Actividad Integradora - Precipitaciones máximas mensuales para el diseño de obras hidráulicas

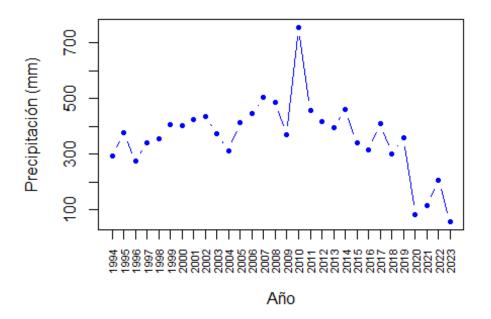
José Carlos Sánchez Gómez

2024-10-28

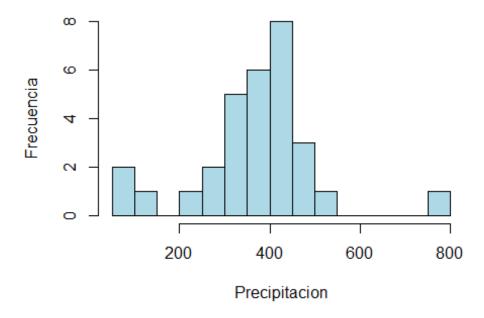
1. Análisis estadístico descriptivo de las precipitaciones históricas máximas mensuales de un estado

```
data =
read.table("C:\\Users\\jcsg6\\Documentos\\Uni\\SeptimoSemestre\\Estadisti
ca Avanzada\\precipitaciones maximas mensuales.txt",
                   header = TRUE, sep = "\t", stringsAsFactors = FALSE)
rain_chiapas = data[which(data$Estado == "Chiapas"), ]
years = unique(rain chiapas$Anio)
monthly max = c()
for (n in 1:length(years)){
    monthly max = c(monthly max,
max(rain chiapas$Lluvia[which(rain chiapas$Anio == years[n])]))}
mcrow = c(2, 1)
names(monthly_max) = years
plot(monthly_max, type="b", pch=20, ylab="Precipitación (mm)",
main="Precipitación Máxima Mensual: Ags", xaxt="n", col="blue",
xlab="Año")
axis(1, at=1:30, labels=years, cex.axis=0.7, las=2)
```

Precipitación Máxima Mensual: Ags



Histograma de lluvia en Chiapas



```
cat("Media de lluvia:", mean(monthly_max), "\n")
## Media de lluvia: 362.8333

cat("Mediana de lluvia:", median(monthly_max), "\n")
## Mediana de lluvia: 373.45

cat("Desviacion Estandar de lluvia:", sd(monthly_max), "\n")
## Desviacion Estandar de lluvia: 133.8787

cat("Rango Intercuartilico de lluvia:", IQR(monthly_max), "\n")
## Rango Intercuartilico de lluvia: 112.325
```

De las medidas estadisticas podemos entender que no existe un sesgo hacia valores altos o bajos debido a la centralización de datos que existe, estos se explican por la media y mediana que tienen valores muy similares. Obtenemos que el rango intercuartilico es menor que la desviación estandar, esto podría indicar que hay cierta variabilidad en los datos. Esto se puede comprobar viendo los datos atípicos que se despegan mucho de la media.

De la gráfica obtenida se puede concluir que hay una consistencia en el máximo de lluvia en cada año, exceptuando a los datos atípicos del 2010, y del 2020 en adelante. El año en el que comenzó a deteriorarse esta media fue en el mismo año que sucedio la pandemia del COVID-19, puede que este dato sea tan diferente al resto por algún fallo en la toma de los datos. De igual manera en el histograma podemos entender que hay una cierta distribución normal, que se afecta por los datos atípicos.

2. Análisis de Frecuencias Método Gráfico

El Método gráfico consiste en realizar dos gráficas en la que se muestren las precipitaciones máximas comparadas con la probabilidad de excedencia y con su periodo de retorno.

