



TÉCNICO
LISBOA

Compiladores¹

Análise Lexical

Capítulo 3 - “Compilers: Principles, Techniques and Tools”

Prof. Alberto Abad

IST - Universidade de Lisboa

2021/2022

¹Slides adaptados a partir do material do Prof. Pedro T. Monteiro (2017/2018)

Reconhecimento de elementos da linguagem

Expressões Regulares

Autómatos Finitos

Conversão entre Representações

Reconhecimento multi-string

Objectivo: Processamento da parte regular de uma linguagem

Objectivo: Processamento da parte regular de uma linguagem

Etapas principais:

- Ler a sequência de caracteres do programa fonte
- Agrupar conjuntos de caracteres em lexemas
- Produzir uma sequência de tokens correspondente aos lexemas do programa fonte

Objectivo: Processamento da parte regular de uma linguagem

Etapas principais:

- Ler a sequência de caracteres do programa fonte
- Agrupar conjuntos de caracteres em lexemas
- Produzir uma sequência de tokens correspondente aos lexemas do programa fonte

Etapas adicionais:

- remoção de espaços
- remoção de comentários
- informação de número de linha
- gestão de erros

Token	Informal description	Lexeme(s)
IF	characters i, f	if
ELSE	characters e, l, l, e	else
COMPARISON	< or > or <= or >= or == or !=	<=, !=
ID	letter followed by letters and digits	pi, score, D2
NUMBER	any numeric constant	3.1415, 0, 6.02e23

- **Token**: símbolo abstracto representando uma unidade lexical par consistindo num nome e num atributo opcional
- **Padrão**: representação dos lexemes associados a um token
 - e.g. dígito repetido uma ou mais vezes
- **Lexema**: sequência de caracteres de um programa que faz *match* com o padrão

- Na maioria de linguagens as seguintes classes cobrem a maioria (ou todos) os tokens:
 1. Um token para cada **keyword**
 2. Um token para cada **operador**
 3. Um token para representar todos os **identificadores**
 4. Um token para cada tipo **literal** (números, strings)
 5. Um token para cada da símbolo de **pontuação** (parenteses, ponto vírgula, etc.)
- Alguns tokens podem ter atributos (ex: **identificadores** e **literais**)





Gestão de Tokens:

- Como são representados?
- Como são reconhecidos?



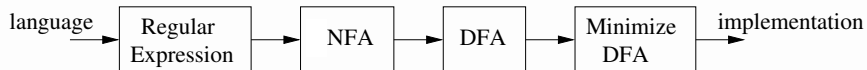
Gestão de Tokens:

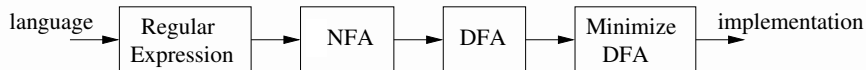
- Como são representados?
 - Expressões regulares (REs)
- Como são reconhecidos?



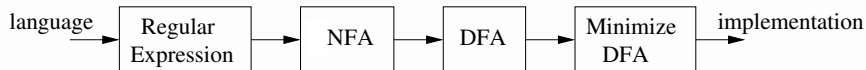
Gestão de Tokens:

- Como são representados?
 - Expressões regulares (REs)
- Como são reconhecidos?
 - Autómatos finitos determinísticos (DFAs)





- Expressões regulares (REs)
- Autómatos finitos (não) determinísticos (NFA/DFA)
- Conversão de expressões regulares para NFA
- Conversão de NFA para DFA
- Minimização de DFAs



- Expressões regulares (REs)
- Autómatos finitos (não) determinísticos (NFA/DFA)
- Conversão de expressões regulares para NFA
- Conversão de NFA para DFA
- Minimização de DFAs

Concretizado na ferramenta Flex

Reconhecimento de elementos da linguagem

Expressões Regulares

Autómatos Finitos

Conversão entre Representações

Reconhecimento multi-string

Exemplos:

- Números inteiros
- Números reais
- Identificadores em C/C++/...
- Matrículas de veículos ligeiros
- Endereços web
- Palavras começadas por 'v' e terminadas por 'ar' em ficheiros de texto
- Strings de 0s e 1s terminadas em 01
- ...

- Um **alfabeto** Σ é um conjunto de símbolos, não vazio e finito
 - Exemplo: $\Sigma = \{0, 1\}$
- Uma **string** (ou **palavra**) é uma sequência **finita** de símbolos de um alfabeto
 - Exemplo: 011001

- Um **alfabeto** Σ é um conjunto de símbolos, não vazio e finito
 - Exemplo: $\Sigma = \{0, 1\}$
- Uma **string** (ou **palavra**) é uma sequência **finita** de símbolos de um alfabeto
 - Exemplo: 011001
 - String vazia: ϵ

- Um **alfabeto** Σ é um conjunto de símbolos, não vazio e finito
 - Exemplo: $\Sigma = \{0, 1\}$
- Uma **string** (ou **palavra**) é uma sequência **finita** de símbolos de um alfabeto
 - Exemplo: 011001
 - String vazia: ϵ
 - Comprimento da string w , $|w|$: número de posições de símbolos na string

- Um **alfabeto** Σ é um conjunto de símbolos, não vazio e finito
 - Exemplo: $\Sigma = \{0, 1\}$
- Uma **string** (ou **palavra**) é uma sequência **finita** de símbolos de um alfabeto
 - Exemplo: 011001
 - String vazia: ϵ
 - Comprimento da string w , $|w|$: número de posições de símbolos na string
 - Σ^k : conjunto de strings com comprimento k com símbolos de Σ
 - ▶ $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$
 - ▶ $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Sigma^1 = \{0, 1\}$, $\Sigma^2 = \{00, 01, 10, 11\}$
 - Σ^* : conjunto de **todas** as strings sobre um alfabeto Σ
 - ▶ $\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \dots$
 - ▶ $\Sigma^* = \{\epsilon\} \cup \Sigma^+$

- Um **alfabeto** Σ é um conjunto de símbolos, não vazio e finito
 - Exemplo: $\Sigma = \{0, 1\}$
- Uma **string** (ou **palavra**) é uma sequência **finita** de símbolos de um alfabeto
 - Exemplo: 011001
 - String vazia: ϵ
 - Comprimento da string w , $|w|$: número de posições de símbolos na string
 - Σ^k : conjunto de strings com comprimento k com símbolos de Σ
 - ▶ $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$
 - ▶ $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Sigma^1 = \{0, 1\}$, $\Sigma^2 = \{00, 01, 10, 11\}$
 - Σ^* : conjunto de **todas** as strings sobre um alfabeto Σ
 - ▶ $\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \dots$
 - ▶ $\Sigma^* = \{\epsilon\} \cup \Sigma^+$
 - Se x , y são strings, xy é a **concatenação** de x e y
 - ▶ Cópia de x seguida de cópia de y

- Dado um alfabeto Σ , uma **linguagem** é um qualquer subconjunto das strings em Σ^*
 - e.g. a linguagem de todas as strings sobre $\{0,1\}$ que contém a string 01
- **Problema**: decidir se uma string w pertence a uma linguagem L
 - Seja Σ um alfabeto e seja L uma linguagem sobre Σ
 - Problema L : Dada $w \in \Sigma^*$, decidir se w pertence a L

- **União** de linguagens L e M ($L \cup M$)
 - Conjunto de strings em L , em M ou em ambas
 - ▶ $L \cup M = \{s \mid s \in L \text{ or } s \in M\}$

- **União** de linguagens L e M ($L \cup M$)
 - Conjunto de strings em L , em M ou em ambas
 - ▶ $L \cup M = \{s \mid s \in L \text{ or } s \in M\}$
- **Concatenação** de linguagens L e M ($L \cdot M$ ou LM)
 - Conjunto de strings formadas pela concatenação de qualquer string de L com qualquer string de M
 - ▶ $LM = \{st \mid s \in L \text{ and } t \in M\}$
 - ▶ $L^0 = \{\epsilon\}$; $L^2 = \{s_1s_2 \mid s_1, s_2 \in L\}$; $L^k = \{s_1 \dots s_k \mid s_1, \dots, s_k \in L\}$

- **União** de linguagens L e M ($L \cup M$)
 - Conjunto de strings em L , em M ou em ambas
 - ▶ $L \cup M = \{s \mid s \in L \text{ or } s \in M\}$
- **Concatenação** de linguagens L e M ($L \cdot M$ ou LM)
 - Conjunto de strings formadas pela concatenação de qualquer string de L com qualquer string de M
 - ▶ $LM = \{st \mid s \in L \text{ and } t \in M\}$
 - ▶ $L^0 = \{\epsilon\}$; $L^2 = \{s_1s_2 \mid s_1, s_2 \in L\}$; $L^k = \{s_1 \dots s_k \mid s_1, \dots, s_k \in L\}$
- **Fecho** (ou **fecho de Kleene**) de uma linguagem L (L^*)
 - Conjunto de strings formadas por concatenação de qualquer string de L **0 ou mais vezes**
 - ▶ $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$

