

Análise Comparativa da Dinâmica Temporal de Propagação Epidêmica através do Ajuste de Taxas no Modelo SIR

JOSÉ CARLOS ELIODORO DE SANTANA

Departamento de Estatística e Informática
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) – Recife – PE – Brasil

josecarlos.santana@ufrpe.br

Resumo. *Este trabalho apresenta uma análise comparativa da taxa de propagação temporal de uma doença infecciosa utilizando o Modelo Compartimental SIR (Suscetíveis, Infectados, Recuperados). O Modelo SIR é uma ferramenta fundamental em epidemiologia que simula a dinâmica de surtos com base em duas taxas principais: a taxa de infecção e a taxa de recuperação. A metodologia concentrou-se na simulação e comparação de quatro cenários distintos, projetados para ilustrar o impacto direto da variação desses parâmetros:*

- **Cenário 1 (Alta):** *Doença Altamente Contagiosa, resultando em um pico de infectados rápido e elevado;*
- **Cenário 2 (Baixa):** *Doença Levemente Contagiosa, demonstrando o "achatoamento da curva" com um pico mais baixo e tardio;*
- **Cenário 3 (Intervenção Tardia):** *Simulação de uma redução da taxa de contágio após o início do surto, evidenciando o efeito das intervenções de saúde pública na mitigação da propagação;*
- **Cenário 4 (Baixa):** *Recuperação Lenta, mostrando como a duração prolongada da infecção aumenta a magnitude e a duração da epidemia.*

Os resultados demonstram que as taxas de transição no modelo SIR são determinantes cruciais da severidade, velocidade e duração de uma epidemia. A análise comparativa forneceu insights valiosos sobre como as mudanças comportamentais (afetando) e médicas (afetando) impactam a trajetória da doença, validando a importância da modelagem matemática para o planejamento e a tomada de decisão em saúde pública.

1. INTRODUÇÃO

Modelos compartimentais como o SIR (Suscetíveis, Infectados, Recuperados) são fundamentais em epidemiologia, descrevendo o fluxo temporal de uma população através dos estados de infecção, regidos pelo número básico de reprodução, R_0 (Keeling & Rohani, 2008). No entanto, sua suposição de mistura homogênea negligencia a natureza inerentemente local e espacial da transmissão de doenças. Para abordar isso, recorreremos aos Autômatos Celulares (AC), um paradigma de modelagem onde uma rede de células evolui com base em regras locais, permitindo que padrões globais complexos surjam de interações simples (Schiff, 2008).

2. METODOLOGIA

Esta metodologia descreve o uso do **Modelo SIR (Suscetíveis, Infectados, Recuperados)** para analisar a dinâmica de propagação de uma doença infecciosa, utilizando como referência real a **pandemia de COVID-19**.

2.1. Modelo SIR

O Modelo SIR é um modelo compartimental determinístico, fundamental na epidemiologia matemática, que divide a população total (N) em três estados mutuamente exclusivos. A dinâmica de transição entre esses estados é regida por um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs) que descrevem a variação de cada compartimento ao longo do tempo (t).

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\frac{\beta SI}{N} \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

Onde:

- $S(t)$: Número de indivíduos Suscetíveis à infecção no tempo t .
- $I(t)$: Número de indivíduos Infectados e capazes de transmitir a doença no tempo t .
- $R(t)$: Número de indivíduos Recuperados (ou removidos) e imunes no tempo t .
- $N = S + I + R$ é o tamanho total da população, assumido como constante.

A análise da propagação depende da calibração de dois parâmetros principais:

- **Taxa de Infecção (β):** Representa a frequência de contatos eficazes entre um indivíduo **S** e um indivíduo **I** que resultam em uma nova infecção.
- **Taxa de Recuperação (γ):** Representa a velocidade com que indivíduos **I** se recuperam e passam para o estado **R**. O inverso de γ ($1/\gamma$) é a duração média do período infeccioso.

A relação crítica entre esses parâmetros é o **Número Básico de Reprodução (R_0)**:

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$$

O R_0 indica o número médio de novas infecções causadas por um único caso em uma população totalmente suscetível. Se $R_0 > 1$, a doença se propaga; se $R_0 < 1$, ela declina.

