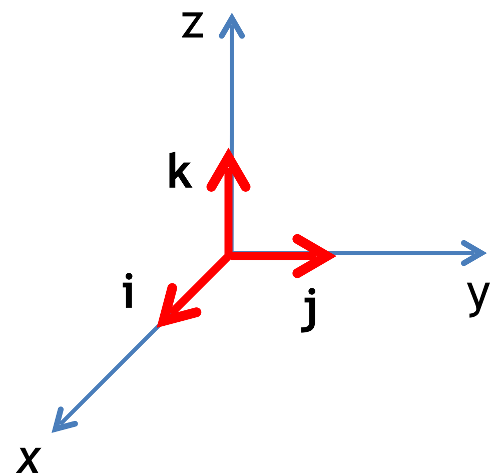
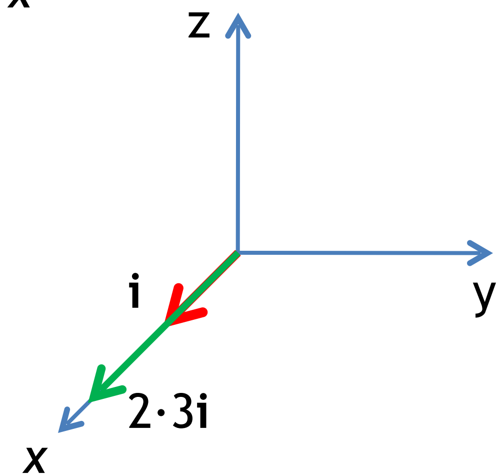
Definiciones y Propiedades

1. Un vector unitario es cualquier vector con magnitud igual a uno.



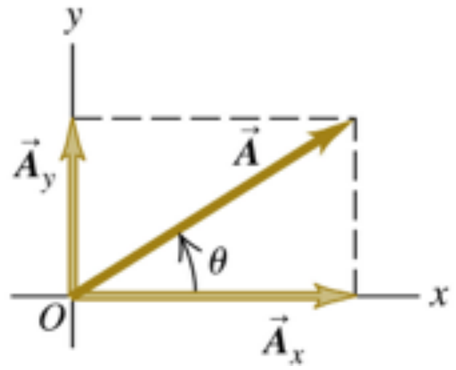
2. El vector unitario paralelo al eje *x* se denota por $\hat{\mathbf{i}}$, el vector unitario paralelo al eje *y* se denota por $\hat{\mathbf{j}}$, y el vector unitario paralelo al eje *z* se denota por $\hat{\mathbf{k}}$.



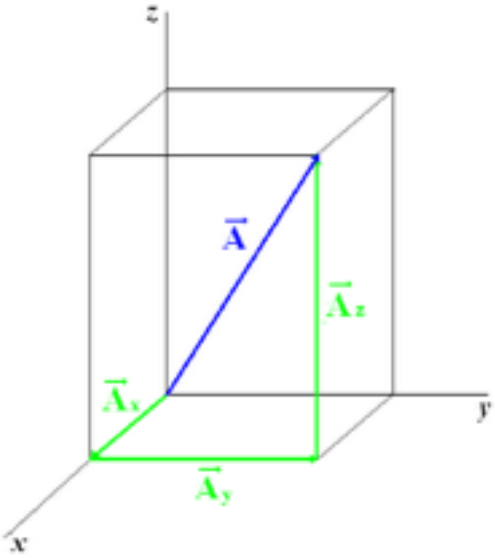
3. Cualquier vector paralelo al eje *x* se puede escribir como un múltiplo de **i**. Un vector paralelo al eje *y* es un múltiplo de **j**, y un vector paralelo al eje *z* es un múltiplo de **k**.

Propiedad de vectores

Cualquier vector en el plano *xy* se puede escribir como la suma de dos vectores paralelos a los ejes coordenados.

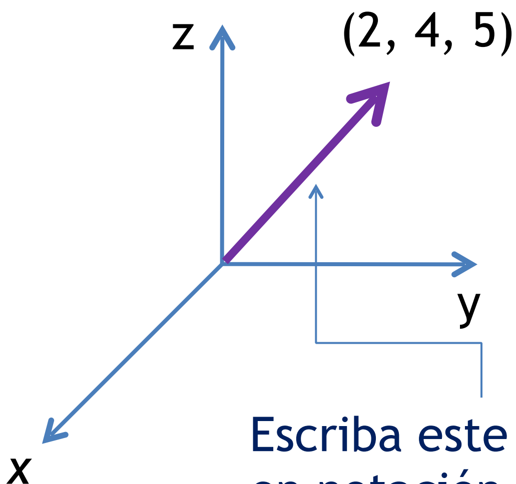


Cualquier vector en el espacio se puede escribir como la suma de tres vectores paralelos a los ejes coordenados.

