arctg}\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right)=\mathrm{argtg}(-\sqrt{3})=-\frac{\pi}{3}$

$e^{i\varphi}=\cos(\varphi)+i\sin(\varphi)$

$1-\sqrt{3}i=2e^{i(-\frac{\pi}{3})}$

$1+\sqrt{3}i=re^{i\varphi} \rightarrow r=|1+\sqrt{3}|=\sqrt{1+3}=2$

$\varphi=\mathrm{argtg}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right)=\frac{\pi}{6}$

$1+\sqrt{3}i=2e^{i\frac{\pi}{6}}$

$\therefore\ e^{i\frac{\pi}{2}}\cdot 2e^{-i\frac{\pi}{3}}\cdot 2e^{i\frac{\pi}{6}}=4e^{i(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6})}=4e^{i(\frac{2\pi}{6})}$

$=4e^{i\frac{\pi}{3}} \rightarrow 4(\cos(\frac{\pi}{3})+i\,\mathrm{sen}(\frac{\pi}{3})$

$=4(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})=2(1+\sqrt{3}i)$