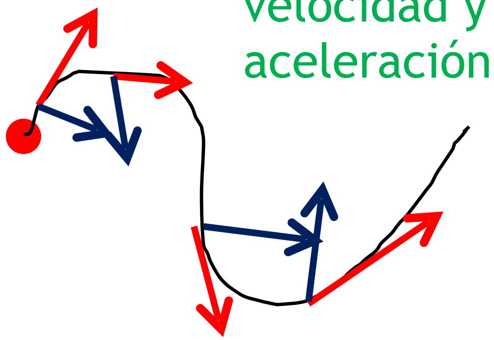
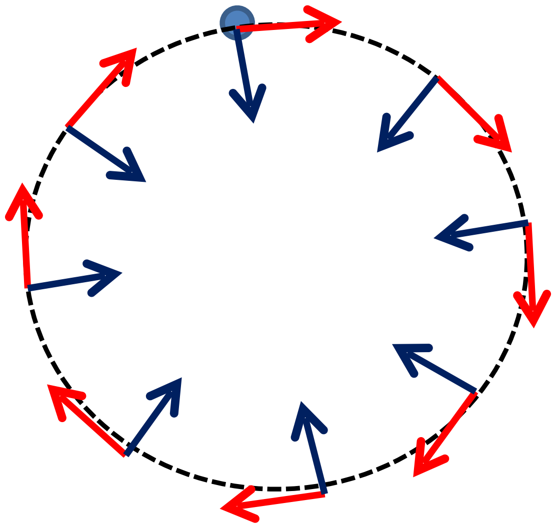
Movimiento Circular Uniforme
Capítulo 4 Pág. 91

Si una partícula se mueve en una trayectoria curva, entonces la velocidad de la partícula cambia de dirección, esto significa que la aceleración tiene que tener una componente perpendicular a la trayectoria.

Cuando la partícula se mueve en un círculo con rapidez constante, el movimiento se denomina movimiento circular uniforme.

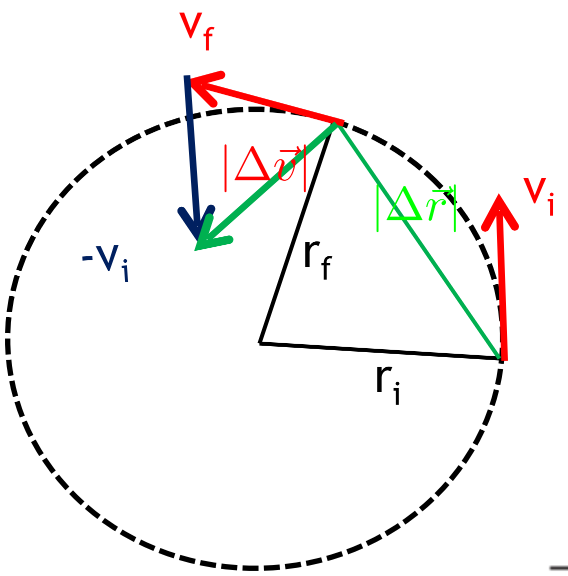


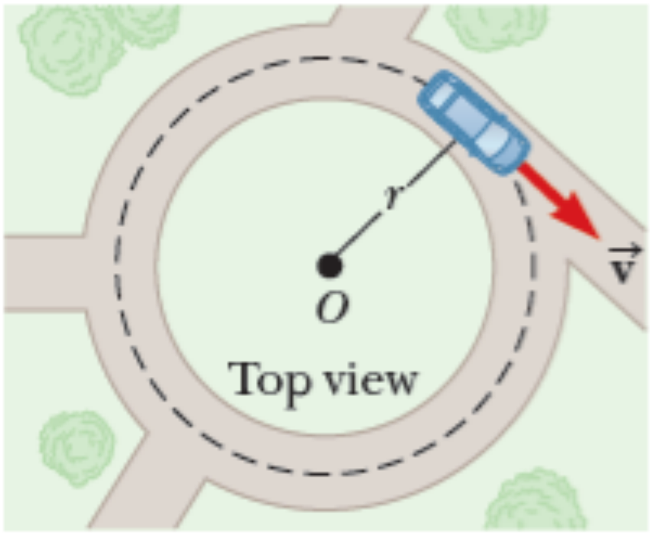
Los vectores rojos son velocidad y los azules son aceleración.

