	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2015-2016** **MATERIA: FÍSICA**	

<u>INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN</u>

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Pregunta 1.- El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a $206{,}7\cdot10^6$ km, mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a $249{,}2\cdot10^6$ km. Si la velocidad de Marte en el perihelio es de 26,50 km s^{-1}, determine:

a) La velocidad de Marte en el afelio.
b) La energía mecánica total de Marte en el afelio.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Marte,* $M_M = 6{,}42\cdot10^{23}$ kg; *Masa del Sol* $M_S = 1{,}99\cdot10^{30}$ kg.

Pregunta 2.- Un bloque de 2 kg de masa, que descansa sobre una superficie horizontal, está unido a un extremo de un muelle de masa despreciable y constante elástica 4,5 N m^{-1}. El otro extremo del muelle se encuentra unido a una pared. Se comprime el muelle y el bloque comienza a oscilar sobre la superficie. Si en el instante $t = 0$ el bloque se encuentra en el punto de equilibrio y su energía cinética es de $0{,}90\cdot10^{-3}$ J, calcule, despreciando los efectos del rozamiento:

a) La ecuación del movimiento $x(t)$ si, en $t = 0$, la velocidad del bloque es positiva.
b) Los puntos de la trayectoria en los que la energía cinética del bloque es $0{,}30\cdot10^{-3}$ J.

Pregunta 3.- Dos cargas puntuales, $q_1 = 3$ µC y $q_2 = 9$ µC, se encuentran situadas en los puntos (0,0) cm y (8,0) cm. Determine:

a) El potencial electrostático en el punto (8,6) cm.
b) El punto del eje X, entre las dos cargas, en el que la intensidad del campo eléctrico es nula.

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}.

Pregunta 4.- Se sitúa un objeto de 2 cm de altura 30 cm delante de un espejo cóncavo, obteniéndose una imagen virtual de 6 cm de altura.

a) Determine el radio de curvatura del espejo y la posición de la imagen.
b) Dibuje el diagrama de rayos.

Pregunta 5.- El isótopo radiactivo ^{131}I es utilizado en medicina para tratar determinados trastornos de la glándula tiroides. El periodo de semidesintegración del ^{131}I es de 8,02 días. A un paciente se le suministra una pastilla que contiene ^{131}I cuya actividad inicial es $55\cdot10^6$ Bq. Determine:

a) Cuántos gramos de ^{131}I hay inicialmente en la pastilla.
b) La actividad de la pastilla transcurridos 16 días.

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}; *Masa atómica del* ^{131}I, M_I = 130,91 u.

OPCIÓN B

Pregunta 1.- Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica k = 327 N m^{-1} para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de 1 kg hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga 3 cm y en la de Marte sólo 1,13 cm.

a) Si el astronauta tiene una masa de 90 kg, determine la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual que en la Tierra.
b) Calcule la masa de la Tierra suponiendo que es esférica.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6{,}37\cdot10^{6}$ m.

Pregunta 2.- Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda tensa. En un cierto instante se observa que la distancia entre dos máximos consecutivos es de 1 m. Además, se comprueba que un punto de la cuerda pasa de una elongación máxima a nula en 0,125 s y que la velocidad máxima de un punto de la cuerda es de 0,24π m s^{-1}. Si la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X, y en t = 0 la velocidad del punto x = 0 es máxima y positiva, determine:

a) La función de onda.
b) La velocidad de propagación de la onda y la aceleración transversal máxima de cualquier punto de la cuerda.

Pregunta 3.- Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $B = 2\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ T, forma un ángulo de 30º con la normal al plano de una bobina formada por 10 espiras de radio r = 5 cm. La resistencia total de la bobina es R = 100 Ω. Determine:

a) El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo.
b) La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante t = 2 s.

Pregunta 4.- Un rayo de luz incide desde un medio A de índice de refracción n_A a otro B de índice de refracción n_B. Los índices de refracción de ambos medios cumplen la relación $n_A + n_B = 3$. Cuando el ángulo de incidencia desde el medio A hacia el medio B es superior o igual a 49,88º tiene lugar reflexión total.

a) Calcule los valores de los índices de refracción n_A y n_B.
b) ¿En cuál de los dos medios la luz se propaga a mayor velocidad? Razone la respuesta.

