# Lab - Modelos N-mixtos

Seguimiento de la Diversidad Biológica

José Jiménez CSIC-IREC

# Frecuentemente podemos estar más interesados en la abundancia que en la ocupación.

Incluso si estamos interesados en la ocupación, podemos modelizar la abundancia

Por ejemplo, la ocupación no es útil si todos los sitios están ocupados.

La relación entre abundancia y una característica biológica puede resultar más patente que la relación entre ésta y la ocupación.

Frecuentemente podemos estar más interesados en la abundancia que en la ocupación.

Incluso si estamos interesados en la ocupación, podemos modelizar la abundancia.

Por ejemplo, la ocupación no es útil si todos los sitios están ocupados.

La relación entre abundancia y una característica biológica puede resultar más patente que la relación entre ésta y la ocupación.

Frecuentemente podemos estar más interesados en la abundancia que en la ocupación.

Incluso si estamos interesados en la ocupación, podemos modelizar la abundancia.

Por ejemplo, la ocupación no es útil si todos los sitios están ocupados.

La relación entre abundancia y una característica biológica puede resultar más patente que la relación entre ésta y la ocupación.

Frecuentemente podemos estar más interesados en la abundancia que en la ocupación.

Incluso si estamos interesados en la ocupación, podemos modelizar la abundancia.

Por ejemplo, la ocupación no es útil si todos los sitios están ocupados.

La relación entre abundancia y una característica biológica puede resultar más patente que la relación entre ésta y la ocupación.

Frecuentemente podemos estar más interesados en la abundancia que en la ocupación.

Incluso si estamos interesados en la ocupación, podemos modelizar la abundancia.

Por ejemplo, la ocupación no es útil si todos los sitios están ocupados.

La relación entre abundancia y una característica biológica puede resultar más patente que la relación entre ésta y la ocupación.

## Modelos binomiales N-mixtos

Modelo de estado (con asunción de Poisson)

$$\log(\lambda_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots$$
$$N_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i)$$

Modelo de observación

$$logit(p_{ij}) = \alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 w_{ij} + \cdots$$
$$y_{ij} \sim Binomial(N_i, p_{ij})$$

#### Definiciones

 $\lambda_i$  – Valor esperado de la abundancia en el sitio i

 $N_i$  – Valor encontrado de la abundancia en el sitio i

 $p_{ij}$  – Probabilidad de detectar un individuo en el sitio i en la ocasion j

 $y_{ij}$  – Datos de Conteos

 $x_1$  and  $x_2$  – covariable de sitio

w – covariable de observación

## Modelos binomiales N-mixtos

Modelo de estado (con asunción de Poisson)

$$\log(\lambda_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots$$
$$N_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i)$$

#### Modelo de observación

$$logit(p_{ij}) = \alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 w_{ij} + \cdots$$
$$y_{ij} \sim Binomial(N_i, p_{ij})$$

#### Definiciones

 $\lambda_i$  – Valor esperado de la abundancia en el sitio i  $N_i$  – Valor encontrado de la abundancia en el sitio i  $p_{ij}$  – Probabilidad de detectar un individuo en el sitio i en la ocasion j  $y_{ij}$  – Datos de conteos  $x_1$  and  $x_2$  – covariable de sitio

## Modelos binomiales N-mixtos

Modelo de estado (con asunción de Poisson)

$$\log(\lambda_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots$$
$$N_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i)$$

Modelo de observación

$$logit(p_{ij}) = \alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 w_{ij} + \cdots$$
$$y_{ij} \sim Binomial(N_i, p_{ij})$$

#### **Definiciones**

 $\lambda_i$  – Valor esperado de la abundancia en el sitio i

 $N_i$  – Valor encontrado de la abundancia en el sitio i

 $p_{ij}$  – Probabilidad de detectar un individuo en el sitio i en la ocasion j

 $y_{ij}$  – Datos de conteos

 $x_1$  and  $x_2$  – covariable de sitio

w – covariable de observación

## Simulación – Sin covariables

## Abundancia

```
> nSites <- 100
> nVisits <- 4
> set.seed(3439) ## Para que sea reproducible
> lambda1 <- 2.6 ## Valor esperado de N
> N1 <- rpois(n=nSites, lambda=lambda1)
```