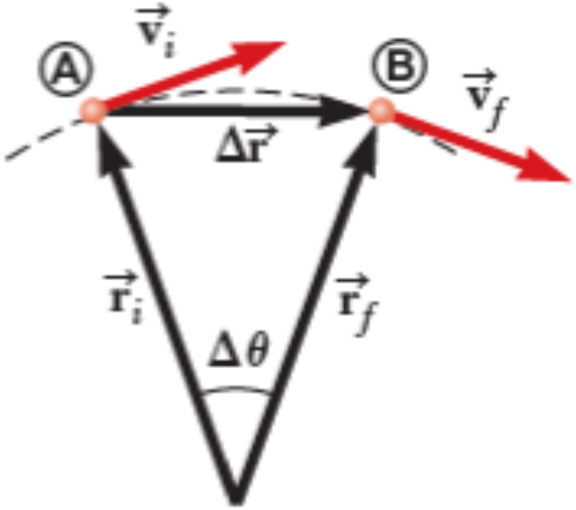


Movimiento Circular Uniforme

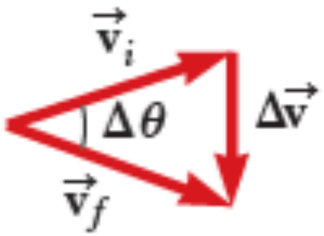
Como se mencionó, la rapidez en el movimiento circular uniforme es constante pero, ¿cuál es la aceleración?







Triángulos semejantes



$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{r}$$

$$|\vec{a}_{pro}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{|\Delta t|} = \frac{v}{r}\frac{|\Delta\vec{r}|}{|\Delta t|}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Definiciones

- Si una partícula se mueve en un circulo de radio r, entonces la distancia recorrida es el perímetro $2\pi r$.

- El tiempo que tarda una partícula en dar una vuelta completa en su movimiento circular se llama *__período__* y se denota por T.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi r}{v}}$$

- La velocidad con la cual la partícula esta girando, se le llama *__velocidad angular__*

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v = \omega r$$

- Si el movimiento es en una trayectoria circular de radio r, con una *__rapidez constante__*

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

- Sólo para el *movimiento circular uniforme* la magnitud de aceleración centrípeta es constante (pero vectorialmente no lo es)

- El número de vueltas que da, una partícula por unidad de tiempo, en su movimiento circular se llama *frecuencia*, (*f)*

- La velocidad angular, también en términos de la frecuencia es:

