

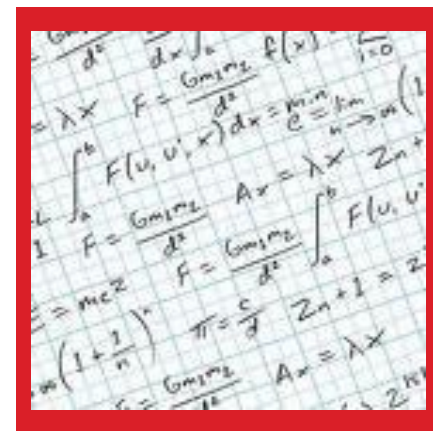


PUCMM

Maestría en Economía Aplicada

Economía Matemática I

Septiembre - Diciembre, 2017



Introducción y Preliminares

MEA-611-T Economía Matemática I

- Cuatrimestre: Septiembre – Diciembre 2017
- Facilitador: Oscar Iván Pascual
- Contactos:
 - M. 829.855.6631
 - Correos: o.ivan.pascual@gmail.com / o.pascual@bancentral.gov.do
- Evaluación:

Actividad	Valor
Evaluación(es) parcial(es)	40%
Ejercicios prácticos	30%
Evaluación final	30%
Total	100%

+ Reglas de juego

MEA-611-T Economía Matemática I

- Prácticas no entregables (salvo excepciones)
- 1 ó 2 pruebas sorpresa
- Carpeta compartida (Dropbox/Google)
- Móviles en silencio/vibrador
- Llamadas en el pasillo
- Cena de fin de cuatrimestre



Economía Estática vs. Dinámica



Economía Estática:

Análisis en un punto del tiempo

Asume la existencia de equilibrios

Se buscan valores

Economía Dinámica

Análisis a lo largo de un período de tiempo

Analiza las trayectorias y convergencia

Se buscan funciones

+ Contenido

- ▶ **Economía Matemática I [«Estática»]:**
 - ▶ Unidad I: Preliminares y Modelos Económicos
 - ▶ Unidad II: Matrices y Determinantes
 - ▶ Modelos de Ingreso Nacional
 - ▶ Modelos I/O de Leontief
 - ▶ Procesos (cadenas) de Markov
 - ▶ Unidad III: Aplicaciones del Cálculo Diferencial
 - ▶ Estática Comparativa
 - ▶ Unidad IV: Optimización no restringida*
 - ▶ Unidad V: Optimización restringida*
 - ▶ Unidad VI: Programación Lineal



...Y luego:

- ▶ **Economía Matemática II [«Dinámica»]:**
 - ▶ Parte I: Preliminares
 - ▶ Estática vs. Dinámica
 - ▶ Integración y Aplicaciones
 - ▶ Parte II: Ecuaciones Diferenciales y en Diferencias
 - ▶ Ecuaciones Diferenciales de 1er Orden
 - ▶ Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior
 - ▶ Ecuaciones en Diferencias de 1er Orden
 - ▶ Ecuaciones en Diferencias de Orden Superior
 - ▶ Sistemas de Ecuaciones
 - ▶ Parte III: Teoría del Control Óptimo



+ Bibliografía

- ▶ Chiang, Alpha C. y Kevin Wainwright (2006). **Métodos fundamentales de Economía Matemática.** Ed. McGraw Hill, Madrid.
- ▶ Lomelí, Héctor y Beatriz Rumbos (2003). **Métodos Dinámicos en Economía. Otra búsqueda del tiempo perdido.** Ed. Thomson.
- ▶ Toumanoff, Peter y Nourzad, Farrokh (1994). **A Mathematical Approach to Economic Analysis.** West Publishing Company
- ▶ Afonso, Oscar y Vasconcelos, Paulo (2015). **Computational Economics: A Concise Introduction,** Routledge.



Preliminares



¿Qué se supone sabemos?



- Álgebra

- Funciones

- Ecuaciones (sistemas)

- Factorización

- Geometría Cartesiana (Analítica)

- Gráficas

- Pensar



¿Qué se supone sabemos?



- Resuelva para 'x': $4^{(x^2y+y)} = 32$
- ¿Qué forma algebraica tiene la solución del sistema? $\begin{cases} y = x^2 - 5x + 5 \\ y = 2x - 7 \end{cases}$ ¿Y geométrica?
- Muestre que los ceros no triviales de $\zeta(s)$ tienen parte real igual a $\frac{1}{2}$; donde $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$

+

¿Qué se supone sabemos?

