Tipos de matrices

Matriz fila:
Se denomina matriz fila a toda la matriz que consta de una única fila. Donde es de 1 x n dónde n es la longitud de la matriz.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{1\times n}(\mathbb{K})$$

EJEMPLO 3.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{1\times 6}(\mathbb{R})$$

es una matriz fila.

MATRIZ COLUMNA:

Se denomina matriz columna a toda matriz que consta de una única columna. Es decir m x 1 donde m es la longitud de la columna.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{m\times 1}(\mathbb{K})$$

Ejemplo 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 1}(\mathbb{R})$$

es una mtriz columna.

MATRIZ NULA:

Se denota como O a la matriz nula, matriz con todos sus coeficientes nulos.

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$$

MATRIZ CUADRADA:

Se denomina matriz cuadrada de orden n a toda matriz que consta de n filas y n columnas

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

Ejemplo 5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$$

Es una matriz cuadrada de orden 2.

MATRICES CUADRADAS

Dentro de ámbito de las matrices cuadradas caben las siguentes definiciones y tipos particulares de matrices:

DIAGONAL PRINCIPAL.
Se denomina diagonal principal de una matriz cuadrada A a los elementos a_{ii} con i = 1, ... , n

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

MATRIZ DIAGONAL.

Una matriz diagonal es la cual $a_{ij} = 0$ siempre que $i \neq j$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

Basicamente una matriz diagonal, todos los elementos exceptos los de la diagonal principal son cero.

Ejemplo 6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$$

Es una matriz diagonal de orden 3

MATRIZ ESCALAR.

Una matriz escalar es una matriz diagonal en la cual $a_{ii} = \lambda, \ \forall i = 1, \dots, n$

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

Basicamente una matriz escalar, es una que en todos los elementos de la diagonal principal tiene el mismo escalar y todo lo demas son ceros.

Ejemplo 7.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$$

es una matriz escalar con $\lambda = 7 \in \mathbb{R}$ de orden 3.

Matriz Identidad.

Se denomina matriz unidad o matriz identidad de orden n, y se denota como I_n a la matriz escalar en la cual todos los elementos de la diagonal son 1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

Ejemplo 8

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Son las matrices identidad de orden 2 y 3, respectivamente

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR

Se denomina matriz triangular superior a toda la matriz en la cual $a_{ij} = 0, \ \forall i > j$. Es decir, todos los elementos situados por debajo de la diagonal principal son nulos.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR.

Se le denomina matriz triangular inferior a toda la matriz en la cual $a_{ij} = 0, \ \forall i < j$. Es decir, todos los elementos situados por encima de la diagonal principal son nulos.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$$

EJEMPLO 9

Esta es una matriz triangular superior de orden 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

y esta es una matriz triangular inferior también de orden 4

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

CASO GENERAL

Para matrices en general (no necesariamente cuadradas) se mantendrá la denominación de matriz triangular superior cuando $a_{ij} = 0, \ \forall i > j$. Más adelante se estudiarán en profundidad unos tipos especiales de estas matrices (Las matrices escalonadas) qué tendrán una importancia determinante en nuestros estudios.

Las matrices superiores, si no son cuadradas, se corresponden con los siguientes casos, dependiendo si m < n o n <m respectivamente.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2m} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{mm} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

EJEMPLO 1O

Estas son matrices triangulares superiores de orden 4 x 6 y 5 x 3 respectivamente

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 8 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$