Índice

1. Introducción **2**
1.1. Repaso mecánica 2
1.1.1. Sistema de referencia cartesiano 2
1.1.2. Magnitudes cinemáticas 3
1.2. Repaso dinámica 4
1.2.1. Traslación 4
1.2.2. Rotación 4

2. Gravitación **6**
2.1. Ley de gravitación universal 6
2.2. Leyes de Kepler 7
2.2.1. Ley de las órbitas 7
2.2.2. Ley de las áreas 7
2.2.3. Ley de los periodos 7
2.3. Conservación del momento angular 8
2.3.1. Segunda ley de Kepler 8
2.3.2. Tercera ley de Kepler 9
2.4. Campo gravitatorio 9
2.4.1. Principio de superposición 10
2.4.2. Líneas de campo 11
2.4.3. Campo gravitatorio de la Tierra 11
2.5. Energía y gravitación 12
2.5.1. Energía mecánica 12
2.5.2. Trabajo mecánico 12
2.5.3. Energía potencial gravitatoria 13
2.5.4. Energía mecánica de un satélite en órbita 13
2.5.5. Principio de conservación de la energía mecánica 13
2.5.6. Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria 14
2.5.7. Energía necesaria para poner en órbita un satélite 14
2.5.8. Velocidad de escape 14
2.6. Potencial gravitatorio 15
2.6.1. Potencial creado por una masa puntual 15

INTRODUCCIÓN

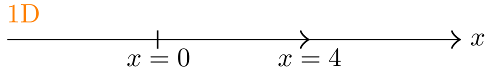
REPASO MECÁNICA

- Mecánica: estudio del movimiento y las causas que lo producen
- Magnitudes cinemáticas: Posición, velocidad, aceleración

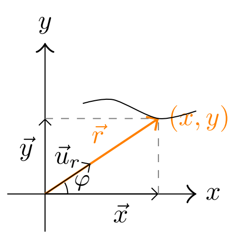
> Un VECTOR NO puede ser negativo ya que no es un número. Las COORDENADAS SÍ pueden.

Sistema de referencia cartesiano

- 1D



- 2D



$$\vec{r} = (x, y)$$

$$\vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$$

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

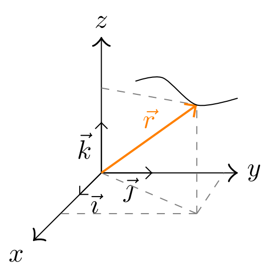
$$\vec{x} = x\vec{\imath}$$

$$x = r\cos(\varphi)$$

$$y = r\,\mathrm{sen}(\varphi)$$

$$\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

- 3D



$$\vec{r} = (x, y, z)$$

$$\vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

> $y\vec{\jmath} =$ componente $\vec{y} \rightarrow$ VECTOR
> $y =$ coordenada $y \rightarrow$ NÚMERO

Magnitudes cinemáticas

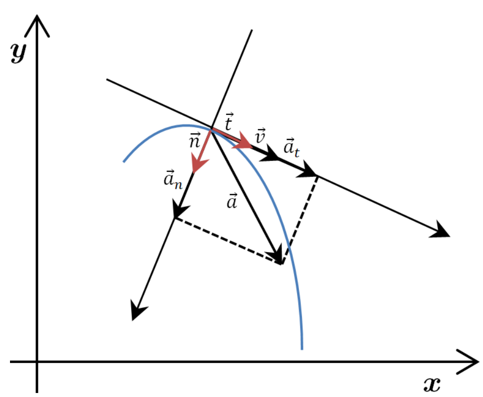
Posición — Lugar que ocupa un móvil en el espacio

Velocidad

- Velocidad instantánea: Derivada de la posición con respecto al tiempo
  $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$
- Velocidad media: Para tiempos finitos $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

Aceleración

- Aceleración instantánea: Derivada de la velocidad con respecto al tiempo
  $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
- Aceleración media: $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
- Componentes intrínsecas
  - Aceleración tangencial: Variación en el módulo de la velocidad $\boxed{a_t = \frac{\mathrm{d}|\vec{v}|}{\mathrm{d}t}}$
  - Aceleración normal: Variación de la dirección de la velocidad $\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$