## Simulación – Sin covariables

### Abundancia

```
> nSites <- 100
> nVisits <- 4
> set.seed(3439) ## Para que sea reproducible
> lambda1 <- 2.6 ## Valor esperado de N
> N1 <- rpois(n=nSites, lambda=lambda1)
Probabilidad de detección y datos
> p1 <- 0.3
> y1 <- matrix(NA, nrow=nSites, ncol=nVisits)
> for(i in 1:nSites) {
     y1[i,] <- rbinom(nVisits, size=N1[i], prob=p1)</pre>
+ }
```

## Simulación – Sin covariables

## Abundancia

```
> nSites <- 100
> nVisits <- 4
> set.seed(3439)  ## Para que sea reproducible
> lambda1 <- 2.6  ## Valor esperado de N
> N1 <- rpois(n=nSites, lambda=lambda1)</pre>
```

#### Probabilidad de detección y datos

```
> p1 <- 0.3
> y1 <- matrix(NA, nrow=nSites, ncol=nVisits)
> for(i in 1:nSites) {
+     y1[i,] <- rbinom(nVisits, size=N1[i], prob=p1)
+ }</pre>
```

#### Datos y abundancia latente

```
> cbind(y1, N1)[1:5,]

N1

[1,] 2 2 1 0 3

[2,] 0 0 0 0 1

[3,] 2 1 2 2 6

[4,] 0 0 0 0 0 1

[5,] 0 0 0 0 0
```

## Simulación – Con covariables

#### Covariables

```
> forest <- factor(sample(c("Hardwood", "Mixed", "Pine"),</pre>
                           nSites, replace=TRUE))
> forestMixed <- ifelse(forest=="Mixed", 1, 0)</pre>
> forestPine <- ifelse(forest=="Pine", 1, 0)</pre>
> temp <- matrix(rnorm(nSites*nVisits), nrow=nSites, ncol=nVisits)
Coeficientes, \lambda, v p
> beta0 <- 0; beta1 <- -1; beta2 <- 1
> lambda2 <- exp(beta0 + beta1*forestMixed + beta2*forestPine)
> alpha0 <- -2; alpha1 <- 1
> p2 <- plogis(alpha0 + alpha1*temp)</pre>
Simulamos datos de abundancia y detección data
> N2 <- rpois(nSites, lambda=lambda2)
                                         ## abundancia local
```

y2[i,] <- rbinom(nVisits, size=N2[i], prob=p2[i,])

> y2 <- matrix(NA, nrow=nSites, ncol=nVisits)</pre>

> for(i in 1:nSites) {

## **Datos simulados**

#### Observaciones

	∟,⊥」	L, 4J	١,٥٦	L, ŦJ
[1,]	1	1	0	0
[2,]	0	0	3	2
[3,]	0	1	0	0
[4,]	0	1	0	0
[5,]	0	0	0	0
[6,]	0	0	0	1
[7,]	0	0	0	0
[8,]	0	2	0	0
[9,]	0	1	0	1
[10,]	0	1	0	0
[11,]	0	0	0	1
[12,]	0	0	1	0
[13,]	0	0	0	0
[14,]	0	0	0	0
[15,]	0	0	0	0
[16,]	0	0	0	0
[17,]	0	0	0	0
[18,]	0	0	0	0
[19,]	0	0	1	0
[20,]	0	0	0	1

[.1] [.2] [.3] [.4]

## Resumen

## Detecciones en cada sitio

- > # Conteos en cada sitio
- > maxCounts <- apply(y2, 1, max)</pre>
- > table(maxCounts)

#### maxCounts

0 1 2 3

# Proporción de sitios aparentemente ocupados

- > naiveOccupancy <- sum(maxCounts>0)/nSites
- > naiveOccupancy

#### [1] 0.45

> library(unmarked)

## **Datos simulados**

#### Observaciones

> y2[1:20,]					
	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	
[1,]	1	1	0	0	
[2,]	0	0	3	2	
[3,]	0	1	0	0	
[4,]	0	1	0	0	
[5,]	0	0	0	0	
[6,]	0	0	0	1	
[7,]	0	0	0	0	
[8,]	0	2	0	0	
[9,]	0	1	0	1	
[10,]	0	1	0	0	
[11,]	0	0	0	1	
[12,]	0	0	1	0	
[13,]	0	0	0	0	
[14,]	0	0	0	0	
[15,]	0	0	0	0	
[16,]	0	0	0	0	
[17,]	0	0	0	0	
[18,]	0	0	0	0	
[19,]	0	0	1	0	
[20,]	0	0	0	1	