- Halle la pendiente de la recta con intercepto en $y = 7$ y que pasa por $(5, -3)$
- Halle la inversa de:
$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
- Sean $y = 2x + 3$ y $z = y^2 - 1$; halle $z(x = 2)$



La *Matematización* de la Economía



La *Matematización* de la Economía



- Lenguaje matemático:
 - Riguroso
 - Simple[?]
 - General
- Críticas: el comportamiento humano no es, **por lo general**, cuantificable



La *Matematización* de la Economía



- Los Clásicos
- Precursores:
 - Cournot (Oligopolio)
 - Walras, Jevons, Menger, Fisher (Marginalismo, Teoría del Equilibrio General)
 - Edgeworth (Función de Utilidad, Curvas de indiferencia...)
- Aportes en la aplicación de conceptos Matemáticos a problemas Económicos



La *Matematización* de la Economía



- S. XX y Actualidad
 - Cálculo Diferencial e Integral
 - Estática Comparativa
 - Eficiencia en el sentido de Pareto
 - Modelos Lineales
 - Modelos Insumo-Producto



La *Matematización* de la Economía



- S. XX y Actualidad
 - Optimización
 - Programación Lineal
 - Programación No Lineal
 - Control Óptimo
 - Análisis Funcional



La *Matematización* de la Economía



- S. XX y Actualidad
 - Teoría de Juegos
 - Teoría de la firma
 - Economía Computacional
 - Agent-based Computational Economics
 - Econometría [...]



Modelos Económicos

+ Modelos

■ «*Abstracción de la realidad en un marco teórico-analítico con el fin de comprender/estudiar fenómenos de elevada complejidad*»

■ Modelos Económicos:

■ Matemáticos

■ No Matemáticos

+ Modelos Matemáticos

- Los Modelos Matemáticos por lo general se expresan en una o varias ecuaciones
- Si se buscan uno o varios equilibrios, las ecuaciones deben ser «*resueltas*»
- Si el problema es de optimización, se hallan los puntos que cumplen con ciertas condiciones de optimalidad

+ Modelos Matemáticos



■ Análisis de Equilibrio:

Micro

$$Q_{d1} - Q_{s1} = 0$$

$$Q_{d1} = a_0 + a_1P_1 + a_2P_2$$

$$Q_{s1} = b_0 + b_1P_1 + b_2P_2$$

$$Q_{d2} - Q_{s2} = 0$$

$$Q_{d2} = \alpha_0 + \alpha_1P_1 + \alpha_2P_2$$

$$Q_{s2} = \beta_0 + \beta_1P_1 + \beta_2P_2$$

Macro

$$Y = C + I_0 + G$$

$$C = a + b(Y - T)$$

$$T = d + tY$$

$$G = gY$$

+ Modelos Matemáticos



- **Estática Comparativa:** Análisis del comportamiento de los agentes económicos ante cambios en las posiciones de equilibrio (parámetros, variables exógenas...)

+ Modelos Matemáticos



■ Estática Comparativa

	Mercado de bienes	Determinación del Ingreso	Comportamiento del Consumidor	Teoría de la Firma
Variables Endógenas	P, Q	Y, C	X_1, X_2	Q, L, X_n
Variables Exógenas	Y, P^S, P^C	I_0, G_0	$Y, P_1/P_2$	P, P_{Xn}
Condición de Equilibrio	$Q_d = Q_s$	$Y = E$	$UMg_1 = Umg_2$	$IMg = Cmg$
Cambios en el Equilibrio	$\updownarrow Y, P^S, P^C$	$\updownarrow I_0, G_0$	$\updownarrow Y, P_1/P_2$	$\updownarrow P, P_{Xn}$
Predicción	¿?	¿?	¿?	¿?

+ Modelos Matemáticos



■ **Estática Comparativa:** Los resultados obtenidos usando esta herramienta pueden expresarse de tres formas, cada una con sus ventajas y desventajas:

- Narrativa Económica
- Gráficamente
- Matemáticamente

+ Modelos Matemáticos

■ Ejemplo:

- Considere el modelo de mercado gobernado por las expresiones

$$Q_d = a - bP + cY; \quad \text{con } Y = \text{Ingreso}$$

$$Q_s = dP - ew; \quad \text{con } w = \text{salarios}$$

$$Q_d = Q_s; \quad a, b, c, d, e > 0$$

- Halle las ecuaciones en forma reducida para Q^* y P^*
- ¿Qué efectos sobre Q^* y P^* tendrán cambios en Y y w ?

