

FÍSICA MODERNA EvAU

2. $m = 3 \text{ kg}$ 5% de C-14 $\lambda = 1,24 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$ $10^{-4}\%$ en C-14

a) $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,24 \cdot 10^{-4}} = 8,06 \cdot 10^3 \text{ años}$; Ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}; t = \frac{\ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{\ln(1/0,05)}{1,24 \cdot 10^{-4}} = 24159 \text{ años}$$

5% $N = 0,05 N_0$;

$m = 3000 \cdot \frac{10^{-4}}{100} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ g de C-14}$ $N = \frac{m}{M_m} \cdot N_A = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{14} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,29 \cdot 10^{20} \text{ átomos de Carbono 14}$

$A = \lambda \cdot N$; $\lambda = 1,24 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 3,93 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$

$A = \lambda \cdot N = 3,93 \cdot 10^{-12} \cdot 1,29 \cdot 10^{20} = 5,07 \cdot 10^8 \text{ Bq}$

Definición de periodo de semidesintegración. Es el tiempo que tarda la muestra radiactiva en reducirse a la mitad. $N = \frac{1}{2} N_0$ $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$; $\frac{1}{2} N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$

$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2}$ $\ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$; $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1,24 \cdot 10^{-4}} = 5590 \text{ años}$

19. $T_{1/2} = 4,47 \cdot 10^9 \text{ años U-238}$ $m = 2,74 \text{ mg de U-238}$ $1,12 \text{ mg de Pb-206}$

a) $N = \frac{m}{M_m} \cdot N_A = \frac{2,74 \cdot 10^{-3}}{238,05} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,93 \cdot 10^{18} \text{ átomos de U-238}$

$N = \frac{m}{M_m} \cdot N_A = \frac{1,12 \cdot 10^{-3}}{205,97} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,27 \cdot 10^{18} \text{ átomos de Pb-206}$

$N_0 = N_1 + N_2 = 6,93 \cdot 10^{18} + 3,27 \cdot 10^{18} = 1,02 \cdot 10^{19} \text{ átomos de U-238 iniciales}$

b) $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$; $t = \frac{\ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{\ln(1,02 \cdot 10^{19} / 6,93 \cdot 10^{18})}{1,55 \cdot 10^{-10}} = 2,49 \cdot 10^9 \text{ años}$

$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4,47 \cdot 10^9} = 1,55 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}$; $\lambda = 4,92 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$

$A = \lambda \cdot N = 4,92 \cdot 10^{-18} \cdot 6,93 \cdot 10^{18} = 34,1 \text{ Bq}$

29. $N = \frac{1}{8} N_0$ $t = 5 \text{ h}$

a) λ ; $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$; $t = \frac{\ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{\ln 8}{\lambda} = 5$; $\lambda = \frac{\ln 8}{5} = 0,416 \text{ h}^{-1}$

$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,416} = 24,05 \text{ h}$

$\lambda = 1,16 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

b) $N = 0,1 N_0$ $t = \frac{\ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{\ln(1/0,1)}{0,416} = 5,53 \text{ h}$

38. $r = 3 \text{ m}$ $N_0 = 5 \cdot 10^{12} \text{ átomos/cm}^3$ $N = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ átomos/cm}^3$; $\tau = 4,51 \cdot 10^9 \text{ años}$

a) $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{4,51 \cdot 10^9} = 2,22 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1} = 7,03 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$

b) Como $N = \frac{1}{2} N_0$ $t = T_{1/2}$; $t = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{2,22 \cdot 10^{-10}} = 3,12 \cdot 10^9 \text{ años}$

45. $T_A = 1600 \text{ años}$; $T_B = 1000 \text{ años}$ $N_{0A} = N_{0B}$

a) $N_A = 2N_B$; $N_A = N_{0A} \cdot e^{-\lambda_A t}$; $N_B = N_{0B} \cdot e^{-\lambda_B t}$

$$N_{0A} \cdot e^{-\lambda_A t} = 2 N_{0B} \cdot e^{-\lambda_B t}; N_{0A} = N_{0B} \quad e^{-\lambda_A t} = 2 e^{-\lambda_B t}$$

$$\frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}} = 2; e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} = 2; (\lambda_B - \lambda_A)t = \ln 2$$

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_A} = \frac{\ln 2}{1600} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda_B = \frac{\ln 2}{T_B} = \frac{\ln 2}{1000} = 6,93 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

$$t = \frac{\ln 2}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{\ln 2}{6,93 \cdot 10^{-4} - 4,33 \cdot 10^{-4}} = \underline{2,67 \cdot 10^3 \text{ años}}$$

b) $t = 2500 \text{ años}$ $N_A = N_{0A} \cdot e^{-\lambda_A t}$; $N_B = N_{0B} \cdot e^{-\lambda_B t}$; $N_{0A} = N_{0B}$

$$A_A = \lambda_A N_A = \lambda_A \cdot N_{0A} \cdot e^{-\lambda_A t}$$

$$A_B = \lambda_B N_B = \lambda_B \cdot N_{0B} \cdot e^{-\lambda_B t} \quad \left| \quad \frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{(\lambda_B - \lambda_A)t}$$

