Índice

electrostática

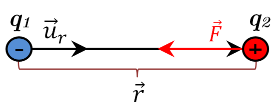
La electrostática es el estudio de las interacciones de las cargas eléctricas en reposo.

La carga elemental es la carga eléctrica del electrón. Es una carga de signo negativo.

Valor absoluto de la carga del electrón: $\boxed{|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$

LEY DE COULOMB

- Dos cuerpos puntuales cargados eléctricamente se ejercen mutuamente fuerzas que son directamente proporcionales al producto de sus cargas e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa.
- La dirección es la de la recta que une ambas cargas y en el sentido puede ser atractivo o repulsivo, según las cargas sean de signo opuesto o del mismo signo.



$\boxed{\vec{F} = k\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_r}$ $\boxed{k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}}$

en el vacío.

- Para cualquier otro material, la constante de Coulomb es menor.

  $\boxed{k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}}$

  Permitividad eléctrica absoluta o constante dieléctrica ε $\qquad \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_o$
  Permitividad eléctrica relativa ε_r

  ε_o – permitividad eléctrica del vacío. $\varepsilon_o = \dfrac{1}{4\pi k} \implies \varepsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

CAMPO ELÉCTRICO

Perturbación que presentan los puntos del espacio que rodean a las cargas eléctricas. Se puede cuantificar con el vector intensidad de campo eléctrico o con el potencial eléctrico.

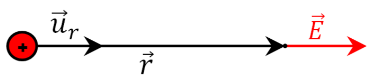
Intensidad de campo eléctrico

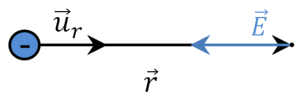
Fuerza que se ejercería sobre una carga puntual, unitaria y positiva situada en un punto determinado.

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$$

Unidades del SI de Intensidad de campo eléctrico: $\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$ $\quad o \quad$ $\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

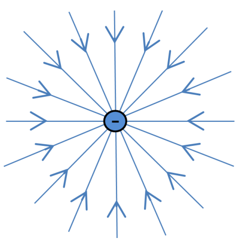
Campo creado por una carga puntual Q: $\quad \vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q} = \dfrac{k\frac{qQ}{r^2}\vec{u}_r}{q} \Longrightarrow \boxed{\vec{E} = k\dfrac{Q}{r^2}\vec{u}_r}$

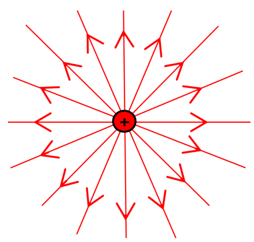


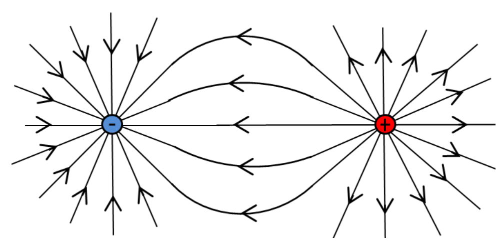


Líneas de campo

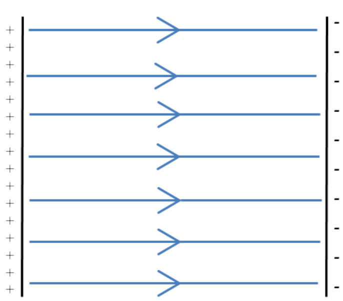
- Son tangentes a la dirección de $\vec{E}$ en cada punto.
- Están orientadas según el sentido de $\vec{E}$.
- La densidad de líneas es mayor cuanto mayor sea $|\vec{E}|$.
- No se pueden cortar.







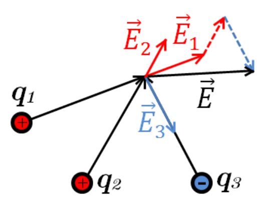
CAMPO UNIFORME



PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$

Ejemplo:



P O T E N C I A L E L É C T R I C O

Energía potencial eléctrica

Trabajo que realiza la fuerza eléctrica cuando se desplaza una carga desde un punto del campo eléctrico hasta el origen de energía potencial (en el infinito).

$E_{p_A} = W_{A\to\infty} = \int_A^\infty \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r}$

Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales

$$E_{p_A} = W_{A\to\infty} = \int_A^\infty \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_A^\infty k\frac{qQ}{r^2}\vec{u}_r\cdot \mathrm{d}\vec{r} = k\frac{qQ}{r_A} \implies \boxed{E_p = k\frac{qQ}{r}}$$

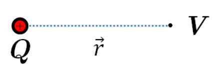
Potencial eléctrico

La energía potencial que tendría una carga puntual, positiva y unitaria situada en un punto del campo eléctrico.