+ Modelos Matemáticos

■ Ejemplo:

- Considere el modelo de mercado gobernado por las expresiones

$$Q_d = a - bP + cY; \quad \text{con } Y = \text{Ingreso}$$

$$Q_s = dP - ew; \quad \text{con } w = \text{salarios}$$

$$Q_d = Q_s; \quad a, b, c, d, e > 0$$

- (a) Sustituya $a=50$, $b=0.2$, $c=0.1$, $d=0.8$, $e=4$, $Y=4,400$; $w=5$. Halle P^* y Q^* . (b) Suponga Y aumenta a $5,500$. ¿Nuevos valores de P^* y Q^* ? ¿Gráficamente?

+ Modelos Matemáticos



■ Ejemplos/Ejercicios:

- Considere el modelo de determinación del Ingreso Nacional dado por:

$$C = 300 + 0.75(Y - T)$$

$$Y = C + I + G$$

$$T = 100; I = 475; G = 150$$

- Halle los valores de equilibrio para las variables endógenas
- Suponga que los Gastos del gobierno aumentan en 50. Halle los nuevos valores de equilibrio

+ Modelos Matemáticos



■ Ejemplos/Ejercicios:

- Considere el modelo de mercado gobernado por las expresiones

$$Q_d = a + bP$$

$$Q_s = \alpha + \beta(P - t); \text{ con } t = \text{impuesto unitario a la producción}$$

$$Q_d = Q_s$$

- Halle las ecuaciones en forma reducida para Q^* y P^*
- ¿Qué efectos sobre Q^* y P^* tendrán cambios en t ?

+ Modelos Matemáticos



■ Ejemplos/Ejercicios:

- Considere el modelo de mercado gobernado por las expresiones

$$Q_d = a + b(P + t); \text{ con } t = \text{impuesto unitario al consumo}$$

$$Q_s = \alpha + \beta P$$

$$Q_d = Q_s$$

- Halle las ecuaciones en forma reducida para Q^* y P^*
- ¿Qué efectos sobre Q^* y P^* tendrán cambios en t ?

+ Modelos Matemáticos

■ Ejemplos/Ejercicios:

- Considere el modelo de determinación del Ingreso Nacional dado por:

$$Y = C + I + G$$

$$C = C_0 + \beta Y_d$$

$$Y_d = (1 - t)Y$$

- Halle las ecuaciones en forma reducida para Y^* y C^*
- Suponga $C_0 = 50$; $\beta = 0.8$; $t = 0.25$; $I = 150$ y $G = 100$ y Halle los valores de equilibrio
- Comente sobre el efecto de un cambio en la Inversión sobre el Ingreso de equilibrio

+ Modelos Matemáticos



■ Ejemplos/Ejercicios:

- Considere el modelo de determinación del Ingreso Nacional dado por:

$$Y = C + I_0 + G_0$$

$$C = a + bY^{1/2}$$

- *Halle las ecuaciones en forma reducida para Y^* y C^*
- Suponga $a = 25$; $b = 6$; $I_0 = 16$ y $G_0 = 14$ y halle los valores de equilibrio



Funciones trascendentes

Funciones trascendentes

■ Función exponencial:

- Variable independiente aparece en el exponente

$$y = f(t) = b^t; \quad b > 1$$

¿Por qué?

$$y = f(t) = \left(\frac{1}{5}\right)^t = \left(\frac{1}{5^t}\right) = 5^{-t}$$

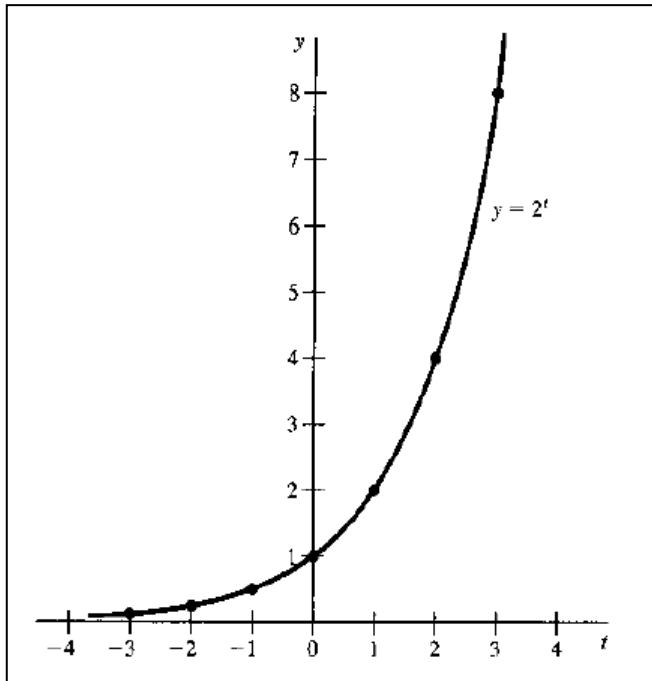
- ¿Qué pasa si $b=1$?