- En el data frame de los datos de precipitación máxima se agrega una columna con los datos de lluvias máximas ordenados de mayor a menor.

 rain_analysis = data.frame(max_rain=monthly_max,
 order_max_rain=sort(monthly_max, decreasing = T))
- Se agrega una columna con el número de orden que tiene asignado cada precipitación máxima. A ese número se le llama "rank" (rango en español) y se simboliza por m

```
rain_analysis$rank_rain = seq(1, nrow(rain_analysis))
```

- Se calcula la probabilidad de excedencia o de ocurrencia de acuerdo con Weibull, donde el numerador es el número de orden (m) o "rank" y el denominador es la suma del total de datos (N) y 1:

```
rain_analysis$Pexe = rain_analysis$rank_rain/(nrow(rain_analysis)+1) #Probabilidad de excedencia: rank/(número de datos +1), P(X \ge x)
```

- Se calcula la probabilidad de no excedencia para cada precipitación (complemento de la probabilidad de excedencia):

```
rain_analysis$Pnoexe <- 1-rain_analysis$Pexe #Probabilidad de no excedencia: 1-Pexe, P(X \le x)
```

- Se calcula el periodo de retorno como el inverso de la probabilidad de excedencia:

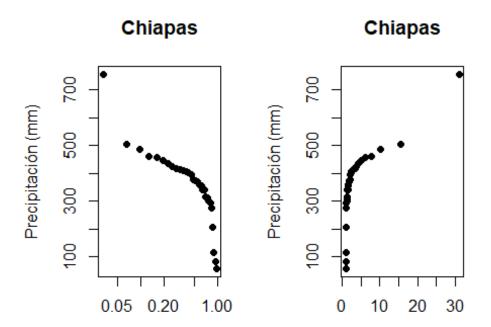
```
rain_analysis$Pret = 1/rain_analysis$Pexe #Periodo de retorno
head(rain_analysis) #muestra los primeros 10 renglones del data frame
```

##		max_rain	order_max_rain	rank_rain	Pexe	Pnoexe	Pret
##	1994	293.6	756.7	1	0.03225806	0.9677419	31.000000
##	1995	375.4	503.2	2	0.06451613	0.9354839	15.500000
##	1996	273.2	486.0	3	0.09677419	0.9032258	10.333333
##	1997	339.8	461.7	4	0.12903226	0.8709677	7.750000
##	1998	355.1	458.5	5	0.16129032	0.8387097	6.200000
##	1999	407.7	447.0	6	0.19354839	0.8064516	5.166667

- Describe las gráficas obtenidas. ¿Qué significa la probabilidad de excedencia? ¿Qué significa el periodo de retorno? ¿Por qué es importante en hidrología? ¿Qué valores son deseables en la probabilidad de excedencia para una precipitación de diseño de una obra? Puedes consultar el siguiente video de apoyo:

```
https://www.youtube.com/watch?v=WXSIIFcsAFELinks to an external site.
par(mfrow=c(1,2))
plot(y=rain_analysis$order_max_rain, x=rain_analysis$Pexe,
log="x",pch=19, main="Chiapas", xlab="Probabilidad de excedencia escala
log", ylab="Precipitación (mm)")
plot(x=rain_analysis$Pret, y=rain_analysis$order_max_rain, pch=19,
main="Chiapas", xlab="Períodos de Retorno (años)", ylab="Precipitación")
```

(mm)")



Probabilidad de excedencia escal

Períodos de Retorno (años)

La

probabilidad de excedencia se refiere al valor en el que los datos históricos registrados son iguales o mayores al que corresponde a dicho valor; mientras que el periodo de retorno significa el intervalo de recurrencia de un determinado valor extremo al intervalo medio entre dos sucesos que igualan o superan el valor extremo considerado. Dichos términos son importantes en la hidrología pues determinantes en el diseño de de infraestructura. El cálculo de periodos de retorno es fundamental para diseñar presas, puentes, y sistemas de drenaje. Además esto permite analizar los posibles riesgos de inundaciones, y poder establecer medidas de prevención. Se busca que la probabilidad de excedencia sea baja, puesto que esto significa que los periodos de retorno serán altos, asegurando que la edificación sea capaz de resistir estos eventos.

