

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA MADRE Y MAESTRA

Maestría en Economía Aplicada

Economía Matemática I: Práctica Optimización Univariada

1. Diga si las siguientes funciones son crecientes o decrecientes en los puntos dados:
 - a. $f(x) = 2x^3 - 12x^2$ en $x = 3$
 - b. $f(x) = \ln(x)$ en $x = 13$
 - c. $f(x) = e^x x^{1.5}$ en $x = 4$
 - d. $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$ en $x = e$
2. Optimice las siguientes funciones y diga si el óptimo es un máximo o un mínimo:
 - a. $f(x) = 4x - 3\ln(x)$
 - b. $f(x) = 120x^{0.7} - 6x$
 - c. $f(x) = 20\ln(x) - 4x$
 - d. $f(x) = 36x - \frac{x+1}{x+2}$
3. **“Peluchitos SRL”** produce dos tipos de peluches: Muñingos y UliUlis. En la producción de ambos sólo se utiliza mano de obra (L). Las funciones de producción están dadas por $Q_M = 4L_M^{1/2}$ y $Q_U = 10L_U$. Peluchitos paga un salario de \$110 por hora y los precios de venta de ambos peluches son \$450 y \$45, respectivamente. La planta de producción tiene una capacidad máxima de 60 operadores.
 - a. ¿Cuál es la expresión para el beneficio de la firma?
 - b. ¿Cuánta mano de obra deberá emplearse en cada tipo de peluche?
 - c. ¿Cuál es la cantidad óptima necesaria de cada peluche para maximizar el beneficio? ¿Cuál es el beneficio máximo?
 - d. Verifique que este beneficio es un máximo y no un mínimo
 - e. ¿Cómo explica usted que se emplee más mano de obra en la fabricación del peluche que se vende más barato en el mercado?
 - f. ****Suponga que el salario no es exógeno, sino que es una función lineal de la mano de obra $w(L) = \alpha + \delta L$.**
 - i. ¿Por qué es una función **positiva**?
 - ii. *****¿Cuál es la relación cualitativa entre L^* y el parámetro δ ?** Interprete.
4. En el mercado de bienes, una firma monopolista es considerada tomadora de precios. ¿Es la firma fijadora de precios también monopolista en el mercado de insumos?
5. Asuma una firma tomadora de precios en ambos mercados (de bienes y de insumos) y encuentre e interprete la CPO. Halle la CSO.
6. Derive la CPO y CSO para una firma fijadora de precios en el mercado de insumos:
 $\pi(L) = IT(Q(L)) - w(L)L$
7. Asuma $P = 16$; $w = 4L^{1/2}$ y $Q = 2L^{1/2}$; Halle L^* y π máximo
8. Muestre que si la firma es fijadora de precios en el mercado de bienes y tomadora de precios en el mercado de insumos la CPO puede escribirse como
$$P \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{QP}} \right) \frac{dQ}{dL} = w$$

9. Considere una firma fijadora de precios en bienes e insumos con función inversa de oferta de mano de obra $w = 2 + 2L$, función de producción $Q = 2L$ y función de Ingreso Medio $IME = P = 25 - 0.5Q$. Halle w^* y L^* . Suponga que los empleados se sindicalizan y exigen un salario mínimo más elevado que el de equilibrio.
 - a. ¿Qué opciones tiene la empresa? ¿Qué salario mínimo garantiza una maximización de los **ingresos**?
 - b. ¿Qué salario mínimo garantiza una maximización del **empleo**?
10. Considere una firma que maximiza beneficios tomando como variable de decisión la mano de obra L , que a su vez determina la producción Q según la función $Q = L^{1/2}$. El salario w es independiente de la mano de obra y el Ingreso viene dado por $IT = 2Q$.
 - a. Halle la mano de obra que maximiza el beneficio (L^*) en función del salario.
 - b. ¿Cómo cambia L^* cuando w cambia infinitesimalmente?
 - c. ¿Qué interpretación daría a este último resultado?
11. Considere una firma que maximiza beneficios tomando como variable de decisión la mano de obra L , que a su vez determina la producción Q según la función $Q = 4L^{0.25}$. El salario w es independiente de L y el Ingreso Total está dado por $IT = 0.5Q$.
 - a. Halle la mano de obra que maximiza el beneficio (L^*) en función del salario.
 - b. ¿Cómo cambia L^* cuando w cambia infinitesimalmente?
 - c. ¿Qué interpretación daría a este último resultado?
 - d. *Grafique
12. En los siguientes ejercicios, escriba la CPO y CSO y halle Q^* y π^* para una firma tomadora de precios con función de costos $CT = 10 + Q + Q^2/2$ y precio igual a 10
 - a. La firma enfrenta un impuesto por unidad producida t , por tanto sus costos se incrementan en tQ unidades monetarias. Halle dQ^*/dt .
 - b. La firma enfrenta un impuesto proporcional al beneficio τ , por tanto sus beneficios disminuyen en τQ unidades monetarias. Halle $dQ^*/d\tau$.
 - c. La firma enfrenta un impuesto fijo a la cantidad unidad producida λ , por tanto sus costos se incrementan en λ unidades monetarias. Halle $dQ^*/d\lambda$.
 - d. Comente sobre las magnitudes de los diferentes Q^* . ¿Halla algo extraño asumiendo los diferentes tipos de impuestos?
13. En los siguientes ejercicios, escriba la CPO y CSO y halle Q^* y π^* para una firma fijadora de precios con función de costos $CT = 10 + Q + Q^2/2$ e Ingreso Medio igual a $IME = P = 10 - Q$
 - a. La firma enfrenta un impuesto por unidad producida t , por tanto sus costos se incrementan en tQ unidades monetarias. Halle dQ^*/dt . Compare con 12.a
 - b. La firma enfrenta un impuesto proporcional al beneficio τ , por tanto sus beneficios disminuyen en τQ unidades monetarias. Halle $dQ^*/d\tau$. Compare con 12.b
 - c. La firma enfrenta un impuesto fijo a la cantidad unidad producida λ , por tanto sus costos se incrementan en λ unidades monetarias. Halle $dQ^*/d\lambda$. Compare con 12.c
 - d. Comente sobre las magnitudes de los diferentes Q^* . ¿Halla algo extraño asumiendo los diferentes tipos de impuestos?
14. Considere una firma fijadora de precios en bienes e insumos con función inversa de oferta de mano de obra $w = 2 + 2L$, función de producción $Q = 2L$ y función de Ingreso Medio $IME = P = 25 - 0.5Q$. La firma debe pagar un impuesto a la seguridad social σ igual a una proporción del salario que paga, y por tanto sus costos se incrementan en σwL .
 - a. Halle w , L^* y π^* en función de σ .
 - b. Halle $dL^*/d\sigma$ y $dw^*/d\sigma$.
 - c. Suponga $\sigma = 20\%$, cuál es el empleo y salario óptimo