2.1. Seleção e definição dos Cenários

A análise comparativa foi estruturada em torno de quatro cenários de simulação, cada um projetado para isolar e examinar o efeito da variação dos parâmetros β (taxa de infecção) e γ (taxa de recuperação) na propagação temporal da doença. A população total (N) foi fixada em 100.000 indivíduos para todos os cenários, com um número inicial de $I_0 = 10$ infectados. O horizonte de simulação foi de 200 dias.

Cenário 1: Doença Altamente Contagiosa (Alta taxa de infecção)

Este cenário representa uma doença com alta transmissibilidade, comparável a patógenos como o sarampo em populações não vacinadas ou variantes mais agressivas da COVID-19. Foi estabelecido um alto valor para a taxa de infecção, $\beta = 0.5$, com uma taxa de recuperação moderada de $\gamma = 0.1$. Essa combinação resulta em um Número Básico de Reprodução (R_0) de 5, um valor elevado que historicamente sugere uma propagação rápida e um pico epidêmico agudo.

Cenário 2: Doença Levemente Contagiosa (Baixa taxa de infecção)

Este cenário simula uma doença com baixa ou moderada transmissibilidade, caracterizada por intervenções efetivas de mitigação (como uso consistente de máscaras e distanciamento social) ou uma característica biológica menos contagiosa. Com $\beta = 0.2$ e $\gamma = 0.1$, o R_0 é de 2. Esta simulação é crucial para demonstrar o efeito de "achatamento da curva", onde o pico de infectados é significativamente menor e ocorre de forma mais tardia, aliviando a sobrecarga do sistema de saúde, um objetivo chave durante a primeira onda da pandemia de COVID-19 (Anderson et al., 2020).

Cenário 3: Intervenção Tardia (Redução da taxa de infecção)

Este cenário dinâmico reflete uma situação de intervenção não farmacêutica (INF), como um lockdown ou quarentena. A simulação começa com alta transmissibilidade ($\beta = 0.5$) para refletir uma disseminação inicial descontrolada. No entanto, após 50 dias, simula-se a implementação de medidas drásticas, reduzindo o β drasticamente para 0.15. Este tipo de análise é essencial para avaliar a eficácia e o timing das políticas de saúde pública, como foi amplamente estudado em modelos de resposta ao SARS-CoV-2 (Prem et al., 2020), mostrando como a redução de β é vital para alterar a trajetória da epidemia.

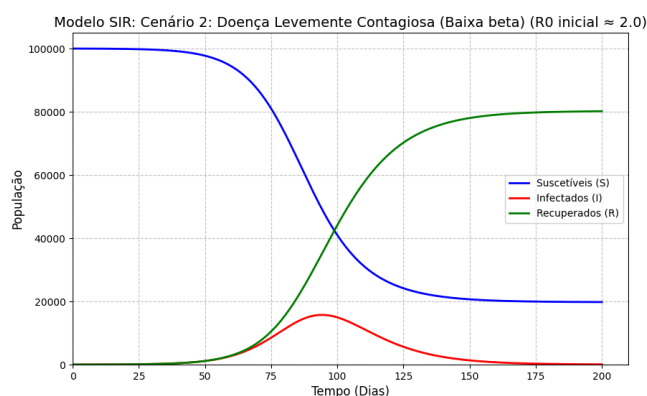
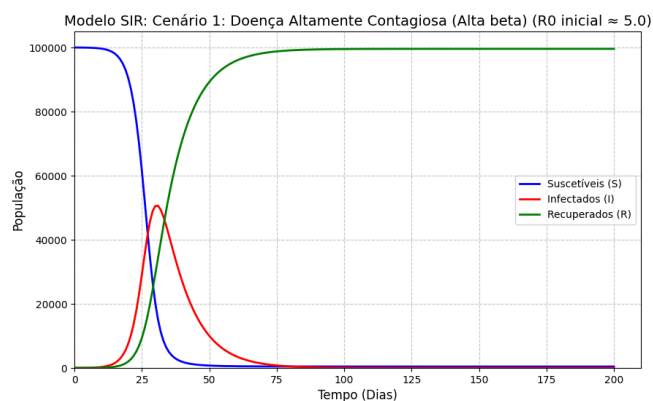
Cenário 4: Recuperação Lenta (Baixa taxa de recuperação)

