

Instituto Federal de Brasília (IFB)-Campus Taguatinga

Curso: Ciências da Computação

Matéria: Cálculo Numérico

Alunos: Bruno Gomes e José Carlos

Professor: Dhiego Loyola

Análise dos Resultados

Segunda Lista de Implementação

2.

a) A matriz de Vandermonde associada é:

$[1 \ -2 \ 4 \ -8] \ [-162]$

$[1 \ 0 \ 0 \ 0] \ [0]$

$[1 \ 1 \ 1 \ 1] \ [21]$

$[1 \ 2 \ 4 \ 8] \ [242]$

Código: 2Matriz\_de\_Vandermonde.py

Explicação da função vander utilizada: <https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.13.0/reference/generated/numpy.vander.html>

b) Os valores são respectivamente:

$a_0=0$

$a_1=-19$

$a_2=10$

$a_3=30$

Código: 2LetraBInterpola.py

Explicação da função Lagrange utilizada:

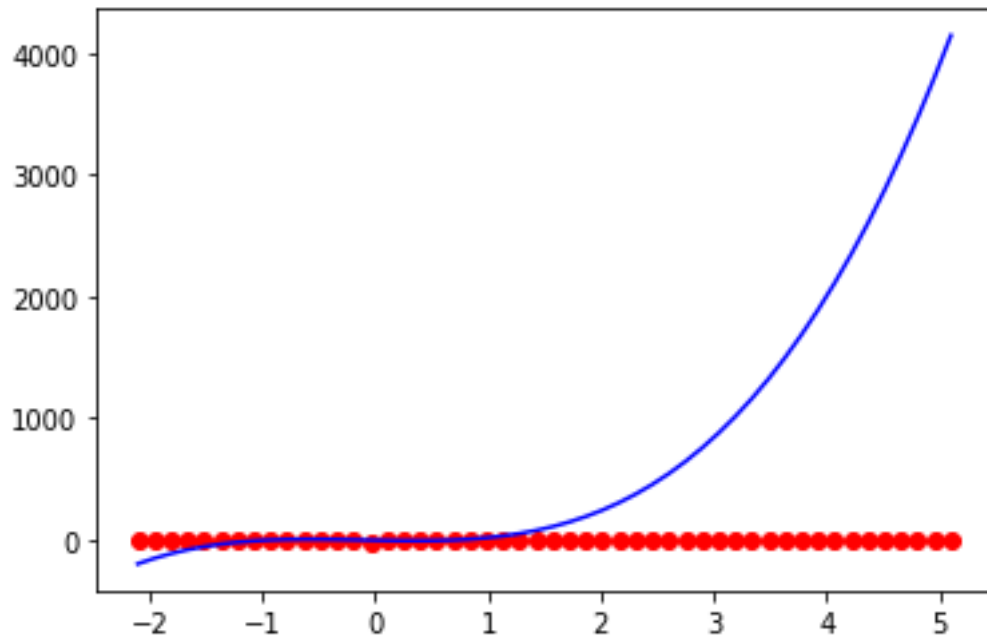
<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.interpolate.lagrange.html>

c) O polinômio que interpola os pontos  $\{(-2,-162),(0,0),(1,21),(2,242)\}$  é, por polinômio de Lagrange:

$p(x)=30x^3+10x^2-19x$

Código: 2Letra\_c.py

Gráfico:



d) Temos, substituindo no polinômio acima, os valores  $p(-1)$  e  $p(3)$  :

$$p(-1) = -1$$

$$p(3) = 843$$

Código: 2letra\_c.py

3.

a) O polinômio do décimo sexto grau que interpola os pontos descritos no arquivo Tabela População Mundial é, usando polinômio de Lagrange:

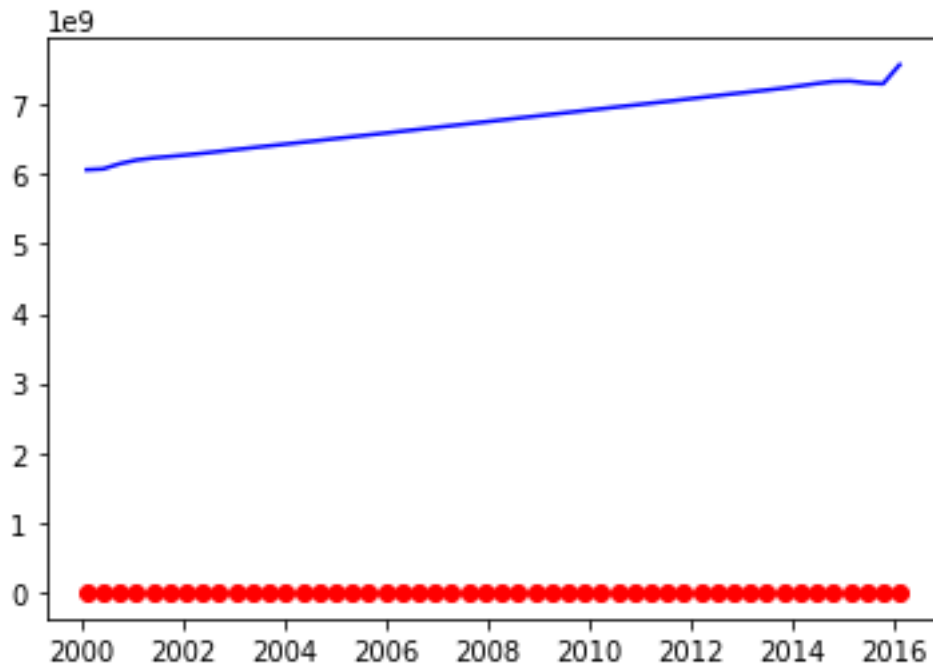
$$0,0003235x^{16} - 10,39x^{15} + (1,565e+05)x^{14} - (1,467e+09)x^{13} + (9,572e+12)x^{12}$$

