



Energía Cinética Rotacional

Capítulo 8 y 10

Serway

Resumen

La inercia I , es la resistencia que opone un objeto a los cambios en el movimiento de **rotación**.

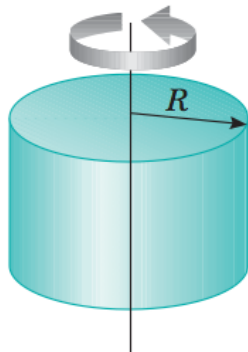
Para una masa puntual, su momento de inercia es:

$$I = mr^2$$

Hay que recordar que el momento de inercia es diferente para cada objeto, e inclusive es diferente para el mismo objeto.

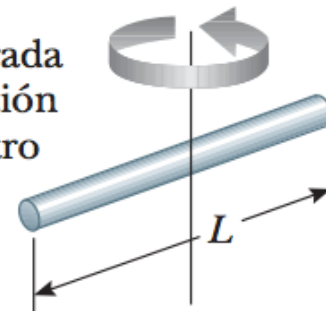
Cilindro sólido
o disco

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2} MR^2$$

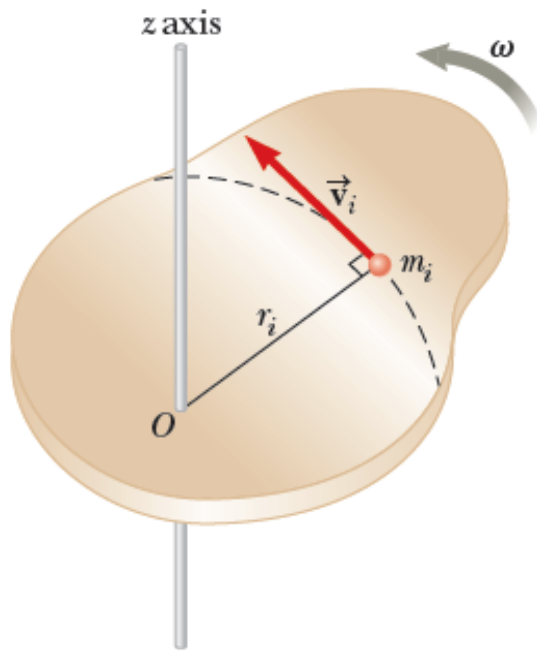


Barra larga delgada
con eje de rotación
a través del centro

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{12} ML^2$$



Energía cinética rotacional



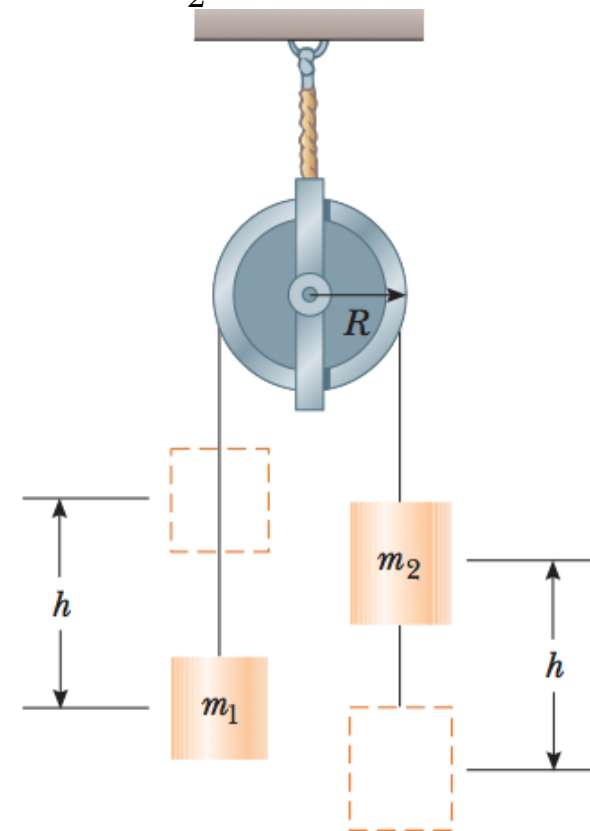
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = r\omega$$