$\boxed{V = \frac{E_p}{q}}$ Unidades: $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$ o V "Voltio"

Potencial creado por una carga puntual

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{k\frac{qQ}{r}}{q} \implies \boxed{V = k\frac{Q}{r}}$$



V Cumple el principio de superposición. $V = V_1 + V_2 + V_3 + ...$

Diferencia de potencial $ddp = -\Delta V$

Según el teorema de la energía potencial:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = E_{p_A} - E_{p_B} = qV_A - qV_B \implies \boxed{W_{A\to B} = q(V_A - V_B)}$$

Para el caso de una fuerza eléctrica $\vec{F} = q\vec{E}$ El trabajo eléctrico será:

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r} \implies \boxed{W_{A\to B} = \int_A^B q\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}}$$

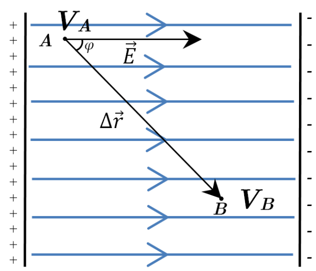
Despejando, $\int_A^B q\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = q(V_A - V_B) \implies \boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}}$

Campo uniforme

$\vec{E}$ vale lo mismo en todos los puntos.

$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \vec{E}\int_A^B \cdot\mathrm{d}\vec{r} = \vec{E}\,(\vec{r}_B - \vec{r}_A) \implies \boxed{V_A - V_B = \vec{E}\cdot\Delta\vec{r}} \implies \boxed{V_A - V_B = E\cdot\Delta r\cdot\cos\varphi}$

$W_{A\to B} = E_{p_A} - E_{p_B} = q\,(V_A - V_B) = q\vec{E}\cdot\Delta\vec{r} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} \implies \boxed{W_{A\to B} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}}$

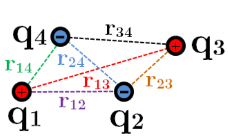


Campo eléctrico en función del potencial

La superficies equipotenciales son aquellas en las que el potencial tiene el mismo valor en todos sus puntos. El plano perpendicular a $\vec{E}$ en cada punto es tangente a la superficie equipotencial. El vector intensidad de campo eléctrico es igual al gradiente del potencial cambiado de signo. Este operador determina cuál es la mayor variación espacial de esta magnitud y en qué dirección se produce.
$-\Delta V = E\cdot\Delta r \implies -dV = E\cdot dr \implies \vec{E} = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\vec{u}_r = -\mathrm{grad}V$

ENERGÍA POTENCIAL

Energía potencial asociada a un sistema de cargas



Trabajo necesario para separar las cargas y llevarlas hasta el infinito.
$\boxed{E_p = E_{p_{1,2}} + E_{p_{1,3}} + E_{p_{1,4}} + E_{p_{2,3}} + E_{p_{2,4}} + E_{p_{3,4}}}$

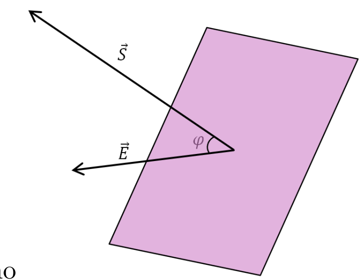
$E_p = k\frac{q_1q_2}{r_{12}} + k\frac{q_1q_3}{r_{13}} + k\frac{q_1q_4}{r_{14}} + k\frac{q_2q_3}{r_{23}} + k\frac{q_2q_4}{r_{24}} + k\frac{q_3q_4}{r_{34}}$

TEOREMA DE GAUSS

- Obtendremos la dependencia espacial de $\vec{E}$ para distribuciones simétricas de carga.
- Esférica, plana, filiforme.

Flujo a través de una superficie plana de un campo uniforme $\vec{E}$

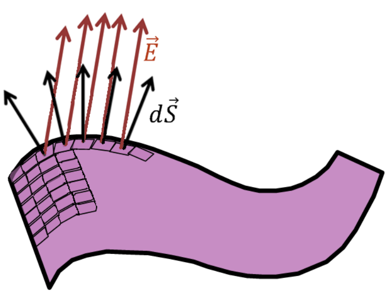
Es el producto escalar de la intensidad de campo eléctrico y el vector superficie.



$$\boxed{\phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot cos\varphi}$$

$\vec{S}$ vector superficie: $\begin{cases} \text{módulo: área del plano} \\ \text{dirección: perpendicular al plano} \\ \text{sentido: arbitrario} \end{cases}$

Flujo a través de una superficie cualquiera de un campo eléctrico



$\mathrm{d}\phi = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \implies$ dividir el plano irregular en elementos infinitesimales de superficie

$\phi = \int \mathrm{d}\phi = \int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \implies \phi = \iint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \implies \boxed{\phi = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$ Flujo de $\vec{E}$ o Flujo eléctrico es la integral de superficie del vector intensidad de campo eléctrico.

Teorema de Gauss

El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es directamente proporcional a la carga neta encerrada en su interior.

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_o}}$$

Para aplicarlo

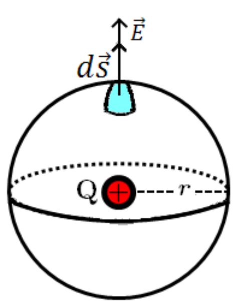
- Escogemos una superficie gaussiana que cumpla las condiciones de simetría adecuadas.
- E tiene que valer lo mismo en todos los puntos de la superficie.
- La dirección del vector $\vec{E}$ debe ser perpendicular o paralela al vector superficie infinitesimal $d\vec{S}$ en cada punto.