### Resumen

### Detecciones en cada sitio

- > # Conteos en cada sitio
- > maxCounts <- apply(y2, 1, max)</pre>
- > table(maxCounts)

#### maxCounts

0 1 2 3 55 33 9 3

Proporción de sitios aparentemente ocupados

- > naiveOccupancy <- sum(maxCounts>0)/nSites
- > naiveOccupancy

#### [1] 0.45

> library(unmarked)

## **Datos simulados**

#### Observaciones

> y2[1:20,]					
	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	
[1,]	1	1	0	0	
[2,]	0	0	3	2	
[3,]	0	1	0	0	
[4,]	0	1	0	0	
[5,]	0	0	0	0	
[6,]	0	0	0	1	
[7,]	0	0	0	0	
[8,]	0	2	0	0	
[9,]	0	1	0	1	
[10,]	0	1	0	0	
[11,]	0	0	0	1	
[12,]	0	0	1	0	
[13,]	0	0	0	0	
[14,]	0	0	0	0	
[15,]	0	0	0	0	
[16,]	0	0	0	0	
[17,]	0	0	0	0	
[18,]	0	0	0	0	
[19,]	0	0	1	0	
[20,]	0	0	0	1	

#### Resumen

#### Detecciones en cada sitio

- > # Conteos en cada sitio
- > maxCounts <- apply(y2, 1, max)</pre>
- > table(maxCounts)

#### maxCounts

0 1 2 3 55 33 9 3

# Proporción de sitios aparentemente ocupados

- > naiveOccupancy <- sum(maxCounts>0)/nSites
- > naiveOccupancy
- [1] 0.45
- > library(unmarked)

# Preparación de datos en 'unmarked'

```
> umf <- unmarkedFramePCount(y=y2, siteCovs=data.frame(forest),
                             obsCovs=list(temp=temp))
```

# Preparación de datos en 'unmarked'

```
> umf <- unmarkedFramePCount(y=y2, siteCovs=data.frame(forest),
                                   obsCovs=list(temp=temp))
> summarv(umf)
unmarkedFrame Object
100 sites
Maximum number of observations per site: 4
Mean number of observations per site: 4
Sites with at least one detection: 45
Tabulation of y observations:
 0 1
332 52 13 3
Site-level covariates:
     forest
 Hardwood:31
Mixed
        :32
Pine :37
Observation-level covariates:
     temp
 Min
     :-3.229012
 1st Qu.:-0.603218
Median :-0.019813
Mean :-0.001029
3rd Qu.: 0.663820
Max. : 3.001200
```

# Ejecutamos el modelo

```
> fm <- pcount("temp "forest, umf, K=100)
> fm
Call:
pcount(formula = "temp" forest, data = umf, K = 100)
Abundance:
           Estimate
                      SE
                              z P(>|z|)
(Intercept) -0.326 0.366 -0.891 0.372706
forestMixed -0.326 0.461 -0.706 0.480137
forestPine 1.207 0.336 3.595 0.000324
Detection:
           Estimate
                    SE
                             z P(>|z|)
(Intercept) -1.96 0.313 -6.26 3.79e-10
temp
              1.18 0.205 5.73 9.83e-09
ATC: 373 6761
```

## Ejecutamos el modelo

```
> fm <- pcount("temp "forest, umf, K=100)
> fm
Call:
pcount(formula = "temp" forest, data = umf, K = 100)
Abundance:
           Estimate
                      SE
                              z P(>|z|)
(Intercept) -0.326 0.366 -0.891 0.372706
forestMixed -0.326 0.461 -0.706 0.480137
forestPine 1.207 0.336 3.595 0.000324
Detection:
           Estimate
                    SE
                             z P(>|z|)
(Intercept) -1.96 0.313 -6.26 3.79e-10
temp
              1.18 0.205 5.73 9.83e-09
ATC: 373 6761
```

## Comparamos los valores reales de los parámetros:

```
> c(beta0=beta0, beta1=beta1, beta2=beta2); c(alpha0=alpha0, alpha1=alpha1)
beta0 beta1 beta2
    0    -1     1
alpha0 alpha1
    -2     1
```

## Veamos si K es suficientemente alto

### Las estimas no deben cambiar al incrementar K.

Si las estimas cambian, hay que incrementar K hasta que se estabilicen.