Pregunta 5.- Al incidir luz de longitud de onda λ = 276,25 nm sobre un cierto material, los electrones emitidos con una energía cinética máxima pueden ser frenados hasta detenerse aplicando una diferencia de potencial de 2 V. Calcule:

a) El trabajo de extracción del material.
b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con energía cinética máxima.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s; *Masa del electrón,* $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.

* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.

* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.

* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.

* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.

* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES

FÍSICA

OPCIÓN A

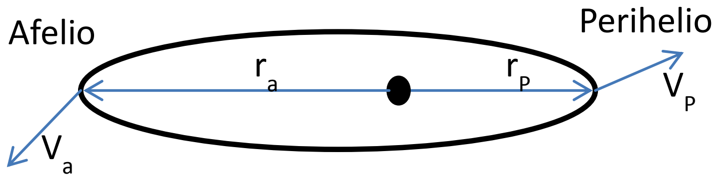
Pregunta 1.- El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a $206,7\cdot10^{6}$ km, mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a $249,2\cdot10^{6}$ km. Si la velocidad de Marte en el perihelio es de 26,50 km s^{-1}, determine:

a) La velocidad de Marte en el afelio.

b) La energía mecánica total de Marte en el afelio.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Marte,* $M_M = 6,42\cdot10^{23}$ kg; *Masa del Sol* $M_S = 1,99\cdot10^{30}$ kg.

a)



La fuerza que el Sol ejerce sobre Marte es una fuerza central. En este caso, el momento de la fuerza es nulo y se conserva el momento angular. Por tanto se cumple:

$M_M \cdot r_a \cdot V_a = M_M \cdot r_p \cdot V_p \Rightarrow V_a = \dfrac{r_p \cdot V_p}{r_a}$; Por tanto: $V_a = \dfrac{206,7\cdot10^6 km \times 26,5\ km\cdot s^{-1}}{249,2\cdot10^6 km} = 21,98\ km\cdot s^{-1}$

Luego la velocidad de Marte en el afelio es de 21,98 km/s.

b) La energía total de Marte es la suma de las energías potencial y cinética. Como las fuerzas que actúan sobre Marte son conservativas, la energía total es constante y, por tanto, tiene el mismo valor en el afelio que en el perihelio. Como en el problema nos dan los datos correspondientes al perihelio, calculamos la energía mecánica total para este punto:

E(Perihelio)=E(Afelio)

Luego:

$$E = E_{Afelio} = E_{Perihelio} = E_P(Potencial) + E_P(Cinética)$$

$$E = -\frac{GM_S M_M}{r_p} + \frac{1}{2}M_M V_P^2 = -\frac{6,67\cdot10^{-11} \times 1,99\cdot10^{30} \times 6,42\cdot10^{23}}{206,7\cdot10^{9}} + \frac{1}{2} \times 6,42\cdot10^{23} \times (26,5\cdot10^{3})^2 = -0,1868\cdot10^{33}\ J$$

Por tanto la energía mecánica total de Marte en el afelio es de $-18,68\cdot10^{31}$ J.

Pregunta 2.- Un bloque de 2 kg de masa, que descansa sobre una superficie horizontal, está unido a un extremo de un muelle de masa despreciable y constante elástica 4,5 N m^{-1}. El otro extremo del muelle se encuentra unido a una pared. Se comprime el muelle y el bloque comienza a oscilar sobre la superficie. Si en el instante t = 0 el bloque se encuentra en el punto de equilibrio y su energía cinética es de $0,90\cdot10^{-3}$ J, calcule, despreciando los efectos del rozamiento:

a) La ecuación del movimiento $x(t)$ si, en t = 0, la velocidad del bloque es positiva.

b) Los puntos de la trayectoria en los que la energía cinética del bloque es $0,30\cdot10^{-3}$ J.

a) El movimiento descrito por el bloque es un movimiento armónico simple. En este caso la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

El valor de la fase, ϕ, la obtenemos a partir del hecho de que en t = 0, el bloque pasa por el origen con una velocidad positiva. Por tanto:

$$x(0) = A\cos(\phi) = 0 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} \text{ ó } \frac{3\pi}{2};$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \Rightarrow v(0) = -A\omega \operatorname{sen}(\phi) > 0 \Rightarrow \phi = \frac{3\pi}{2}$$

