Lab – Modelos de Captura-Recaptura Espacialmente Explícitos (SCR-SMR-SC)

Seguimiento de la Diversidad Biológica

José Jiménez
CSIC-IREC

Motivos para el uso de SCR

1. Mejorar la inferencia
   - Los modelos no espaciales no pueden utilizar de forma apropiada las fuentes de variación en p que pueden sesgar los resultados.
     - Distancia a las trampas
     - Covariables específicas de la trampa
   - SCR posibilita estimar densidades, no sólo N en una región desconocida.
2. Mejorar el conocimiento científico
   - Podemos hacernos nuevas preguntas, como:
   - En vez de pensar en SCR como una nueva herramienta de estima, debemos considerarla como un marco basado en individuos para inferencia de la dinámica espacial de la población

Motivos para el uso de SCR

1. Mejorar la inferencia
   - Los modelos no espaciales no pueden utilizar de forma apropiada las fuentes de variación en p que pueden sesgar los resultados.
     - Distancia a las trampas
     - Covariables específicas de la trampa
   - SCR posibilita estimar densidades, no sólo N en una región desconocida.
2. Mejorar el conocimiento científico
   - Podemos hacernos nuevas preguntas, cómo:
     - ¿Cómo influye la variación espacial en la densidad?
     - ¿Cómo varía la supervivencia y el reclutamiento en el espacio y el tiempo?
     - ¿Cómo influye el movimiento en la densidad y en la detectabilidad?
   - En vez de pensar en SCR como una nueva herramienta de estima, debemos considerarla como un marco basado en individuos para inferencia de la dinámica espacial de la población.

Motivos para el uso de SCR

1. Mejorar la inferencia
   - Los modelos no espaciales no pueden utilizar de forma apropiada las fuentes de variación en p que pueden sesgar los resultados.
     - Distancia a las trampas
     - Covariables específicas de la trampa
   - SCR posibilita estimar densidades, no sólo N en una región desconocida.
2. Mejorar el conocimiento científico
   - Podemos hacernos nuevas preguntas, cómo:
     - ¿Cómo influye la variación espacial en la densidad?
     - ¿Como varía la supervivencia y el reclutamiento en el espacio y el tiempo?
     - ¿Cómo influye el movimiento en la densidad y en la detectabilidad?
   - En vez de pensar en SCR como una nueva herramienta de estima, debemos considerarla como un marco basado en individuos para inferencia de la dinámica espacial de la población.

Motivos para el uso de SCR

1. Mejorar la inferencia
   - Los modelos no espaciales no pueden utilizar de forma apropiada las fuentes de variación en p que pueden sesgar los resultados.
     - Distancia a las trampas
     - Covariables específicas de la trampa
   - SCR posibilita estimar densidades, no sólo N en una región desconocida.
2. Mejorar el conocimiento científico
   - Podemos hacernos nuevas preguntas, cómo:
     - ¿Cómo influye la variación espacial en la densidad?
     - ¿Como varía la supervivencia y el reclutamiento en el espacio y el tiempo?
     - ¿Cómo influye el movimiento en la densidad y en la detectabilidad?
   - En vez de pensar en SCR como una nueva herramienta de estima, debemos considerarla como un marco basado en individuos para inferencia de la dinámica espacial de la población.

Motivos para el uso de SCR

1. Mejorar la inferencia
   - Los modelos no espaciales no pueden utilizar de forma apropiada las fuentes de variación en p que pueden sesgar los resultados.
     - Distancia a las trampas
     - Covariables específicas de la trampa
   - SCR posibilita estimar densidades, no sólo N en una región desconocida.
2. Mejorar el conocimiento científico
   - Podemos hacernos nuevas preguntas, cómo:
     - ¿Cómo influye la variación espacial en la densidad?
     - ¿Como varía la supervivencia y el reclutamiento en el espacio y el tiempo?
     - ¿Cómo influye el movimiento en la densidad y en la detectabilidad?
   - En vez de pensar en SCR como una nueva herramienta de estima, debemos considerarla como un marco basado en individuos para inferencia de la dinámica espacial de la población.

Motivos para el uso de SCR

1. Mejorar la inferencia
   - Los modelos no espaciales no pueden utilizar de forma apropiada las fuentes de variación en p que pueden sesgar los resultados.
     - Distancia a las trampas
     - Covariables específicas de la trampa
   - SCR posibilita estimar densidades, no sólo N en una región desconocida.
2. Mejorar el conocimiento científico
   - Podemos hacernos nuevas preguntas, cómo:
     - ¿Cómo influye la variación espacial en la densidad?
     - ¿Como varía la supervivencia y el reclutamiento en el espacio y el tiempo?
     - ¿Cómo influye el movimiento en la densidad y en la detectabilidad?
   - En vez de pensar en SCR como una nueva herramienta de estima, debemos considerarla como un marco basado en individuos para inferencia de la dinámica espacial de la población.

