

8. Si un nivel de producción  $Q_1$  se puede producir a un costo  $C_1 + \$1$ , o  $C_1 + \$2$ , etc. Así, ser posible (por ser menos eficaz) producir  $Q$  no solo determina el costo total  $C$ . Si así fueran escribir  $C = f(Q)$  violaría la definición de una función. ¿Cómo, a pesar de este razonamiento, justificaría el uso de la función  $C = f(Q)$

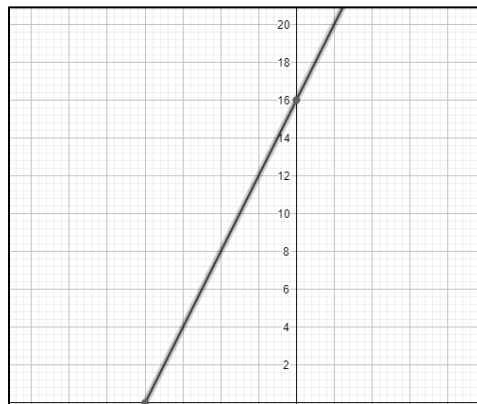
Para cada nivel de producción, deberíamos descartar todas las cifras de costos ineficientes y tomar las cifras de costo más bajas como el costo total para ese nivel de producción. Esto establecería la unicidad requerida por la definición de una función.

## 2.5: Tipos de Función

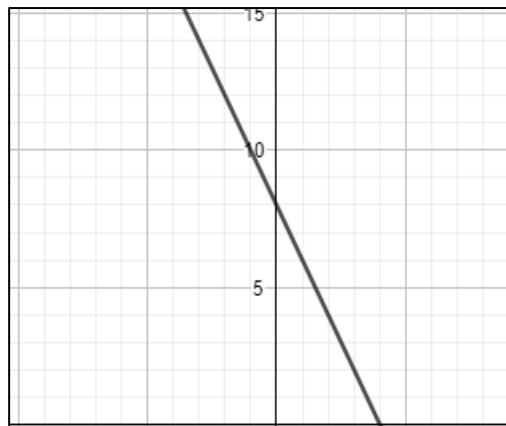
### Sección de Ejercicio 2.5:

1. Grafique las funciones (En cada caso considere que el dominio consiste solo en números reales no negativos)

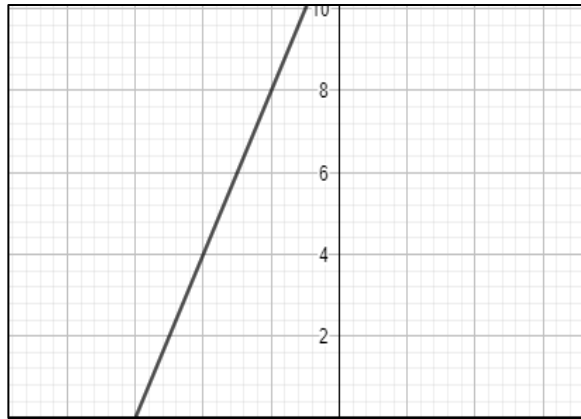
1.1.  $y = 16 + 2x$



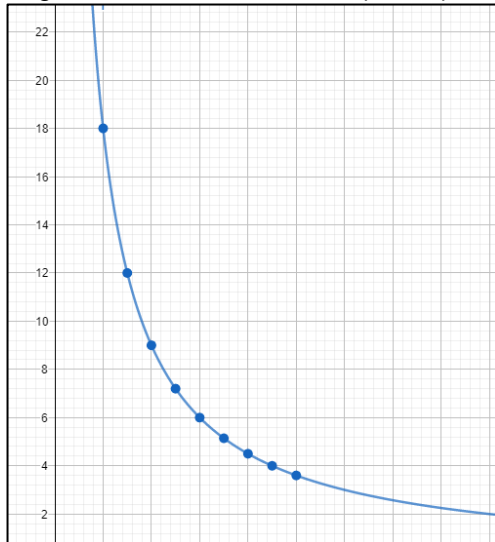
1.2.  $y = 8 - 2x$



1.3.  $y = 2x + 12$



2. ¿Cuál es la diferencia principal entre a y b en el problema 1? ¿Cómo se refleja esta diferencia en las gráficas?