Luego : $x(t) = A\cos(\omega t + \frac{3\pi}{2})$; los valores de A y de ω pueden obtenerse así:

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4,5}{2}} = 1,5 \text{ rad/s}$. La amplitud la podemos obtener si tenemos en cuenta que al pasar por el origen, en ese punto la energía potencial elástica es cero, por lo que la energía total en ese punto coincide con la energía cinética. Luego:

$$x(0) \Rightarrow E = \frac{1}{2}kA^2 = E_c(0) \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_c(0)}{k}} = \sqrt{\frac{2\times 0,9\cdot 10^{-3}}{4,5}} = 2\cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Por consiguiente la ecuación de movimiento es: $x(t) = 0,02\cos(1,5\text{t} + \frac{3\pi}{2}) = 0,02 sen(1,5\text{t}) \text{ m}$

b) Como la fuerza elástica que actúa sobre el bloque es conservativa, la energía mecánica total se conserva. Cuando el desplazamiento del muelle sea x, se tiene:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + E_c = E_c(0) \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = E_c(0) - E_c \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2\left(E_c(0) - E_c\right)}{k}} = \pm\sqrt{\frac{2\left(0,90\cdot 10^{-3} - 0,30\cdot 10^{-3}\right)}{4,5}} = \pm 0,0163\, m$$

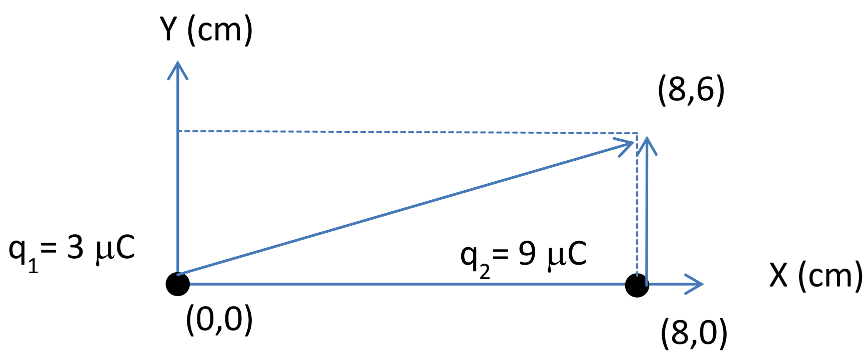
Luego los puntos de la trayectoria son x = $\pm 1,63\cdot 10^{-2}$ m.

Pregunta 3.- Dos cargas puntuales, q_1 = 3 μC y q_2 = 9 μC, se encuentran situadas en los puntos (0,0) cm y (8,0) cm. Determine:

a) El potencial electrostático en el punto (8,6) cm.

b) El punto del eje *X*, entre las dos cargas, en el que la intensidad del campo eléctrico es nula.

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, K = $9\cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.



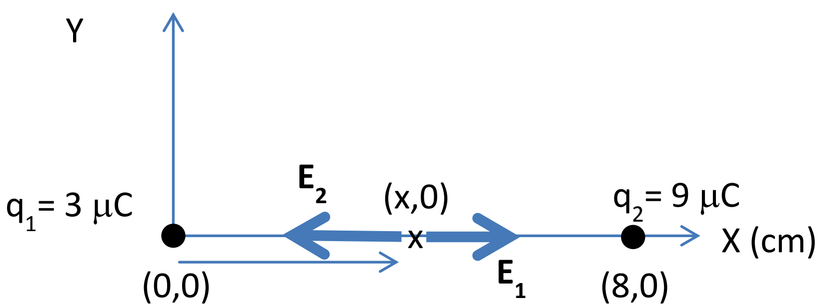
a) El potencial electrostático en el punto (8,6) cm es:

$V = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2}$; en este caso: r_2 = 6 cm y $r_1 = (8^2+6^2)^{1/2}$ = 10 cm. Por tanto:

$$V = \frac{9\cdot 10^9 \times 3\cdot 10^{-6}}{10\cdot 10^{-2}} + \frac{9\cdot 10^9 \times 9\cdot 10^{-6}}{6\cdot 10^{-2}} = 16,2\cdot 10^5 \ V$$

Luego el potencial en el punto (8,6) cm es de $16,2\cdot 10^5$ V

b) El campo total en el punto (x,0) debe ser cero. Esto es posible porque, como q_1 y q_2 son positivas, entre ambas cargas (en el eje x), los campos eléctricos creados por una y otra carga son opuestos.