$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

$$\boxed{a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}}$$

$\vec{n}$ vector unitario: dirección $\vec{a}_n$
$\vec{a}_n = a_n \vec{n}$
$\vec{t}$ vector unitario: dirección $\vec{a}_t$
$\vec{a}_t = a_t \vec{t}$

Ejemplo:

$\vec{r} = t^3\vec{\imath} + (t^2 + 2t + 1)\vec{\jmath} + 3\vec{k}$ (m)

—¿Velocidad en $t = 1s$?

$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \implies \vec{v} = 3t^2\vec{\imath} + (2t + 2)\vec{\jmath}$ (m/s) $\implies$

$\vec{v}(1) = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$ (m/s) $\implies$ $v(1) = \sqrt{3^2 + 4^2} = \boxed{5 \text{ m/s}}$

—Halla $\vec{a}_m$ entre $t = 1s$ y $t = 2s$

$\vec{v}(2) = 12\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$ (m/s) $\Longrightarrow$

$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(2)-\vec{v}(1)}{1} = (12\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}) - (3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath})$ (m/s^2) $= \boxed{9\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\ (\mathrm{m/s^2})}$

—Calcula a_t y a_n en $t = 1s$. Calcula R.

$v(t) = \sqrt{(3t^2)^2 + (2t+2)^2} = \sqrt{9t^4 + 4t^2 + 8t + 4}$ m/s

$a_t(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{18t^3+4t+4}{\sqrt{9t^4+4t^2+8t+4}}$ m/s^2 $\Longrightarrow$ $a_t(1) = 26/5 = \boxed{5{,}2\ \mathrm{m/s^2}}$

$\vec{a}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = 6t\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ (m/s^2) $\Longrightarrow$ $a(t) = \sqrt{36t^2+4} = 2\sqrt{9t^2+1}$ m/s^2 $\Longrightarrow$ $a(1) = 6,32$ m/s^2

$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} \Longrightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \Longrightarrow a_n(1) = \sqrt{(6,32)^2 - (5,2)^2} =$ $\boxed{3{,}59\ \mathrm{m/s^2}}$

$a_n = \frac{v^2}{R} \Longrightarrow R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(5\mathrm{m/s})^2}{3{,}59\mathrm{m/s^2}} = \boxed{6{,}96\ \mathrm{m}}$

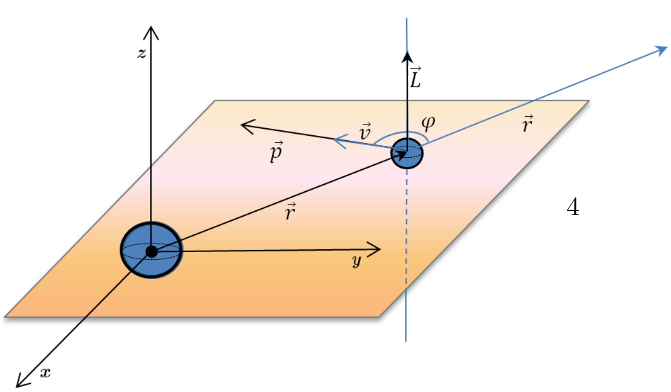
REPASO DINÁMICA

Traslación

- $\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$
- $\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$ momento lineal
- $\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}$
- Si $\vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = 0 \Rightarrow \vec{p} =$ cte. $\Rightarrow \vec{v} =$ cte.