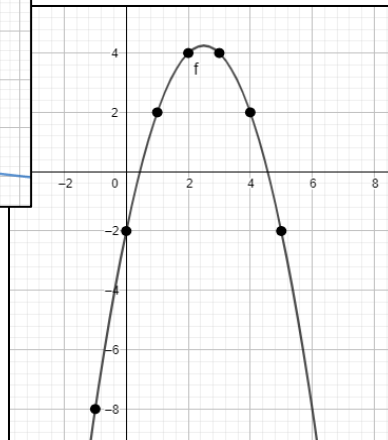


intuitiva para esto

3.1.  $y = -x^2 + 5x - 2$

La diferencia radica en el signo de la pendiente, dado que a mostraba una pendiente positiva y la segunda mostraba una pendiente negativa, es decir, la dirección de la recta cambia

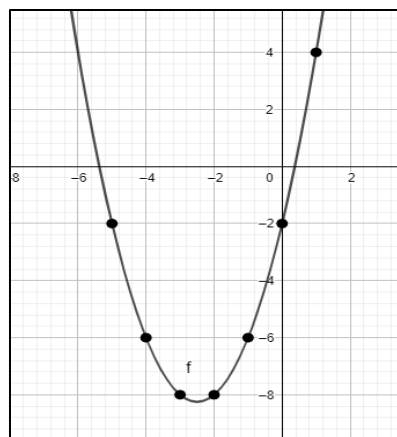
3. Grafique las funciones con el conjunto de valores de  $-5 < x < 5$  que constituye el dominio. ¿Qué signo se relaciona con la colina? Proporcione una explicación



3.2  $x^2 + 5x - 2$

Un coeficiente negativo para los asociados con una colina. A medida que el valor de  $x$  aumenta o se reduce el término  $-x$  ejercerá una influencia determinante en el valor de  $y$ . Siendo este término sirve para bajar los valores extremos de la curva

4. Grafique la función  $y = \frac{36}{x}$ , y pueden tomar valores



términos  $x$  está que el valor de  $x$  constantemente, el más dominante al negativo, este de  $y$  como los dos

suponiendo que  $x$  y  $y$  positivos

solamente. A continuación, supongo que ambas variables pueden tomar valores negativos también; ¿Cómo se debe modificar la gráfica para reflejar este cambio?

Si se le dan negativos como dominio en la función, aparecerá en el cuadrante III una curva que es la imagen especular de la del cuadrante I

5. Condense las expresiones siguientes:

5.1.  $x^4 * x^{15} = x^{19}$

5.2.  $x^a * x^b * x^c = x^{a+b+c}$

5.3.  $x^3 * y^3 * z^3 = (xyz)^3$

6. Determine

6.1.  $\frac{x^3}{x^{-3}} = x^6$

6.2.  $\frac{x^{1/2} * x^{1/3}}{x^{2/3}} = x^{1/6}$

7. Demuestre que  $x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m} = (\sqrt[n]{x})^m$ . Especifique las reglas aplicadas en cada paso.

Utilizando las reglas VI:  $(x^m)^n = x^{m*n}$  y la V:  $x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$

Escribimos:

$$x^{m/n} = (x^m)^{1/n} = (\sqrt[n]{x})^m$$

Pero con las reglas, también tenemos que:

$$x^{m/n} = (x^{1/n})^m = (\sqrt[n]{x})^m$$

8. Pruebe la regla VI y la regla VII

8.1.

$$(x^m)^n = x^m * x^m * x^m * \dots * x^m = x^{m*n}$$

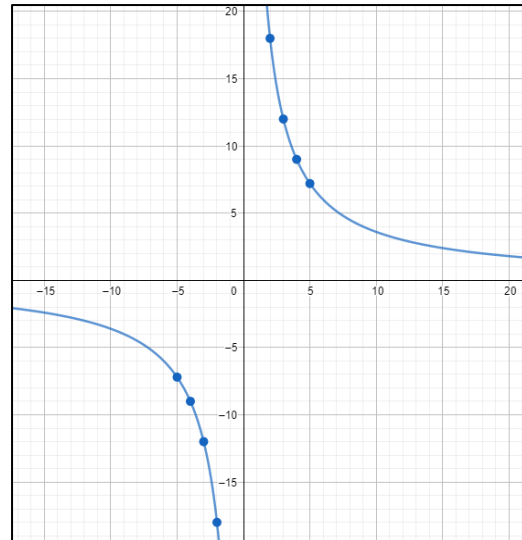
N veces

8.2.

