

## Visualização e Iluminação II

1. A equação de *rendering*, apresentada abaixo, contém um integral que modela a luz reflectida por um ponto:

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_{\Omega_s} f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(\vec{N}_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

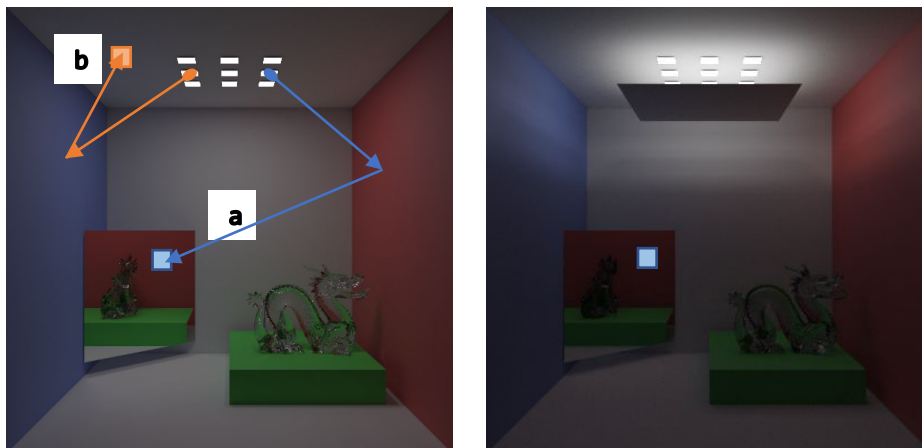
Indique o que é modelado por cada um dos 3 factores deste integrando.

Resolução:

O produto dos 3 factores modela a radiância diferencial reflectida pelo ponto  $x$  na direcção  $\Theta$  devido à radiância incidente ao longo da direcção infinitesimal  $\Psi$ . Para uma dada direcção  $\Psi$ :

- O termo  $L(x \leftarrow \Psi)$  representa a radiância incidente em  $x$  ao longo dessa direcção  $\Psi$ ;
- O termo cosseno do ângulo subtendido pela normal em  $x$  e a direcção  $\Psi$  representa a atenuação da radiância projectada à medida que  $\Psi$  se desvia dessa normal. Se  $\Psi$  é coincidente com a normal então toda a radiância se concentra numa área infinitesimal mínima, logo este cosseno é 1. À medida que o ângulo aumenta a área de projecção de  $\Psi$  em  $x$  vai aumentando, logo a radiância incide numa área maior; este factor é incluído no modelo pelo facto de o valor do cosseno decrescer, isto é, se afastar de 1 em direcção a 0. Se  $\Psi$  for perpendicular à normal (isto é tangencial à superfície em  $x$ ) então a área de projecção da radiância é tratada como se fosse infinita e o cosseno é igual a 0 (na prática anulando a contribuição da direcção  $\Psi$ );
- O termo da BRDF caracteriza o material que constitui a superfície em que o ponto  $x$  se insere. Indica, para o par de direcções  $\Theta$  e  $\Psi$  qual a fracção da radiância incidente que é reflectida (e não absorvida, transformada nalguma outra forma de energia ou dissipada noutra direcção que não a relevante, isto é,  $\Theta$ ). Por outras palavras, a BRDF indica, para o ponto  $x$ , qual a radiância da fracção incidente ao longo da direcção  $\Psi$  que é reflectida ao longo da direcção  $\Theta$ .

Realce-se que os termos  $L(x \leftarrow \Psi)$  e a BRDF são dependentes do comprimento de onda; já o cosseno depende apenas da geometria.



2. Os trajectos percorridos pelos fotões (*light paths*) são descritos por uma expressão regular constituída por uma *string*, onde L representa a fonte de luz (origem do fotão), D representa uma interacção difusa, S representa uma interacção especular e E representa o observador (final do trajecto).
- Na imagem da esquerda estão assinalados 2 trajectos: a e b. O quadrado assinala o pixel correspondente na imagem, ou seja substitui a última seta que corresponde à propagação da radiância da cena directamente para a câmara (o E final da cadeia de caracteres que descreve o *light path*). Para cada um deles indique a respectiva *string* conforme descrito no parágrafo anterior.
  - Justifique se cada um desses trajectos é simulável pelo *ray tracing* clássico.
  - Considere o pixel assinalado na imagem da direita. Este é exactamente o mesmo pixel que está assinalado com o trajecto a na imagem da esquerda. Indique justificando a cadeia de caracteres que descreve esse trajecto de luz e justifique se esse trajecto seria simulado pelo algoritmo de *ray tracing* clássico.

Resolução:

- O trajecto a é LDSE: o fotão é emitido (L), interage de forma difusa com a parede vermelha (D), de forma especular com o espelho (S) e é reflectido na direcção da câmara (E);  
O trajecto b é LDDE: o fotão é emitido (L), interage de forma difusa com a parede azul (D) e é reflectido de forma difusa pelo tecto (D) na direcção da câmara (E);
- O trajecto a é simulável pelo ray tracing clássico. O raio primário intercepta o espelho, dando origem ao raio secundário correspondente à direcção especular que intersecta a parede vermelha. Esta última é iluminada directamente pelas fontes de luz, o que é avaliado recorrendo a *shadow rays*;  
O trajecto b não é simulável por este algoritmo: o raio primário intercepta o tecto que é difuso, logo não emite raios secundários: Pode avaliar a visibilidade das fontes de luz, mas como os *shadow rays* fariam um ângulo de 90 graus com a normal nas fontes de luz o cosseno é zero, logo o tecto não é iluminado directamente pelas fontes de luz.
- Neste caso o raio especular incide no mesmo ponto da parede vermelha, mas esse ponto está ocluído relativamente a todas as fontes de luz: não recebe iluminação directa pelo que o trajecto LDSE não existe. O ponto em questão na parede vermelha é iluminado indirectamente por radiância reflectida de forma difusa pelo tecto: o trajecto é LDDSE. O *ray tracing* clássico não continua trajectos a partir da primeira intersecção com uma superfície difusa (NOTA: primeira a partir da câmara). Portanto, este algoritmo nunca encontraria os caminhos correspondentes a luz reflectida difusamente pelo tecto: tudo o que estiver na sombra do polígono colocado por baixo das fontes de luz ficará com valor ZERO.