- **União** de linguagens L e M ($L \cup M$)
 - Conjunto de strings em L , em M ou em ambas
 - ▶ $L \cup M = \{s \mid s \in L \text{ or } s \in M\}$
- **Concatenação** de linguagens L e M ($L \cdot M$ ou LM)
 - Conjunto de strings formadas pela concatenação de qualquer string de L com qualquer string de M
 - ▶ $LM = \{st \mid s \in L \text{ and } t \in M\}$
 - ▶ $L^0 = \{\epsilon\}$; $L^2 = \{s_1s_2 \mid s_1, s_2 \in L\}$; $L^k = \{s_1 \dots s_k \mid s_1, \dots, s_k \in L\}$
- **Fecho** (ou **fecho de Kleene**) de uma linguagem L (L^*)
 - Conjunto de strings formadas por concatenação de qualquer string de L **0 ou mais vezes**
 - ▶ $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$
- **Fecho Positivo** de uma linguagem L (L^+)
 - Conjunto de strings formadas por concatenação de qualquer string de L **1 ou mais vezes**
 - ▶ $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M =$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM =$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* =$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^* =$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^* = \{\epsilon, cc, ccddd, cccc, dddc, dddccccc, \dots\}$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^* = \{\epsilon, cc, ccddd, cccc, dddc, dddccccc, \dots\}$
- $L^+ =$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^* = \{\epsilon, cc, ccddd, cccc, dddc, dddccccc, \dots\}$
- $L^+ = \{a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^* = \{\epsilon, cc, ccddd, cccc, dddc, dddccccc, \dots\}$
- $L^+ = \{a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^+ =$

$L = \{a, bb\}$ and $M = \{cc, ddd\}$

- $L \cup M = \{a, cc, bb, ddd\}$
- $LM = \{acc, addd, bbcc, bbddd\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^* = \{\epsilon, cc, ccddd, cccc, dddc, dddccccc, \dots\}$
- $L^+ = \{a, abb, aa, aabb, aaabb, bba, \dots\}$
- $M^+ = \{cc, ccddd, cccc, dddc, dddccccc, \dots\}$

- **Caso base:**

- A constante ϵ é uma expressão regular, $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$
- Se a é um símbolo, então a é uma expressão regular, $L(a) = \{a\}$

- **Caso base:**

- A constante ϵ é uma expressão regular, $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$
- Se a é um símbolo, então a é uma expressão regular, $L(a) = \{a\}$

- **Indução:**

Se as variáveis R e S são expressões regulares que denotam as linguagens $L(R)$ e $L(S)$, então:

- $(R)|(S)$ é uma expressão regular, com linguagem $L(R) \cup L(S)$
- $(R)(S)$ é uma expressão regular, com linguagem $L(R)L(S)$
- $(R)^*$ é uma expressão regular, com linguagem $(L(R))^*$
- (R) é uma expressão regular, com linguagem $L(R)$

Os parêntesis permitem alterar a prioridade dos operadores.

Convenções para precedência:

- Fecho ($*$) tem a maior precedência
- Concatenação (\cdot) é o próximo na ordem de precedência
- União ($|$) tem a menor precedência

Exemplos:

- $\mathbf{a^*|b^*}$ corresponde a $\mathbf{(a^*)|(b^*)}$
- $\mathbf{a^*c|b^*}$ corresponde a $\mathbf{(a^*)(c)|(b^*)}$

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$:

- **$a|b$** representa a linguagem $\{a, b\}$
- **$(a|b)(a|b)$** representa a linguagem $\{aa, ab, ba, bb\}$
- **a^*** representa a linguagem $\{\epsilon, a, aa, aaa, \dots\}$
- **$(a|b)^*$** representa a linguagem $\{\epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\}$
- **$a|a^*b$** representa a linguagem $\{a, b, ab, aab, aaab, \dots\}$

- Operador **?** representa **zero ou um de**
 - $R?$ corresponde a $\epsilon|R$
- Operador **+** representa **um ou mais de**
 - R^+ corresponde a RR^*
- Operador **{n}** representa **n cópias de**
- Símbolo **.** representa **qualquer** caracter
- Sequência **[a₁ ··· a_k]** representa a expressão regular $a_1|\cdots|a_k$
- Intervalos **x-y** podem ser utilizados dentro de parêntesis rectos
 - e.g. todos os caracteres de x a y na sequência ASCII
- Caracteres especiais do UNIX/Linux: precedidos por ****

Exemplos de expressões regulares (baseadas no código ASCII):

- Inteiros:
 - $([+ -]?[1-9][0-9]^*)|0$
- Identificadores:
 - $[a-zA-Z][a-zA-Z0-9]^*$
 - $[a-zA-Z_][a-zA-Z0-9_]^*$
- Reais:
 - $[+ -]?((([0-9]^+\.[0-9]^*)|([0-9]^*\.[0-9]^+))$

Exemplos de expressões regulares (baseadas no código ASCII):

- Inteiros:
 - $([+ -]?[1-9][0-9]^*)|0$
- Identificadores:
 - $[a-zA-Z][a-zA-Z0-9]^*$
 - $[a-zA-Z_][a-zA-Z0-9_]^*$
- Reais:
 - $[+ -]?((([0-9]^+\.[0-9]^*)|([0-9]^*\.[0-9]^+))$

Nota: notação adicional simplifica escrita de expressões regulares, mas permite representar as mesmas linguagens

Reconhecimento de elementos da linguagem

Expressões Regulares

Autómatos Finitos

Conversão entre Representações

Reconhecimento multi-string

Um **autómato finito** é essencialmente um grafo que:

- actua como um reconhecedor de uma **linguagem regular**
 - responde "sim" ou "não" para uma string de entrada
- pode ser de dois tipos:
 - **Autómato finito determinístico (DFA)**, em que para cada estado e símbolo do alfabeto, existe um único arco com esse símbolo partindo desse estado
 - **Autómato finito não determinístico (NDA)**, em que não existem restrições nos símbolos dos seus arcos, podendo existir vários arcos com o mesmo símbolo, assim como o símbolo ϵ , partindo de um mesmo estado

Um **autómatos finito determinístico** (**DFA**) **A** é um tuplo $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ em que:

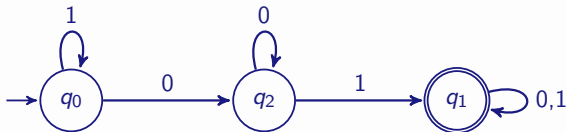
- Q é o conjunto finito de estados
- Σ é o conjunto finito de símbolos de entrada
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é uma função de transição
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais ou aceitadores

- DFA $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- Diagrama de transição:
 - Um nó para cada estado em Q
 - Uma transição com etiqueta a do estado q para o estado p , com $p = \delta(q, a)$, e com $q, p \in Q$ e $a \in \Sigma$
 - Seta para o estado inicial q_0
 - Estados aceitadores (em F) marcados com dois círculos

Autómatos finitos **determinísticos** (DFA)

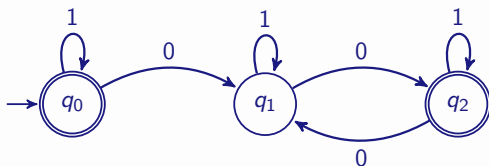
Representação: Diagramas de transição

- DFA $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- Diagrama de transição:
 - Um nó para cada estado em Q
 - Uma transição com etiqueta a do estado q para o estado p , com $p = \delta(q, a)$, e com $q, p \in Q$ e $a \in \Sigma$
 - Seta para o estado inicial q_0
 - Estados aceptores (em F) marcados com dois círculos
- Exemplo:



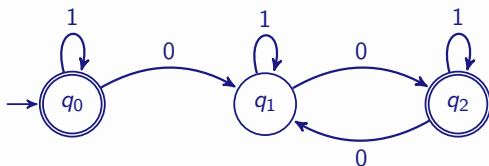
Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o DFA para reconhecer strings com um número par de 0's:

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o DFA para reconhecer strings com um número par de 0's:

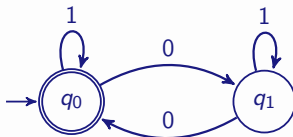


Exemplo 1

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o DFA para reconhecer strings com um número par de 0's:



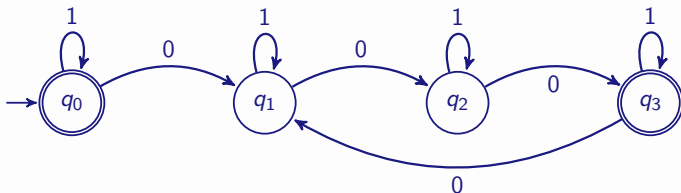
Uma solução com menos estados:



Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o DFA para reconhecer strings tal que número de 0's é um múltiplo de 3:

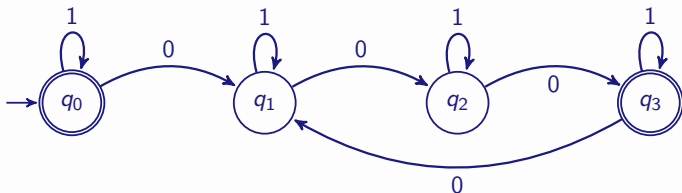
Exemplo 2

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o DFA para reconhecer strings tal que número de 0's  um múltiplo de 3:

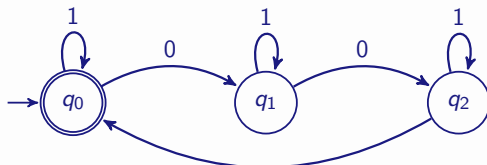


Exemplo 2

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o DFA para reconhecer strings tal que número de 0's é um múltiplo de 3:



Uma solução com menos estados:



Um **autómato finito não determinístico** (**NFA**) **A** é um tuplo $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ em que:

- Q é o conjunto finito de estados
- Σ é o conjunto finito de símbolos de entrada
- $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow \mathbb{P}^Q$ é uma **função de transição**
 - δ mapeia um estado ou um símbolo de entrada (ou ϵ) num **subconjunto** de Q
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais ou aceitadores

Um **autómato finito não determinístico** (NFA) A é um tuplo $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ em que:

- Q é o conjunto finito de estados
- Σ é o conjunto finito de símbolos de entrada
- $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow \mathbb{P}^Q$ é uma **função de transição**
 - δ mapeia um estado ou um símbolo de entrada (ou ϵ) num **subconjunto** de Q
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais ou aceitadores

NOTA: Esta definição corresponde a uma generalização, também conhecida como NFA com transições ϵ

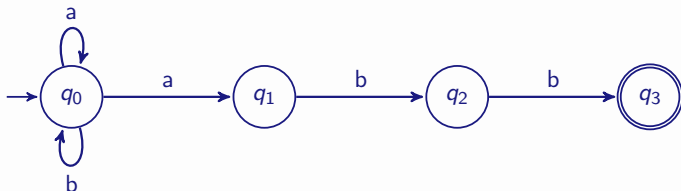
Características **diferenciadoras**:

- É possível existirem **múltiplas** mudanças de estado com o mesmo símbolo
- É possível existirem mudanças de estado com o **símbolo ϵ**

Características **diferenciadoras**:

- É possível existirem **múltiplas** mudanças de estado com o mesmo símbolo
- É possível existirem mudanças de estado com o **símbolo ϵ**

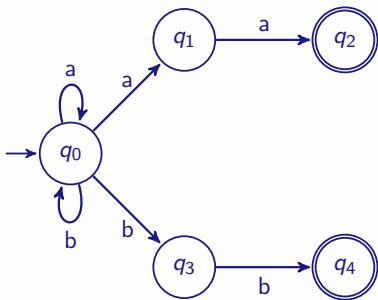
Exemplo - NFA aceitador de strings terminadas com **abb**:



Considerando o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, construa o NFA que aceita strings terminadas com **aa** ou com **bb**:

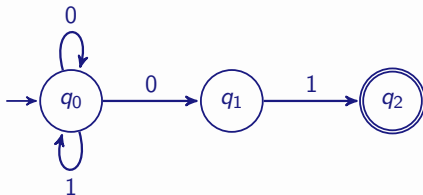
Exemplo 1

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, construa o NFA que aceita strings terminadas com **aa** ou com **bb**:



Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o NFA que aceita strings terminadas com a sequência 01:

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, construa o NFA que aceita strings terminadas com a sequência 01:



NFA para reconhecimento de linguagem

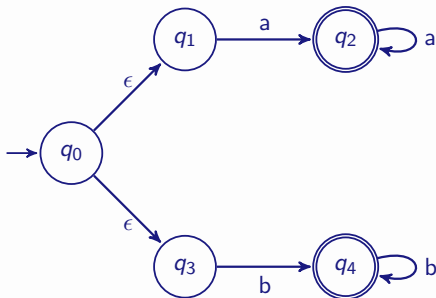
Exemplo 3 (com transições ϵ)

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, construa o NFA que aceita strings formadas por um ou mais símbolo **a** ou **b**:

NFA para reconhecimento de linguagem

Exemplo 3 (com transições ϵ)

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, construa o NFA que aceita strings formadas por um ou mais símbolo **a** ou **b**:



Exemplo 4 (números decimais)

NFA que aceita números decimais:

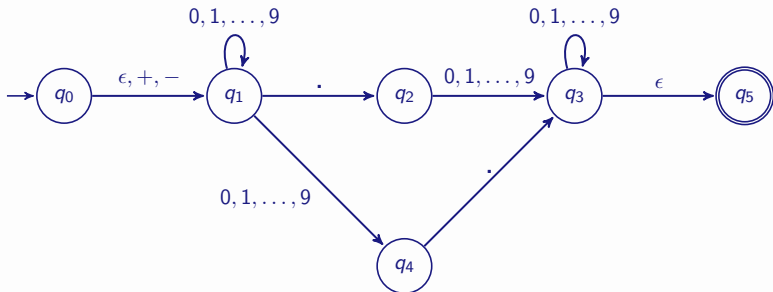
- Sinal $+$ ou $-$ opcional
- string de dígitos
- ponto decimal
- outra string de dígitos
- pelo menos uma string de dígitos deve ser não vazia

NFA para reconhecimento de linguagem

Exemplo 4 (números decimais)

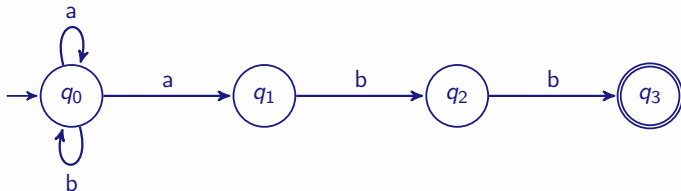
NFA que aceita números decimais:

- Sinal $+$ ou $-$ opcional
- string de dígitos
- ponto decimal
- outra string de dígitos
- pelo menos uma string de dígitos deve ser não vazia



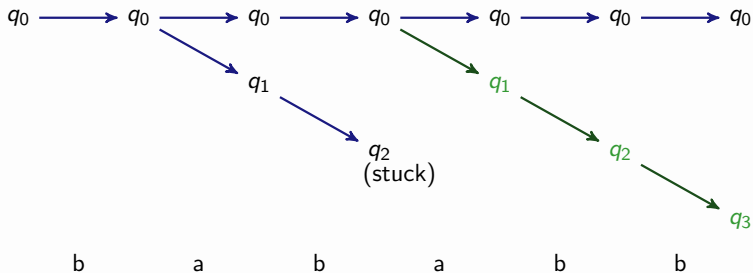
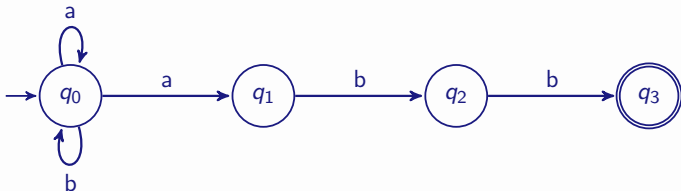
Autómatos finitos **não determinísticos** (NFA)

Não determinismo



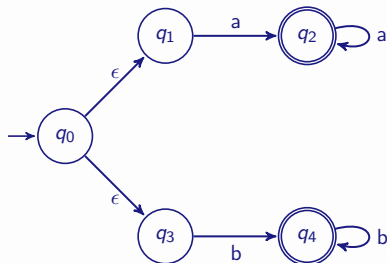
Autómatos finitos **não** determinísticos (NFA)

Não determinismo

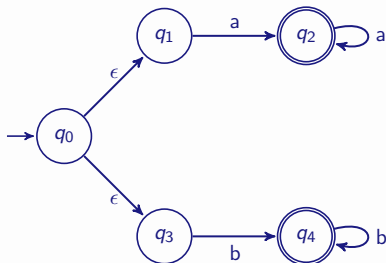


- Mecanismo para aceder aos estados atingíveis com transições ϵ
- **Fecho- ϵ** de q , ϵ -closure(q):
 - **Caso base:** Estado q está em ϵ -closure(q)
 - **Indução:** Se $p \in \epsilon$ -closure(q), então ϵ -closure(q) contém os estados em $\delta(p, \epsilon)$

- Mecanismo para aceder aos estados atingíveis com transições ϵ
- **Fecho- ϵ** de q , $\epsilon\text{-closure}(q)$:
 - **Caso base:** Estado q está em $\epsilon\text{-closure}(q)$
 - **Indução:** Se $p \in \epsilon\text{-closure}(q)$, então $\epsilon\text{-closure}(q)$ contém os estados em $\delta(p, \epsilon)$