Este cenário foca no impacto da duração da doença. Com $\beta = 0.3$ (transmissibilidade moderada), a taxa de recuperação (γ) foi definida como 0.05 (em contraste com $\gamma=0.1$ dos cenários anteriores). Um $\gamma = 0.05$ implica que o período infeccioso médio ($1/\gamma$) é de 20 dias, em vez de 10 dias. Este cenário visa modelar doenças com longos períodos de infecção ativa, resultando em um R_0 de 6, demonstrando que a baixa taxa de saída do compartimento I pode levar a picos mais altos e a uma propagação mais prolongada, mesmo com uma taxa de contágio moderada. A combinação desses quatro cenários permite uma análise abrangente da sensibilidade paramétrica do Modelo SIR e fornece insights valiosos para o planejamento de resposta a surtos.

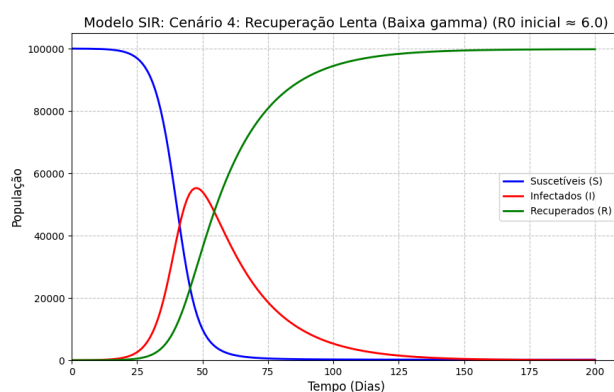
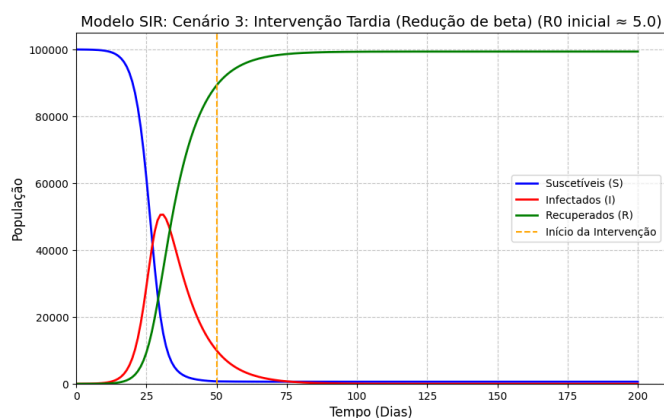
3. RESULTADO

A análise comparativa da propagação epidêmica foi conduzida através da inspeção das curvas de infectados (I) nos quatro cenários simulados, conforme ilustrado no gráfico de comparação. Esta representação visual fornece informações diretas sobre o impacto temporal da variação dos parâmetros de transmissibilidade (β) e recuperação (γ) do Modelo SIR.

O Cenário 1 (Alta β) e o Cenário 4 (Baixa γ) demonstraram as simulações mais severas em termos de magnitude de pico. O Cenário 1 (linha vermelha), com um $R_0 \approx 5$, resultou em um pico de 50.602 infectados atingido por volta do dia 30, evidenciando uma propagação extremamente rápida e concentrada, típica de doenças altamente contagiosas em populações suscetíveis. O Cenário 4 (Baixa γ) (linha roxa), apesar de apresentar um R_0 ainda maior (≈ 6), resultou no pico mais elevado da simulação, com 55.241 infectados, que ocorreu mais tarde, por volta do dia 45. Este resultado enfatiza que a recuperação lenta (baixo γ) não apenas aumenta a magnitude do pico (devido ao alto R_0) mas também prolonga a duração da epidemia, mantendo um número substancial de indivíduos infecciosos por mais tempo.