## Veamos si K es suficientemente alto

### Las estimas no deben cambiar al incrementar K.

#### Parece correcto:

Si las estimas cambian, hay que incrementar K hasta que se estabilicen.

## Veamos si K es suficientemente alto

Las estimas no deben cambiar al incrementar K.

#### Parece correcto:

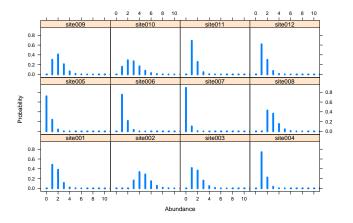
```
> fm.test <- pcount(~temp ~forest, umf, K=150)
> round(coef(fm.test), digits=4)

lam(Int) lam(forestMixed) lam(forestPine) p(Int) p(temp)
-0.3260 -0.3258 1.2073 -1.9615 1.1760
```

Si las estimas cambian, hay que incrementar K hasta que se estabilicen.

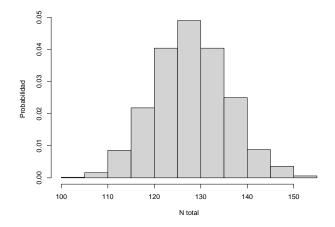
## Estima empírica bayesiana – Abundancia por sitios

```
> re <- ranef(fm)
> plot(re, layout=c(4,3), subset=site%in%1:12, xlim=c(-1, 11), lwd=5)
```



# Abundancia total en la región muestreada

> N.total.post <- predict(re, func=sum, nsim=1000)
> hist(N.total.post, freq=FALSE, main="", xlab="N total",
+ ylab="Probabilidad")



```
Creamos un data.frame con las covariable de predicción.
> pred.data <- data.frame(forest=c("Hardwood", "Mixed", "Pine"),</pre>
                            temp=0)
```

```
Creamos un data.frame con las covariable de predicción.
> pred.data <- data.frame(forest=c("Hardwood", "Mixed", "Pine"),</pre>
                            temp=0)
Obtenemos predicciones de \lambda para cada fila de datos de predicción.
> lambda.pred <- predict(fm, newdata=pred.data,
+
                           type='state', append=TRUE)
```

Creamos un data.frame con las covariable de predicción.

```
> pred.data <- data.frame(forest=c("Hardwood", "Mixed", "Pine"),
+ temp=0)</pre>
```

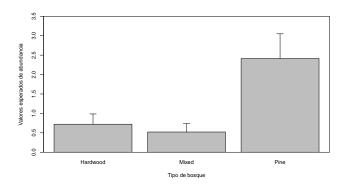
Obtenemos predicciones de  $\lambda$  para cada fila de datos de predicción.

```
> lambda.pred <- predict(fm, newdata=pred.data,
+ type='state', append=TRUE)</pre>
```

Vemos las predicciones de  $\lambda$ 

> print(head(lambda.pred), digits=2)

temp	forest	upper	lower	SE	Predicted	
0	${\tt Hardwood}$	1.5	0.35	0.26	0.72	1
0	Mixed	1.2	0.23	0.22	0.52	2
0	Pine	4.0	1.44	0.64	2.41	3



## Modelo en BUGS

```
model {
# Priors para los coeficientes de abundancia
beta0 ~ dnorm(0, 0.5) # variance=1/0.5
beta1 ~ dnorm(0, 0.5)
beta2 ~ dnorm(0, 0.5)
# Priors para los coeficientes de deteccion
alpha0 ~ dnorm(0, 0.5)
alpha1 ~ dnorm(0, 0.5)
for(i in 1:nSites) {
  log(lambda[i]) <- beta0 + beta1*forestMixed[i] + beta2*forestPine[i]</pre>
  N[i] ~ dpois(lambda[i]) # Abundancia local latente
  for(j in 1:nOccasions) {
    logit(p[i,j]) <- alpha0 + alpha1*temp[i,j]</pre>
    y[i,j] ~ dbin(p[i,j], N[i]) # Data
total Abundance <- sum(N)
```