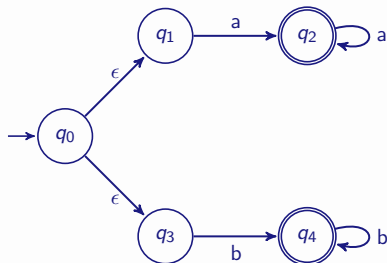


- Mecanismo para aceder aos estados atingíveis com transições ϵ
- **Fecho- ϵ** de q , $\epsilon\text{-closure}(q)$:
 - **Caso base:** Estado q está em $\epsilon\text{-closure}(q)$
 - **Indução:** Se $p \in \epsilon\text{-closure}(q)$, então $\epsilon\text{-closure}(q)$ contém os estados em $\delta(p, \epsilon)$



$$\epsilon\text{-closure}(q_0) = \{q_0, q_1, q_3\}$$

- Mecanismo para aceder aos estados atingíveis com transições ϵ
- **Fecho- ϵ** de q , $\epsilon\text{-closure}(q)$:
 - **Caso base:** Estado q está em $\epsilon\text{-closure}(q)$
 - **Indução:** Se $p \in \epsilon\text{-closure}(q)$, então $\epsilon\text{-closure}(q)$ contém os estados em $\delta(p, \epsilon)$



$$\epsilon\text{-closure}(q_0) = \{q_0, q_1, q_3\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_1) = \{q_1\}$$

Reconhecimento de elementos da linguagem

Expressões Regulares

Autómatos Finitos

Conversão entre Representações

Reconhecimento multi-string

Qualquer linguagem descrita por uma expressão regular, é aceite por um autómato não determinista

Qualquer linguagem descrita por uma expressão regular, é aceite por um autómato não determinista

O **Algoritmo de Thompson** permite converter uma expressão regular em um NFA

Caso base:

- Expressão ϵ :



Caso base:

- Expressão ϵ :



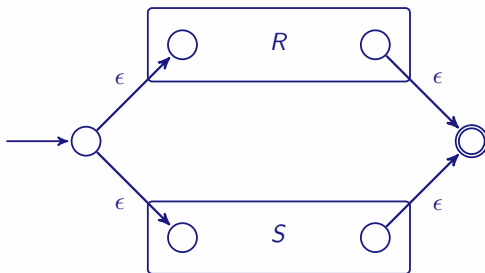
- Expressão **a**:



Indução:

Se as variáveis R e S são expressões regulares, então:

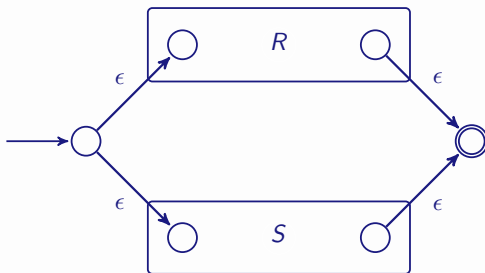
- Expressão $R|S$:



Indução:

Se as variáveis R e S são expressões regulares, então:

- Expressão $R|S$:



O autómato aceita $L(R) \cup L(S)$

Indução: (Cont.)

Se as variáveis R e S são expressões regulares, então:

- Expressão RS :



Indução: (Cont.)

Se as variáveis R e S são expressões regulares, então:

- Expressão RS :

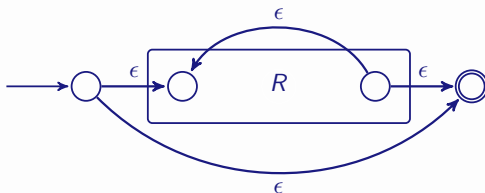


O autómato aceita $L(R)L(S)$

Indução: (Cont.)

Se as variáveis R e S são expressões regulares, então:

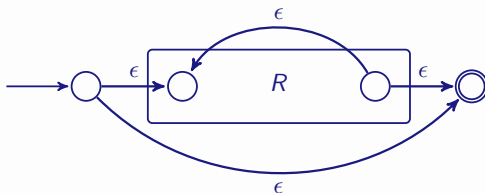
- Expressão R^* :



Indução: (Cont.)

Se as variáveis R e S são expressões regulares, então:

- Expressão R^* :



O autómato aceita $L(\epsilon), L(R), L(R)L(R), \dots$

Construir NFA para $(a|b)^*abb$

Construir NFA para **$(a|b)^*abb$**

- Primeiro, identificar componentes da expressão regular

Construir NFA para $(a|b)^*abb$

- Primeiro, identificar componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b

Construir NFA para $(a|b)^*abb$

- Primeiro, identificar componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|b$

Construir NFA para $(a|b)^*abb$

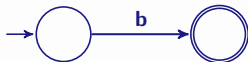
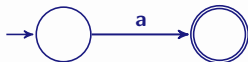
- Primeiro, identificar componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|b$
 - Um componente para $(a|b)^*$

Construir NFA para $(a|b)^*abb$

- Primeiro, identificar componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|b$
 - Um componente para $(a|b)^*$
 - Um componente final que agrega todos os outros componentes

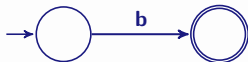
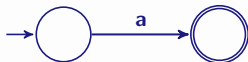
Construir NFA para $(a|b)^*abb$

- Expressões **a** e **b**:

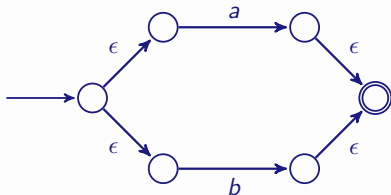


Construir NFA para $(a|b)^*abb$

- Expressões **a** e **b**:

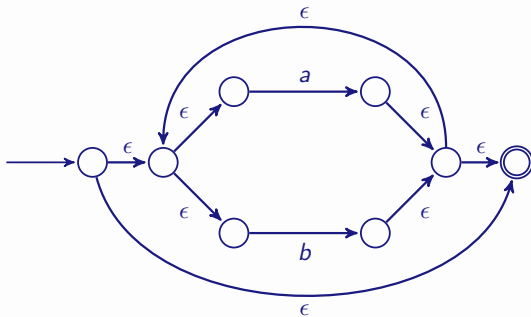


- Expressão **a|b**:



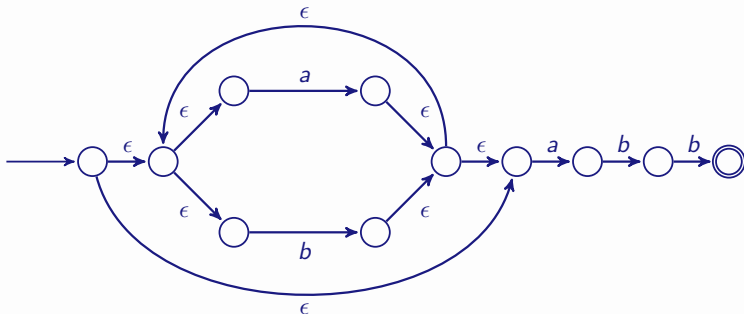
Construir NFA para $(a|b)^*abb$

- Expressão $(a|b)^*$:



Construir NFA para $(a|b)^*abb$

- Agregar todos os componentes:



- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$

- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$
- Primeiro, identificar os componentes da expressão regular

- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$
- Primeiro, identificar os componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b

- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$
- Primeiro, identificar os componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|\epsilon$

- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$
- Primeiro, identificar os componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|\epsilon$
 - Um componente para ab

- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$
- Primeiro, identificar os componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|\epsilon$
 - Um componente para ab
 - Um componente para $(ab)^*$

- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$
- Primeiro, identificar os componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|\epsilon$
 - Um componente para ab
 - Um componente para $(ab)^*$
 - Um componente para $b|\epsilon$

- Construir NFA para $(a|\epsilon)(ab)^*(b|\epsilon)$
- Primeiro, identificar os componentes da expressão regular
 - Um componente para cada símbolo de entrada a e b
 - Um componente para $a|\epsilon$
 - Um componente para ab
 - Um componente para $(ab)^*$
 - Um componente para $b|\epsilon$
- Um componente final que agregue todos os outros componentes

Qualquer linguagem descrita por um NFA, é aceite por um DFA

Qualquer linguagem descrita por um NFA, é aceite por um DFA

O algoritmo de **Construção de Subconjuntos** (*subset construction*) permite converter um NFA em um DFA

- A ideia geral consiste em que cada estado do DFA corresponde a um conjunto de estados do NFA, que são todos aqueles que são atingíveis após processar uma certa string de entrada

- **Caso base:** Conjunto singular consistindo do estado inicial do NFA é atingível
- **Indução:** Se um conjunto de estados S é atingível, então todos os estados alcançáveis a partir de S por transições vazias, também são atingíveis

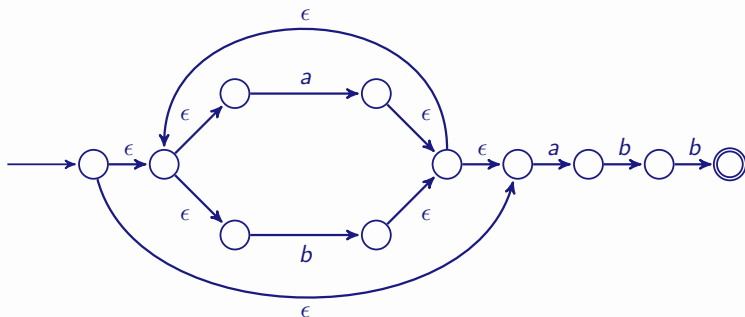
Conversão de NFA para DFA

Construção de Subconjuntos - Processo de determinização

Exemplo

Expressão regular: $(a + b)^*abb$

NFA:



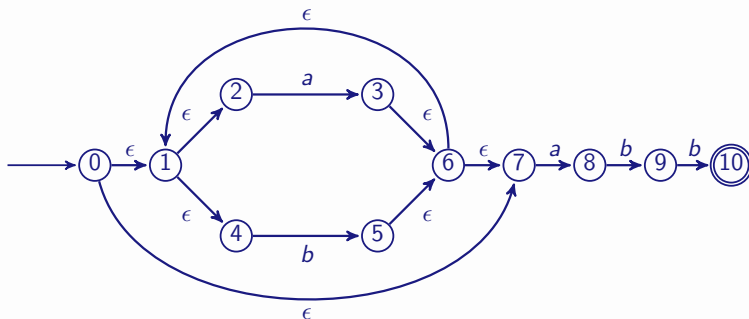
Conversão de NFA para DFA

Construção de Subconjuntos - Processo de determinização

Exemplo

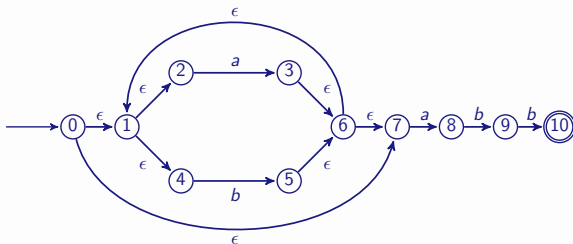
Expressão regular: $(a + b)^*abb$

NFA:



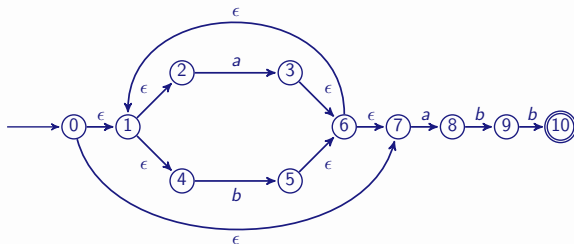
Conversão de NFA para DFA

Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



Conversão de NFA para DFA

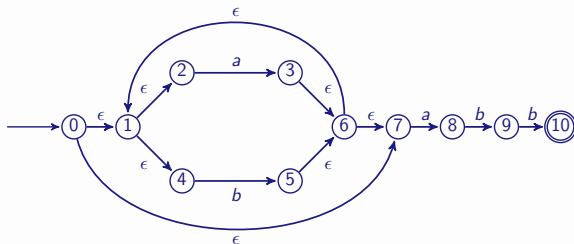
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



$$I_n \mid \alpha \in \Sigma \mid \text{move}(I_n, \alpha) \mid \epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha)) \mid I_{n+1}$$

Conversão de NFA para DFA

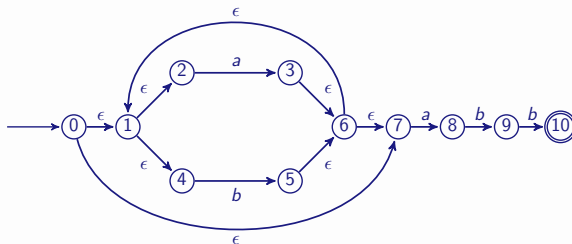
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0

Conversão de NFA para DFA

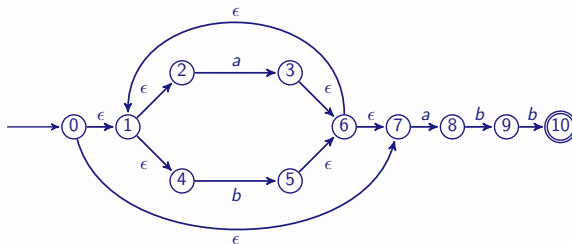
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1

Conversão de NFA para DFA

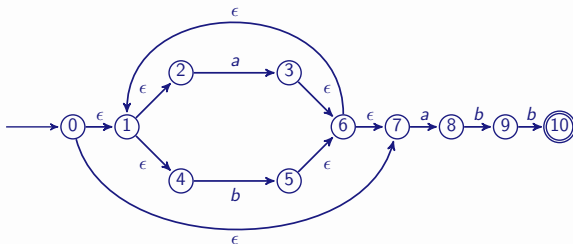
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2

Conversão de NFA para DFA

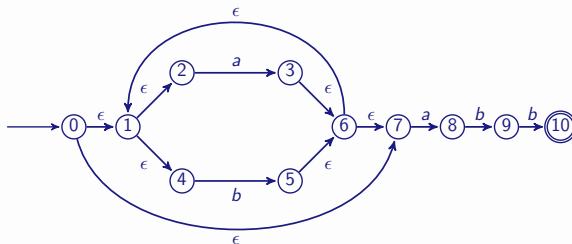
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1

Conversão de NFA para DFA

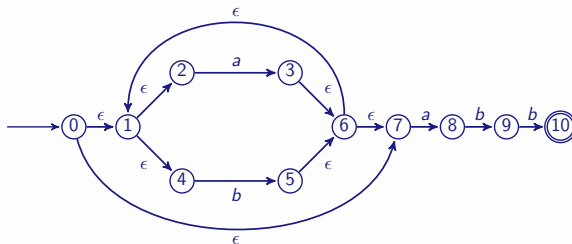
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3

Conversão de NFA para DFA

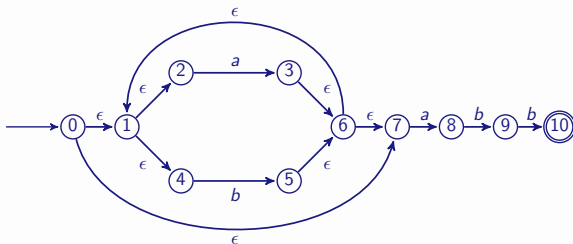
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1

Conversão de NFA para DFA

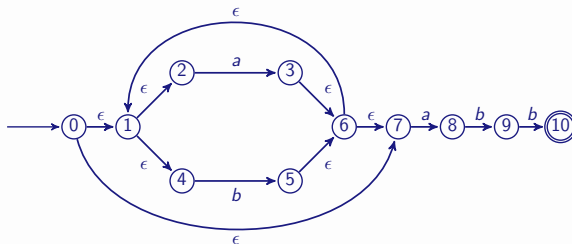
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
2	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2

Conversão de NFA para DFA

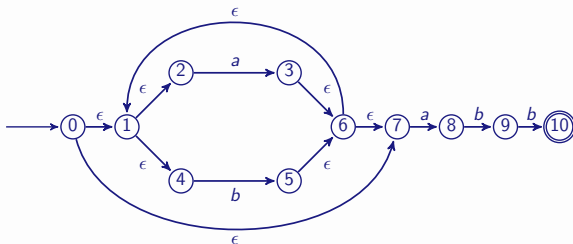
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
2	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
3	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1

Conversão de NFA para DFA

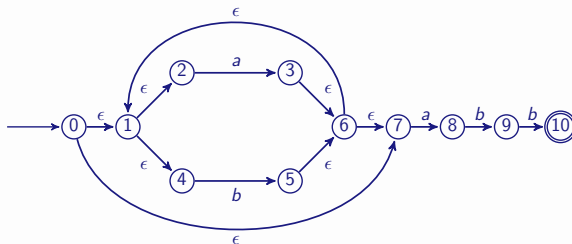
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
2	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
3	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
3	b	5, 10	1, 2, 4, 5, 6, 7, 10	4

Conversão de NFA para DFA

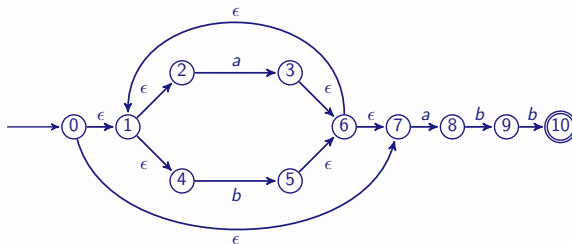
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
2	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
3	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
3	b	5, 10	1, 2, 4, 5, 6, 7, 10	4
4	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1

Conversão de NFA para DFA

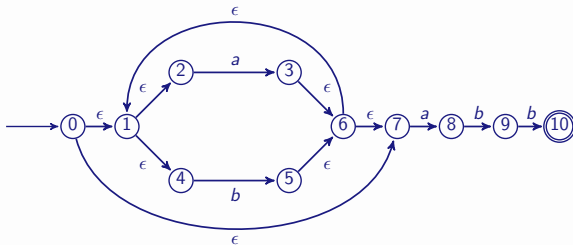
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
2	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
3	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
3	b	5, 10	1, 2, 4, 5, 6, 7, 10	4
4	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
4	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2