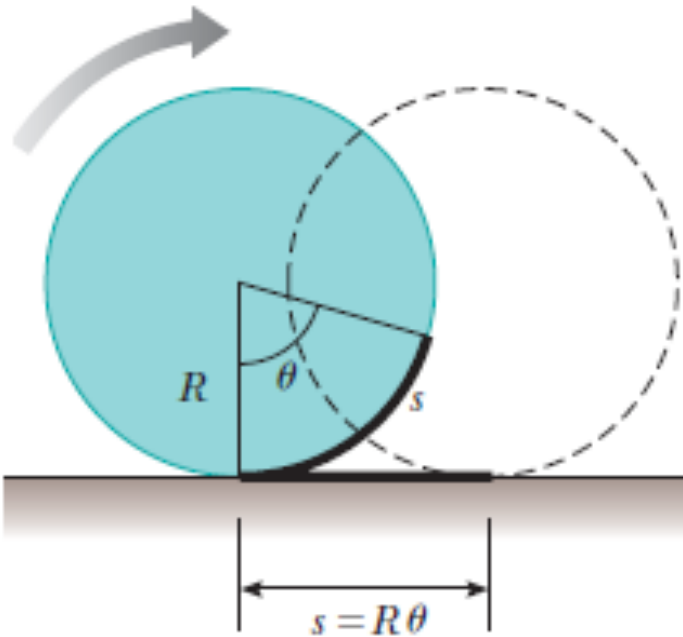
$$K = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Dos masas están conectadas por una cuerda ligera que pasa por una polea en forma de disco con masa de 7 kg y radio de 10 cm. La masa de $m_1 = 5$ kg se libera del reposo desde una altura de 4 m, determine la rapidez de ésta masa justo antes de pegar en el suelo. (Considere que no hay fricción en el eje de la polea y que $m_2 = 3$ kg). (El momento de inercia del disco es $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$)



Combinación de movimiento de rotación y translación.