De las gráficas obtenidas podemos entender que ambas tienen un comportamiento logaritmico, lo que nos dice que lo que ocurre con mayor frecuencia se encuentra en el centro de la gráfica. Para la gráfica de excedencia, podemos observar que los valores más altos como 700 y 500 tienen valores muy bajos, lo que significan que no son tan ocurrentes. En la gráfica de retorno, podemos ver un comportamiento similar, dónde los valores más altos tienen un periodo de retorno mucho más alto de la media que se concentra alrededor de los 2 - 8 años aproximadamente.

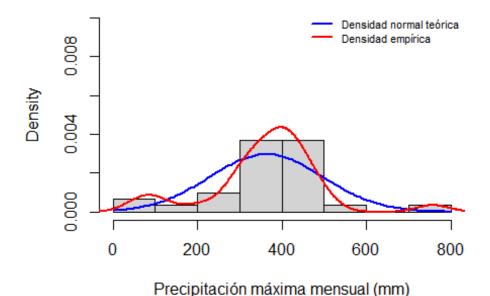
3. Análisis de Frecuencias Método Analítico

El método analítico consiste en asumir que los datos pueden ser ajustados a través de una función de densidad de probabilidades (FDP) conocida la cual nos servirá para modelar y pronosticar precipitaciones y periodos de retorno. Para ello es necesario probar varias distribuciones y emplear pruebas de bondad de ajuste para ver decidir cuál distribución es la que mejor se ajusta. Para nuestro análisis verificaremos el ajuste de las precipitaciones máximas mensuales a diferentes distribuciones.

- Ajuste a una Distribución Normal. Hay dos maneras de determinar si un conjunto de datos tiene una distribución normal, una visual y la otra mediante una prueba de bondad de ajuste.

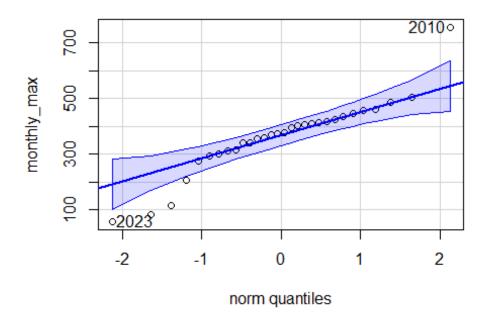
```
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de la distribución de los datos \n con
Distribución Normal")
curve(dnorm(x, mean=mean(monthly_max), sd=sd(monthly_max)), add=TRUE,
col="blue",lwd=2) #Estimación de parámetros por método de momentos
lines(density(monthly_max), col="red", lwd=2)
legend("topright", col=c("blue", "red"), legend =c("Densidad normal
teórica", "Densidad empírica"),lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Normal



library(car) #Si es la primera vez que la usas tienes que instalarla: Tools/Install Packages

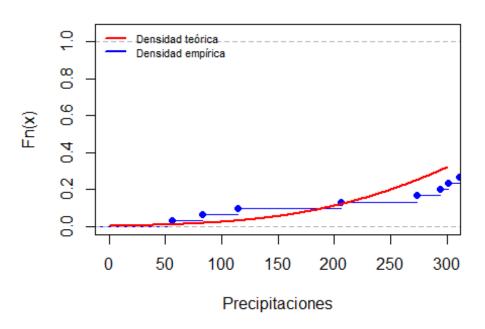
```
## Cargando paquete requerido: carData
qqPlot(monthly_max)
```



```
## 2010 2023
## 17 30

norm_teorica = pnorm(0:300, mean=mean(monthly_max), sd=sd(monthly_max))
#Estimación de parámetros por método de momentos
plot(ecdf(monthly_max), main="Comparación con la Distribución Normal",
xlab="Precipitaciones", col="blue", xlim=c(0,300), ylim=c(0, 1.05))
par(new=TRUE)
plot(0:300, norm_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
col="red",lwd=2, ylim=c(0, 1.05),xaxt="n", yaxt="n")
legend("topleft", col=c("red", "blue"), legend =c("Densidad
teórica","Densidad empírica"),lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación con la Distribución Normal



```
shapiro.test(monthly_max)
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
## data: monthly_max
## W = 0.9095, p-value = 0.01445
library(MASS) #Si es la primera vez que la usas, tienes que instalarla:
Tools/Install Packages
ks.test(monthly_max, "pnorm", mean=mean(monthly_max), sd=sd(monthly max))
#usa "plnorm", "pexp", "pgamma", "pweibull", ... para el resto de la
distribuciones
##
##
    Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: monthly max
## D = 0.13586, p-value = 0.5897
## alternative hypothesis: two-sided
```