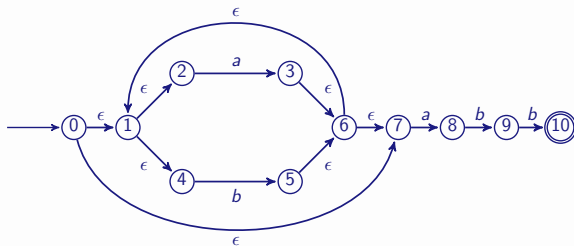
Conversão de NFA para DFA

Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



Conversão de NFA para DFA

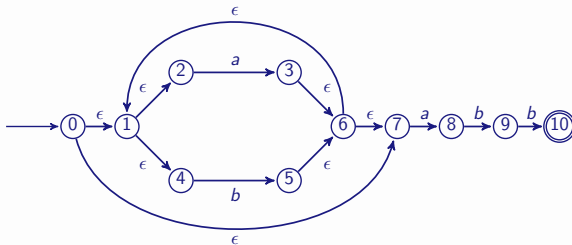
Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



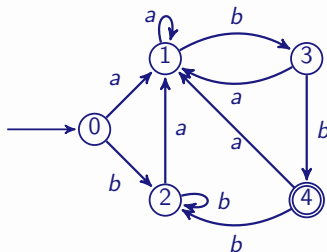
I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
2	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
3	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
3	b	5, 10	1, 2, 4, 5, 6, 7, 10	4
4	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
4	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2

Conversão de NFA para DFA

Construção de Subconjuntos - Processo de determinização



I_n	$\alpha \in \Sigma$	$\text{move}(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha))$	I_{n+1}
-	-	0	0, 1, 2, 4, 7	0
0	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
0	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
1	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
1	b	5, 9	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9	3
2	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
2	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2
3	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
3	b	5, 10	1, 2, 4, 5, 6, 7, 10	4
4	a	3, 8	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1
4	b	5	1, 2, 4, 5, 6, 7	2



O número de estados do DFA obtido através da construção de subconjuntos **não é**, necessariamente, **mínimo**

O número de estados do DFA obtido através da construção de subconjuntos **não é**, necessariamente, **mínimo**

Abordagem:

- Aplicação do **Algoritmo de Hopcroft**

O número de estados do DFA obtido através da construção de subconjuntos **não é**, necessariamente, **mínimo**

Abordagem:

- Aplicação do **Algoritmo de Hopcroft**
 - Partição inicial constituída por: estados finais e estados não finais

O número de estados do DFA obtido através da construção de subconjuntos **não é**, necessariamente, **mínimo**

Abordagem:

- Aplicação do **Algoritmo de Hopcroft**
 - Partição inicial constituída por: estados finais e estados não finais
 - Fragmentar partições por símbolos de entrada diferentes

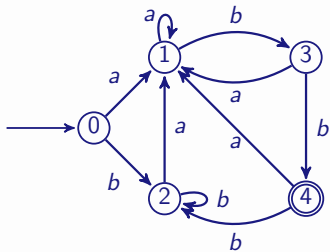
O número de estados do DFA obtido através da construção de subconjuntos **não é**, necessariamente, **mínimo**

Abordagem:

- Aplicação do **Algoritmo de Hopcroft**
 - Partição inicial constituída por: estados finais e estados não finais
 - Fragmentar partições por símbolos de entrada diferentes
 - ▶ Repetir até que não sejam criados novos subgrupos

Exemplo:

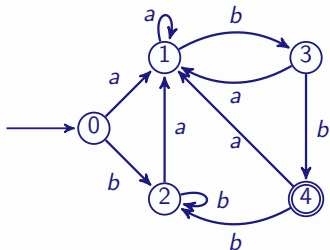
Autómato finito determinista (DFA)



Exemplo:

Autómato finito determinista (DFA)

$\{0,1,2,3,4\}$

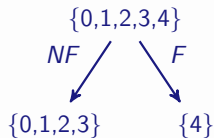
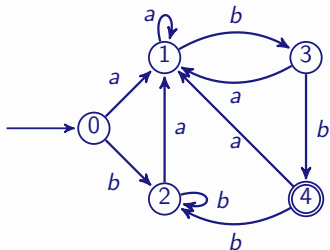


Conversão de DFA para minDFA

Minimização da tabela / Compactação de autómatos

Exemplo:

Autómato finito determinista (DFA)

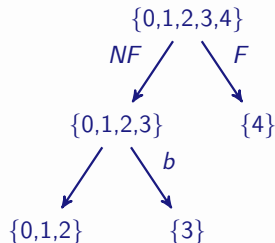
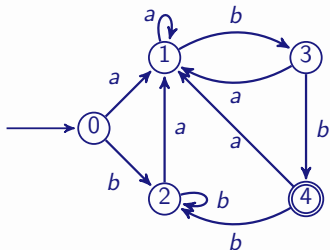


Conversão de DFA para minDFA

Minimização da tabela / Compactação de autómatos

Exemplo:

Autómato finito determinista (DFA)

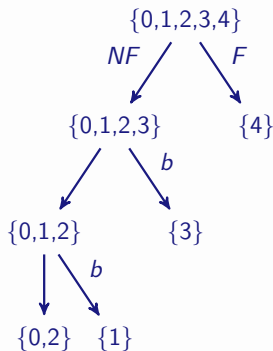
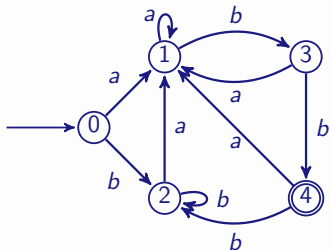


Conversão de DFA para minDFA

Minimização da tabela / Compactação de autómatos

Exemplo:

Autómato finito determinista (DFA)

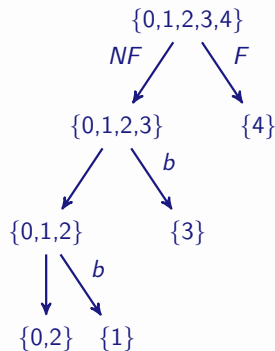
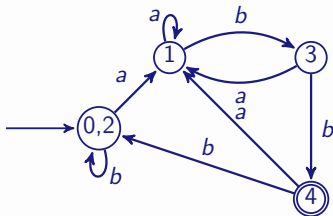


Conversão de DFA para minDFA

Minimização da tabela / Compactação de autómatos

Exemplo:

Autómato finito determinista (DFA)

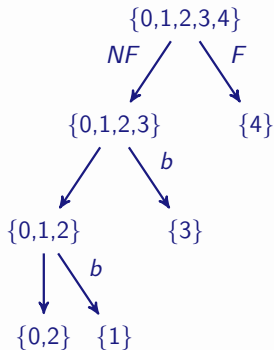
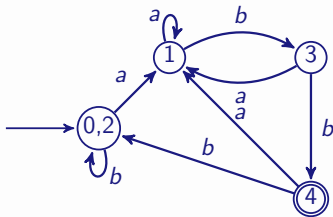


Conversão de DFA para minDFA

Minimização da tabela / Compactação de autómatos

Exemplo: (Final)

Autómato finito determinista (DFA)



Reconhecimento de elementos da linguagem

Expressões Regulares

Autómatos Finitos

Conversão entre Representações

Reconhecimento multi-string

Depois de obtido o DFA mínimo, pode iniciar-se o processamento das palavras na entrada, e decidir se são ou não aceites pela expressão regular

Problema:

- O reconhecimento de **uma palavra** é apenas parte do problema
- Um analisador lexical deve conseguir reconhecer **uma frase** (multi-palavra)

Abordagem: Dividir a linguagem numa união de expressões regulares

$$L = (r_1 \mid r_2 \mid \dots \mid r_n)^*$$

Subdivisão do problema devido às propriedades de fecho

- Considerar um estado inicial que deriva, através de transições vazias, cada uma das expressões regulares
- Associar cada estado final à respectiva expressão regular
- Após o reconhecimento, o analisador recomeça no estado inicial

Nota: o processamento considera sempre o reconhecimento:

- da sequência mais comprida
- das palavras pela ordem da entrada

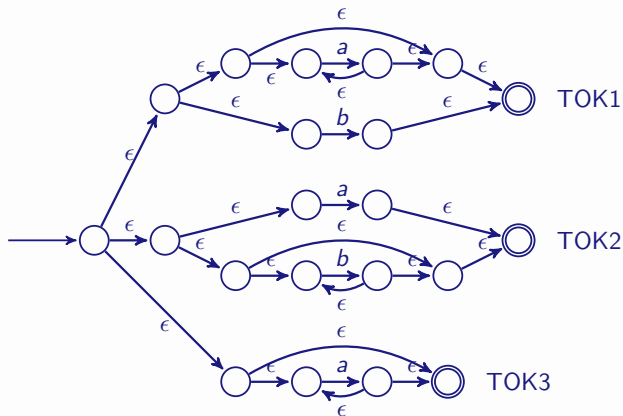
$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$$