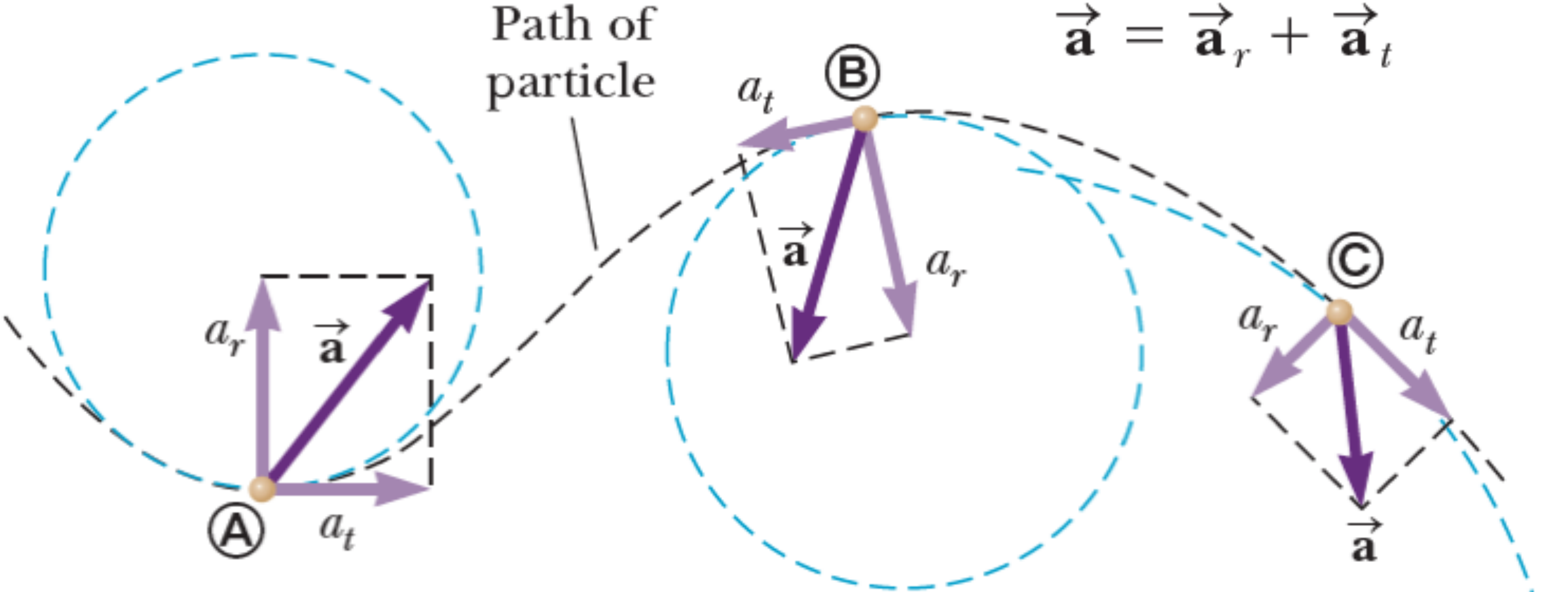
$$\omega = 2\pi f$$

- Cuando la partícula da una vuelta competa se le llama *una revolución* (a veces denotado como *rpm, revoluciones por minuto)*, *numero de vueltas/minuto*.

- *El periodo también se expresa como:*

$$T = \frac{1}{f}$$

Aceleración Radial y Tangencial



$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_r + \vec{\mathbf{a}}_t$$

$$a_t = \left|\frac{dv}{dt}\right| \qquad a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r}$$

EJ: El rotor de una ultracentrifugadora (utilizada en los lab. de química) gira a 50,000 rpm. Una partícula en la parte superior de un tubo de ensayo está a 6 cm del eje de rotación. Calcule su aceleración centrípeta

EJ: Un automóvil tiene una “aceleración lateral” de 9.4 m/s^2. Ésta es la aceleración centrípeta máxima que puede lograr el auto sin salirse de la trayectoria circular derrapando. Si el auto viaja a 40 m/s (144km/h). ¿Cuál es el radio mínimo de curvatura que puede describir? (suponga que no hay peralte)

TAREA_Movimiento circular

La figura P4.31 representa la aceleración total de una partícula que se mueve en el sentido de las manecillas del reloj en un círculo de 2.50 m de radio en cierto instante de tiempo. En este instante, encuentre a) la aceleración radial, b) la rapidez de la partícula y c) su aceleración tangencial.

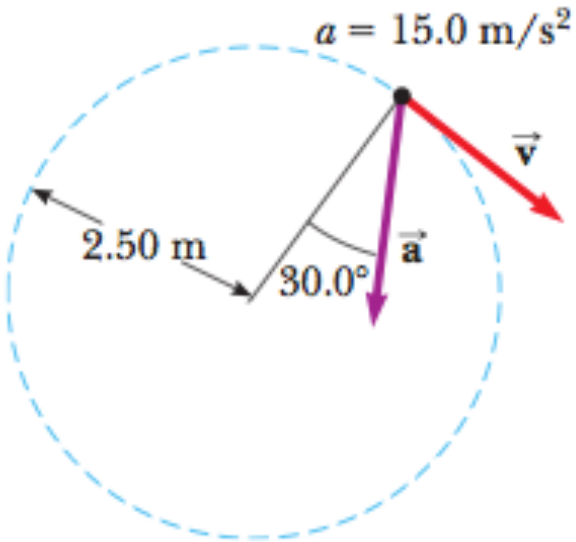


Figura P4.31

$a_r = 12.99\ \frac{m}{s^2}$

$v = 5.70\ \frac{m}{s}$

$a_t = 7.5\ \frac{m}{s^2}$

El atleta que se muestra en la figura P4.25 rota un disco de 1.00 kg a lo largo de una trayectoria circular de 1.06 m de radio. La rapidez máxima del disco es 20.0 m/s. Determine la magnitud de la aceleración radial máxima del disco.

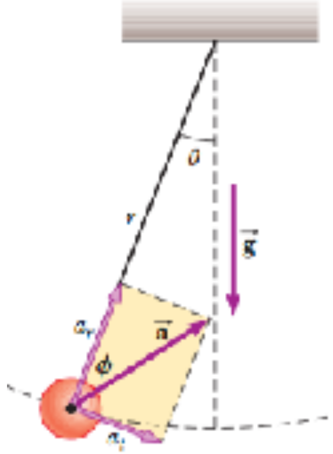
$a_c = 377\ m/s^2$

Un péndulo con un cordón de longitud $r = 1.00$ m se balancea en un plano vertical (figura P4.47). Cuando el péndulo está en las dos posiciones horizontales $\theta = 90.0°$ y $\theta = 270°$, su rapidez es 5.00 m/s. a) Encuentre la magnitud de la aceleración radial y la aceleración tangencial para estas posiciones. b) Dibuje diagramas vectoriales para determinar la dirección de la aceleración total para estas dos posiciones. c) Calcule la magnitud y dirección de la aceleración total.