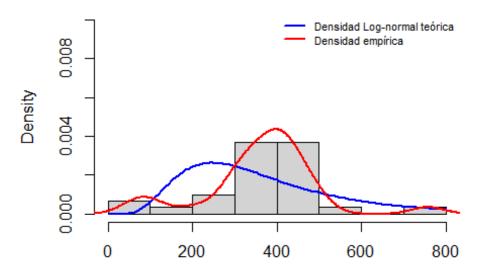
Dadas las gráficas obtenidas, podemos entender que el histograma tiene una cierta tendencia a una distribución normal. La densidad normal describe parcialmente el comportamiento de los datos empiricos. Además de que estos mismos estan en la media de la QQplot. Sin emabrgo, la prueba de Shapiro-Wilk nos da un valor p de 0.014, por lo que rechazamos la hipotesis nula (los datos no siguen una distribución normal). Mientras que la prueba de Kolmogorov-Smirnov nos da un valor muy

elevado de p, con el que no se rechaza la hipotesis nula. Creando una contradicción en los resultados. Por analisis visual, yo diría que si se sigue una distribución normal.

- Ajuste a una Distribución Log-Normal. Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Log-normal para ajustar los datos.

```
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de la distribución de los datos \n con
Distribución Log-Normal")
curve(dlnorm(x, mean=mean(log(monthly_max)), sd=sd(log(monthly_max))),
add=TRUE, col="blue",lwd=2) #Estimación de parámetros por método de
momentos
lines(density(monthly_max), col="red", lwd=2)
legend("topright", col=c("blue", "red"), legend =c("Densidad Log-normal
teórica", "Densidad empírica"),lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

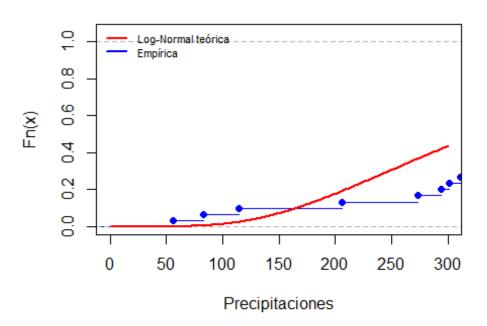
Comparación de la distribución de los datos con Distribución Log-Normal



Precipitación máxima mensual (mm)

```
xaxt = "n", yaxt = "n", main = "", xlab = "", ylab = "")
legend("topleft", col = c("red", "blue"), legend = c("Log-Normal
teórica", "Empírica"),
    lwd = 2, bty = "n", cex = 0.7)
```

Comparación con la Distribución Log-Normal



```
library(MASS) #Si es la primera vez que la usas, tienes que instalarla:
Tools/Install Packages
ks.test(monthly_max, "plnorm", mean=mean(monthly_max),
sd=sd(monthly_max)) #usa "plnorm", "pexp", "pgamma", "pweibull", ...
para el resto de la distribuciones

