

TABLAS DE TRANSFORMADA Z

Tabla 2.1 Transformada z de funciones prácticas

N°	$f(t)$ F. Continua	$f(kT)$ F. Discreta	$F(S)$ T. de Laplace	$F(z)$ Transformada z
1	$\delta(t)$	$\delta(kT)$	1	1
2	$u(t)$	$u(kT)$	$\frac{1}{S}$	$\frac{z}{z-1}$
3	t	kT	$\frac{1}{S^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
4	t^2	$(kT)^2$	$\frac{2}{S^3}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
5	t^3	$(kT)^3$	$\frac{6}{S^4}$	$\frac{T^3 z(z^2 + 4z + 1)}{(z-1)^4}$
6	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{1}{S+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
7	te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{1}{(S+a)^2}$	$\frac{Te^{-aT}z}{(z-e^{-aT})^2}$
8	t^2e^{-at}	$(kT)^2e^{-akT}$	$\frac{2}{(S+a)^3}$	$\frac{T^2e^{-aT}z(z+e^{-aT})}{(z-e^{-aT})^3}$
9	$\sin(bt)$	$\sin(bkT)$	$\frac{b}{S^2+b^2}$	$\frac{z\sin(bT)}{z^2-2z\cos(bT)+1}$
10	$\cos(bt)$	$\cos(bkT)$	$\frac{S}{S^2+b^2}$	$\frac{z^2-z\cos(bT)}{z^2-2z\cos(bT)+1}$
11	$e^{-at}\sin(bt)$	$e^{-akT}\sin(bkT)$	$\frac{b}{(S+a)^2+b^2}$	$\frac{ze^{-aT}\sin bT}{z^2-2ze^{-aT}\cos bT+e^{-2aT}}$
12	$e^{-at}\cos(bt)$	$e^{-akT}\cos(bkT)$	$\frac{S+a}{(S+a)^2+b^2}$	$\frac{z^2-ze^{-aT}\cos bT}{z^2-2ze^{-aT}\cos bT+e^{-2aT}}$
13	$1-e^{-at}$	$1-e^{-akT}$	$\frac{a}{S(S+a)}$	$\frac{(1-e^{-aT})z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
14	$1-(1+at)e^{-at}$	$1-(1+akT)e^{-akT}$	$\frac{a^2}{S(S+a)^2}$	$\frac{1}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-aT}} - \frac{aTe^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
15	$e^{-at} - e^{-bt}$	$e^{-akT} - e^{-bkT}$	$\frac{b-a}{(S+a)(S+b)}$	$\frac{(e^{-aT} - e^{-bT})z}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
16	$be^{-bt} - ae^{-at}$	$be^{-bkT} - ae^{-akT}$	$\frac{(b-a)S}{(S+a)(S+b)}$	$\frac{[(b-a)z - (be^{-aT} - ae^{-bT})]z}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$

Tabla 2.1 Transformada z de Funciones Prácticas (Continuación)

Nº	$f(t)$ F. Continua	$f(kT)$ F. Discreta	$F(S)$ T. de Laplace	$F(z)$ Transformada z
17	$(1 - at)e^{-at}$	$(1 - akT)e^{-akT}$	$\frac{S}{(S + a)^2}$	$\frac{[z - (1 + aT)e^{-aT}]z}{(z - e^{-aT})^2}$
18	$at - 1 + e^{-at}$	$akT - 1 + e^{-akT}$	$\frac{a^2}{S^2(S + a)}$	$\frac{[(aT - 1 + e^{-aT})z + (1 - e^{-aT} - aTe^{-aT})]z}{(z - 1)^2(z - e^{-aT})}$
19		a^k		$\frac{z}{z - a}$
20		$a^{k-1} \quad k \geq 1$		$\frac{1}{z - a}$
21		ka^{k-1}		$\frac{z}{(z - a)^2}$
22		$k^2 a^{k-1}$		$\frac{z(z + a)}{(z - a)^3}$
23		$k^3 a^{k-1}$		$\frac{z(z^2 + 4az + a^2)}{(z - a)^4}$
24		$(-a)^k$		$\frac{z}{z + a}$
25		$a^k \cos(k\pi)$		$\frac{z}{z + a}$
26		$k(k - 1)a^{k-2}$		$\frac{2z}{(z - a)^3}$
27		$k(k - 1) \cdots (k - m + 2)$		$\frac{z(m - 1)!}{(z - 1)^m}$
28	$A = \frac{\frac{1}{S(S + a)(S + b)}(b(1 - e^{-aT}) - a(1 - e^{-bT}))}{ab(b - a)}$		$B = \frac{\frac{(Az + B)z}{(z - 1)(z - e^{-aT})(z - e^{-bT})}(ae^{-aT}(1 - e^{-bT}) - be^{-bT}(1 - e^{-aT}))}{ab(b - a)}$	
29	$1 - e^{-at}(\cos bt + \frac{a}{b} \sin bt)$		$\frac{a^2 + b^2}{S[(S + a)^2 + b^2]}$	$\frac{(Az + B)z}{(z - 1)(z^2 - 2ze^{-aT} \cos bT + e^{-2aT})}$
	$A = 1 - e^{-aT} \cos bT - \frac{a}{b} e^{-aT} \sin bT$		$B = e^{-2aT} + \frac{a}{b} e^{-aT} \sin bT - e^{-aT} \cos bT$	