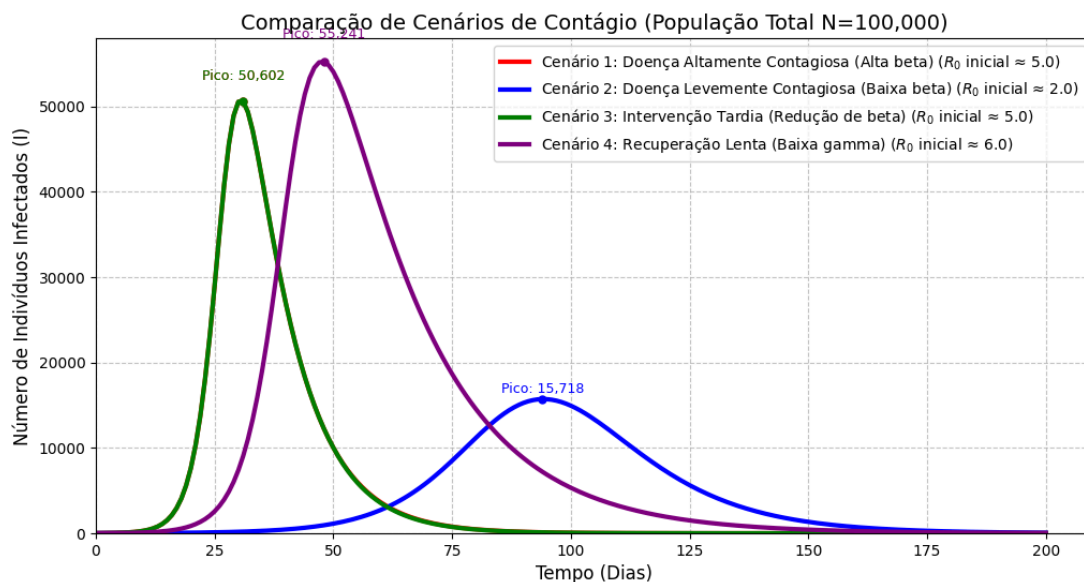


Em contraste, o Cenário 2 (Baixa β) (linha azul), com um $R_0 \approx 2$, ilustrou o sucesso na mitigação da crise. Esta curva é significativamente achatada e alongada, atingindo um pico máximo de apenas 15.718 infectados no dia 94. Esta simulação valida a eficácia das intervenções não farmacêuticas que visam reduzir β (distanciamento social, uso de máscaras), pois a redução do pico de casos permite que os sistemas de saúde operem sem sobrecarga.



O Cenário 3 (Intervenção Tardia) (linha verde) demonstrou o efeito dinâmico das intervenções. Apesar de começar com um $R_0 \approx 5$, a redução de β introduzida no dia 50 está visivelmente correlacionada com a queda abrupta da curva de infectados. Embora o pico atingido (cerca de 50.000) tenha sido semelhante ao Cenário 1, a intervenção impediu que o número de infectados ativos se mantivesse elevado por muito tempo, acelerando a fase de declínio da epidemia.

Em resumo, a análise gráfica confirmou que o R_0 é o determinante central do resultado epidêmico. Um alto R_0 causado por alta transmissibilidade (alto β) leva a picos rápidos e altos (Cenário 1), enquanto um alto R_0 causado por recuperação lenta (baixo γ) leva a picos mais altos e mais duradouros (Cenário 4). Mais crucialmente, a simulação validou o princípio de que a redução precoce do β (Cenário 2) é a estratégia mais eficaz para evitar o colapso do sistema de saúde.



4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise comparativa utilizando o Modelo SIR demonstrou a profunda sensibilidade da dinâmica epidêmica às alterações nas taxas de infecção (β) e recuperação (γ). Os resultados confirmaram que o Número Básico de Reprodução (R_0) é o principal preditor da severidade e da velocidade de propagação de uma doença. As simulações validaram inequivocamente que a redução da taxa de infecção é a intervenção mais eficaz para achatando a curva epidêmica e mitigar o impacto no sistema de saúde. Em conclusão, a modelagem matemática se estabelece como uma ferramenta indispensável para a tomada de decisão estratégica em saúde pública, permitindo a previsão e o planejamento de respostas eficazes a futuros surtos.

5. REFERÊNCIAS

Keeling, M. J., & Rohani, P. (2008). *Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals*. Princeton University Press.

Schiff, J. L. (2008). *Cellular Automata: A Discrete View of the World*. John Wiley & Sons

Anderson, R. M., Heesterbeek, H., & Klinkenberg, D. (2020). How will country-based mitigation measures influence the course of the COVID-19 epidemic? *The Lancet*, 395(10228), 931-934.

Prem, K., Liu, Y., Russell, T. W., Kucharski, A. J., Eggo, R. M., Davies, N., ... & Abbott, S. (2020). The effect of control strategies to reduce SARS-CoV-2 transmission on public health in China. *The Lancet Public Health*, 5(5), e261-e270.