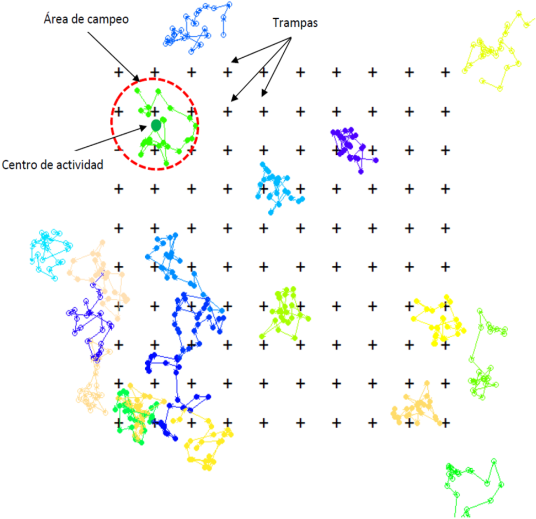

FIGURA: Malla de detectores para SCR

Datos SCR

Los datos de captura SCR se organizan como matrices 3D donde y_{ijk} indica si el individuo $i = 1, \ldots, n$, fue capturado en la trampa $j = 1, \ldots, J$ en la ocasión $k = 1, \ldots, K$.

Aquí os pongo un ejemplo de una matriz 3D "aplanada" con $n = 4$ animales capturados en $J = 3$ trampas en $K = 2$ ocasiones.

	Ocasión					
	1			2		
	Trap			Trampa		
Individuo	1	2	3	1	2	3
1	0	0	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1	1
3	0	1	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0

Como conocemos las coordenadas de las trampas, sabemos dónde y cuándo fue detectado cada individuo.

Esta información espacial no se usó para estimar densidades hasta Efford (2004) en MLE, y por Royle et al. (2009) en aproximaciones bayesianas.

Datos SCR

Los datos de captura SCR se organizan como matrices 3D donde y_{ijk} indica si el individuo $i = 1, \ldots, n$, fue capturado en la trampa $j = 1, \ldots, J$ en la ocasión $k = 1, \ldots, K$.

Aquí os pongo un ejemplo de una matriz 3D "aplanada" con $n = 4$ animales capturados en $J = 3$ trampas en $K = 2$ ocasiones.

	Ocasión					
	1			2		
	Trap			Trampa		
Individuo	1	2	3	1	2	3
1	0	0	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1	1
3	0	1	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0

Como conocemos las coordenadas de las trampas, sabemos dónde y cuándo fue detectado cada individuo.

Esta información espacial no se usó para estimar densidades hasta Efford (2004) en MLE, y por Royle et al. (2009) en aproximaciones bayesianas.

Datos SCR

Los datos de captura SCR se organizan como matrices 3D donde y_{ijk} indica si el individuo $i = 1, \ldots, n$, fue capturado en la trampa $j = 1, \ldots, J$ en la ocasión $k = 1, \ldots, K$.

Aquí os pongo un ejemplo de una matriz 3D "aplanada" con $n = 4$ animales capturados en $J = 3$ trampas en $K = 2$ ocasiones.

	Ocasión					
	1			2		
	Trap			Trampa		
Individuo	1	2	3	1	2	3
1	0	0	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1	1
3	0	1	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0

Como conocemos las coordenadas de las trampas, sabemos dónde y cuándo fue detectado cada individuo.

Esta información espacial no se usó para estimar densidades hasta Efford (2004) en MLE, y por Royle et al. (2009) en aproximaciones bayesianas.

Datos SCR

Los datos de captura SCR se organizan como matrices 3D donde y_{ijk} indica si el individuo $i = 1, \ldots, n$, fue capturado en la trampa $j = 1, \ldots, J$ en la ocasión $k = 1, \ldots, K$.

Aquí os pongo un ejemplo de una matriz 3D "aplanada" con $n = 4$ animales capturados en $J = 3$ trampas en $K = 2$ ocasiones.

	Ocasión					
	1			2		
	Trap			Trampa		
Individuo	1	2	3	1	2	3
1	0	0	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1	1
3	0	1	0	0	0	0
4	0	1	1	1	0	0

Como conocemos las coordenadas de las trampas, sabemos dónde y cuándo fue detectado cada individuo.