3. O método de integração de Monte Carlo permite estimar o valor do integral de uma função seleccionando estocasticamente as amostras a considerar para este cálculo. Considere o integral

$$I = \int_2^4 (x-2)dx$$

e para cada uma das alíneas abaixo estime o seu valor usando a variação a Monte Carlo indicada, usando 4 amostras (N=4), os números aleatórios apresentados e preenchendo as respectivas tabelas. O valor exacto do integral calculado analiticamente é igual a 2.

- a. Use amostragem uniforme.

$\xi$	$x$	$p(x)$	$f(x)$	$f(x)/p(x)$
0.1	2.2	0.5	0.2	0.4
0.2	2.4	0.5	0.4	0.8
0.5	3.0	0.5	1.0	2.0
0.9	3.8	0.5	1.8	3.6

Valor da estimativa =  $\frac{1}{4} * (0.4 + 0.8 + 2.0 + 3.6) = \frac{1}{4} * 6.8 = 1.7$

- b. Use amostragem estratificada, usando 4 estratos de largura h=0.5.

$\xi$	$x$	$p(x)$	$f(x)$	$f(x)/p(x)$
0.1	2.05	2	0.05	0.025
0.2	2.6	2	0.6	0.3
0.5	3.25	2	1.25	0.625
0.9	3.95	2	1.95	0.975

Valor da estimativa =  $0.025 + 0.3 + 0.625 + 0.975 = 1.925$

- c. Para cada uma das alíneas calcule o erro associado à estimativa.

Uniforme: erro =  $|1.7 - 2| = 0.3$

Estratificado: erro =  $|1.925 - 2| = 0.075$

NOTA: A resolução deste exercício corresponde aos valores sombreados apresentados nas tabelas e ao cálculo das estimativas.

4. A equação de transporte de luz, ou equação de *rendering*, descreve a distribuição da luz numa cena com um meio de propagação não participativo, permitindo calcular a radiância reflectida por um ponto  $x$  na direcção  $\Theta$  :

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_{\Omega_s} f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(\vec{N}_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

A maioria dos algoritmos de iluminação global decompõe o domínio de integração (a semi esfera centrada em  $x$ ) em vários subdomínios disjuntos, resolvendo cada um dos subintegrais resultantes recorrendo a métodos diferentes. A soma dos subintegrais é, obviamente, igual ao valor do integral original. Uma decomposição comum é separar o domínio em iluminação directa, indirecta especular e indirecta difusa. Diga o que entende por cada um destes componentes.

Resolução:

Para esclarecer de forma mais clara os componentes de iluminação acima referidos é necessário clarificar que: i) consideramos a iluminação de um ponto no espaço 3D situado na superfície de uma primitiva geométrica (chamamos  $x$  a este ponto), ii) a iluminação diferencial é a radiância incidente neste ponto  $x$  ao longo de uma e uma só direcção  $\Psi$  definida na semiesfera centrada em  $x$ , iii) a iluminação total é a integração da iluminação ao longo de todas as direcções definidas pela semiesfera e iv) consideramos que ao longo de uma dada direcção a iluminação é ou directa, ou indirecta difusa, ou indirecta especular, isto é, não pode para a mesma direcção ser uma combinação de diferentes componentes (ou tipos) de iluminação. É devido a esta última razão que podemos dividir a integração sobre toda a semiesfera na soma de três integrais, cada um correspondente a um diferente componente de iluminação e, consequentemente, a um diferente conjunto de direcções.

- A componente iluminação directa refere-se a iluminação (ou radiância) que incide em  $x$  vindo directamente de uma fonte de luz, sem ter interagido com qualquer outro objecto – estamos a considerar que a luz se propaga no vácuo;
- A componente especular refere-se a uma única direcção, aquela que corresponde à direcção de reflexão especular ideal e que pode ser determinada conhecendo a direcção do observador (a partir de onde é que o observador está a olhar para  $x$ ) e a normal em  $x$ . Por se tratar de uma única direcção, este fenómeno é geralmente tratado de forma explícita, disparando um raio ao longo desta direcção e não obriga ao recurso a métodos numéricos de integração como a integração de Monte Carlo. Em alguns casos o fenómeno de reflexão especular é alargado ao conceito de *glossiness*, isto é, considera-se não apenas a direcção de reflexão especular ideal, mas sim um cone de direcções definido à volta desta direcção ideal. A simulação com qualidade das reflexões *glossy* já podem requerer métodos de Monte Carlo, uma vez que um cone de direcções corresponde a um número infinito de possíveis direcções;
- A componente de iluminação difusa corresponde a todas as restantes direcções da semiesfera centrada em  $x$  que não estão incluídas nos dois subconjuntos anteriores. A BRDF frequentemente tratada como uma constante (difuso significa que a BRDF é igual para todas essas direcções), mas claro que o termo do cosseno da normal em  $x$  com a direcção de incidência continua a variar. Na grande generalidade dos casos, a iluminação difusa corresponde à grande maioria das direcções da semiesfera; por esta razão aproximá-la devidamente pode exigir um número intratável de raios.