Si, x es la distancia desde el origen al punto, se cumplirá:

$$E = k\frac{q_1}{x^2} - k\frac{q_2}{(8-x)^2} = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(8-x)^2} \Rightarrow q_1(8-x)^2 = q_2 x^2$$

$$3(8-x)^2 = 9x^2 \Rightarrow 3(64 + x^2 - 16x) = 9x^2 \Rightarrow 64 + x^2 - 16x = 3x^2 \Rightarrow 2x^2 + 16x - 64 = 0$$

$\Rightarrow x = \dfrac{-16 \pm \sqrt{16^2 + 4\times 64 \times 2}}{4} = 2{,}928 \text{ cm}$; despreciamos la solución con x<0, pues en este caso el punto no está entre ambas cargas.

Por tanto, en el punto x = 2,93 cm el campo eléctrico total es cero.

Pregunta 4.- Se sitúa un objeto de 2 cm de altura 30 cm delante de un espejo cóncavo, obteniéndose una imagen virtual de 6 cm de altura.

a) Determine el radio de curvatura del espejo y la posición de la imagen.
b) Dibuje el diagrama de rayos.

a) Para un espejo las ecuaciones fundamentales son:

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s};\ \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}.$$

En nuestro caso: y = 2 cm e y' = 6 cm; además: s = -30 cm. Si hacemos uso de la ecuación del aumento lateral:

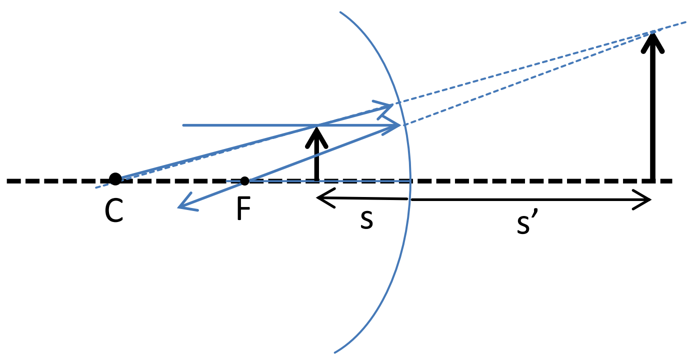
$$M_L = \frac{6}{2} = -\frac{s'}{(-30)} \Rightarrow s' = \frac{30\times 6}{2} = 90 \text{ cm};$$

Por otro lado, a partir de la ecuación fundamental para un espejo:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{90} + \frac{1}{(-30)} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{90} - \frac{3}{90} = \frac{-2}{90} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -45 \text{ cm}$$

El radio del espejo r = 2f = -90 cm. Luego el radio del espejo es r = - 90 cm.

b) Dibujamos el diagrama de rayos.



Pregunta 5.- El isótopo radiactivo ^{131}I es utilizado en medicina para tratar determinados trastornos de la glándula tiroides. El periodo de semidesintegración del ^{131}I es de 8,02 días. A un paciente se le suministra una pastilla que contiene ^{131}I cuya actividad inicial es $55\cdot 10^6$ Bq. Determine:

a) Cuántos gramos de ^{131}I hay inicialmente en la pastilla.
b) La actividad de la pastilla transcurridos 16 días.