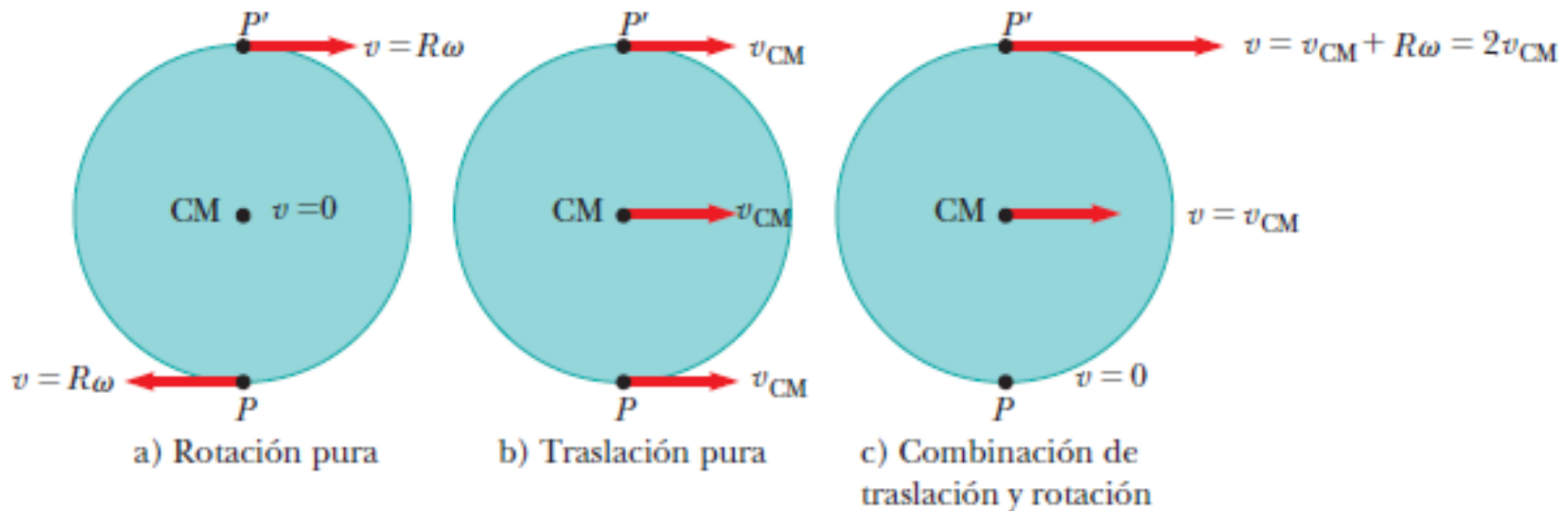
$s :=$ sección de arco

La rapidez traslacional del centro de masa de un objeto en rodamiento de radio R rodando con rapidez angular ω .

$$v_{\text{CM}} = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

La magnitud de la aceleración lineal del centro de masa para movimiento de rodamiento

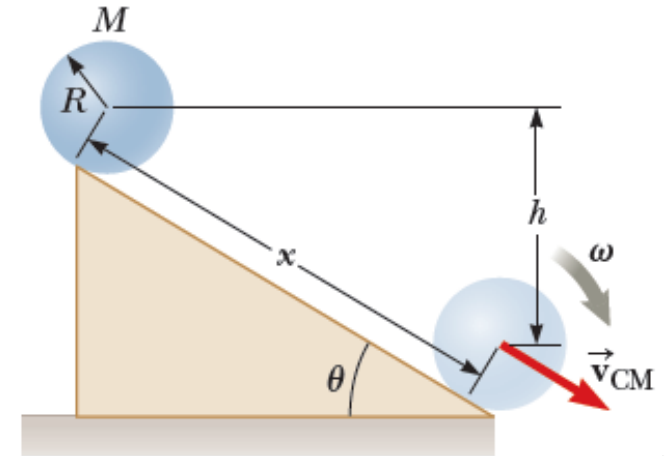
$$a_{\text{CM}} = \frac{dv_{\text{CM}}}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$



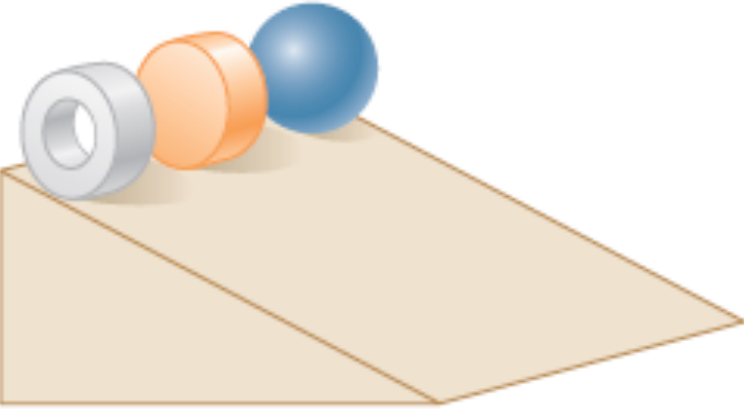
Ahora, cuando aplicamos el principio de conservación de la energía en un problema, debemos incluir un término para la energía cinética rotacional para objetos que rotan en el sistema.

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2$$

Una esfera rueda sin deslizarse después de liberarse desde el reposo en la parte superior del plano inclinado. Determine la velocidad y la aceleración final del CM de la esfera. $I = \frac{2}{5}MR^2$



Una esfera sólida, un cilindro y un anillo, todos con la misma masa “m” y radio “r” se liberan desde el reposo de la parte alta de un plano inclinado de altura h. ¿Cuál objeto alcanza la base del plano inclinado primero? Justifique su respuesta.