Rotación

- Momento angular: $\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$ $\boxed{\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}}$ vectores axiales
- Momento de una fuerza: $\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$ $\boxed{\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}}$ dirigidos hacia el eje de rotación
- Momento de inercia: $\boxed{I = \Sigma m r^2}$ $r =$ distancia al eje



Módulos: $|\vec{L}| = |\vec{r}||\vec{p}|\,\mathrm{sen}(\varphi)$

$|\vec{M}| = |\vec{r}||\vec{F}|\,\mathrm{sen}(\varphi)$

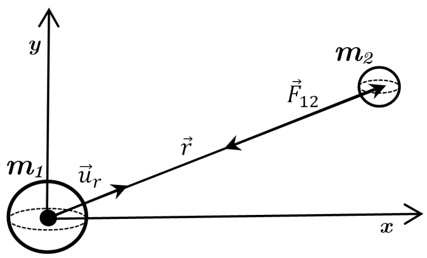
Dirección: $\perp$ al plano formado por $\vec{r}$ y $\vec{p}$

Si $\varphi = 0$ o $\varphi = 180^o \implies L$ o $M = 0$

GRAVITACIÓN

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

La fuerza de atracción que se ejercen mutuamente dos cuerpos puntuales es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. La dirección de la fuerza es la de la recta que une ambas masas y el sentido es atractivo.

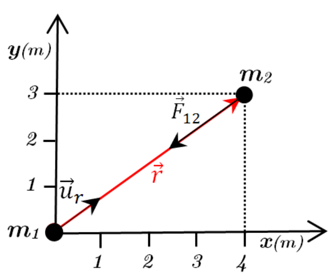


$$\boxed{\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r}$$

$$\boxed{G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm^2}}{\mathrm{kg^2}}}$$

Ejemplo:

Calcula la fuerza que ejerce el cuerpo de masa $m_1 = 3$ kg sobre el cuerpo $m_2 = 2$ kg



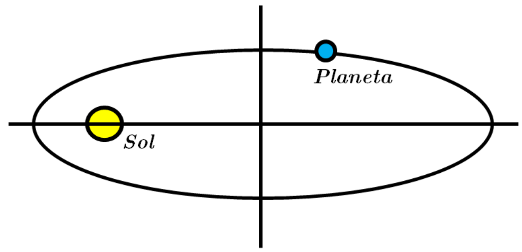
$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r$$
$$\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{4\vec{\imath}+3\vec{\jmath}}{5} = \frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}$$

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r = -6,67 \cdot 10^{-11}\frac{3\cdot 2}{5^2} \cdot \left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = \boxed{-1,28 \cdot 10^{-11}\vec{\imath} - 9,6 \cdot 10^{-12}\vec{\jmath}\ \text{(N)}}$$

LEYES DE KEPLER

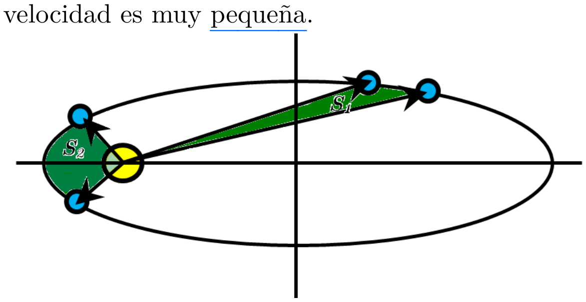
Ley de las órbitas

Los planetas giran en torno al Sol en órbitas elípticas y el Sol se encuentra en uno de los focos.



Ley de las áreas

El radio vector que une el Sol con cada planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.
Esto implica que al estar cerca del Sol, su velocidad es muy grande; y al estar lejos del Sol, su velocidad es muy pequeña.

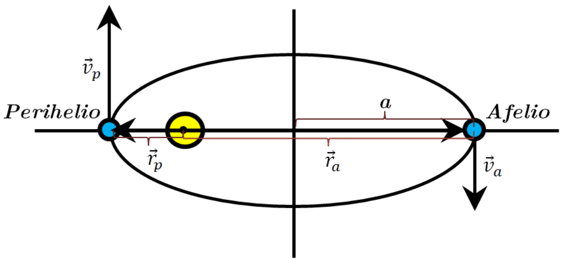


Ley de los periodos

$\frac{T^2}{a^3}$ = constante $\Rightarrow \boxed{\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}}$ El cuadrado del periodo de revolución de un planeta que gira en torno al Sol es directamente proporcional al cubo del radio medio de su órbita. $\boxed{a = \text{semieje mayor o radio medio}}$

CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

- Fuerza central: se dirige a un mismo punto siempre.
- $\vec{F} = F(r)\vec{u}_r$
- $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times F(r)\vec{u}_r = \vec{r} \times F(r)\frac{\vec{r}}{r} = \frac{F(r)}{r}\vec{r} \times \vec{r} = 0$
- $\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = 0 \implies \boxed{\vec{L} \text{ es constante}} \implies L = rmv\,\mathrm{sen}(\varphi)$



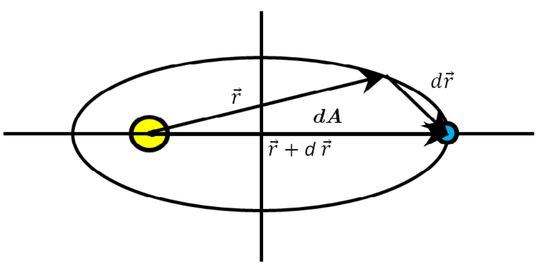
$\vec{r} \perp \vec{p} \implies \mathrm{sen}(\varphi) = \mathrm{sen}(90^o) = 1$

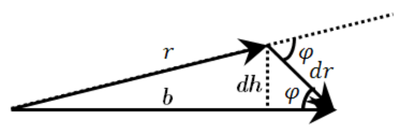
$L_p = L_a \implies r_p m v_p = r_a m v_a$

$\boxed{r_p v_p = r_a v_a}$

Segunda ley de Kepler

La velocidad areolar es constante. $\left.\begin{array}{ll} v_A = & \text{velocidad areolar} \\ dA = & \text{área infinitesimal barrida por } \vec{r} \end{array}\right\} v_A = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$



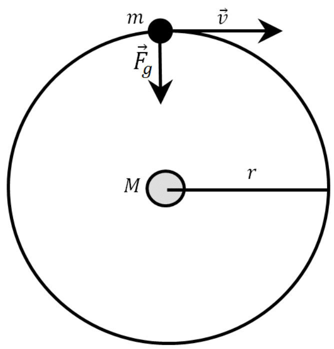


$\varphi =$ ángulo entre $\vec{r}$ y $\mathrm{d}\vec{r}$
$\mathrm{d}\vec{r}$: Tiene la misma dirección que $\vec{v}$ y $\vec{p}$
$\mathrm{sen}(\varphi) = \frac{dh}{\mathrm{d}r} \implies dh = \mathrm{d}r \cdot \mathrm{sen}(\varphi)$

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{d}A = \dfrac{1}{2} b \cdot dh \\ dh = \mathrm{d}r \cdot \mathrm{sen}(\varphi) \end{array}\right\} \mathrm{d}A = \tfrac{1}{2} \cdot r \cdot \mathrm{d}r \cdot \mathrm{sen}(\varphi) \implies \tfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \tfrac{1}{2} \cdot r \cdot \tfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{sen}(\varphi) \implies v_A = \tfrac{1}{2} r v\,\mathrm{sen}(\varphi)$$

$$L = rp\,\mathrm{sen}(\varphi) = rmv\,\mathrm{sen}(\varphi) \implies \frac{L}{m} = rv\,\mathrm{sen}(\varphi) \implies \boxed{v_A = \frac{1}{2}\frac{L}{m} \text{ constante}}$$

Tercera ley de Kepler



$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

Ley de gravitación $F_g = G\dfrac{Mm}{r^2}$

Consideramos una órbita circular MCU:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad F_c = m\frac{v^2}{r} \qquad F_c = F_g$$

$$G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \implies G\frac{M}{r} = v^2 \implies \boxed{v = \sqrt{G\frac{M}{r}}}$$! — Solo válido para órbitas CIRCULARES

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G\frac{M}{r} \implies \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = GM \implies \frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \implies \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

Para órbitas elípticas $\implies \boxed{\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM}}$

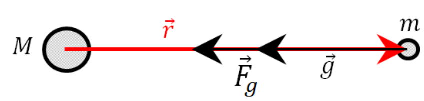
CAMPO GRAVITATORIO

- Perturbación que presentan los puntos del espacio que rodean a un cuerpo material.
- Se puede medir $\rightarrow$ (vector) de intensidad de campo gravitatorio $\boxed{\vec{g}}$
- $\boxed{\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m}}$ La fuerza que experimentaría un cuerpo de masa unitaria situada en un punto.