$a_c = 25\ m/s^2$

$a_t = 9.8\ m/s^2$

$a = 26.8\ m/s^2$



Resumen

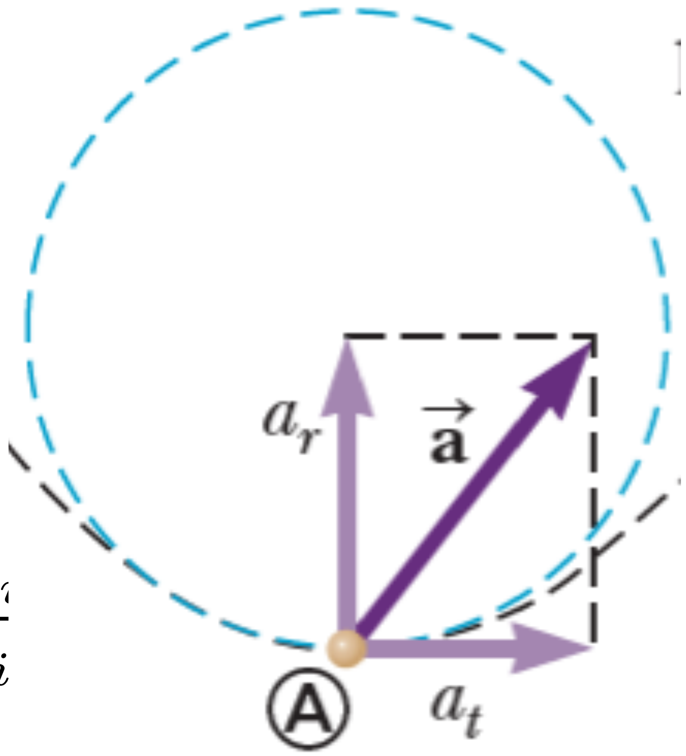
- Aceleración centrípeta $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

- Aceleración radial $a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r}$

- Aceleración tangencial $a_t = \left|\frac{dv}{dt}\right| = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

- Otras formulas

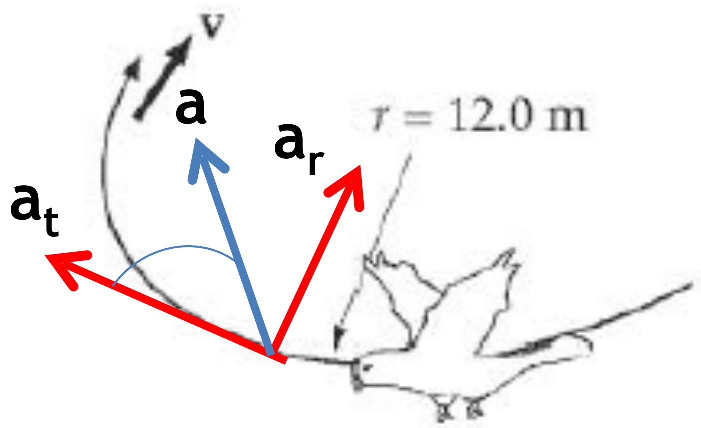
$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} \qquad a_c = r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \qquad \omega = 2\pi f$$



EJ: En un juego mecánico, los pasajeros viajan con rapidez constante en un círculo de 5.0 m de radio, dando una vuelta completa cada 4 s. ¿Qué aceleración tienen?

EJ: Un automóvil se mueve en una curva casi circular de 30 m de radio. En t = 0 el auto tiene una rapidez de 50 km/h y su rapidez decrece uniformemente hasta 30 km/h en 8 s mientras el automóvil toma la curva. Halle la magnitud de la aceleración al salir de la curva.

EJ: Un halcón vuela en un arco horizontal de 12m de radio con una rapidez constante de 4 m/s. a) Encuentre su aceleración centrípeta. b) El halcón continua volando a lo largo del mismo arco horizontal pero aumenta su rapidez a una razón de 1.2 m/s^2. Encuentre la aceleración (magnitud y dirección) en esta situación en el momento que la rapidez del halcón es 4 m/s.