$$x^m * y^m = x * x * \dots * x * y * y * y * \dots * y = (xy) * (xy) * \dots * (xy) = (xy)^m$$

m veces

m veces



regla

## Capítulo 3: Análisis del equilibrio en economía

### Sección 3.2

#### Ejercicio 1:

Dado el modelo de mercado

$$Q_d = Q_s$$

$$Q_d = 21 - 3P$$

$$Q_s = -4 + 8P$$

Obtenga  $P^*$  y  $Q^*$  por (a) eliminación de variables y (b) por medio de las fórmulas (3.4) y (3.5) (Use fracciones en vez de decimales).

(a) Utilizando la primera ecuación del sistema, que representa la condición de equilibrio, se deduce que:

$$21 - 3P = -4 + 8P$$

$$11P^* = 25 \Rightarrow P^* = \frac{25}{11}$$

Sustituyendo el  $P^*$  en las funciones de demanda u oferta.

$$Q^* = 21 - 3\left(\frac{25}{11}\right)$$

$$Q^* = \frac{156}{11}$$

(b) Siendo  $a = 21, b = 3, c = 4$  y  $d = 8$ .

$$P^* = \frac{21 + 4}{3 + 8} = \frac{25}{11} \qquad Q^* = \frac{(21)(8) - (3)(4)}{3 + 8} = \frac{156}{11}$$

#### Ejercicio 2:

Sean las funciones de la oferta y la demanda como sigue:

$$(a) Q_d = 51 - 3P \qquad (b) Q_d = 30 - 2P$$

$$Q_s = 6P - 10 \qquad Q_s = -6 + 5P$$

determine  $P^*$  y  $Q^*$  mediante eliminación de variables.

(a) Dado que  $Q_d = Q_s$  cuando el mercado está en equilibrio

$$51 - 3P = 6P - 10$$

$$9P^* = 61 \quad \Rightarrow \quad P^* = \frac{61}{9}$$

Sustituyendo el  $P^*$  en las funciones de demanda u oferta.

$$Q^* = 51 - 3\left(\frac{61}{9}\right)$$

$$Q^* = \frac{92}{3}$$

Por tanto,  $(P^*, Q^*) = \left(\frac{61}{9}, \frac{92}{3}\right)$

(b) Dado que  $Q_d = Q_s$  cuando el mercado está en equilibrio

$$30 - 2P = 5P - 6$$

$$7P^* = 36 \quad \Rightarrow \quad P^* = \frac{36}{7}$$

Sustituyendo el  $P^*$  en las funciones de demanda u oferta.

$$Q^* = 5\left(\frac{36}{7}\right) - 6$$

$$Q^* = \frac{138}{7}$$

Por tanto,  $(P^*, Q^*) = \left(\frac{36}{7}, \frac{138}{7}\right)$

### **Ejercicio 3.**

Si  $(b+d)=0$  en el modelo de mercado lineal, ¿se puede encontrar una solución de equilibrio al usar (3.4) y (3.5)? ¿Por qué?

No se podrá calcular soluciones para este modelo debido a que la división entre 0 no está definida

### **Ejercicio 4.**

Si  $(b+d)=0$  en el modelo de mercado lineal, ¿Qué se puede concluir en relación con las posiciones de las curvas de demanda y equilibrio en la figura 3.1? ¿Que concluye entonces con respecto a la solución de equilibrio?