  Unidad en el SI $\boxed{\text{N/kg}}$

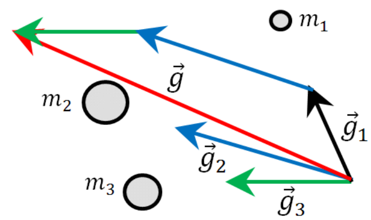
CAMPO CREADO POR UN CUERPO DE MASA m

- $\vec{F} = -G\dfrac{Mm}{r^2}\vec{u}_r$
- $\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m} = -G\dfrac{M}{r^2}\vec{u}_r$



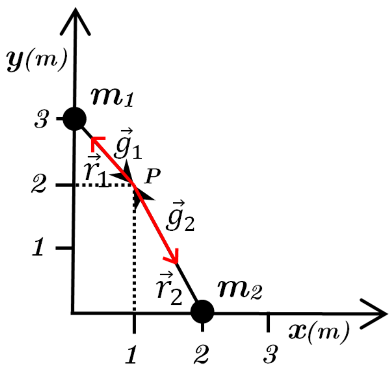
Principio de superposición

- $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \ldots + \vec{g}_n$
- $\vec{g} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{g}_i$



Ejemplo:

Calcula $\vec{g}$ en el punto $P(1,2)$ m $\quad m_1 = 100$ kg $\;P_1(0,3)$m $\quad m_2 = 200$ kg $\;P_2(2,0)$m



$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}}{m} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r \qquad \vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

$$\vec{u}_{r_1} = \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} = \frac{\vec{\imath}-\vec{\jmath}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath} \Longrightarrow$$

$$\vec{g}_1 = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{100}{(\sqrt{2})^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right) = \boxed{-2,36 \cdot 10^{-9}\vec{\imath} + 2,36 \cdot 10^{-9}\vec{\jmath}\ \text{(N/kg)}}$$

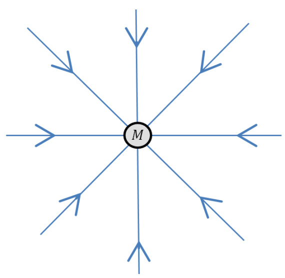
$$\vec{u}_{r_2} = \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} = \frac{-\vec{\imath}+2\vec{\jmath}}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{\imath} + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{\jmath} \Longrightarrow$$

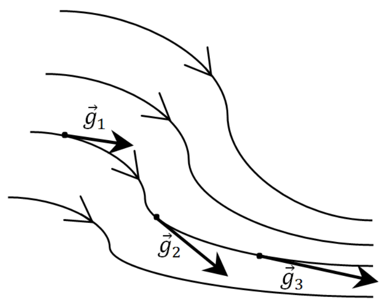
$$\vec{g}_2 = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{200}{(\sqrt{5})^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{\imath} + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{\jmath}\right) = \boxed{1,19 \cdot 10^{-9}\vec{\imath} - 2,39 \cdot 10^{-9}\vec{\jmath}\ \text{(N/kg)}}$$

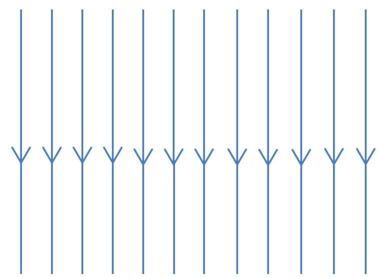
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -2,36 \cdot 10^{-9}\vec{\imath} + 2,36 \cdot 10^{-9}\vec{\jmath} + 1,19 \cdot 10^{-9}\vec{\imath} - 2,39 \cdot 10^{-9}\vec{\jmath} = \boxed{1,17 \cdot 10^{-9}\vec{\imath} - 3,00 \cdot 10^{-11}\vec{\jmath}\ \text{(N/kg)}}$$

Líneas de campo

- Manera gráfica de visualizar el campo.
- Líneas orientadas.
- La dirección de $\vec{g}$ en cada punto es tangente a la línea.
- La densidad de líneas es mayor cuanto mayor sea $|\vec{g}|$.