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}$ mol^{-1}; Masa atómica del ^{131}I, M_I = 130,91 u.

a) La constante de desintegración la calculamos a partir de la expresión:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln 2 = \lambda t_{1/2} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{8,02 \times 24 \times 3600} = 1,00{\cdot}10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1}$$

Por otro lado, la actividad se define como: A=λN; inicialmente:

$$A_0 = \lambda N_0$$

N_0 es el número de átomos iniciales de ^{132}I en la pastilla. El número de moles iniciales es:

$n_0 = \frac{N_0}{N_A}$; donde N_A es el número de Avogadro. La masa inicial de ^{132}I será:

$m_0 = n_0 \times M$; M es la masa atómica de un átomo de ^{132}I. Por consiguiente, tenemos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A}{\cdot}M = \frac{A_0}{\lambda N_A}{\cdot}M = \frac{55{\cdot}10^6 \times 130.91}{1,00{\cdot}10^{-6} \times 6,02{\cdot}10^{23}} = 1195,6509{\cdot}10^{-11} g$$

Luego la masa inicial de ^{132}I en la pastilla es de $11,95{\cdot}10^{-9}$ g ó 11,95 ng

b) La actividad tras 16 días puede determinarse así:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t} = (55{\cdot}10^6) e^{-\frac{\ln 2 \cdot 16}{8,02}} = 13,7976{\cdot}10^6$$

Por consiguiente la actividad a los 16 días es A =$13,80{\cdot}10^6$ Bq.

OPCIÓN B

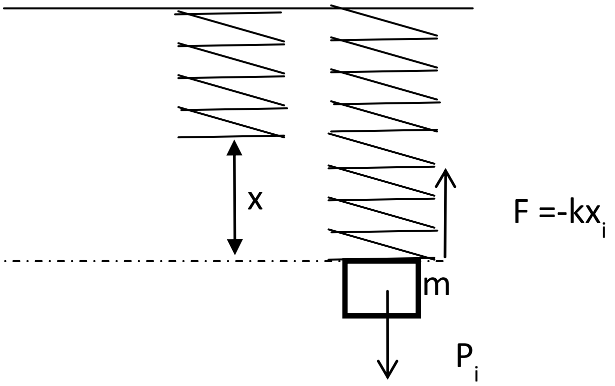
Pregunta 1.- Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica k = 327 N m^{-1} para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de 1 kg hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga 3 cm y en la de Marte sólo 1,13 cm.

a) Si el astronauta tiene una masa de 90 kg, determine la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual que en la Tierra.

b) Calcule la masa de la Tierra suponiendo que es esférica.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Radio de la Tierra, $R_T = 6{,}37\cdot10^6$* m.

a) El experimento llevado a cabo por el astronauta queda plasmado en el siguiente dibujo:



En el equilibrio se cumple: mg=kx$_i$; a partir de esta expresión es posible obtener el valor de la aceleración de la gravedad en el planeta.

Para Marte:

$$g_M = \frac{kx_M}{m} = \frac{327\times1{,}13\cdot10^{-2}}{1} = 3{,}6951 \text{ m/s}^2$$

Para la Tierra:

$$g_T = \frac{kx_T}{m} = \frac{327\times3\cdot10^{-2}}{1} = 9{,}81\ m/s^2$$

El peso del astronauta en la Tierra es $P_T = Mg_T$; el peso del astronauta, más la masa adicional en Marte es $P_M = (M+m_{ad})g_M$. Donde m_{mad}, es la masa adicional. Por tanto:

$$P_T = Mg_T = (M+m_{ad})g_M \Rightarrow Mg_T - Mg_M = m_{ad}g_M \Rightarrow m_{ad} = \frac{M(g_T-g_M)}{g_M}$$

$$m_{ad} = \frac{90(9{,}81-3{,}6951)}{3{,}6951} = 148{,}9380 \text{ kg}$$

Luego es necesario añadir una masa adicional de 148,94 kg.

b) La aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra viene dada por $g_T = \dfrac{GM_T}{R_T^2}$, por lo que:

$$M_T = \frac{g_T R_T^2}{G} = \frac{9{,}81\times\left(6{,}37\cdot10^6\right)^2}{6{,}67\cdot10^{-11}} = 59{,}6790\cdot10^{23} \text{ kg}$$

Por tanto la masa de la tierra es 5,97·10^{24} kg

Pregunta 2.- Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda tensa. En un cierto instante se observa que la distancia entre dos máximos consecutivos es de 1 m. Además, se comprueba que un punto de la cuerda pasa de una elongación máxima a nula en 0,125 s y que la velocidad máxima de un punto de la cuerda es de 0,24π m s^{-1}. Si la onda se desplaza en el sentido positivo del eje *X*, y en *t* = 0 la velocidad del punto *x* = 0 es máxima y positiva, determine:

a) La función de onda.
b) La velocidad de propagación de la onda y la aceleración transversal máxima de cualquier punto de la cuerda.

