

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA MADRE Y MAESTRA

Maestría en Economía Aplicada

Práctica Optimización Restringida y Lineamientos Evaluación Final

- La evaluación final es estrictamente **individual** y sin uso de material de apoyo
- Contendrá una parte teórico-conceptual y ejercicios prácticos
- Los temas comprendidos son Optimización con y sin restricciones
- Los resultados de los ejercicios son menos importantes que los procedimientos
- Los procedimientos son menos importantes que la comprensión de los ejercicios [qué es lo que se pide, cómo se hace y la interpretación de los resultados (sean estos los correctos o no)], pero también son importantes
- No deje nada vacío, no hay penalidad por ejercicios incorrectos
- Escriba claro y numere los pasos en las resoluciones largas, eso previene errores, es elegante y facilita la corrección por parte de su profesor, o sea, yo
- No se limite a estudiar de esta **práctica de referencia**. La evaluación contendrá ejercicios presentes tanto en esta como en otras fuentes (las presentaciones, sus libros de texto, la web, la creatividad del profesor...)

1. ¿Qué supuestos garantizan la existencia de máximos (mínimos) globales?
2. ¿Qué supuestos garantizan la existencia de máximos (mínimos) globales únicos?
3. ¿Cómo podemos determinar si una función es cóncava/convexa en todo su dominio?
4. Halle los valores estacionarios de $z = 2xy + 2x$. ¿Corresponden a un máx. o mín.?
5. ¿Cuáles son las desventajas del método de sustitución para problemas restringidos?
6. Para el problema de maximización de utilidad **Max. $U(x, y)$ s.a. $P_1x + P_2y = M$**
 - a. Halle e interprete las C.P.O.
 - b. Grafique y explique (económica y algebraicamente) las curvas, el equilibrio y la C.S.O.

c. *Muestre que la C.S.O. es: $\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{1}{U_y^2} (U_y^2 U_{xx} - 2U_x U_y U_{xy} + U_x^2 U_{yy}) < 0$

7. Resuelva los ejemplos y ejercicios de en los *slides* 16 y 17 de la presentación
8. ¿Cuál es la **única** razón por la que en un problema restringido con **n** variables la C.P.O. tiene **n + 1** ecuaciones?
9. Defina función objetivo indirecta
10. ¿Cuál es la interpretación algebraica del multiplicador de Lagrange en el óptimo?
11. ¿Cuál es la interpretación económica del multiplicador de Lagrange en el óptimo para el problema de maximización de utilidad?
12. En el primer problema del *slide* 16, ¿cuál es la Utilidad Máxima? ¿Cuál sería la Utilidad Máxima si en lugar de 100, el presupuesto del individuo fuese 101? ¿si fuese 100.1? ¿Si fuese 200? ¿Corresponden estas respuestas con lo esperado según la teoría? Explique.
13. ¿Cuántas ecuaciones tiene la C.P.O. del problema con **n** variables y **r** restricciones?

14. Muestre que $\frac{1}{U_y^2} (U_y^2 U_{xx} - 2U_x U_y U_{xy} + U_x^2 U_{yy}) < 0$ es equivalente a:

$$|\overline{H}| = \begin{vmatrix} L_{\lambda\lambda} & -L_{\lambda x} & -L_{\lambda y} \\ -L_{\lambda x} & L_{xx} & L_{xy} \\ -L_{\lambda y} & L_{yx} & L_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & g_x & g_y \\ g_x & L_{xx} & L_{xy} \\ g_y & L_{yx} & L_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & P_1 & P_2 \\ P_1 & U_{xx} & U_{xy} \\ P_2 & U_{yx} & U_{yy} \end{vmatrix} > 0$$

15. Lleve a cabo los ejercicios de los *slides* 31, 32 y 33 de la presentación

16. Para las funciones de producción $Q = x^{1/2}y^{1/2}$ y $Q = \ln(xy)$ (por separado):
- Halle el Lagrangiano y las C.P.O. si la firma busca minimizar el costo de producir una cantidad Q_0 con precios de los insumos w_1 y w_2
 - Halle las C.S.O. y verifique que los valores estacionarios corresponden a un mínimo
 - Halle la Función (de Costos) Objetivo Indirecta. ¿El multiplicador de Lagrange debe ser la derivada de esta función respecto a quién? Verifíquelo.
 - *Halle $\frac{\partial x^*}{\partial w_1}$ y $\frac{\partial y^*}{\partial w_1}$ e interprete
 - *Halle $\frac{\partial x^*}{\partial Q_0}$ y $\frac{\partial y^*}{\partial Q_0}$ e interprete
17. Un individuo posee una función de utilidad que depende de las cantidades consumidas de dos bienes: $U(x, y) = xy$. Los bienes pueden ser adquiridos en dos mercados con precios distintos para cada bien en cada mercado. En el mercado A los precios son P_1 y P_2 , mientras que en el mercado B son P_3 y P_4 para los bienes x e y respectivamente. El presupuesto del individuo es de M unidades monetarias, y puede utilizar M_A en el mercado A y M_B en el mercado B.
- Escriba el Lagrangiano y las C.P.O.
 - Halle $x^* = x^*(P_1, P_2, P_3, P_4, M_A, M_B)$ e $y^* = y^*(P_1, P_2, P_3, P_4, M_A, M_B)$
 - *¿Cómo hallaría los valores M_A^* y M_B^* que maximizan $U^* = U(x^*, y^*)$? Dado que $M_A + M_B = M$, ¿de qué dependen M_A^* y M_B^* ?
 - En la parte a ¿Cómo incorporaría el supuesto de que el individuo sólo puede gastar 25% de su presupuesto total en el mercado A? Explique.
 - Con $P_1 = 3$; $P_2 = 8$; $P_3 = 4$ y $P_4 = 6$; y presupuesto $M = 16$, halle e interprete x^* , y^* y U^* .
18. En el problema de minimización de costos, halle e interprete la senda de expansión correspondiente a la función de producción $Q = Aa^\alpha b^\beta$ (ver slides 41-43).
19. Razone sobre los posibles signos y el significado económico de los mismos de los resultados en el slide 36 de la presentación de optimización restringida.
20. Suponga una firma cuya función de producción viene dada por: $Q = 4K^{0.25}(L^{0.5} + E^{0.5})$, donde K , L y E son los factores de producción Capital, Mano de Obra y Energía, respectivamente. El salario (w) es igual a 20, el precio de renta del capital (r) es 10 y el precio de la energía es $u = 10$. El precio del producto es $P = 10$.
- Suponga que el objetivo de la firma es maximizar **beneficios**:
 - Halle C.P.O. y encuentre los valores óptimos de K , L y E
 - Halle el beneficio máximo
 - *Verifique el resultado en 'ii' usando las C.S.O.
 - Para cada uno de los siguientes conjuntos de supuestos, halle:
 - Las C.P.O. y encuentre los valores óptimos de K , L y E ;
 - La producción máxima; y
 - *Verifique el resultado en 'ii' usando las C.S.O.
- b.1 Conjunto de supuestos 1:** Asuma que los dueños de la firma desean maximizar la **producción** restringiendo que los gastos en insumos (K , L y E) sean iguales a \$120
- b.2 *Conjunto de supuestos 2:** Asuma que los dueños de la firma desean maximizar la **producción** restringiendo que los gastos en insumos (K , L y E) sean iguales a \$120 y que se generen beneficios iguales a \$30.

¡Suerte!