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{4,33 \cdot 10^{-4}}{6,93 \cdot 10^{-4}} e^{(6,93 \cdot 10^{-4} - 4,33 \cdot 10^{-4}) \cdot 2500} = 1,2; \underline{A_A > A_B}$$

47. $\Delta t = 3 \text{ meses}$ $N_{0A} = 2 N_{0B}$ $A_A = A_B = 2000 \text{ desint/h}$; $N_A = N_B$

a) $N_A = N_{0A} \cdot e^{-\lambda t}$; $N_B = N_{0B} \cdot e^{-\lambda(t-3)}$

$$N_{0A} \cdot e^{-\lambda t} = N_{0B} \cdot e^{-\lambda(t-3)}; 2 N_{0B} \cdot e^{-\lambda t} = N_{0B} \cdot e^{-\lambda(t-3)}$$

$$2 = \frac{e^{-\lambda(t-3)}}{e^{-\lambda t}}; 2 = e^{+\lambda[t - (t-3)]}; 2 = e^{3\lambda}; \ln 2 = 3\lambda$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{3} = 0,231 \text{ mes}^{-1} = 8,91 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} = 2,8 \text{ años}^{-1} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,231} = \underline{3 \text{ meses}} \text{ se preparó 3 meses después y tenía } N = \frac{1}{2} N_0$$

b) $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = 2000 \cdot e^{-2,8 \cdot 1} = \underline{120 \text{ desint/h}}$

51. $T = 25 \text{ años}$ Reducción al 70% $A = 0,7 A_0$; $A_0/A = 1/0,7$

a) $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{\ln(A_0/A)}{\lambda}$; $\lambda = \frac{1}{T} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ años}^{-1}$

$$t = \frac{\ln(1/0,7)}{0,04} = \underline{8,92 \text{ años}}$$

b) Actividad radiactiva en desintegraciones/min para $N = 10^9$ núcleos

$$\lambda = 0,04 \text{ años}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 7,61 \cdot 10^{-8} \text{ min}^{-1}$$

$$A = \lambda \cdot N = 7,61 \cdot 10^{-8} \cdot 10^9 = \underline{76,1 \frac{\text{desint}}{\text{min}}}$$

62. $\lambda = 0,13 \text{ años}^{-1}$ $M = 59,93 \text{ u}$ del Co-60 ; $\lambda = 0,13 \text{ años}^{-1} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 4,12 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$

a) $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,13} = \underline{5,33 \text{ años}}$

b) $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,13} = \underline{7,69 \text{ años}}$

c) $m = 20 \text{ g}$ $N = n N_A = \frac{m}{M} N_A = \frac{20}{59,93} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,01 \cdot 10^{23}$ átomos de Co-60

$A = \lambda \cdot N = 4,12 \cdot 10^{-9} \cdot 2,01 \cdot 10^{23} = \underline{8,28 \cdot 10^{14} \text{ Bq}}$

d) $m_0 = 20 \text{ g}$ $m = 5 \text{ g}$ Se podría resolver de la siguiente manera. como $\frac{m}{m_0} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

Al reducirse la muestra inicial a la cuarta parte, quiere decir que ha tardado un tiempo $T_{1/2} = 5,33 \text{ años}$ en reducirse a la mitad. Y esa mitad ha tardado un tiempo $T_{1/2} = 5,33 \text{ años}$ en volver a reducirse a la mitad. O sea se ha reducido a la cuarta parte de la cantidad inicial en dos periodos de semidesintegración $t = 2 \cdot T_{1/2}$
 $t = 2 \cdot T_{1/2} = 2 \cdot 5,33 = 10,66 \text{ años}$.

También usando la ley de desintegración radiactiva $m = m_0 e^{-\lambda t}$

$t = \frac{\ln(m_0/m)}{\lambda} = \frac{\ln 4}{0,13} = \underline{10,66 \text{ años}}$

70. $M_N = 3,016 \text{ u}$ H-3 $Z=1$; $A=3$ $N=A-Z=3-1=2$ neutrones

a) El defecto de masa es la diferencia que hay entre la masa de los protones y neutrones libres y la masa de esos protones y neutrones unidos formando un núcleo.

$\Delta m = Z m_p + (A-Z) m_n - M_N$

$\Delta m = Z m_p + N m_n - M_N = 1 \cdot 1,0073 + 2 \cdot 1,0087 - 3,016 = \underline{0,0087 \text{ u}}$

b) La energía media de enlace por nucleón se define como el cociente entre la energía de enlace de un núcleo y su número másico. Y la energía de enlace de un núcleo es la que libera al unirse sus nucleones para formarlo. Se obtiene por la equivalencia masa-energía de Einstein correspondiente al defecto de masa de dicho núcleo.