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Reconhecimento multi-string

1a Etapa: Conversão REs \rightarrow NFA - Algoritmo de Thompson

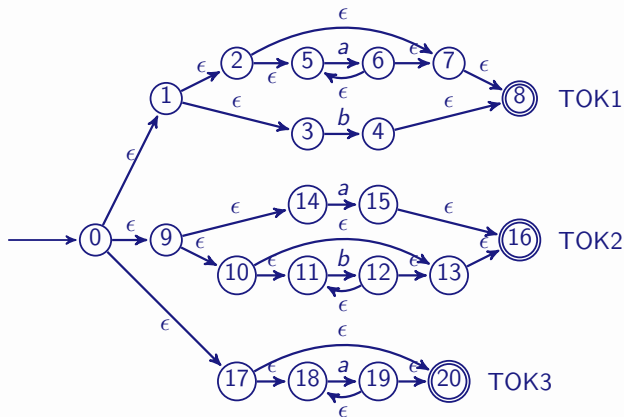
$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$



Reconhecimento multi-string

1a Etapa: Conversão REs \rightarrow NFA - Algoritmo de Thompson

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$



$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

$$I_n \mid \alpha \in \Sigma \mid \text{move}(I_n, \alpha) \mid \epsilon\text{-closure}(\text{move}(I_n, \alpha)) \mid I_{n+1} \mid \text{Token}$$

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-
2	a	-	-	-	-

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-
2	a	-	-	-	-
2	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-
2	a	-	-	-	-
2	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2
3	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-
2	a	-	-	-	-
2	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2
3	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
3	b	-	-	-	-

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-
2	a	-	-	-	-
2	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2
3	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
3	b	-	-	-	-
4	a	-	-	-	-

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-
2	a	-	-	-	-
2	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2
3	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
3	b	-	-	-	-
4	a	-	-	-	-
4	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

Nota: A tabela de análise é diferente! (coluna Token adicional)

O token emitido é o correspondente ao estado final com menor numeração.

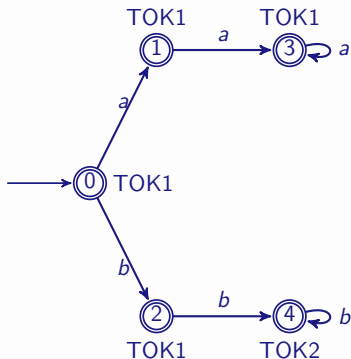
I_n	$\alpha \in \Sigma$	$move(I_n, \alpha)$	$\epsilon\text{-closure}(move(I_n, \alpha))$	I_{n+1}	Token
-	-	0	0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 20	0	TOK1
0	a	6, 15, 19	5, 6, 7, 8, 15, 16, 18, 19, 20	1	TOK1
0	b	4, 12	4, 8, 11, 12, 13, 16	2	TOK1
1	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
1	b	-	-	-	-
2	a	-	-	-	-
2	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2
3	a	6, 19	5, 6, 7, 8, 18, 19, 20	3	TOK1
3	b	-	-	-	-
4	a	-	-	-	-
4	b	12	11, 12, 13, 16	4	TOK2

Reconhecimento multi-string

2a Etapa: Conversão NFA → DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

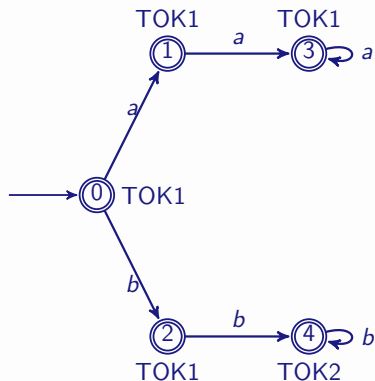
Nota: Os estados finais são anotados com o Token correspondente que reconhecem.



3a Etapa: Minimização do DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

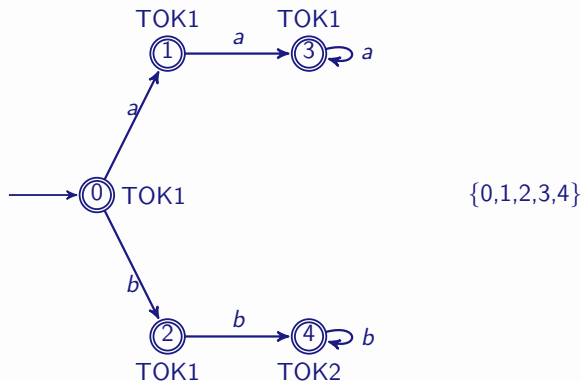
Nota: A minimização  diferente! (adicionalmente separar por token)



3a Etapa: Minimização do DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

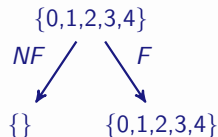
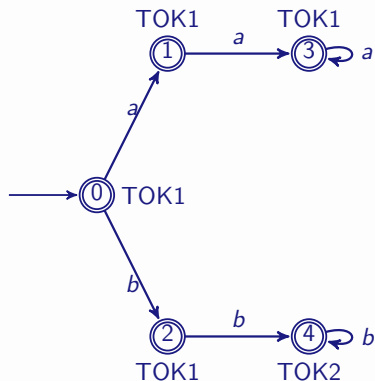
Nota: A minimização é diferente! (adicionalmente separar por token)



3a Etapa: Minimiza  o do DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

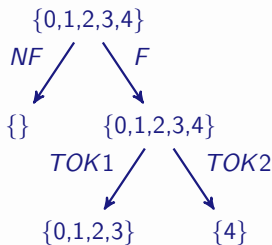
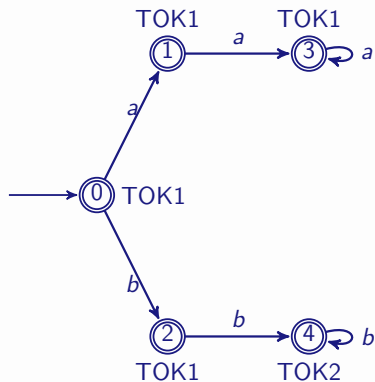
Nota: A minimização é diferente! (adicionalmente separar por token)



3a Etapa: Minimização do DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

Nota: A minimização é diferente! (adicionalmente separar por token)

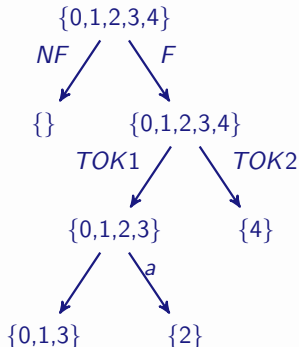
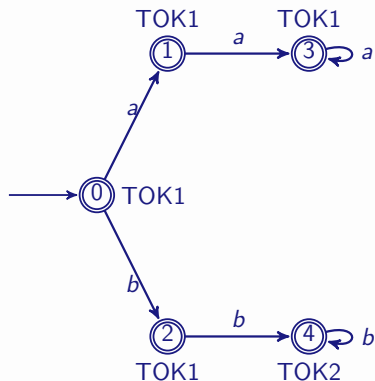


Reconhecimento multi-string

3a Etapa: Minimização do DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

Nota: A minimização é diferente! (adicionalmente separar por token)

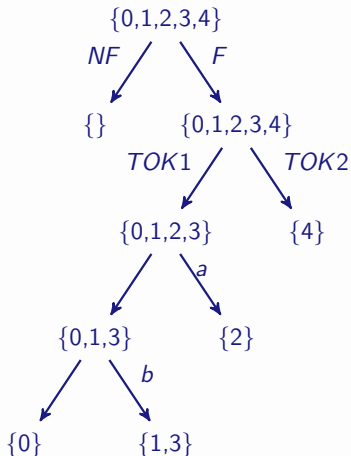
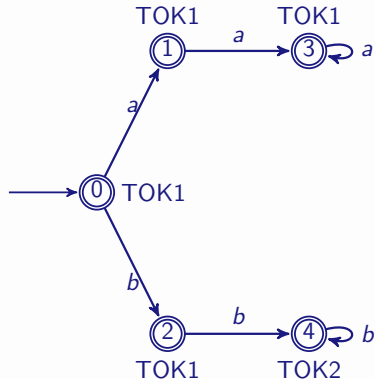


Reconhecimento multi-string

3a Etapa: Minimização do DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

Nota: A minimização é diferente! (adicionalmente separar por token)

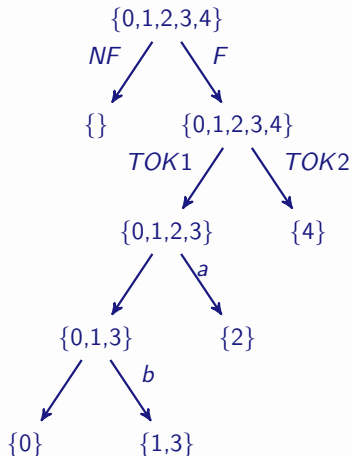
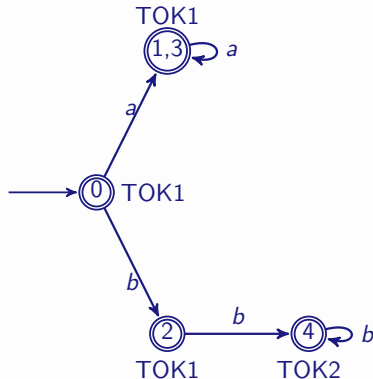