Esfera sólida

$$I_{\text{CM}} = \frac{2}{5} MR^2$$

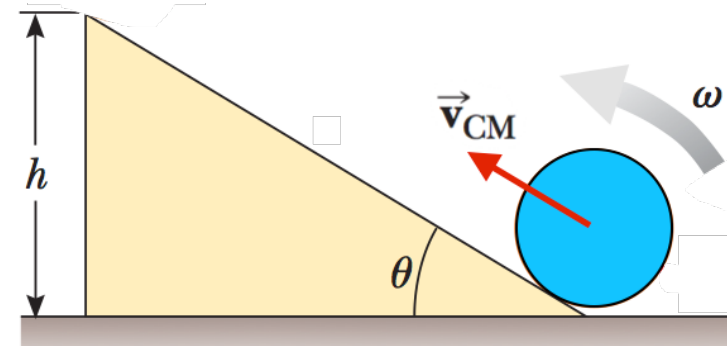
Cilindro sólido
o disco

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2} MR^2$$

Aro o cascarón
cilíndrico delgado

$$I_{\text{CM}} = MR^2$$

Un disco sólido rueda sin resbalar sobre una superficie nivelada con rapidez constante de 2.50 m/s. Si el disco rueda hacia arriba por un plano inclinado de 30° , ¿qué tan lejos a lo largo del plano se moverá el disco antes de detenerse?



Resumen

La energía cinética de rotación es

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Si un objeto rota y se traslada su energía es

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

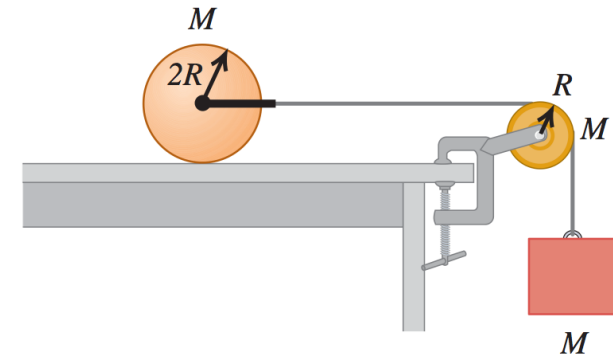
Ahora la conservación de la energía será

$$K_{R_i} + U_i = K_{R_f} + U_f$$

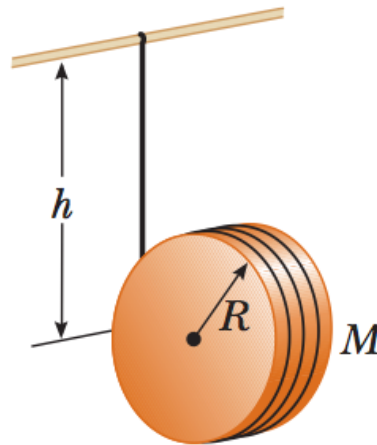
Un cilindro sólido uniforme de masa M y radio $2R$ descansa en una mesa horizontal. Se ata un cordón mediante un yugo a un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro, de modo que éste puede girar sobre el eje. El cordón pasa por una polea con forma de disco de masa M y radio R , que está montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque de masa M se suspende del extremo libre del hilo. El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre la mesa. Si el sistema se libera del reposo, ¿qué aceleración hacia abajo tendrá el bloque?