Debido a que serán infinitas las pendientes y serán paralelas, por tanto, no existirá una intersección por ende no hay equilibrio

**Sección 3.3****Ejemplo 1.**

La expresión  $x^3 - x^2 - 4x + 4$  se puede escribir como el producto de tres factores  $(x - 1)$ ,  $(x + 2)$  y  $(x - 2)$ . Así, la ecuación cúbica

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$$

Se puede escribir después de factorizar como

$$(x - 1)(x + 2)(x - 2) = 0$$

A fin de que el producto del lado izquierdo sea cero, al menos uno de los tres términos del producto debe ser cero. Al igualar a cero cada término, se obtiene

$$x - 1 = 0, \quad \text{o bien, } x + 2 = 0 \quad \text{o bien, } x - 2 = 0$$

Estas tres ecuaciones suministrarán las tres raíces de la ecuación cúbica, a saber,

$$x_1^* = 1 \quad x_2^* = -2 \quad x_3^* = 2$$

**Ejemplo 2:**

¿Tiene la ecuación cuártica?

$$2x^4 + 5x^3 - 11x^2 - 20x + 12 = 0$$

raíces racionales? Con  $a_0 = 12$ , los únicos valores posibles para el numerador  $r$  en  $r/s$  son el conjunto de divisores  $\{1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 12, -12\}$ . Y, con  $a_n = 2$ , los únicos valores posibles para  $s$  son el conjunto de divisores  $\{1, -1, 2, -2\}$ . Tomando a su vez cada elemento del conjunto  $r$ , y dividiéndolo entre cada elemento del conjunto  $s$ , respectivamente, se encuentra que  $r/s$  sólo puede tomar los valores

$$1, -1, 2, -2, 3, -3, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 4, -4, 6, -6, 12, -12$$

Entre estos candidatos para las raíces, muchos no satisfacen la ecuación dada. Por ejemplo, al fijar  $x = 1$  en la ecuación cuártica se obtiene el resultado absurdo  $-12 = 0$ . De hecho, puesto que se está resolviendo una ecuación cuártica, se puede esperar que a lo sumo cuatro de los valores  $r/s$  listados califiquen como raíces. Los cuatro candidatos exitosos resultan ser  $\frac{1}{2}, 2, -2$  y  $-3$ . Según el principio de factorización, la ecuación cuártica dada se puede escribir en forma equivalente como

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2)(x + 2)(x + 3) = 0$$

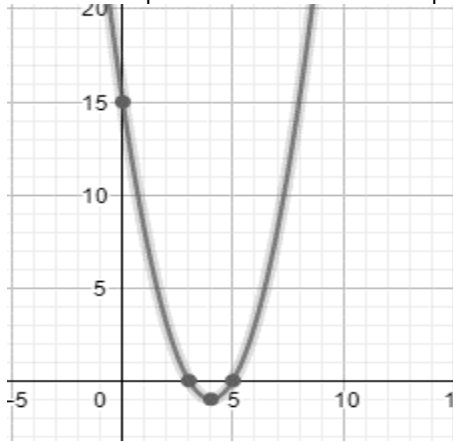
donde el primer factor también se puede escribir como  $(2x - 1)$ .

### **Ejercicio 1**

Determine en forma gráfica los ceros de las siguientes funciones:

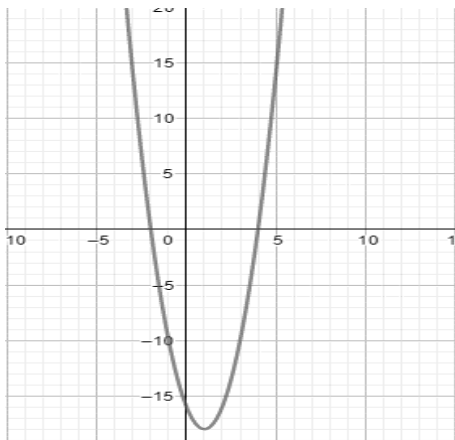
a)  $f(x) = x^2 - 8x + 15$

Se puede observar los puntos de intersección de la gráfica a saber  $(3,0)$  y  $(5,0)$ .



Los cuales satisfacen  $f(x)=0$  y por lo tanto, que los valores soluciones son:  $x_1^* = 5$  y  $x_2^* = 3$ .

b)  $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$



Se puede observar los puntos de intersección de la gráfica a saber  $(4,0)$  y  $(-2,0)$ .  
Los cuales

satisfacen  $f(x)=0$  y por lo tanto, que los valores soluciones son:  $x_1^* = 4$  y  $x_2^* = -2$ .