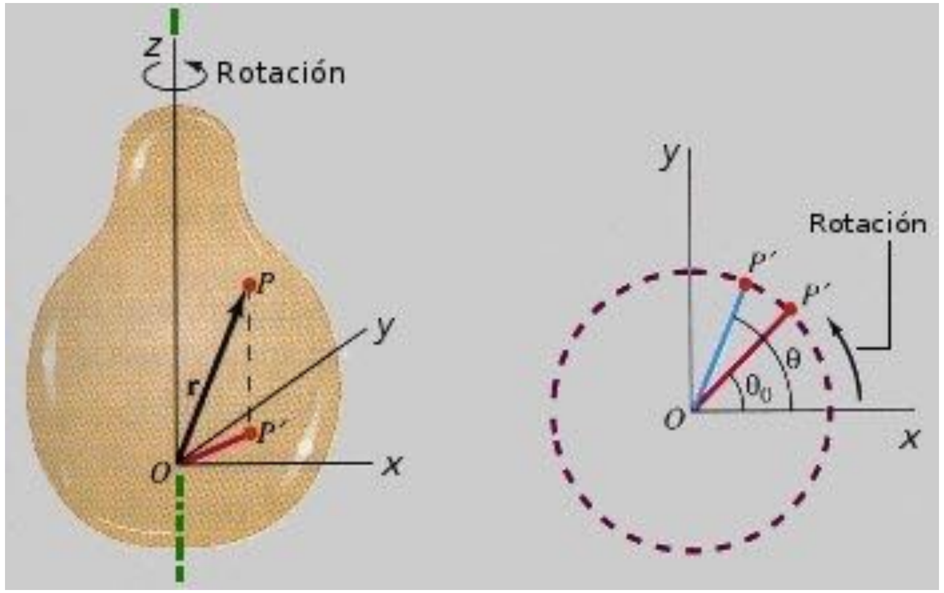
Actividad

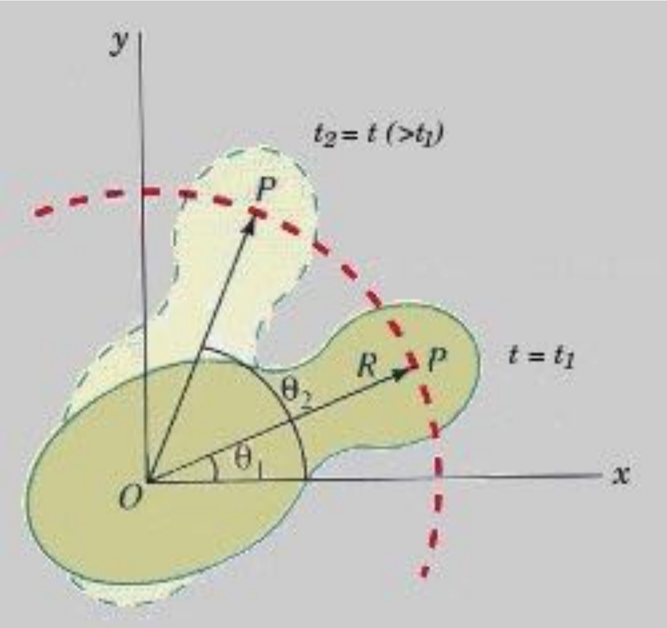
a) ¿Una partícula, que se mueve con rapidez instantánea de 3.00 m/s en una trayectoria con 2.00 m de radio de curvatura, podría tener una aceleración de 6.00 m/s^2 de magnitud? b) ¿Podría tener $|\vec{a}| = 4.00$ m/s^2? En cada caso, si la respuesta es sí, explique cómo puede ocurrir; si la respuesta es no, explique por qué.

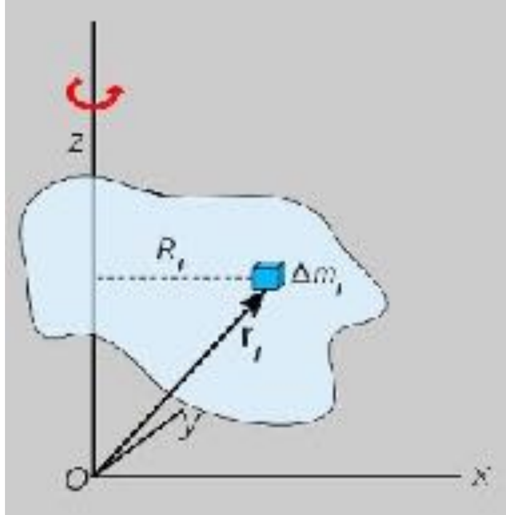
Un tren frena mientras entra a una curva horizontal cerrada, y frena de 90.0 km/h a 50.0 km/h en los 15.0 s que tarda en cubrir la curva. El radio de la curva es de 150 m. Calcule la aceleración en el momento en que la rapidez del tren alcanza 50.0 km/h. Suponga que continúa frenando a este tiempo con la misma relación.