Esta información espacial no se usó para estimar densidades hasta Efford (2004) en MLE, y por Royle et al. (2009) en aproximaciones bayesianas.

Proceso espacial de puntos

El estado de SCR es un proceso de puntos espacial (o espacio-temporal)

Hay muchas variantes posibles de estos procesos de puntos espaciales

- Proceso de puntos binomiales (no)homogéneos
- Proceso de puntos Poisson (no)homogéneos
- Procesos de Cox
- Procesos de Gibbs
- Procesos de puntos de Markov
- ... y otros

Proceso espacial de puntos

El estado de SCR es un proceso de puntos espacial (o espacio-temporal)

Hay muchas variantes posibles de estos procesos de puntos espaciales

- Proceso de puntos binomiales (no)homogéneos
- Proceso de puntos Poisson (no)homogéneos
- Procesos de Cox
- Procesos de Gibbs
- Procesos de puntos de Markov
- ... y otros

Procesos de puntos espacial

Todos los procesos comparten algunas propiedades

- Los datos son una colección de puntos llamados "patrón de puntos"
- Los puntos están en un área llamado el espacio de estados ($\mathcal{S}$), o ventana de observación, que suele ser bidimensional.
- La función de intensidad ($\lambda(s)$) describe la variación espacial en la densidad de puntos
- El área bajo esta función es el número esperado de puntos (o de otra forma, N) en la region estudiada:

$$E(N) = \Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(s) \, \mathrm{d}s$$

Procesos de puntos espacial

Todos los procesos comparten algunas propiedades

- Los datos son una colección de puntos llamados "patrón de puntos"
- Los puntos están en un área llamado el espacio de estados ($\mathcal{S}$), o ventana de observación, que suele ser bidimensional.
- La función de intensidad ($\lambda(s)$) describe la variación espacial en la densidad de puntos
- El área bajo esta función es el número esperado de puntos (o de otra forma, N) en la region estudiada:

$$E(N) = \Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(s)\,\mathrm{d}s$$

Procesos de puntos espacial

Todos los procesos comparten algunas propiedades

- Los datos son una colección de puntos llamados "patrón de puntos"
- Los puntos están en un área llamado el espacio de estados ($\mathcal{S}$), o ventana de observación, que suele ser bidimensional.
- La función de intensidad ($\lambda(\boldsymbol{s})$) describe la variación espacial en la densidad de puntos
- El área bajo esta función es el número esperado de puntos (o de otra forma, N) en la region estudiada:

$$E(N) = \Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(\boldsymbol{s}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

Procesos de puntos espacial

Todos los procesos comparten algunas propiedades

- Los datos son una colección de puntos llamados “patrón de puntos”
- Los puntos están en un área llamado el espacio de estados ($\mathcal{S}$), o ventana de observación, que suele ser bidimensional.
- La función de intensidad ($\lambda(\boldsymbol{s})$) describe la variación espacial en la densidad de puntos
- El área bajo esta función es el número esperado de puntos (o de otra forma, N) en la region estudiada:

$$E(N) = \Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(\boldsymbol{s})\,\mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

Procesos de puntos espacial

Todos los procesos comparten algunas propiedades

- Los datos son una colección de puntos llamados "patrón de puntos"
- Los puntos están en un área llamado el espacio de estados ($\mathcal{S}$), o ventana de observación, que suele ser bidimensional.
- La función de intensidad ($\lambda(\boldsymbol{s})$) describe la variación espacial en la densidad de puntos
- El área bajo esta función es el número esperado de puntos (o de otra forma, N) en la region estudiada:

$$E(N) = \Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(\boldsymbol{s}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

Modelo de población cerrado

Modelo de estado (un proceso de puntos espacial)

$$\lambda(\boldsymbol{s}) = \exp(\beta_0 + \beta_1 w_1(\boldsymbol{s}) + \beta_2 w_2(\boldsymbol{s}) \dots)$$
$$\Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(\boldsymbol{s}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$
$$N \sim \mathrm{Pois}(\Lambda)$$
$$\boldsymbol{s}_i \propto p(\lambda(\boldsymbol{s})) \;\; \text{for } i = 1, \dots, N$$

Modelo de observación (habría que añadir el aumentado de datos)

$$p_{ij} = \lambda_0 \cdot e^{-\frac{\|\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{x}_j\|^2}{(2\sigma^2)}} \;\; \text{for } j = 1, \dots, J$$
$$y_{ijk} \sim \mathrm{Bernoulli}(p_{ij})$$