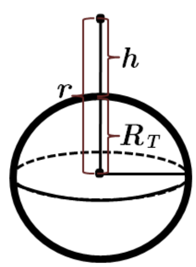


Campo gravitatorio de la Tierra

$$\vec{g} = -G\frac{M_T}{r^2}\vec{u}_r \implies g = G\frac{M_T}{r^2}$$

$$r = R_T + h$$

$$\boxed{g = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}}$$



ENERGÍA Y GRAVITACIÓN

Energía mecánica

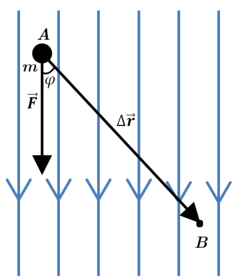
- $E_m = E_c + E_p$
- $\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2}$ Energía cinética : debida al movimiento del cuerpo.

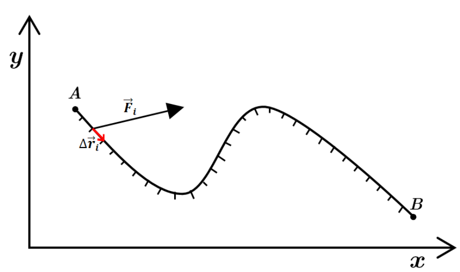
Energía potencial

- Asociada a una fuerza, campo de fuerzas $\rightarrow$ ha de ser CONSERVATIVO.
- Un campo de fuerzas es conservativo cuando el trabajo realizado por esas fuerzas sobre un cuerpo que describe una trayectoria cerrada es nulo.

Trabajo mecánico

- $W_{A\rightarrow B} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = \boxed{F \cdot \Delta r \cdot \cos(\varphi)}$





Se divide en muchas partes para que no se note la curvatura y la fuerza no varíe.

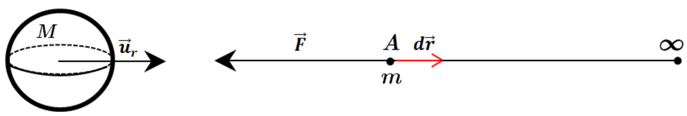
$W_{A\rightarrow B} = \sum_{i=1}^{i=n} W_i = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{r}_i$

$\boxed{W_{A\rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}}$

- Trabajo positivo: Fuerza en el mismo sentido del movimiento $\rightarrow$ le da energía
- Trabajo negativo: Fuerza en sentido contrario del movimiento $\rightarrow$ resta energía

Energía potencial gravitatoria

El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria de un cuerpo sobre otro cuando se desplaza desde su posición inicial hasta el origen de energía potencial (infinito).



- $\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r$ $\qquad$ $\vec{u}_r \cdot \mathrm{d}\vec{r} = u_r \cdot \mathrm{d}r \cdot \cos(\varphi) = 1 \cdot \mathrm{d}r \cdot \cos 0 = \mathrm{d}r$
- $E_{p_A} = W_{A\to\infty} = \int_A^\infty \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_A^\infty -G\frac{Mm}{r^2} \overbrace{\vec{u}_r \cdot \mathrm{d}\vec{r}} = \int_A^\infty -G\frac{Mm}{r^2}\mathrm{d}r = -GMm\int_A^\infty \frac{\mathrm{d}r}{r^2} = -GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_A^\infty = -GMm\left(\cancel{-\frac{1}{\infty}} + \frac{1}{r_A}\right) = -GMm\frac{1}{r_A}$

$$\boxed{E_p = -\frac{GMm}{r}}$$

Energía mecánica de un satélite en órbita

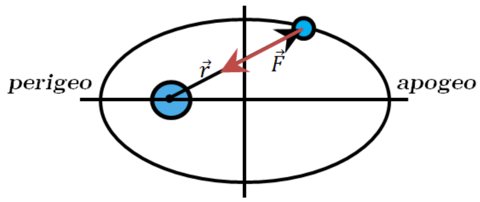
- $E_m = E_c + E_p$
- Órbita circular: MCU $\implies v = \sqrt{G\dfrac{M}{r}}$ (*)

$$\left.\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}mv^2 \\ v^2 &= \frac{GM}{r} \end{aligned}\right\} \boxed{E_c = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}}$$