### **Ejercicio 2.**

Resuelva el problema 1 mediante la fórmula cuadrática.

$$x_1^*, x_2^* = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$f(x) = x^2 - 8x + 15$$

a: 1

b: -8

c: 15

Sustituyendo a, b y c en la fórmula cuadrática obtenemos:

$$x_1^*, x_2^* = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(15)}}{2(1)}$$

$$x_1^*, x_2^* = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$$

∴ los valores soluciones son:

$$x_1^* = 5$$

$$x_2^* = 3$$

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 16$$

a: 2

b: -4

c: -16

Sustituyendo a, b y c en la fórmula cuadrática obtenemos:

$$x_1^*, x_2^* = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(-16)}}{2(2)}$$

$$x_1^*, x_2^* = \frac{4 \pm \sqrt{144}}{4}$$

∴ los valores soluciones son:

$$x_1^* = 4$$

$$x_2^* = -2$$

### **Ejercicio 3.**

Encuentre una ecuación cúbica con raíces 6, -1 y 3.

A partir de las raíces podemos:

$$(x - 6)(x + 1)(x - 3) = 0$$

Desarrollando el producto tenemos:

$$x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 6x^2 - 18x - 6x + 18 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 9x + 18 = 0$$

Obtenga una ecuación cuártica con raíces 1, 2, 3 y 5.



A partir de las raíces podemos:

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 5) = 0$$

Desarrollando el producto tenemos:

$$x^4 - 5x^3 - 3x^3 - 2x^3 - x^3 + 15x^2 + 6x^2 + 10x^2 + 5x^2 + 3x^2 + 2x^2 - 30x - 15x - 10x - 6x + 30 = 0$$

$$x^4 - 11x^3 + 41x^2 - 61x + 30 = 0$$

#### **Ejercicio 4**

Para cada una de las siguientes ecuaciones polinomiales, determine si  $x=1$  es una raíz

$$x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0$$

Usando el tercer teorema obtenemos que la suma de los coeficientes debe de ser 0

$$\text{Por tanto: } 1 - 2 + 3 - 2 = 0$$

Entonces se concluye que  $x=1$  es una raíz

a)  $2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 2 = 0$

$$\text{Usando el tercer teorema: } 2 - \frac{1}{2} + 1 - 2 \neq 0$$

Por tanto,  $x=1$  no es una raíz

b)  $3x^4 - x^2 + 2x - 4 = 0$

$$\text{Usando el tercer teorema: } 3 - 1 + 2 - 4 = 0$$

$X=1$  si es una raíz

#### **Ejercicio 5**

Halle las raíces racionales, si existen, de las siguientes ecuaciones:

a)  $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$

Ocupando división sintética, se obtiene que  $x+1=0$  es una raíz

Por tanto,

$$(x + 1)(x^2 - 5x + 6)$$

$$(x + 1)(x - 3)(x - 2) = 0$$

Entonces las raíces son:

$$x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 2$$

b)  $8x^3 + 6x^2 - 3x - 1$

Usando división sintética obtenemos

$$(x + 1)(8x^2 - 2x - 1)$$

$$(x + 1)\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

Entonces las raíces son

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{4}, x_3 = \frac{1}{2}$$

c)  $x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} = 0$

Usando division sintetica

$$(x + 1)(8x^2 - 2x - 1)$$

$$(x + 1)\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

Entonces las raíces son

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{4}, x_3 = \frac{1}{2}$$

d)  $x^4 - 6x^3 + 7\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 = 0$

Multiplicando por 4 y usando división sintética

$$4x^4 - 24x^3 + 34x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$(x - 1)(4x^3 - 20x^2 + 14x + 8) = 0$$

$$(x - 1)(x - 4)(4x^2 - 4x - 2) = 0$$

Usando formula general obtenemos las raíces del último término y obtenemos:

$$x_1 = 1, x_2 = 4, x_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}, x_4 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

### **Ejercicio 6**

Obtenga la solución de equilibrio para cada uno de los siguientes modelos:

(a)  $Q_d = Q_s$

$$Q_d = 3 - P^2$$

$$Q_s = 6P - 4$$

Utilizando la primera ecuación del sistema, que representa la condición de equilibrio, se deduce que:

$$3 - P^2 = 6P - 4$$

$$P^2 + 6P - 7 = 0$$

$$(P + 7)(P - 1) = 0$$

De estos dos resultados, el único que se puede admitir es  $P^* = 1$ , por la restricción *a priori* de precios estrictamente positivos. Entonces:

$$Q^* = 6(1) - 4 = 2$$

Por tanto,  $(P^*, Q^*) = (1, 2)$

$$(b) Q_d = Q_s$$

$$Q_d = 8 - P^2$$

$$Q_s = P^2 - 2$$

Utilizando la primera ecuación del sistema, que representa la condición de equilibrio, se deduce que:

$$8 - P^2 = P^2 - 2$$

$$2P^2 = 10$$

$$P = \pm\sqrt{5}$$

De estos dos resultados, el único que se puede admitir es  $P^* = \sqrt{5}$ , por la restricción *a priori* de precios estrictamente positivos. Entonces:

$$Q^* = (\sqrt{5})^2 - 2 = 3$$

Por tanto,  $(P^*, Q^*) = (\sqrt{5}, 3)$

### **Ejercicio 7:**

La condición de equilibrio de mercado,  $Q_d = Q_s$ , suele expresarse en una forma alternativa equivalente,  $Q_d - Q_s = 0$ , que tiene la interpretación económica "la demanda excedente es cero". ¿Representa la ecuación (3.7) esta última versión de la condición de equilibrio? Si no, provea una interpretación económica apropiada para (3.7).

**Respuesta:** La ecuación 3.7 en realidad tiene la forma de  $Q_s - Q_d = 0$ , una interpretación similar a la descrita, pero que se lee como "La oferta excedente es cero" y sí, no se ha realizado ninguna modificación a la condición de equilibrio, dado que sigue representando el mismo concepto, son equivalencias.

### **Sección 3.4**

**Ejercicio 1:**

Desarrolle la solución de (3.13'), paso a paso, y de este modo compruebe los resultados en (3.14) y (3.15).

$$c_1 P_1 + c_2 P_2 = -c_0$$

$$\gamma_1 P_1 + \gamma_2 P_2 = -\gamma_0$$

Utilizando la segunda ecuación

$$P_2 = -\frac{(\gamma_0 + \gamma_1 P_1)}{\gamma_2}$$

Sustituyendo en la primera ecuación.

$$c_1 P_1 + c_2 \left( -\frac{(\gamma_0 + \gamma_1 P_1)}{\gamma_2} \right) = -c_0$$

$$c_1 \gamma_2 P_1 - c_2 \gamma_0 - c_2 \gamma_1 P_1 = -c_0 \gamma_2$$

$$P_1 (c_1 \gamma_2 - c_2 \gamma_1) = c_2 \gamma_0 - c_0 \gamma_2$$

$$P_1 = \frac{c_2 \gamma_0 - c_0 \gamma_2}{c_1 \gamma_2 - c_2 \gamma_1}$$

Por tanto,

$$P_2 = -\frac{\left( \gamma_0 + \gamma_1 \left( \frac{c_2 \gamma_0 - c_0 \gamma_2}{c_1 \gamma_2 - c_2 \gamma_1} \right) \right)}{\gamma_2}$$

$$P_2 = -\frac{\left( \gamma_0 + \left( \frac{\gamma_1 c_2 \gamma_0 - \gamma_1 c_0 \gamma_2}{c_1 \gamma_2 - c_2 \gamma_1} \right) \right)}{\gamma_2}$$

$$P_2 = -\frac{\left( \frac{\gamma_0 c_1 \gamma_2 - \gamma_0 c_2 \gamma_1 + \gamma_1 c_2 \gamma_0 - \gamma_1 c_0 \gamma_2}{c_1 \gamma_2 - c_2 \gamma_1} \right)}{\gamma_2}$$

$$P_2 = -\frac{\gamma_2 \left( \frac{\gamma_0 c_1 - \gamma_1 c_0}{c_1 \gamma_2 - c_2 \gamma_1} \right)}{\gamma_2}$$

$$P_2 = \frac{\gamma_1 c_0 - \gamma_0 c_1}{c_1 \gamma_2 - c_2 \gamma_1}$$

**Ejercicio 2.**

Vuelva a escribir (3.14) y (3.15) en términos de los parámetros originales del modelo en (3.12)