Reconhecimento multi-string

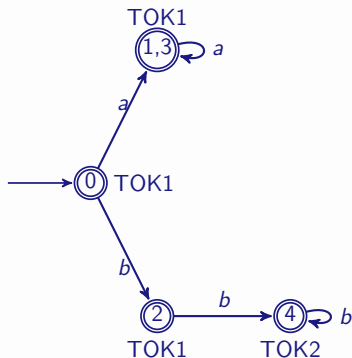
3a Etapa: Minimização do DFA

$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\}$ $TOK1 = a^*|b$ $TOK2 = a|b^*$ $TOK3 = a^*$

Nota: A minimização é diferente! (adicionalmente separar por token)

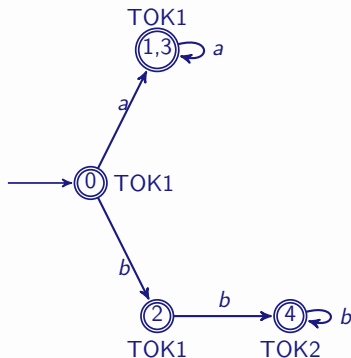


$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



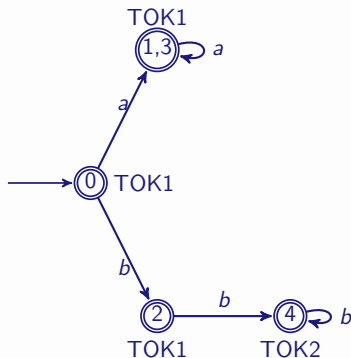
4a Etapa: Processamento da entrada

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n | Entrada | I_{n+1} /Token

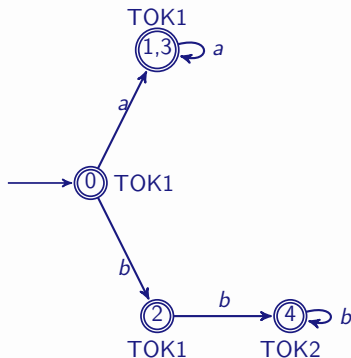
$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n	Entrada	I_{n+1}/Token
0	aababb\$	13

4a Etapa: Processamento da entrada

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

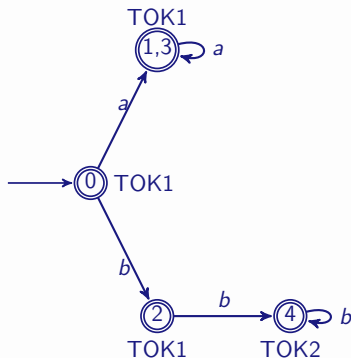


I_n	Entrada	I_{n+1}/Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13

Reconhecimento multi-string

4a Etapa: Processamento da entrada

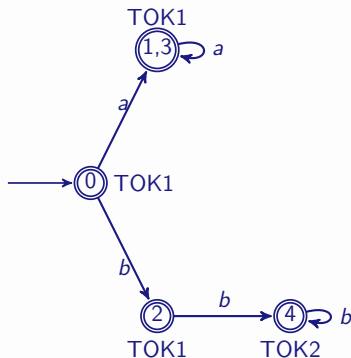
$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n	Entrada	I_{n+1} /Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1

4a Etapa: Processamento da entrada

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

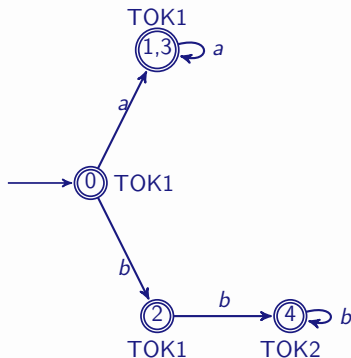


I_n	Entrada	I_{n+1} /Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2

Reconhecimento multi-string

4a Etapa: Processamento da entrada

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

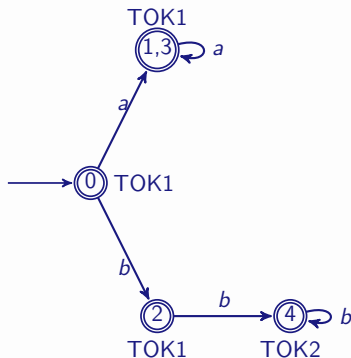


I_n	Entrada	I_{n+1} /Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2
2	abb\$	TOK1

Reconhecimento multi-string

4a Etapa: Processamento da entrada

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$

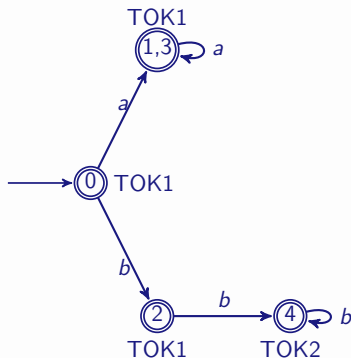


I_n	Entrada	I_{n+1} /Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2
2	abb\$	TOK1
0	abb\$	13

Reconhecimento multi-string

4a Etapa: Processamento da entrada

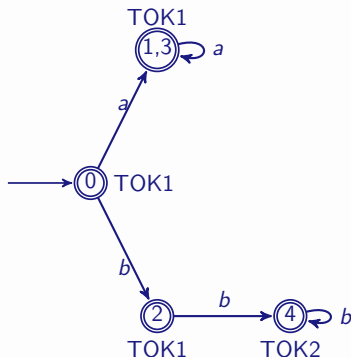
$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n	Entrada	I_{n+1} /Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2
2	abb\$	TOK1
0	abb\$	13
13	bb\$	TOK1

4a Etapa: Processamento da entrada

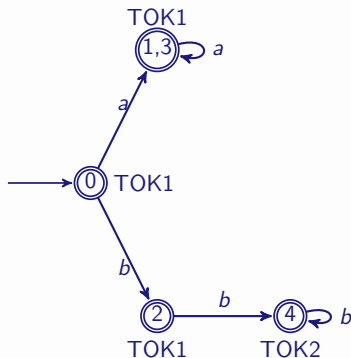
$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n	Entrada	I_{n+1} /Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2
2	abb\$	TOK1
0	abb\$	13
13	bb\$	TOK1
0	bb\$	2

4a Etapa: Processamento da entrada

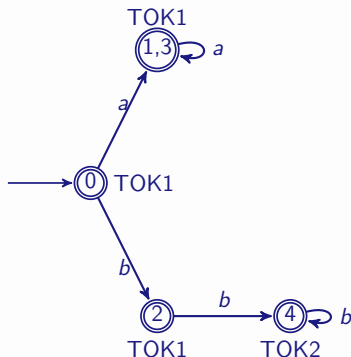
$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n	Entrada	I_{n+1} /Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2
2	abb\$	TOK1
0	abb\$	13
13	bb\$	TOK1
0	bb\$	2
2	b\$	4

4a Etapa: Processamento da entrada

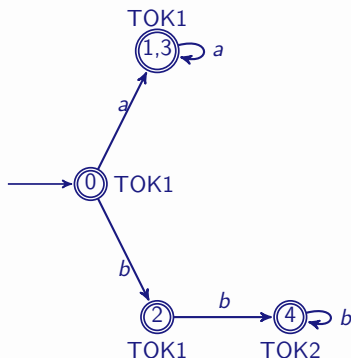
$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n	Entrada	I_{n+1}/Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2
2	abb\$	TOK1
0	abb\$	13
13	bb\$	TOK1
0	bb\$	2
2	b\$	4
4	\$	TOK2

4a Etapa: Processamento da entrada

$$L = \{a^*|b, a|b^*, a^*\} \quad TOK1 = a^*|b \quad TOK2 = a|b^* \quad TOK3 = a^*$$



I_n	Entrada	I_{n+1}/Token
0	aababb\$	13
13	ababb\$	13
13	babb\$	TOK1
0	babb\$	2
2	abb\$	TOK1
0	abb\$	13
13	bb\$	TOK1
0	bb\$	2
2	b\$	4
4	\$	TOK2

A entrada **aababb** é processada em 10 passos,
com os seguintes tokens e lexemas correspondentes:

TOK1 (**aa**), TOK1 (**b**), TOK1 (**a**), TOK2 (**bb**)

Backtracking:

- Caso não seja possível avançar a partir de um estado
- Faz backtracking até ao último estado final visto
 - os símbolos consumidos desde o último estado final voltam para a entrada
 - o token é emitido
- Caso se volte até ao estado inicial e este não for final, a entrada não pertence à linguagem

Backtracking:

- Caso não seja possível avançar a partir de um estado
- Faz backtracking até ao último estado final visto
 - os símbolos consumidos desde o último estado final voltam para a entrada
 - o token é emitido
- Caso se volte até ao estado inicial e este não for final, a entrada não pertence à linguagem

Exemplo: https://web.tecnico.ulisboa.pt/~david.matos/w/pt/index.php/Theoretical_Aspects_of_Lexical_Analysis/Exercise_6

Dúvidas?