$$I_c = \frac{1}{2}m(2R)^2$$

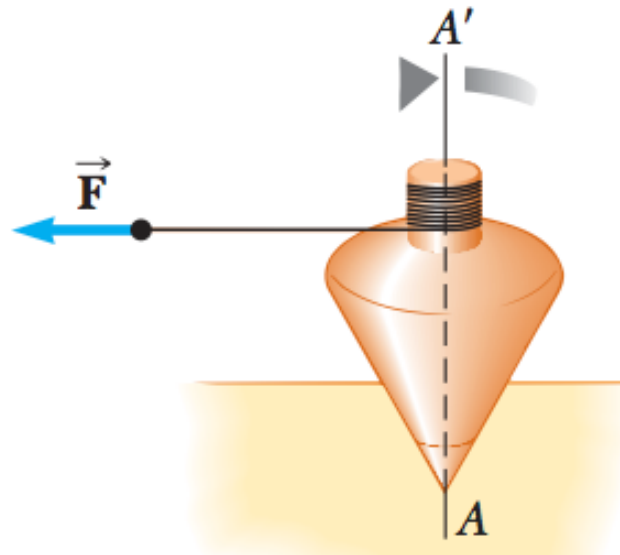
$$I_d = \frac{1}{2}mR^2$$



Una cuerda se enrolla alrededor de un disco uniforme de radio R y masa M . El disco se libera desde el reposo con la cuerda vertical y su extremo superior amarrado a una barra fija (figura P10.77). Demuestre que a) la tensión en la cuerda es un tercio del peso del disco, b) la magnitud de la aceleración del centro de masa es $2g/3$ y c) la rapidez del centro de masa es $(4gh/3)^{1/2}$ después de que el disco descendió una distancia h . Verifique su respuesta a el inciso a) con el planteamiento energético.

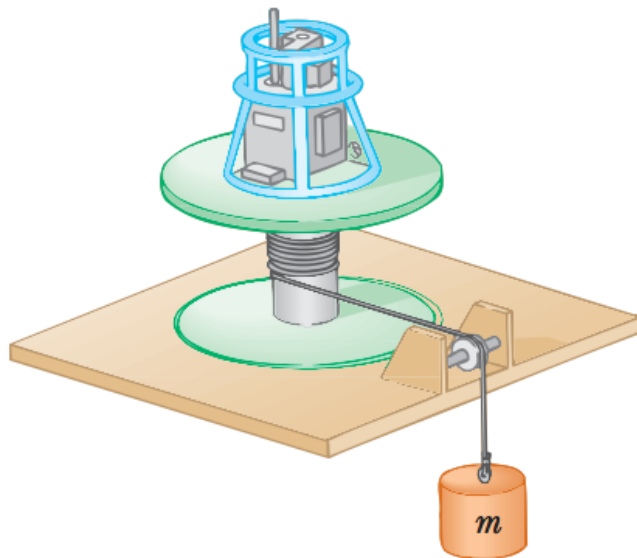


El trompo de la figura P10.43 tiene un momento de inercia igual a $4.00 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e inicialmente está en reposo. Es libre de dar vueltas en torno al eje estable AA' . Una cuerda, enrollada alrededor de una espiga a lo largo del eje del trompo, se jala en tal forma que mantiene una tensión constante de 5.57 N . Si la cuerda no se desliza mientras se desenrolla de la espiga, ¿cuál es la rapidez angular del trompo después de jalar 80.0 cm de cuerda de la espiga?



Actividad

. La figura muestra un contrapeso de masa m suspendido mediante una cuerda enrollada alrededor de un carrete de radio r , que forma parte de una tornamesa que sostiene al objeto. La tornamesa puede dar vuelta sin fricción. Cuando el contrapeso se libera desde el reposo, desciende una distancia h y adquiere una rapidez v . Determine el momento de inercia I del aparato giratorio



● Considere el sistema que se muestra en la figura P10.44 con $m_1 = 20.0$ kg, $m_2 = 12.5$ kg, $R = 0.200$ m y la masa de la polea uniforme $M = 5.00$ kg. El objeto m_2 descansa sobre el suelo y el objeto m_1 está 4.00 m sobre el suelo cuando se libera del reposo. El eje de la polea no tiene fricción. La cuerda es ligera, no se estira y no se desliza sobre la polea. Calcule el intervalo de tiempo requerido para que m_1 golpee el suelo.