Modelo de población cerrado

Modelo de estado (un proceso de puntos espacial)

$$\lambda(\boldsymbol{s}) = \exp(\beta_0 + \beta_1 w_1(\boldsymbol{s}) + \beta_2 w_2(\boldsymbol{s}) \dots)$$
$$\Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(\boldsymbol{s}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$
$$N \sim \mathrm{Pois}(\Lambda)$$
$$\boldsymbol{s}_i \propto p(\lambda(\boldsymbol{s})) \;\; \text{for } i = 1, \dots, N$$

Modelo de observación (habría que añadir el aumentado de datos)

$$p_{ij} = \lambda_0 \cdot e^{-\frac{\|\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{x}_j\|^2}{(2\sigma^2)}} \;\; \text{for } j = 1, \dots, J$$
$$y_{ijk} \sim \mathrm{Bernoulli}(p_{ij})$$

Modelo de población cerrado

Modelo de estado (un proceso de puntos espacial)

$$\lambda(\boldsymbol{s}) = \exp(\beta_0 + \beta_1 w_1(\boldsymbol{s}) + \beta_2 w_2(\boldsymbol{s}) \dots)$$

$$\Lambda = \int_{\mathcal{S}} \lambda(\boldsymbol{s}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

$$N \sim \mathrm{Pois}(\Lambda)$$

$$\boldsymbol{s}_i \propto p(\lambda(\boldsymbol{s})) \;\; \text{for } i = 1, \dots, N$$

Modelo de observación (habría que añadir el aumentado de datos)

$$p_{ij} = \lambda_0 \cdot e^{-\frac{\|\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{x}_j\|^2}{(2\sigma^2)}} \;\; \text{for } j = 1, \dots, J$$

$$y_{ijk} \sim \mathrm{Bernoulli}(p_{ij})$$

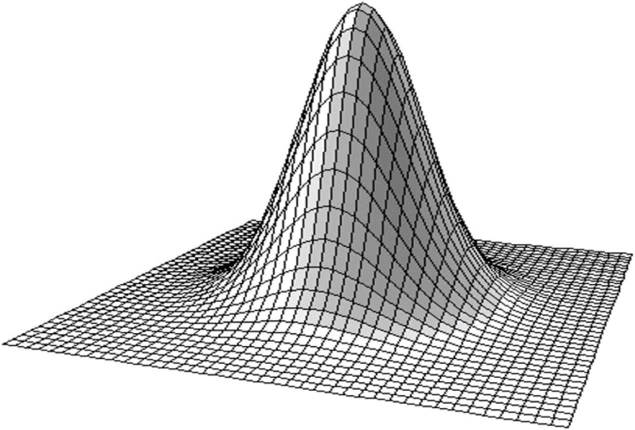

FIGURA: Probabilidad de detección: una normal bivariada

Modelo bayesiano o aumentado de datos (DA)

La versión DA de un modelo SCR básico es:

$$\boldsymbol{s}_i \sim \text{Unif}(\mathcal{S})$$
$$z_i \sim \text{Bern}(\psi)$$
$$p_{ij} = \lambda_0 \exp(-\|\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{x}_j\|^2/(2\sigma^2))$$
$$y_{ijk} \sim \text{Bern}(z_i p_{ij})$$
$$N = \sum_{i=1}^{M} z_i$$

Modelo SCR_0 (versión JAGS)

```
## model {
## psi ~ dunif(0, 1)
## g0 ~ dunif(0, 1)
## sigma ~ dunif(0, 0.5)
##
## for(i in 1:M) {
##   s[i,1] ~ dunif(xlim[1], xlim[2])
##   s[i,2] ~ dunif(ylim[1], ylim[2])
##   z[i] ~ dbern(psi)
##   for(j in 1:J) {
##     dist[i,j] <- sqrt((s[i,1]-x[j,1])^2 + (s[i,2]-x[j,2])^2)
##     p[i,j] <- g0*exp(-dist[i,j]^2/(2*sigma^2))
##     for(k in 1:K) {
##       y[i,j,k] ~ dbern(z[i]*p[i,j])
##     }
##   }
## }
##
## EN <- M*psi
## N <- sum(z)
## }
```