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

Cuerpo Rígido

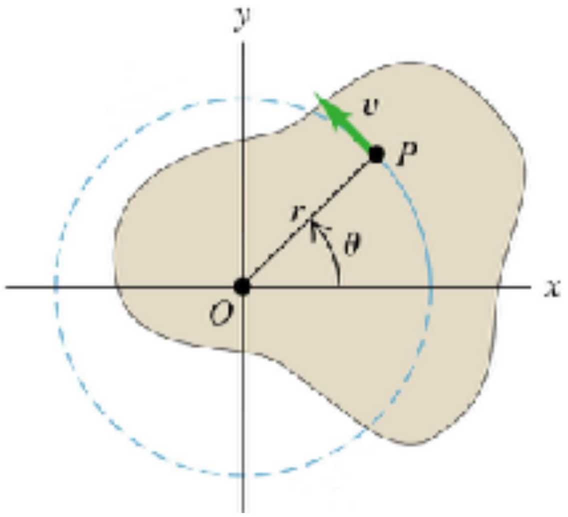




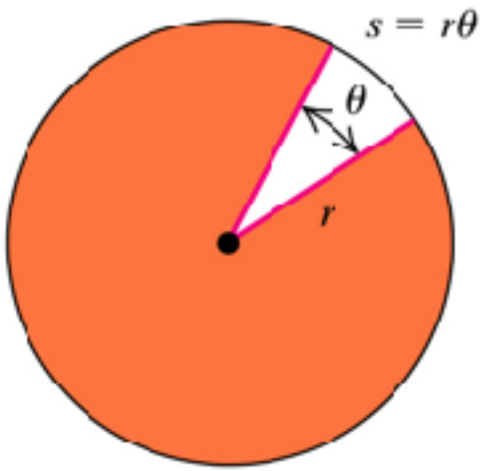


Rotación de un objeto rígido en torno a un eje fijo (Capítulo 10)

La posición angular de un objeto rígido rotando está dado por el ángulo que un punto de referencia hace con respecto a un eje fijo.



La posición angular θ se mide en radianes. Un radian es el ángulo formado cuando la longitud de arco mide lo mismo que el radio en un círculo.



Entonces podemos hallar la distancia viajada por un punto en un círculo si conocemos el ángulo y el radio del círculo.

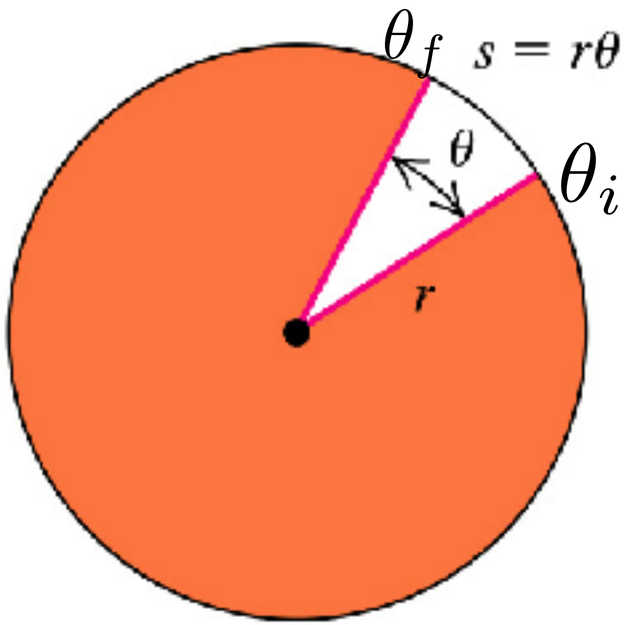
Definiciones

Si un objeto rota, entonces la posición angular del punto de referencia en él estará cambiando. Por lo tanto, podemos hacer definiciones para la velocidad y la aceleración de éste objeto en rotación midiendo cambios en la posición angular.

Def. La velocidad angular media $\bar{\omega}$, de un objeto en rotación se define como:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i}$$

En unidades de rad/s



Definiciones

Def. La velocidad angular instantánea se define como:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{d\theta}{dt}$$

Def. La aceleración angular media se define como:

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$$

En unidades de rad/s^2

Definiciones

Def. La aceleración angular instantánea se define como:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{d\omega}{dt}$$

Ahora, si conocemos la aceleración angular, entonces podemos encontrar la posición angular integrando:

$$\omega_f - \omega_i = \int_{t_i}^{t_f} \alpha \, dt$$

$$\theta_f - \theta_i = \int_{t_i}^{t_f} \omega \, dt$$

EXAMEN DE FIN DE TEMA
Viernes

EXAMEN RÁPIDO_1

La figura P4.31 representa la aceleración total de una partícula que se mueve en el sentido de las manecillas del reloj en un círculo de 2.50 m de radio en cierto instante de tiempo. En este instante, encuentre a) la aceleración radial, b) la rapidez de la partícula y c) su aceleración tangencial.