El modelo 3.12 es:

$$Q_{d1} - Q_{s1} = 0$$

$$Q_{d1} = a_0 + a_1P_1 + a_2P_2$$

$$Q_{s1} = b_0 + b_1P_1 + b_2P_2$$

$$Q_{d2} - Q_{s2} = 0$$

$$Q_{d2} = a_0 + a_1P_1 + a_2P_2$$

$$Q_{s2} = b_0 + b_1P_1 + b_2P_2$$

3.4 y 3.5 son

$$P_1^* = \frac{c_2\gamma_0 - c_0\gamma_2}{c_1\gamma_2 - c_2\gamma_1}$$

$$P_2^* = \frac{c_0\gamma_1 - c_1\gamma_0}{c_1\gamma_2 - c_2\gamma_1}$$

Escribiendo los precios de equilibrio en términos de 3.12 obtenemos

$$P_1^* = \frac{(a_2 - b_2)(\alpha_0 - \beta_0) - (a_0 - b_0)(\alpha_2 - \beta_2)}{(a_1 - b_1)(\alpha_2 - \beta_2) - (a_2 - b_2)(\alpha_1 - \beta_1)}$$

$$P_2^* = \frac{(a_0 - b_0)(\alpha_1 - \beta_1) - (a_1 - b_1)(\alpha_0 - \beta_0)}{(a_1 - b_1)(\alpha_2 - \beta_2) - (a_2 - b_2)(\alpha_1 - \beta_1)}$$

### **Ejercicio 3.**

Las funciones de la oferta y la demanda de un modelo de mercado de dos artículos son como sigue:

$$Q_{d1} = 18 - 3P_1 + P_2$$

$$Q_{d2} = 12 + P_1 - 2P_2$$

$$Q_{s1} = -2 + 4P_1$$

$$Q_{s2} = -2 + 3P_2$$

Determine  $P_i^*$  y  $Q_i^*$  ( $i = 1, 2$ ). (Use fracciones en vez de decimales).

Dado las condiciones de equilibrio:

$$Q_{d1} - Q_{s1} = 0$$

$$18 - 3P_1 + P_2 + 2 - 4P_1 = 0$$

$$7P_1 - P_2 = 20$$

$$Q_{d2} - Q_{s2} = 0$$

$$12 + P_1 - 2P_2 + 2 - 3P_2 = 0$$

$$P_1 - 5P_2 = -14$$

Despejando  $P_2 = 7P_1 - 20$  de la primera ecuación y al sustituir se obtiene:

$$P_1 - 5(7P_1 - 20) = -14$$

$$P_1 - 35P_1 = -114$$

$$P_1^* = \frac{114}{34} = \frac{57}{17}$$

De la misma manera al despejar  $P_1 = \frac{P_2 + 20}{7}$  y sustituir obtenemos:

$$\left(\frac{P_2 + 20}{7}\right) - 5P_2 = -14$$

$$-\frac{34}{7}P_2 = -\frac{118}{7}$$

$$P_2^* = \frac{59}{17}$$

Finalmente, con los precios de equilibrio calculamos la cantidad de equilibrio sustituyéndolos en  $Q_{d1}$  y  $Q_{d2}$ :

$$Q_1^* = 18 - 3P_1 + P_2 = 18 - 3\left(\frac{57}{17}\right) + \frac{59}{17} = \frac{194}{17}$$

$$Q_2^* = 12 + P_1 - 2P_2 = 12 + \frac{57}{17} - 2\left(\frac{59}{17}\right) = \frac{143}{17}$$

### Sección 3.5

#### Ejercicio 1

Dado el siguiente modelo:

$$Y = C + I_0 + G_0$$

$$C = a + b(Y - T) \quad (a > 0, \quad 0 < b < 1) \quad [T: \text{impuestos}]$$

$$T = d + tY \quad (a > 0, \quad 0 < t < 1) \quad [t: \text{tasa de impuesto sobre la renta}]$$

a) ¿Cuántas variables endógenas hay?