a) La ecuación de ondas para una onda transversal que se propaga hacia la derecha es:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$$

En un cierto instante, la distancia entre dos máximos es de 1 m, luego la longitud de onda vale λ = 1 m. Un punto de la cuerda pasa de un máximo a una elongación mínima en un tiempo t_o = 0,125 s; luego el periodo es, T = $4t_o$ = 0,5 s. Con estos datos podemos determinar ω y k, pues:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi \text{ rad/s} \; ; \; k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ m}^{-1}$$

$$y(x,t) = A\cos(4\pi t - 2\pi x + \varphi)$$

La velocidad de un punto de la cuerda es:

$$\frac{d}{dt}(y(x,t)) = -\omega A sen(\omega t - kx + \varphi)$$

La velocidad máxima es V_{max} = ωA = 0.24π m s^{-1}; por tanto:

$$A = \frac{V_{max}}{\omega} = \frac{0,24\pi}{4\pi} = 0,06 \text{ m}$$

Luego: $y(x,t) = 0,06\cos(4\pi t - 2\pi x + \varphi)$.

Determinamos el valor del desfase. Para ello tenemos en cuenta que la velocidad en t = 0 es máxima. Luego:

$$\frac{d}{dt}(y(x,t)) = -4\pi \times 0,06 sen(4\pi t - 2\pi x + \varphi) = -0,24\pi \,\text{sen}(4\pi t - 2\pi x + \varphi)$$

$$\Rightarrow v(0,0) = 0,24\pi = -0,24\pi \,\text{sen}(4\pi \cdot 0 - 2\pi \cdot 0 + \varphi) = -0,24\pi sen(\varphi) \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

Por consiguiente:

$$y(x,t) = 0,06\cos(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2}) = 0,06\,\text{sen}(4\pi t - 2\pi x) \text{ m}$$

b) La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ m/s}$$

La aceleración transversal máxima la obtenemos a partir de la expresión de la onda:

$$y(x,t) = 0,06\cos(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow \frac{dy}{dt} = v = -0,24\pi sen(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2})$$

$$\Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -0,24\pi \times 4\pi \cos(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow \text{a}_{\text{max}} = 0,24\pi \times 4\pi = 9,4748 \text{ m/s}^2$$

Por consiguiente, la velocidad de propagación es V = 2 m s^{-1} y la aceleración transversal máxima es a_{max} = 9,47 m s^{-2}.

Pregunta 3.- Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $B = 2\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$T, forma un ángulo de 30º con la normal al plano de una bobina formada por 10 espiras de radio *r* = 5 cm. La resistencia total de la bobina es *R* = 100 Ω. Determine:

a) El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo.
b) La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante *t* = 2 s.

a) El flujo para una de las espiras de la bobina es:

$$\phi_i = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cos(\theta);$$

donde B es el campo magnético, S es la superficie de la espira y θ es el ángulo que forman el campo y la perpendicular a la superficie de la bobina. Para las N espiras:

$$\phi = NBS\cos(\theta) = 2\,\text{NS}\cos(\theta)\cos(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4}) = 2N(\pi r^2)\cos(\theta)\cos(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})$$

Luego:

$$\phi = 2\times 10\times\pi\times(5\cdot 10^{-2})^2\cos(30)\cos(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4}) = 2\times 10\times\pi\times(5\cdot 10^{-2})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4}) = 0{,}1360\cos(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})$$

Por tanto: $\phi = 0{,}1360\cos(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})$ Wb

b) Según la ley de Faraday:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \varepsilon_i = 0{,}1360\times 3\pi\cdot sen(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4}) = 1{,}281769\cdot sen(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})\ \text{V}$$

Luego la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon_i = 1.281769\cdot sen(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})\ \text{V}$$

Según la ley de Ohm:

$$RI = \varepsilon_i \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{1{,}281769\cdot sen(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})}{R} = \frac{1{,}281769\cdot sen(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})}{100} = 0{,}01281769\cdot sen(3\pi\,\text{t} - \frac{\pi}{4})$$