$$a_c = a\cos\theta$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

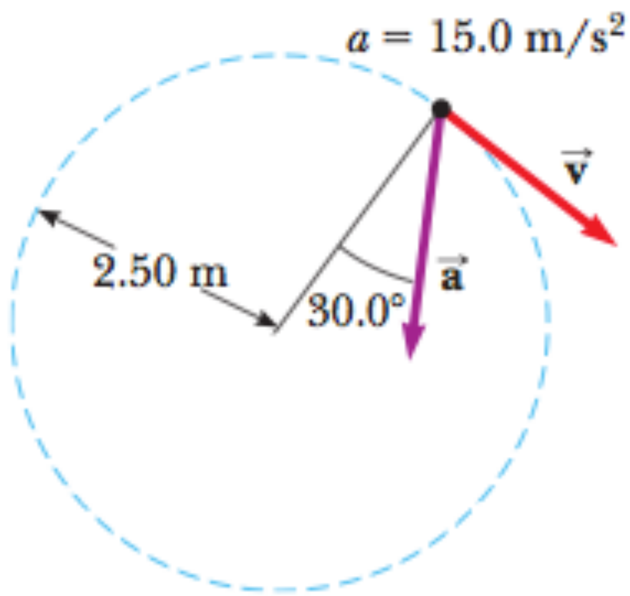


Figura P4.31

Resumen

- Velocidad angular media $\bar{\omega} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i}$

- Velocidad angular instantánea $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$$1\, rev = 2\pi\, rad$$

- Aceleración angular media $\bar{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$

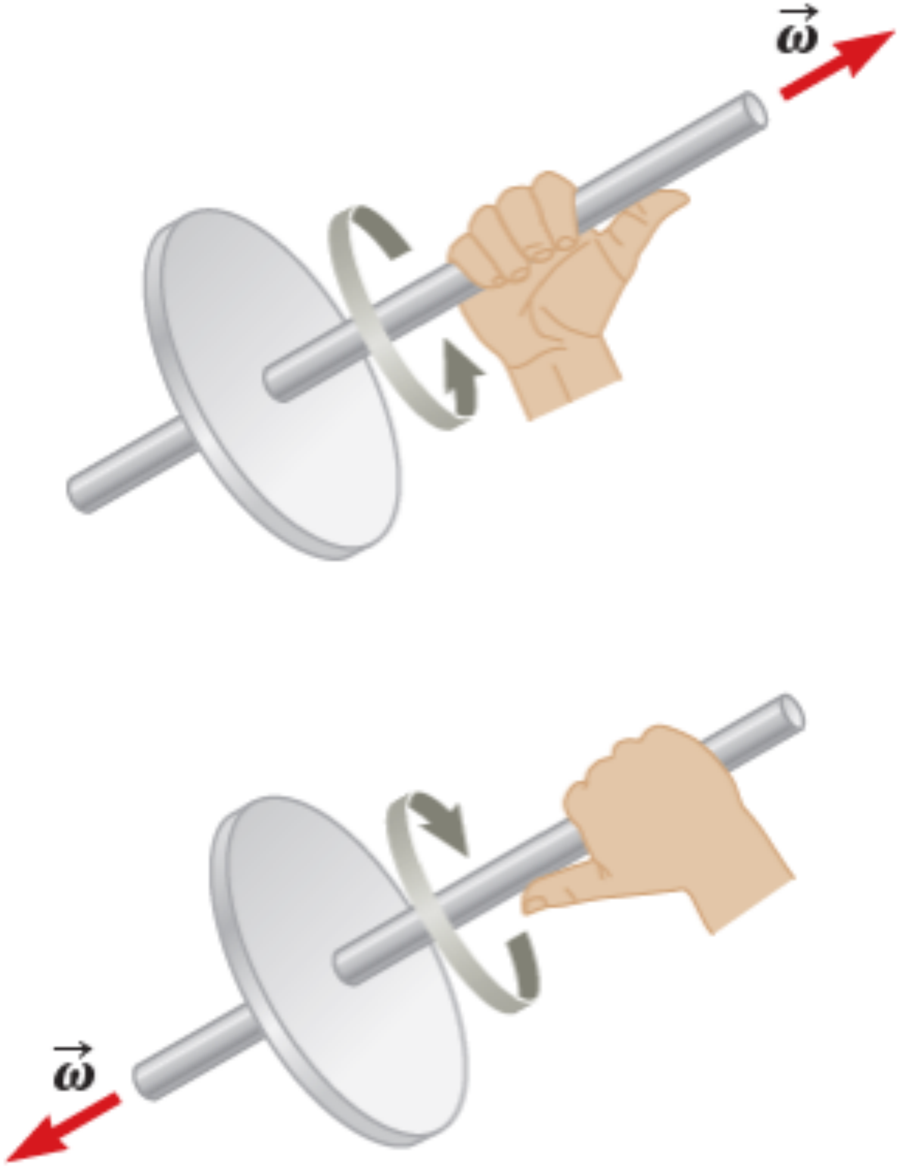
- Aceleración angular instantánea $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

