La estructura de un cuerpo:

Cuerpo. Sea $\mathbb{K}$ un conjunto dotado de dos operaciones, adición (+) y multiplicación (.) Digamos que $\mathbb{K}$ es un cuerpo si para todo a,b $\in \mathbb{K}$ se cumple las siguientes condiciones:

- + y • son operaciones internas sobre $\mathbb{K}$: a + b $\in \mathbb{K}$ y a * b $\in \mathbb{K}$
- + y * son operaciones conmutativas: a + b = b + a y a * b = b * a
- + y ¨* son operaciones asociativas: (a + b) + c = a + (b + c) y (a * b) * c = a * (b * c)
- Hay un elemento neutro para la adición: a + 0 = 0 + a = a $\forall a \in \mathbb{K}$
- Hay un elemento neutro para multiplicación (distinto del neutro de la adición): a * 1 = 1 * a = a $\forall a \in \mathbb{K}$
- Elemento opuesto: $\forall a \in \mathbb{K}$ hay otro elemento -a $\in \mathbb{K}$ tal que a + (-a) = (-a) + a = 0

Elemento inverso: $\forall a \in \mathbb{K}, a \neq 0$ hay otro elemento $a^{-1} \in \mathbb{K}$ tal que a * a^{-1} = a^{-1}* a = 1

La operación * es distrivutiva respecto + : a * (b + c) = a * b + a * c

Observación: Cuando no pueda haber confución quitaremos el signo * para detonar la operación de mutiplicación. Es decir, se denota a*b como ab.

Los cuerpos mas conocidos son los reales, racionales y complejos tambien lo son.
En su lugar los naturales y los enteros no son un cuerpo, pues no cumplen todas las caracteristicas.

PROPIEDADESDE LOS CUERPOS.

Propiedades de los cuerpos. En un cuerpo $\mathbb{K}$ se verifica las siguientes propiedades:

- Propiedad de simplificación para la suma: a + b = a + c => b = c
- Los neutros (0 y 1) son únicos.
- Cada elemento diferente de 0 tiene un único inverso.
- 0 es absorvente para la multiplicación: a * 0 = 0 $\forall a \in \mathbb{K}$
- $\mathbb{K}$ no tiene divisores de 0: ab = 0 => a = 0 o b = 0
- Cada elemento tiene un único opuesto.

CUERPOS CONOCIDOS
Ejemplo 1
Algunos de los cuerpos más conocidos son:

- $\mathbb{Z}_2 = \{1, 0\}$ Cuerpo finito de dos elementos
- $\mathbb{Q}$: Los números racionales

  - suma: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

  - producto: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$
- $\mathbb{R}$: Los números reales
- $\mathbb{C}$: Los números complejos

  - suma: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

  - producto: $(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$ $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

Ejemplo 2:
Los números naturales $\mathbb{N} := \{0, 1, 2, \ldots\}$ no son un cuerpo. No hay elementos opuestos para ningún eleemento del conjunto.

EL CUERPO $\mathbb{Z}_2$

Entremos un poquito más en detalle en este cuerpo tan interesante:

- Consta de 2 elementos : el 1 y el 0
- Su tabla de suma y producto son las siguientes:

Tabla suma:

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Tabla producto

•	0	1
0	0	0
1	0	1