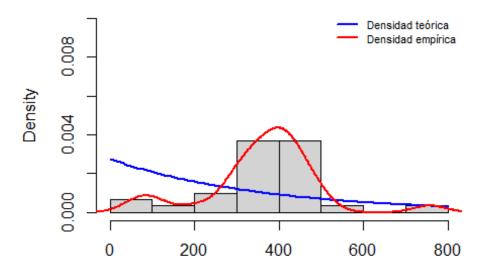
##
## Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: monthly_max
## D = 0.9961, p-value = 1.221e-15
## alternative hypothesis: two-sided
```

Con pura observación, se puede observar que la distribución Log-Normal no puede describir el comportamiento de nuestra gráfica. Y esto se confirma con el resultado de la prueba KS, puesto que el valor p es muy bajo, y se tiene que rechazar la hipotesis nula.

- Ajuste a una Distribución Exponencial. Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Exponencial para ajustar los datos.

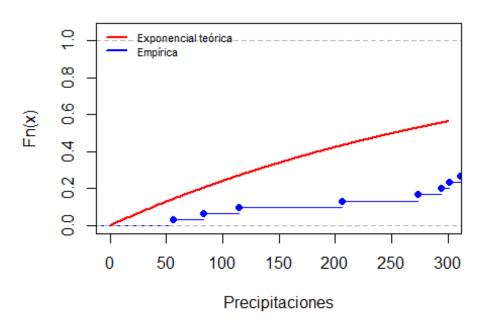
```
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de la distribución de los datos \n con
Distribución Exponencial")
curve(dexp(x, 1/mean(monthly_max)), add=TRUE, col="blue",lwd=2)
lines(density(monthly_max), col="red", lwd=2)
legend("topright", col=c("blue", "red"), legend =c("Densidad
teórica", "Densidad empírica"),lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Exponencial



Precipitación máxima mensual (mm)

Comparación con la Distribución Exponencial



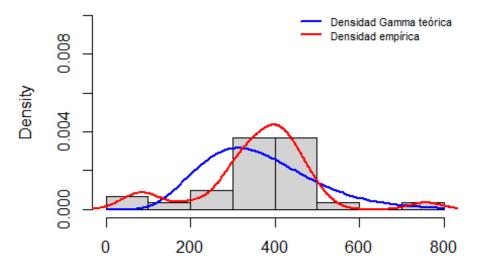
```
ks.test(monthly_max, "pexp", rate = 1 / mean(monthly_max))
##
## Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: monthly_max
## D = 0.3957, p-value = 9.529e-05
## alternative hypothesis: two-sided
```

El valor p ofrecido por la prueba KS es demasiado bajo, lo que aparte de indicarnos que la hipotesis nula se rechaza, se rechaza por diferencia con las otras distribuciones. Esto se puede confirmar observando la gráfica obtenida.

- Ajuste a una Distribución Gamma. Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Gamma para ajustar los datos.

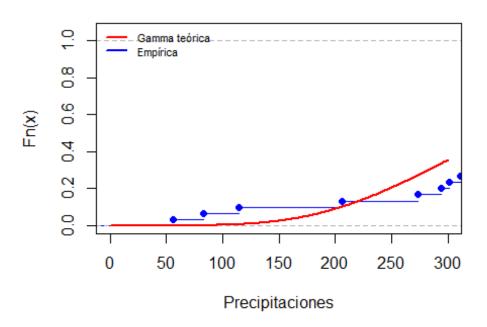
```
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de la distribución de los datos \n con
Distribución Gamma")
curve(dgamma(x, mean(monthly_max)^2/var(monthly_max),
mean(monthly_max)/var(monthly_max)), add=TRUE, col="blue",lwd=2)
#Estimación de parámetros por método de momentos
lines(density(monthly_max), col="red", lwd=2)
legend("topright", col=c("blue", "red"), legend =c("Densidad Gamma
teórica", "Densidad empírica"),lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Gamma



Precipitación máxima mensual (mm)

Comparación con la Distribución Gamma



```
shape_gamma = mean(monthly_max)^2 / var(monthly_max)
rate_gamma = mean(monthly_max) / var(monthly_max)

ks.test(monthly_max, "pgamma", shape = shape_gamma, rate = rate_gamma)

##

## Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test

##

## data: monthly_max

## D = 0.17934, p-value = 0.2571

## alternative hypothesis: two-sided
```

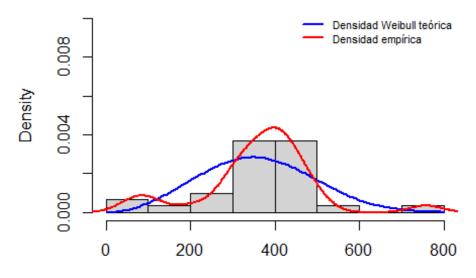
El reultado de nuestra prueba, nos dice que el valor de p es mayor que nuestro umbral de decisión, por lo que se acepta la hipótesis nula, y podemos decir que la gráfica puede tener una distribución gamma.

- Ajuste a una Distribución Weibull. Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Weibull para ajustar los datos.