Funciones trascendentes

■ Función exponencial:

■ Gráficamente:



¿De qué dependen la «*inclinación*» y la «*altura*» de esta función?

Coeficientes en la base y en el exponente



Funciones trascendentes

- Función exponencial:

- De forma general:

$$y = f(t) = ab^{rt}$$

- Y si $b = e = 2.71828...$

$$y = f(t) = Ae^{rt}$$

- A-C: 10.1.1 y 10.1.2

■ Función exponencial:

- La base 'e' = 2.71828...

$$f(m) = \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$$

$$e \equiv \lim_{m \rightarrow \infty} f(m) = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$$

También
$$e \equiv 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

■ Función exponencial e interés continuo:

- 1 peso a un 100% anual paga 2: $1(1+100\%)=2$
- Capitalizando semestral : $1(1+50\%)(1+50\%)=2.25$

- En general, una enésima parte de la tasa, 'n' veces $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

Principal	Tasa de Interés Nominal	Años de capitalización continua	Valor en libros al final del proceso
1	100%	1	e
1	100%	t	e^t
A	100%	t	Ae^t
A	r	t	Ae^{rt}

■ Crecimiento continuo y discreto:

- Interés continuo es poco realista, pero...
- La función exponencial es útil en crecimiento discreto:
- Suponga $A, A(1+i), A(1+i)^2, A(1+i)^3, \dots$, con i = tasa de interés y el exponente el número de períodos.
 - Si $(1+i)$ se considera la base 'b', entonces la secuencia sería Ab^t .
 - $1+i$ debe poder expresarse como e^r
 - Por tanto $A(1+i)^t = Ab^t = Ae^{rt}$, para algún 'r'. **¿Cuál?**

A-C 10.2.3



Funciones trascendentes

■ Logaritmos y función logarítmica:

$$y = b^t \Leftrightarrow t = \log_b y$$

- Logaritmo base 10 [computacional]
- Logaritmo natural o neperiano [base 'e'=2.71828...]

$$\log_e y = \ln y$$

■ Reglas:

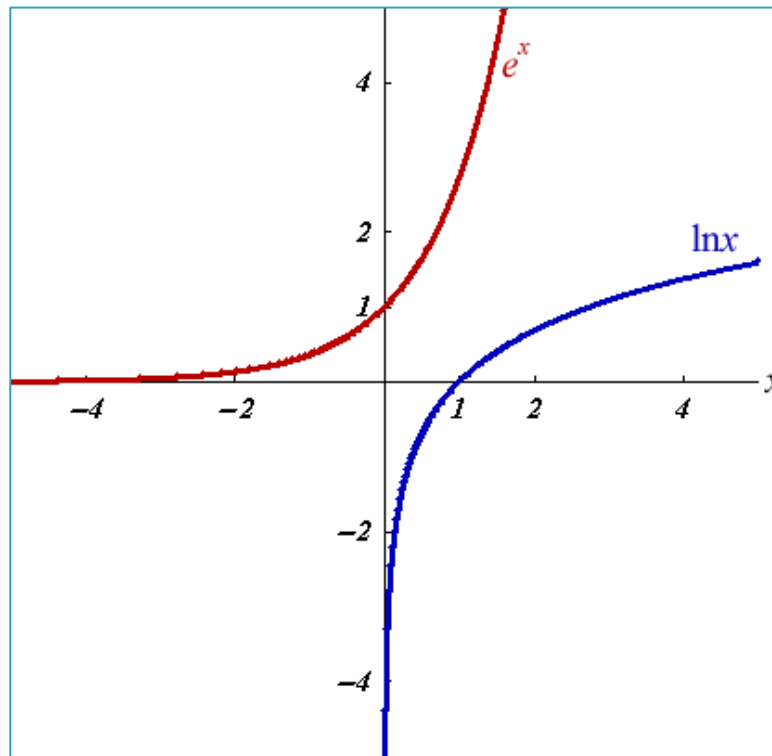
$$\ln(uv) = \ln(u) + \ln(v) \quad \ln(u / v) = \ln(u) - \ln(v) \quad \ln u^a = a \ln u$$

