Sea $f(x)$ una función definida por

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

1: Calcula el valor de la constante c para que $f(x)$ sea la función de densidad? 3/8

$$\int_0^2 cx^2 = 1 \quad c\int_0^2 x^2 = 1 \quad c\left(\frac{2^3}{3} - \frac{0}{3}\right) = 1 \quad c = \frac{1}{\left(\frac{8}{3} - \frac{0}{3}\right)} = \frac{3}{8}$$

2: Calcule $P[0 < x \le 1] = 1/8$

$$\int_0^1 \frac{3}{8}x^2\,dx = \frac{3}{8}\left[\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{8}$$

Problema 2

Flujo Vehicular

$$f(x) = \begin{cases} K/x^4 & x > 1 \\ 0 & x \le 1 \end{cases}$$

a) ¿Valor de K? 3

b) ¿Valor esperado entre autos? ¿Su varianza? 3/2, 3/4

c) ¿Probabilidad de que un auto? ¿A lo más 2? ¿x segundos o menos? 1/8, 7/8, $1 - 1/x^3$

$$\int_1^\infty K/x^4\,dx = K\int_1^\infty x^{-4}\,dx = K\left(\frac{x^{-3}}{-3} - \frac{1^{-3}}{-3}\right) = \frac{K}{3} = 1 = K = 3$$

Valor esperado $= E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx$

$$E(x) = \int_1^\infty x\frac{3}{x^4}\,dx = 3\int_1^\infty \frac{1}{x^3}dx = 3\left[-\frac{1}{2x^2}\right]_1^\infty = 3\left(+\frac{1}{2(1)}\right) = \frac{3}{2}$$

Varianza $= V(x) = E(x^2) - E(x)^2$

$$E(x^2) = \int_1^\infty x^2\frac{3}{x^4}\,dx = 3\int_1^\infty \frac{1}{x^2}\,dx = 3\left[-\frac{1}{x}\right]_1^\infty = 3(0-(-1/1)) = 3$$

$$3 - 9/4 = 3/4$$

Más de 2 seg.

$$P(x>2) = \int_2^\infty \frac{3}{x^4}\,dx = 3\int_2^\infty x^{-4}\,dx = 3\left[-\frac{1}{3x^3}\right]_2^\infty = 3\left[0-\left(-\frac{1}{24}\right)\right] = \underline{1/8}$$

Max 2 seg

$$P(x\le 2) = \int_1^2 \frac{3}{x^4}\,dx = 3\left[-1/3x^3\right]_1^2 = 3\left[-1/24 + 1/3\right] = 3\left[\frac{-1+8}{24}\right] = 3(7/24) = \underline{7/8}$$

X segundos o menos

$$P(x\le x) = \int_1^x \frac{3}{x^4}\,dx = 3\left[-1/3x^3\right]_1^x = 3\left[-1/3x^3 - (-1/3)\right] = 3\left[-1/3x^3 + 1/3\right] =$$

$$3\left[\frac{x^3-1}{3x^3}\right] = \frac{x^3}{x^3} - \frac{1}{x^3} = \underline{1 - 1/x^3}$$