```
weibull_fit = fitdistr(monthly_max, "weibull", lower=c(0,0)) #fitdistr da
los parámetros calculados a partir de los datos por el método que
selecciones (por default máxima verosimilitud)
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de la distribución de los datos \n con
Distribución Weibull")
curve(dweibull(x, weibull_fit$estimate[1], weibull_fit$estimate[2]),
add=TRUE, col="blue",lwd=2)
```

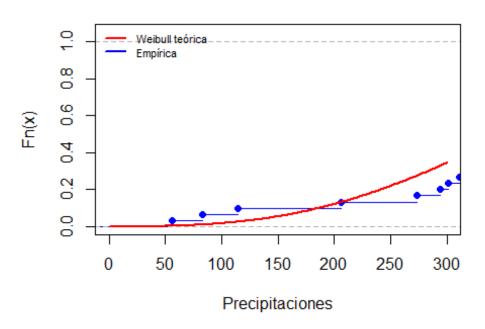
```
lines(density(monthly_max), col="red", lwd=2)
legend("topright", col=c("blue", "red"), legend =c("Densidad Weibull
teórica", "Densidad empírica"), lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Weibull



Precipitación máxima mensual (mm)

Comparación con la Distribución Weibull



Como el caso de la distribución Gamma, se acepta la hipotesis nula, ya que el valor de p es mayor a 0.05. Diciendonos que puede tener una distribución Weibull. El valor p de Weibull fue mayor que el de Gamma, por lo que podemos entender que tiene una mejor distribución Weibull que Gamma.

- Ajuste a una Distribución Gumbel. Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Gumbel para ajustar los datos.

```
library(fitdistrplus) #si es la primera vez que lo usas, necesitas
instalarlo: Tools/Install Packages, además, te pedirá instalar la
biblioteca survival

## Cargando paquete requerido: survival

dgumbel = function(x, a, b) 1/b*exp((a-x)/b)*exp(-exp((a-x)/b))
pgumbel = function(q, a, b) exp(-exp((a-q)/b))
```

Empirical and theoretical den 0 200 400 600 800 Q-Q plot 8 Density 200 400 600 800 Theoretical quantiles Data Empirical and theoretical CDF 0.0 0.0 0.0 800 Bob 1111ies P-P plot 8 CDF 0.0 0.0 0.4 0.8 Theoretical probabilities Data gumbel_exe = 1-pgumbel(rain_analysis\$order_max_rain, gumbel_fit\$estimate[1], gumbel_fit\$estimate[2]) #Calculo de La

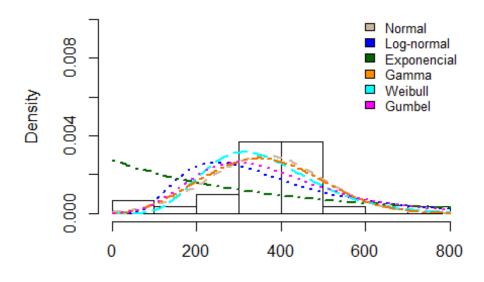
```
gumbel_exe = 1-pgumbel(rain_analysis$order_max_rain,
gumbel_fit$estimate[1], gumbel_fit$estimate[2]) #Calculo de la
probabilidad de excendencia teórica
ks.test(rain_analysis$Pexe, gumbel_exe)

##
## Exact two-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: rain_analysis$Pexe and gumbel_exe
## D = 0.2, p-value = 0.5941
## alternative hypothesis: two-sided
```