- Formulas de integración

$$\omega_f = \int_{t_i}^{t_f} \alpha\, dt + \omega_i \qquad \theta_f = \int_{t_i}^{t_f} \omega\, dt + \theta_i$$

EJ: La posición angular de un disco está descrita por $\theta = 5 + 10\,t - 2\,t^3$ rad. (a) Determine la posición angular, velocidad angular y aceleración angular del disco en $t = 0$ y $t = 3$ s. (b) Halle la velocidad angular media y la aceleración angular media. (c) ¿En qué tiempo el disco se detiene y revierte su dirección de rotación?

¿Vectores?



Ecuaciones con α = const.

Si la aceleración, α, es constante, entonces podemos utilizar las siguientes ecuaciones:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$1\, rev = 2\pi\, rad$$

Uniendo estas ecuaciones se pueden obtener:

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

$$\frac{\theta_f - \theta_i}{t} = \frac{\omega_f + \omega_i}{2}$$

Ecuaciones cinemáticas para movimiento rotacional y traslacional bajo aceleración constante

Movimiento rotacional en torno a un eje fijo	Movimiento traslacional
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$v_f = v_i + at$
$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$
$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$

EJ: Una centrífuga en un laboratorio médico da vueltas a una rapidez angular de 3 600 rev/min. Cuando se apaga gira 50.0 revoluciones antes de llegar al reposo. Encuentre la aceleración angular constante de la centrífuga.

a= - 226.19 rad/s^2

EJ: Un volante rota con aceleración angular constante de 3.50 rad/s^2. Si la rapidez angular del volante es 2.0 rad/s en t = 0, (a) ¿a través de qué ángulo rota el volante en los primeros 2.0 s? (b) ¿Cuál es la rapidez angular en t = 2.0 s? (c) Halle el ángulo a través del cual el volante rota entre t = 2 s y t = 3 s.

EJ: Una barra sobre una bisagra parte del reposo y da vueltas con una aceleración angular de α = [6 – t^2 + 8t] rad/s^2, donde t está en segundos. Determine el ángulo en radianes que recorre en los primeros 5 segundos.

Tarea, Cap. 10

4.-La distancia desde el Sol a la Tierra es $1.50x10^8$ km. Suponga que la órbita es circular. Halle la aceleración centrípeta de la Tierra mientras se mueve alrededor del Sol. $a_c = 5.95 \times 10^{-3}$ m/s^2.

5.- Un neumático de 0.500 m de radio gira a una rapidez constante de 200 rev/min. Encuentre la rapidez y la aceleración de una pequeña piedra atascada en la banda de rodadura de los neumáticos (en el borde exterior).

$v = 10.47 \frac{m}{s}$ $a_c = 219.24 \frac{m}{s^2}$

9.- El taladro de un dentista empieza a partir del reposo. Después de 3.2s de aceleración angular constante, gira a razón de $2.5x10^4$ rev/min. a) Encuentre la aceleración angular de la broca. b) Determine el ángulo (en radianes) a través del cual el taladro gira durante este tiempo.

a) 821 rad/s^2 b) 4 210 rad

. Una rueda parte del reposo y da vueltas con aceleración angular constante para alcanzar una rapidez angular de 12.0 rad/s en 3.00 s. Encuentre a) la magnitud de la aceleración angular de la rueda y b) el ángulo en radianes que da vueltas en este intervalo de tiempo.

a) 4 rad/s^2 b) 18 rad

. Una rueda giratoria requiere 3.00 s para dar vueltas 37.0 revoluciones. Su rapidez angular al final del intervalo de 3.00 s es 98.0 rad/s. ¿Cuál es la aceleración angular constante de la rueda?

13.7 rad/s^2

Examen Rápido

- Una rueda requiere 3 s para rotar a través de 37 revoluciones. La rapidez angular de la rueda al final de los 3 s es 98 rad/s. ¿Cuál es la aceleración angular de la rueda si se asume constante?

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

$$\frac{\theta_f - \theta_i}{t} = \frac{\omega_f + \omega_i}{2}$$

Movimiento rotacional en torno a un eje fijo

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega_f = \int_{t_i}^{t_f} \alpha \, dt + \omega_i$$

$$\theta_f = \int_{t_i}^{t_f} \omega \, dt + \theta_i$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \omega r$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

$$1\, rev = 2\pi\, rad$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$