$$- (4,613e+16)x^{11} + (1,698e+20)x^{10} - (4,871e+23)x^9 + (1,1e+27)x^8 -$$

$$(1,964e+30)x^7 + (2,76e+33)x^6 - (3,023e+36)x^5 + (2,5292+39)x^4 -$$

$$(1,563e+42)x^3 + (6,724e+44)x^2 - (1,8e+47)x + (2,259e+49)$$

Gráfico:



Código: 3Lagrange\_Polinomio.py

3Lagrange\_grafico.py

b) Usando o polinômio de Lagrange acima temos que para 2017 e 2018:

$p(2017) = 224\,907\,851\,14,01169$

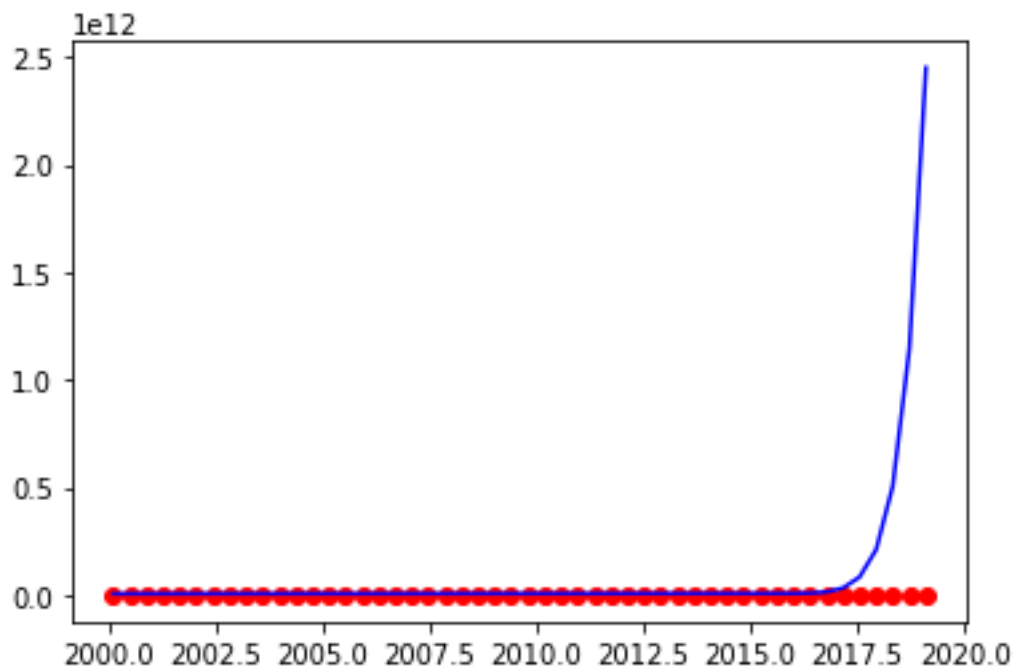
$p(2018) = 244\,904\,403\,035,85913$

Código: 3Lagrange\_grafico.py

O algoritmo não deu uma aproximação satisfatória porque o métodos de interpolação de Lagrange não são precisos ao estimar valores fora do intervalo dos pontos escolhidos para serem interpolados.

Nesse caso por 2017 e 2018 estar fora do intervalo  $[2000, 2016]$  a interpolação é pouco precisa.

Gráfico:



Pelo gráfico notamos que a partir de 2017 a função já começa a crescer exponencialmente, o que representa graficamente a aproximação de pontos maiores que 2016 serem poucas precisas.

c) Utilizando um polinômio intermediário de Hermite, podemos dizer que para uma função  $f$  dada, com  $f$  em  $x_0, x_1, \dots, x_n$ , temos que as derivadas do polinômio de Hermite concordam com aquelas de  $f$ , elas tem a mesma “configuração” que a função em  $(x_i, f(x_i))$ , ou seja, as linhas tangentes ao polinômio e à função concordam. [Burden, Análise Numérica, 2003, pg 119]. Dessa forma, se pegarmos a função de 2000 a 2018 temos uma aproximação mais precisa:

Os coeficientes de Hermite de  $x^{16}$  a  $x^0$ , respectivamente é:

-4.19840841e +16 9.16317569e+12 2.60442126e+09 2.42379387e+05  
 -5.61871112e+01 -3.21517011e-02 -8.47694121e-06 -1.31615154e-09  
 1.23257280e-15 8.21132287e-17 3.26355865e-20 7.65220980e-24  
 8.22943410e-28 -2.24278874e-31 -1.48292545e-34 -3.22514906e-38  
 9.19664375e-42

Código: 3Interpola\_hermite.py

Temos que  $p(2019) = 7\,529\,052\,532\,4.08514$