- $E_m = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{r} - G\frac{Mm}{r} \implies \boxed{E_m = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{Mm}{r}}$
- También válido para órbitas elípticas con $r = a$. $\implies \boxed{E_m = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{Mm}{a}}$

Principio de conservación de la energía mecánica

Si solo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica permanece constante: $\Delta E_m = 0$



La energía potencial alcanza su máximo valor en el apogeo y el mínimo en el perigeo y la energía cinética al revés:

$E_m = E_c + E_p \implies$

$\implies -\frac{1}{2}G\frac{M\cancel{m}}{a} = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - G\frac{M\cancel{m}}{r} \implies$

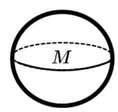
$\implies \frac{1}{2}v^2 = G\frac{M}{r} - -\frac{1}{2}G\frac{M}{a} \implies$

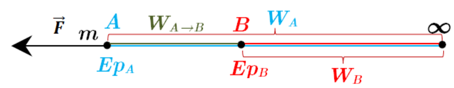
$\boxed{v = \sqrt{2G\frac{M}{r} - G\frac{M}{a}}}$ Velocidad para una órbita ELÍPTICA.

Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria

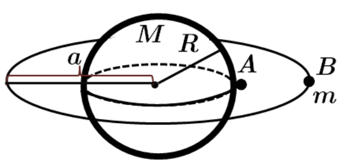
$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\mathrm{d}\vec{r}$

$\boxed{W_{A\to B} = E_{p_A} - E_{p_B}}$ Trabajo cuando se desplaza un cuerpo de masa m desde A hasta B.





Energía necesaria para poner en órbita un satélite



Energía final: $E_{m_B} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{a}$

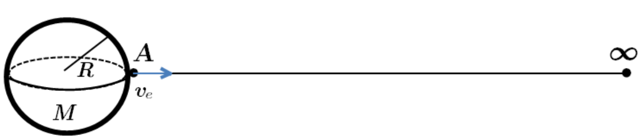
Energía inicial: $E_{m_A} = E_{p_A} = -G\frac{Mm}{R}$

Consideramos $E_{c_A} = 0$

$$\Delta E_m = E_{m_B} - E_{m_A} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{a} - \left(-G\frac{Mm}{R}\right) \implies \boxed{\Delta E_m = GMm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2a}\right)}$$

Velocidad de escape

Velocidad con la que habría que lanzar un cuerpo desde un punto para que llegue al infinito con velocidad nula.



$$E_{m_\infty} = \cancelto{0}{E_{c_\infty}} + \cancelto{0}{E_{p_\infty}} = 0$$

$$E_{m_A} = E_{m_\infty} = 0 \implies \frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 - G\frac{M\cancel{m}}{R} = 0 \implies \frac{1}{2}v_e^2 = G\frac{M}{R} \implies v_e^2 = \frac{2GM}{R}$$

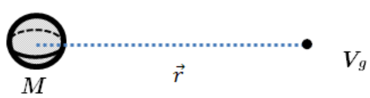
$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}}$ Si esta v_e es igual a la de la luz nos encontramos frente a un agujero negro.

POTENCIAL GRAVITATORIO

En un punto de un campo gravitatorio, sería la energía potencial que tendría una masa puntual y unitaria situada en ese punto.

$\boxed{V = \frac{E_p}{m}}$ Unidades: $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$

Potencial creado por una masa puntual



$$E_p = -G\frac{Mm}{r}$$

$$V_g = \frac{E_p}{m} = \frac{-G\frac{Mm}{r}}{m}$$

$$\boxed{V_g = -G\frac{M}{r}}$$