Para t = 2 s:

$$\varepsilon_i(2) = 1{,}281769\cdot sen(6\pi - \frac{\pi}{4}) = -1{,}281769\cdot sen(\frac{\pi}{4}) = -0{,}906347\ \text{V}\ .$$

$$I(2) = 0{,}01281769\cdot sen(6\pi - \frac{\pi}{4}) = -0{,}01281769\cdot sen(\frac{\pi}{4}) = -0{,}00906347\ \text{A}$$

Luego, para t = 2 s la fuerza electromotriz inducida es de 0.906 V y la intensidad de corriente inducida es 9,06 mA.

Pregunta 4.- Un rayo de luz incide desde un medio A de índice de refracción n_A a otro B de índice de refracción n_B. Los índices de refracción de ambos medios cumplen la relación $n_A + n_B = 3$. Cuando el ángulo de incidencia desde el medio A hacia el medio B es superior o igual a 49,88º tiene lugar reflexión total.

a) Calcule los valores de los índices de refracción n_A y n_B.
b) ¿En cuál de los dos medios la luz se propaga a mayor velocidad? Razone la respuesta.

a) Según la ley de Snell:

$$n_A sen(i) = n_B sen(r)$$

Para i = 49,88 º la reflexión es total, luego r = 90 º. En este caso:

$$n_A sen(49{,}88) = n_B$$

Por otro lado: $n_A + n_B = 3$. Luego tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$n_A sen(49{,}88) = n_B$$

$$n_A + n_B = 3 \Rightarrow n_A + n_A sen(49{,}88) = n_A(1 + sen(49{,}88)) = 3 \Rightarrow n_A = \frac{3}{1 + sen(49{,}88)}$$

Luego:

$$n_A = \frac{3}{1 + sen(49{,}88)} = \frac{3}{1 + 0{,}76469} = 1{,}70$$

Por tanto:

$$n_B = 3 - n_A = 3 - 1{,}70 = 1{,}3$$

Luego los índices de refracción son: n_A = 1,70 y n_B = 1,30.

b) El índice de refracción se define como:

$n_i = \frac{c}{v_i}$; donde c es la velocidad de la luz en el vacío y v_i es la velocidad de la luz en el medio. En nuestro caso:

$$n_A > n_B \Rightarrow \frac{c}{v_A} > \frac{c}{v_B} \Rightarrow v_B > v_A$$

Luego la velocidad de la luz en el medio B es mayor que en el medio A. De hecho, de la definición del índice de refracción, cuanto mayor sea el índice de refracción menor es la velocidad de la luz en el medio.

Pregunta 5.- Al incidir luz de longitud de onda λ = 276,25 nm sobre un cierto material, los electrones emitidos con una energía cinética máxima pueden ser frenados hasta detenerse aplicando una diferencia de potencial de 2 V. Calcule:

a) El trabajo de extracción del material.

b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con energía cinética máxima.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot 10^8$ m s^{-1}*; Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1,6\cdot 10^{-19}$ C*; Constante de Planck,* $h = 6,63\cdot 10^{-34}$ J s*; Masa del electrón,* $m_e = 9,1\cdot 10^{-31}$ kg.

a) Como los electrones que salen con una energía cinética máxima pueden ser parados con un potencial de 2 V, eso significa que T_{Max} = 2 eV. Sabemos que se cumple:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = W + T_{\max} \Rightarrow W = \frac{hc}{\lambda} - T_{\max}$$

Por consiguiente:

$$W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{276,25 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 = 0,072 \cdot 10^{-17} - 0,032 \cdot 10^{-17} = 0,04 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

El trabajo de extracción es de $0,04\cdot 10^{-17}$ J ó 2,5 eV

b) Según la relación de De Broglie:

$\lambda = \frac{h}{mv}$; la velocidad puede obtenerse a partir de la energía cinética máxima, pues:

$$T_{\max} = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2T_{\max}}{m}}$$

Por tanto:

$$\lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2T_{\max}}{m}}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT_{\max}}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9,1 \cdot 10^{-31} \times 2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 0,86876 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Luego la longitud de onda sería de 0,87 nm.