A-C: 10.3.2 y 10.3.4



Funciones trascendentes

- Exponencial y logarítmica, gráficamente:

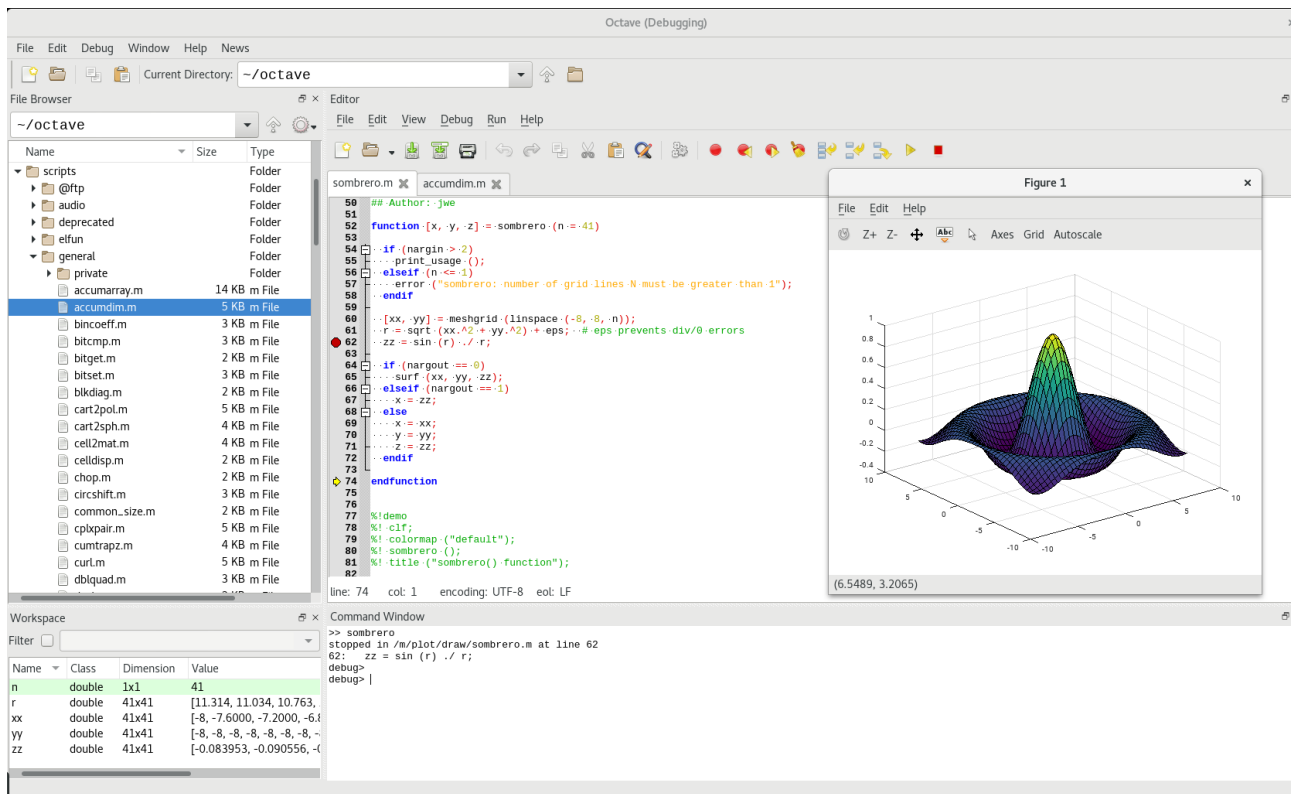




Software análisis numérico

41

■ Octave: <https://www.gnu.org/software/octave/>



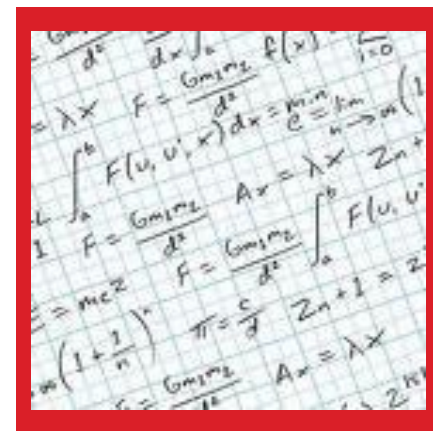


PUCMM

Maestría en Economía Aplicada

Economía Matemática I

Septiembre - Diciembre, 2017



Introducción y Preliminares