Aplicación a una carga puntual

- Escogemos una superficie gaussiana esférica con centro en la carga puntual.
- Al estar todos los puntos de la superficie a la misma distancia de la carga el campo $\vec{E}$ tiene el mismo módulo en cada punto de la superficie gaussiana .
- La dirección del vector $\vec{E}$ es paralela al vector superficie infinitesimal $d\vec{S}$ en cada punto ya que el campo creado por una carga puntual es radial.

Definición de flujo eléctrico: $\phi = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$
Como $\vec{E}$ y d$\vec{S}$ tienen la misma dirección y sentido $\vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = E \cdot \mathrm{d}S$
Como E es constante en todos los puntos $\phi = E \int_S \mathrm{d}S$
La suma de los infinitos dS es igual a la superficie total S $\phi = E \cdot S$

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_S E \cdot \mathrm{d}S = E \int_S \mathrm{d}S = E \cdot S$$



Teorema de Gauss $\phi = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_o}$;

Hallando el flujo $\phi = E \cdot S$

Área de la superficie esférica: $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

Toda la carga está dentro de la superficie gaussiana: Q$_{int}$ =Q

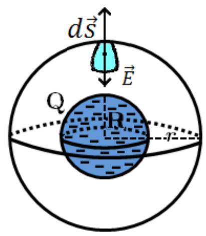
$$\frac{Q_{int}}{\varepsilon_o} = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2 \implies$$

$$E = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_o 4\pi r^2} = \frac{1}{\varepsilon_o 4\pi} \cdot \frac{Q_{int}}{r^2} \implies \boxed{E = k \cdot \frac{Q}{r^2}}$$

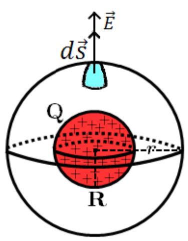
Aplicación para una distribución homogénea esférica de carga

- Densidad cúbica de carga $\rho = \dfrac{Q}{V}$ Unidades: C/m^3
- La densidad ρ valdrá lo mismo en todos los puntos de la distribución esférica de carga

– Por simetría, la superficie gaussiana es una esfera con centro en el centro de la distribución esférica de carga



Campo E en puntos del exterior $r > R$



$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ Definición de flujo
$\phi = \int_S E \cdot \mathrm{d}S$ Ya que $\vec{E}$ y $\mathrm{d}\vec{S}$ tienen la misma dirección y sentido
$\phi = E \int_S \mathrm{d}S$ Ya que E vale lo mismo en todos los puntos de la superficie.
Como $\int_S dS = S$ y puesto que $S = 4\pi r^2$

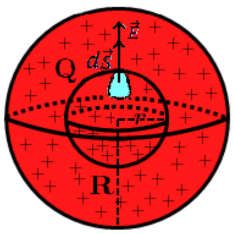
$\phi = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2$

$\phi = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_o}$ Teorema de Gauss

Toda la carga está dentro de la superficie gaussiana: Q_{int}=Q

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o} \implies E = \frac{Q}{\varepsilon_o 4\pi r^2} = \frac{1}{\varepsilon_o 4\pi} \cdot \frac{Q}{r^2} \implies \boxed{E = k \cdot \frac{Q}{r^2}} \text{ para } r > R$$

CAMPO E EN PUNTOS DEL INTERIOR $r < R$



Aplicando el Teorema de Gauss:

$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_S E \cdot \mathrm{d}S = E \int_S \mathrm{d}S = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2$

$\phi = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_o} \implies E = \dfrac{1}{\varepsilon_o 4\pi} \cdot \dfrac{Q_{int}}{r^2}$

Hallamos la carga que hay en el interior de la esfera gaussianana: Q_{int}

$$\left.\begin{array}{l} \rho = \dfrac{Q}{V} \implies V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \\ \rho_{int} = \dfrac{Q_{int}}{V_{int}} \implies V_{int} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \rho = \rho_{int} \implies \dfrac{Q}{V} = \dfrac{Q_{int}}{V_{int}} \implies Q_{int} = \dfrac{QV_{int}}{V} \\ Q_{int} = Q\dfrac{\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}r^3}{\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}R^3} = Q\dfrac{r^3}{R^3} \end{array}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q\frac{r^{\cancel{3}}}{R^3}}{\cancel{r^2}} \implies \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{Q}{R^3} r} \text{ para } r < R$$

CAPACIDAD DE UN CONDUCTOR

La capacidad se define como el cociente entre la carga y el potencial de un conductor en equilibrio.

$\boxed{C = \dfrac{Q}{V}}$ Unidad en el SI: F (Faradio)

Conductor esférico

$$\left.\begin{array}{l} V = k \cdot \dfrac{Q}{R} \\ C = \dfrac{Q}{V} \end{array}\right\} C = \frac{\cancel{Q}}{k \cdot \frac{\cancel{Q}}{R}} = \frac{R}{k} \implies \boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 R}$$