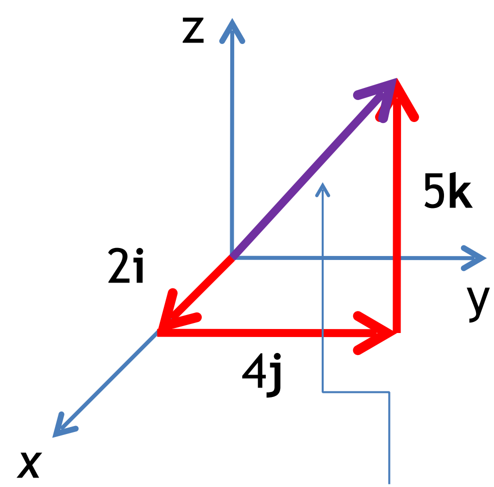


Propiedad de vectores

Sin embargo, vectores paralelos a los ejes coordenados se pueden escribir como múltiplos de los vectores unitarios **i**, **j**, y **k**. Por esta razón reescribimos los vectores en términos de vectores unitarios de la forma usual (suma de vectores paralelos a los ejes).

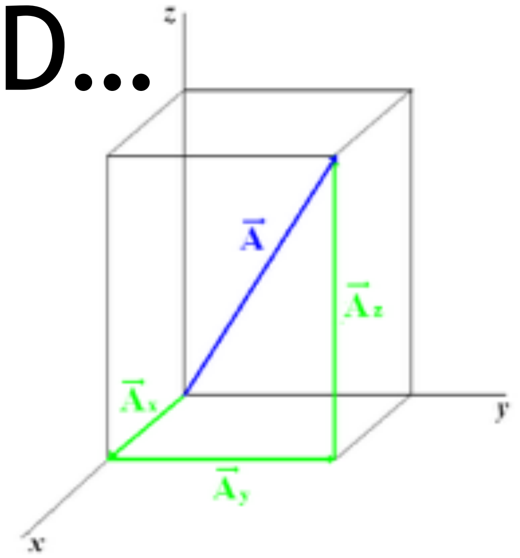


Escriba este vector en notación de vectores unitarios



El vector es 2**i** + 4**j** + 5**k**

Para vectores en 3D…

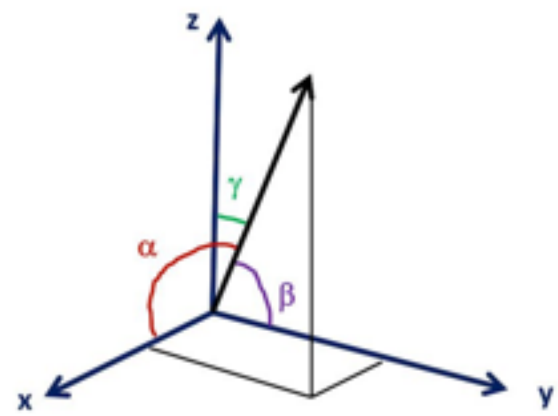


En tres dimensiones cualquier vector se puede escribir en:

Forma Polar:

$$\mathbf{A} = 42.6\text{m}, \underbrace{76.4^\circ, 54^\circ, 39.2^\circ}_{\text{Ángulos directores}}$$

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{|A|} \quad \cos\beta = \frac{A_y}{|A|} \quad \cos\gamma = \frac{A_z}{|A|}$$



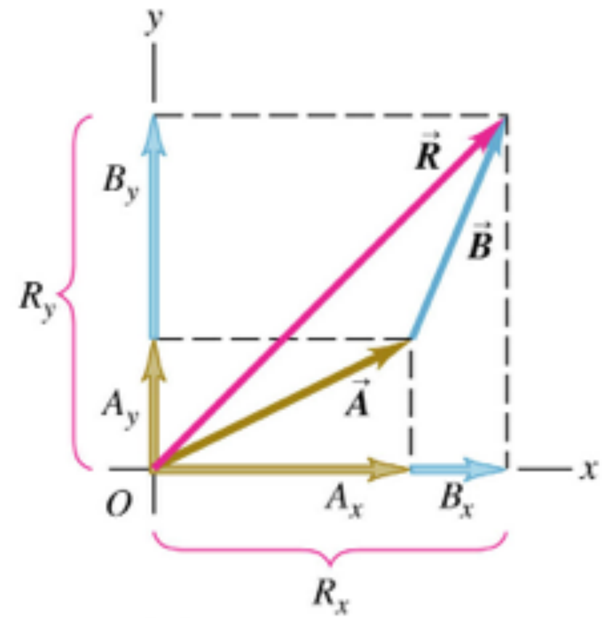
Forma Cartesiana: A = (10, 25, 33)m

En vectores unitarios:

A = 10**i** + 25**j** + 33**k** m

Suma analítica de dos vectores

Si queremos sumar dos vectores escritos en forma cartesiana o en vectores unitarios, sólo tenemos que sumar las coordenadas o componentes correspondientes.



Ej.Si **A** = (32, 151.7)N (ó 32**i** + 151.7**j**)

y **B** = (-51.2, 30.5) N (ó -51.2**i** + 30.5**j**)

Entonces: **R** = **A** + **B** = (-19.2, 182.2) N

ó **R** = **A** + **B** = -19.2**i** + 182.2**j** N

Note que para sumar los vectores, sólo sumamos los términos de X y los términos de Y.

Suma de vectores en 3D

Si los vectores están escritos en forma cartesiana ó en vectores unitarios, entonces sólo sume los términos correspondientes.

- Ej. Asuma que tenemos dos vectores:

A = (10, -15, 32.5)m ó **A** = 10**i** – 15**j** + 32.5**k** m y

B = (3, 5, -2.5)m ó **B** = 3**i** + 5**j** - 2.5**k** m

Entonces **A** + **B** = (13, -10, 30)m ó **A** + **B** = 13**i** - 10**j** + 30**k** m

- Ej. Dados dos vectores:

A = (1, -5, -10)m ó **A** = 1**i** – 5**j** - 10**k** m y

B = (8, 2, 3)m ó **B** = 8**i** + 2**j** +3**k** m

Entonces **A** + **B** = (9, -3, -7)m ó **A** + **B** = 9**i** - 3**j** -7**k** m

Entonces **B** - **A** = (7, 7, 13)m ó **B** - **A** = 7**i** + 7**j** +13**k** m

- **3A=** (3, -15, -30)m; 2B= (16, 4, 6)m

Producto Escalar

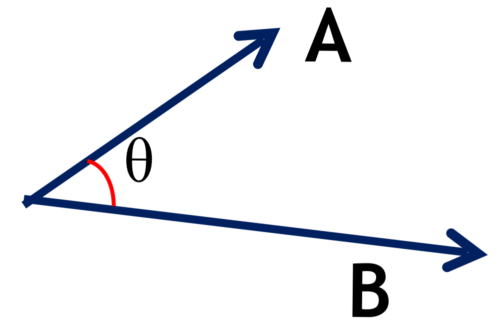
Def. El producto escalar (ó punto) entre dos vectores **A** y **B** se define como:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = |A|\ |B|\ \cos\theta$$

Y terminamos con un escalar

Note que empezamos con dos vectores

Ésta es magnitud



$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

El módulo o magnitud

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

Donde θ es el ángulo más pequeño entre ambos vectores.

¿Y si los vectores están en 3D y en notación de vectores unitarios?

Dados los vectores $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$ y $\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$, ¿cómo encontramos $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$?

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

Note que no hay vectores unitarios en el resultado (es escalar).

Y el ángulo será: $\cos\theta = \dfrac{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}{|A||B|}$

$$\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{i}} = 1 \quad \hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{j}} = 1 \quad \widehat{\mathbf{k}}\cdot\widehat{\mathbf{k}} = 1 \qquad \hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}}\cdot\widehat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}}\cdot\widehat{\mathbf{k}} = 0$$

Actividad en Clase

Dados $\mathbf{A} = (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2.5\mathbf{k})$, $\mathbf{B} = (\mathbf{i} + 7\mathbf{k})$
y $\mathbf{C} = (3\mathbf{i} + 4.7\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$, Hallar:

a) $\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}$

b) $\mathbf{C}-\mathbf{B}$

c) El módulo $|\mathbf{A}-\mathbf{C}|$

d) $\mathbf{A}-\mathbf{B}+\mathbf{C}$

e) $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$

f) El ángulo más pequeño entre $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$