La distribución de Gumbel fue la que mejor se desempeñó por diferencia de las demás distribuciones. Fue la que mejor valor p obtuvo de la prueba de KS, aceptando de igual manera la hipotesis nula. Además de que el valor D obtenido es muy bajo, lo que significa que existe una diferencia muy baja entre los valores empíricos y teóricos.

```
Gráficas conjuntas
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de las distribuciónes", col=0)
curve(dnorm(x, mean=mean(monthly_max), sd=sd(monthly max)), add=TRUE,
col="bisque3", lwd=2, lty=2)
curve(dlnorm(x, mean=mean(log(monthly max)), sd=sd(log(monthly max))),
add=TRUE, col="blue", lwd=2, lty=3)
curve(dexp(x, 1/mean(monthly max)), add=TRUE,
col="darkgreen", lwd=2, lty=4)
curve(dgamma(x, mean(monthly_max)^2/var(monthly_max),
mean(monthly_max)/var(monthly_max)), add=TRUE, col="cyan",lwd=2, lty=5)
curve(dweibull(x, weibull_fit$estimate[1], weibull_fit$estimate[2]),
add=TRUE, col="darkorange2",lwd=2, lty=6)
curve(dgumbel(x, gumbel_fit$estimate[1], gumbel_fit$estimate[2]),
add=TRUE, col="magenta",lwd=2, lty=159)
#Leyenda
legend("topright", legend=c("Normal", "Log-normal", "Exponencial",
"Gamma", "Weibull", "Gumbel"), fill = c("bisque3", "blue", "darkgreen",
```

Comparación de las distribuciónes



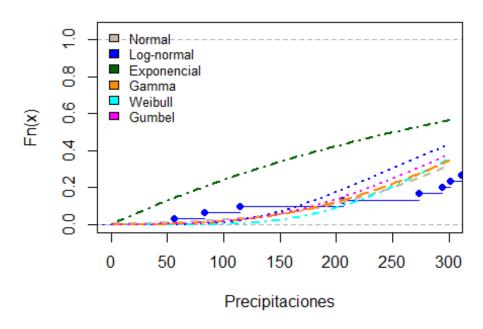
"darkorange", "cyan", "magenta"), cex = 0.8, bty="n")

plot(ecdf(monthly_max), main="Comparación con las Distribuciones",
xlab="Precipitaciones", col="blue", xlim=c(0,300), ylim=c(0, 1.05))
par(new=TRUE)
plot(0:300, norm_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
col="bisque3", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=2)
par(new=TRUE)

Precipitación máxima mensual (mm)

```
plot(0:300, log_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="", col="blue",
lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=3)
par(new=TRUE)
plot(0:300, exp_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
col="darkgreen", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=4)
par(new=TRUE)
plot(0:300, gamma_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
col="cyan", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=4)
par(new=TRUE)
plot(0:300, weibull_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
col="darkorange", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=5)
par(new=TRUE)
gumbel teorica = pgumbel(0:300, gumbel fit$estimate[1],
gumbel fit$estimate[2])
plot(0:300, gumbel_teorica, type="1", main="", xlab="", ylab="",
col="magenta", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=159)
#Leyenda
legend("topleft", legend=c("Normal", "Log-normal", "Exponencial",
"Gamma", "Weibull", "Gumbel"), fill = c("bisque3", "blue", "darkgreen", "darkorange", "cyan", "magenta"), cex = 0.8, bty="n")
```

Comparación con las Distribuciones



- 5. Precipitación de Diseño en obras hidráulicas

- Gráfico comparativo de la probabilidad de excedencia teórica vs empírica plot(rain_analysis\$order_max_rain, rain_analysis\$Pexe, main="Probabilidad de excedencia teórica y empírica \n Distribución Gumbel", xlab="Precipitaciones", ylab="Probabilidad de excedencia", col="blue",

```
xlim=c(50,270), ylim=c(0, 1.05), pch=19) #gráfico de probabilidad
empírica, calculado en el punto 2
par(new=TRUE)
plot(rain_analysis$order_max_rain, gumbel_exe, type="l", main="",
xlab="", ylab="", col="magenta", lwd=2, xlim=c(50,270), ylim=c(0, 1.05))
#gráfico de probabilidad teórica
```

Probabilidad de excedencia teórica y empírica Distribución Gumbel