Modelo SCR_0 (versión Nimble que usaremos (1))

```
## model {
## psi ~ dunif(0, 1)
## g0 ~ dunif(0, 1)
## sigma ~ dunif(0, 0.5)
##
## for(i in 1:M) {
##   s[i,1] ~ dunif(xlim[1], xlim[2])
##   s[i,2] ~ dunif(ylim[1], ylim[2])
##   z[i] ~ dbern(psi)
##   dist[i,1:J] <- sqrt((s[i,1]-x[1:J,1])^2 + (s[i,2]-x[1:J,2])^2)
##   p[i,1:J] <- g0*exp(-dist[i,1:J]^2/(2*sigma^2))
##
##   for(j in 1:J) {
##     for(k in 1:K) {
##       y[i,j,k] ~ dbern(z[i]*p[i,j])
##     }
##   }
## }
##
## EN <- M*psi
## N <- sum(z)
## }
```

Modelo SCR_0 (versión Nimble que usaremos (2))

```
## model {
## psi ~ dunif(0, 1)
## g0 ~ dunif(0, 1)
## sigma ~ dunif(0, 0.5)
##
## for(i in 1:M) {
##   s[i,1] ~ dunif(xlim[1], xlim[2])
##   s[i,2] ~ dunif(ylim[1], ylim[2])
##   z[i] ~ dbern(psi)
##   dist[i,1:J] <- sqrt((s[i,1]-x[1:J,1])^2 + (s[i,2]-x[1:J,2])^2)
##   p[i,1:J] <- g0*exp(-dist[i,1:J]^2/(2*sigma^2))
##
##   for(j in 1:J) {
##      y[i,j] ~ dbinom(z[i]*p[i,j], K)
##   }
## }
##
## EN <- M*psi
## N <- sum(z)
## }
```

Modelo SMR_0 (versión Nimble)

```
## code <- nimbleCode({
##
##   lam0 ~ dunif(0,5)
##   sig ~ dunif(0,5)
##   sig2 <- 2*sig^2
##   psi ~ dbeta(1,1)
##
##   # PROCESO ECOLOGICO (ESTADO)
##   for(i in 1:M) {
##     s[i,1] ~ dunif(xlim[1], xlim[2])
##     s[i,2] ~ dunif(ylim[1], ylim[2])
##     z[i] ~ dbern(psi)
##     d2[i,1:J] <- (s[i,1]-x[1:J,1])^2 + (s[i,2]-x[1:J,2])^2
##     lam[i,1:J] <- lam0*exp(-d2[i,1:J]/sig2)*z[i]*K
##   }
##
##   # PROCESO DE OBSERVACION
##   # Fraccion marcada
##   for(i in 1:nMarked) {
##     for(j in 1:J) {
##       y[i,j] ~ dpois(lam[i,j])
##     }
##   }
##   # Parte no marcada
##   for(j in 1:J) {
##     Lam[j] <- sum(lam[((nMarked+1):M),j])
##     n[j] ~ dpois(Lam[j])
##   }
##
##   N <- sum(z[1:M])
##   D <- N/A
## })
```

Modelo UN-SCR$_0$ (versión Nimble)

```
## code <- nimbleCode({
##
##   sigma ~ dgamma(sh,ra)
##   psi ~ dunif(0,1)
##   lam0 ~ dunif(0,5)
##
##   # PROCESO ECOLOGICO (ESTADO)
##   for(i in 1:M) {
##     z[i] ~ dbern(psi)
##     s[i,1] ~ dunif(xlim[1],xlim[2])
##     s[i,2] ~ dunif(ylim[1],ylim[2])
##     d2[i,1:J] <- (s[i,1]-X[1:J,1])^2 + (s[i,2]-X[1:J,2])^2
##     lam[i,1:J] <- lam0*exp(-d2[i,1:J]/(2*sigma^2))*z[i]*K
##   }
##
##   # PROCESO DE OBSERVACION
##   for(j in 1:J){
##     bigLambda[j] <- sum(lam[1:M,j])
##     n[j] ~ dpois(bigLambda[j])
##   }
##
##   N <- sum(z[1:M])
## })
```

REFERENCIAS

Efford, M. G. (2004). Density estimation in live-trapping studies. Oikos, 106(3), 598–610.

Royle, J. A., Nichols, J. D., Karanth, K. U., & Gopalaswamy, A. M. (2009). A hierarchical model for estimating density in camera-trap studies. Journal of Applied Ecology, 46(1), 118–127. doi:10.1111/j.1365-2664.2007.0

Royle, J. A., Chandler, R. B., Sollmann, R., & Gardner, B. (2014). *Spatial capture-recapture*. Waltham, Massachusetts: Elsevier, Academic Press. doi:10.1016/B978-0-12-405939-9.00026-8