Tabla 2.2 Propiedades de la Transformada z

Nº	$x(t)$ ó $x(kT)$	Transformada z
1	$ax(t)$	$aX(z)$
2	$ax(t) + by(t)$	$aX(z) + bY(z)$
3	$x(t + T)$ ó $x(k + 1)$	$zX(z) - zx(0)$
4	$x(t + 2T)$	$z^2X(z) - z^2x(0) - zx(T)$
5	$x(k + 2)$	$z^2X(z) - z^2x(0) - zx(1)$
6	$x(t + kT)$	$z^kX(z) - z^kx(0) - z^{k-1}x(T) - \dots zx(kT - T)$
7	$x(t - k)$	$z^{-k}X(z)$
8	$x(n + k)$	$z^kX(z) - z^kx(0) - z^{k-1}x(1) - \dots zx(k - 1)$
9	$x(n - k)$	$z^{-k}X(z)$
10	$e^{-at}x(t)$	$X(ze^{-aT})$
11	$e^{-ak}x(k)$	$X(ze^a)$
12	$a^kx(k)$	$X\left(\frac{z}{a}\right)$
13	$tx(t)$	$-T \frac{d[X(z)]}{dz}$
14	$x(0)$	$\lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$
15	$x(\infty)$	$\lim_{z \rightarrow 1} [(z - 1)X(z)]$

Tabla 2.3 Transformada z modificada

N°	$f(t)$	$F(kT)$	$F(S)$	$F(z)$ Modificada
1	$u(t)$	$U(kT)$	$\frac{1}{S}$	$\frac{1}{z-1}$
2	t	kT	$\frac{1}{S^2}$	$\frac{mT}{z-1} - \frac{T}{(z-1)^2}$
3	t^2	$(kT)^2$	$\frac{2}{S^3}$	$T^2 \left[\frac{m^2}{z-1} + \frac{2m+1}{(z-1)^2} + \frac{2}{(z-1)^3} \right]$
4	t^{n-1}	$(kT)^{n-1}$	$\frac{(n-1)!}{S^n}$	$\lim_{a \rightarrow 0} (-1)^{n-1} \frac{\partial^{n-1}}{\partial a^{n-1}} \left[\frac{e^{-amT}}{z - e^{-aT}} \right]$
5	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{1}{S+a}$	$\frac{e^{-amT}}{z - e^{-aT}}$
6	te^{-at}	$(kT)e^{-akT}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{T e^{-amT} [e^{-aT} + m(z - e^{-aT})]}{(z - e^{-aT})^2}$
7	$1 - e^{-at}$	$1 - e^{-akT}$	$\frac{a}{S(S+a)}$	$\frac{1}{z-1} - \frac{e^{-amT}}{z - e^{-aT}}$
8	$at - 1 + e^{-at}$	$akT - 1 + e^{-akT}$	$\frac{a^2}{S^2(S+a)}$	$\frac{aT}{(z-1)^2} + \frac{amT-1}{z-1} + \frac{e^{-amT}}{z - e^{-aT}}$
9	$1 - (1+at)e^{-at}$	$1 - (1+akT)e^{-akT}$	$\frac{a^2}{S(S+a)^2}$	$\frac{1}{z-1} - \left[\frac{1+amT}{z - e^{-aT}} + \frac{aT e^{-aT}}{(z - e^{-aT})^2} \right]$
10	$e^{-at} - e^{-bt}$	$e^{-akT} - e^{-bkT}$	$\frac{b-a}{(S+a)(S+b)}$	$\frac{e^{-amT}}{z - e^{-aT}} - \frac{e^{-bmT}}{z - e^{-bT}}$
11	$\sin(bt)$	$\sin(bkT)$	$\frac{b}{S^2 + b^2}$	$\frac{z \cdot \sin(bmT) + \sin(1-m)bT}{z^2 - 2z\cos(bT) + 1}$
12	$\cos(bt)$	$\cos(bkT)$	$\frac{S}{S^2 + b^2}$	$\frac{z \cdot \cos(bmT) - \cos(1-m)bT}{z^2 - 2z\cos(bT) + 1}$
13	$e^{-at} \sin(bt)$	$e^{-akT} \sin(bkT)$	$\frac{b}{(S+a)^2 + b^2}$	$\frac{[z \cdot \sin(bmT) + e^{-aT} \sin(1-m)bT] e^{-amT}}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos(bT) + e^{-2aT}}$
14	$e^{-at} \cos(bt)$	$e^{-akT} \cos(bkT)$	$\frac{S+a}{(S+a)^2 + b^2}$	$\frac{[z \cdot \cos(bmT) + e^{-aT} \sin(1-m)bT] e^{-amT}}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos(bT) + e^{-2aT}}$