Hay 3 variables endógenas, siendo Y, C y T las variables de ingreso nacional, gasto de consumo e impuestos, respectivamente.

b) Determine  $Y^*$ ,  $T^*$  y  $C^*$ .

Hallando los valores de equilibrio de ingreso, consumo e impuesto en términos de a, b, d y t de las variables exógenas

$$Y = C + I_0 + G_0$$

Sustituyendo C y T tenemos

$$Y = a + b(Y - d - tY) + I_0 + G_0$$

$$Y = a + bY - bd - btY + I_0 + G_0$$

$$(1 - b + bt)Y = a - bd + I_0 + G_0$$

Despejando tenemos:

$$Y^* = \frac{a - bd + I_0 + G_0}{1 - b(1 - t)}$$

Al sustituir en la tercera ecuación se encuentra el nivel de equilibrio para los impuestos:

$$T^* = d + tY^* = d + t \left( \frac{a - bd + I_0 + G_0}{1 - b(1 - t)} \right)$$

$$T^* = \frac{d(1 - b(1 - t)) + t(a - bd + I_0 + G_0)}{1 - b(1 - t)}$$

$$T^* = \frac{d(1 - b) + t(a + I_0 + G_0)}{1 - b(1 - t)}$$

Finalmente, y por simplicidad para encontrar el nivel de equilibrio del consumo despejamos y sustituimos en la ecuación del ingreso nacional:

$$C^* = Y^* - I_0 - G_0 = \frac{a - bd + I_0 + G_0}{1 - b(1 - t)} - I_0 - G_0$$

$$C^* = \frac{a - bd + I_0 + G_0 - I_0(1 - b(1 - t)) - G_0(1 - b(1 - t))}{1 - b(1 - t)}$$

$$C^* = \frac{a - bd + b(1 - t)(I_0 + G_0)}{1 - b(1 - t)}$$

### **Ejercicio 2**

Sea el modelo de ingreso nacional

$$Y = C + I_0 + G_0$$

$$C = a + b(Y - T) \quad (a > 0, 0 < b < 1)$$

$$G = gY \quad (0 < g < 1)$$

a) Identifique las variables endógenas

Las variables endógenas son Y, C y G

b) Dé el significado económico del parámetro g

Despejando g obtenemos  $g = \frac{G}{Y}$  esto se puede considerar como la porción que el gobierno gasta respecto al ingreso nacional.

c) Determine el ingreso nacional de equilibrio

Sustituyendo C y G en I obtenemos el ingreso nacional de equilibrio

$$Y = a + b(Y - T) + I_0 + gY$$

Despejando y obtenemos

$$Y - gY = a + bY - bT + I_0$$

$$Y - gY - bY = a - bT + I_0$$

$$Y(1 - g - b) = a - bT + I_0$$

$$Y = \frac{a - bT + I_0}{(1 - g - b)}$$

d) ¿Qué restricción se requiere en los parámetros para que exista una solución?

Para que exista una solución se debe evitar que el denominador sea 0, por tanto,  $1 - g - b = 0$

Entonces  $1 \neq g + b$ , quiere decir que la suma de g y b debe de ser diferente de 1 para que exista una solución

### **Ejercicio 3**

Determine  $Y^*$  y  $C^*$  a partir de lo siguiente:

$$Y = C + I_0 + G_0 \quad I_0 = 16$$

$$C = 25 + 6Y^{\frac{1}{2}} \quad G_0 = 14$$

Primero se sustituyen todos los valores en la función de producción.

$$Y = \left(25 + 6Y^{\frac{1}{2}}\right) + 16 + 14$$

$$Y - 6Y^{\frac{1}{2}} = 55$$

Se utiliza como artificio la completación de cuadrados.

$$Y - 6Y^{\frac{1}{2}} + 9 = 55 + 9$$

$$(\sqrt{Y} - 3)^2 = 64$$

$$\sqrt{Y} - 3 = 8$$

$$Y^* = (8 + 3)^2 = 121$$

Entonces:

$$C^* = 25 + 6\sqrt{121} = 91$$

Por lo tanto  $(Y^*, C^*) = (121, 91)$