$\Delta m = 0,0087 \text{ u} \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 1,45 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 1,45 \cdot 10^{-29} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,31 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

$\Delta E = 1,31 \cdot 10^{-12} \text{ J} \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 8,17 \text{ MeV}$; $\frac{\Delta E}{A} = \frac{8,17}{3} = \underline{2,72 \frac{\text{MeV}}{\text{nucleón}}}$

79. $A_{A0} = 1,6 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$ $T_{1/2} = 8,983 \cdot 10^5 \text{ s}$ Fuente radiactiva A

$A_{B0} = 8,5 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$ Fuente radiactiva B en $t=0$ inicialmente

$t = 45 \text{ días}$ $A_A = A_B$

a) $\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{8,983 \cdot 10^5} = 7,72 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$

b) $A = \lambda \cdot N$; $N_{A0} = \frac{A_{A0}}{\lambda} = \frac{1,6 \cdot 10^{11}}{7,72 \cdot 10^{-7}} = 2,07 \cdot 10^{17}$ núcleos iniciales de A

c) $N = N_0 e^{-\lambda t}$; $t = 45 \text{ días} \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3,888 \cdot 10^6 \text{ s}$

$N = N_0 e^{-\lambda t} = 2,07 \cdot 10^{17} \cdot e^{-7,72 \cdot 10^{-7} \cdot 3,888 \cdot 10^6} = 2,07 \cdot 10^{17} \cdot e^{-3} = 1,03 \cdot 10^{16}$ núcleos

$A = \lambda \cdot N = 7,72 \cdot 10^{-7} \cdot 1,03 \cdot 10^{16} = 7,96 \cdot 10^9 \text{ Bq}$ la misma para A y para B.

d) Ley de desintegración radiactiva $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, $\lambda = \frac{\ln(A_0/A)}{t}$

$\lambda_B = \frac{\ln(A_{B0}/A_B)}{t} = \frac{\ln(8,5 \cdot 10^{11}/7,96 \cdot 10^9)}{3,888 \cdot 10^6} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

80. $T_A = 1600 \text{ años}$ $T_B = 1000 \text{ años}$ $N_{A0} = N_{B0} = 10^{15}$ núcleos

a) $\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_A} = \frac{\ln 2}{1600 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$

$\lambda_B = \frac{\ln 2}{T_B} = \frac{\ln 2}{1000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,20 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} = 6,93 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$

$\frac{A_{A0}}{A_{B0}} = \frac{\lambda_A \cdot N_{A0}}{\lambda_B \cdot N_{B0}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1,37 \cdot 10^{-11}}{2,20 \cdot 10^{-11}} = 0,623$; portanto $A_{A0} < A_{B0}$

b) $N = N_0 e^{-\lambda t}$; $N_A = N_{A0} \cdot e^{-\lambda_A t} = 10^{15} \cdot e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} = 2,73 \cdot 10^{14}$ núcleos
 $N_B = N_{B0} \cdot e^{-\lambda_B t} = 10^{15} \cdot e^{-6,93 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} = 1,25 \cdot 10^{14}$ núcleos

$\frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A N_A}{\lambda_B N_B} = \frac{1,37 \cdot 10^{-11} \cdot 2,73 \cdot 10^{14}}{2,20 \cdot 10^{-11} \cdot 1,25 \cdot 10^{14}} = 1,36$ portanto $A_A > A_B$

82. Ra-228 ; $T_{1/2} = 5,76 \text{ años}$; Ra-224 ; $T_{1/2} = 3,66 \text{ días}$

a) $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\ln 2/T_1}{\ln 2/T_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{3,66}{5,76 \cdot 365} = 0,00174$

b) $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{1/\lambda_1}{1/\lambda_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{0,00174} = 574$

c) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 N_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{\frac{m_1}{M_1} N_A}{\frac{m_2}{M_2} N_A} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{m_1 M_2}{m_2 M_1} = 0,00174 \cdot \frac{1 \cdot 224}{1 \cdot 228} = 0,00171$

d) $\frac{T_{1/4 1}}{T_{1/4 2}} = \frac{2 \cdot T_1}{2 \cdot T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\tau_1 \ln 2}{\tau_2 \ln 2} = \frac{\tau_1}{\tau_2} = 574$

88. a) $Z=1$ $A=2$ b) $\Delta m = Z m_p + N m_n - M_N = 1 \cdot 1,0073 + 1 \cdot 1,0087 - 2,0136 = 0,0024 \text{ u}$

c) $\Delta m = 0,0024 \text{ u} \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 4,008 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$; $\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 4,008 \cdot 10^{-30} (3 \cdot 10^8)^2 = 3,61 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

$\Delta E = 3,61 \cdot 10^{-13} \text{ J} \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 2,25 \text{ MeV}$; $\frac{\Delta E}{A} = \frac{2,25}{2} = 1,13 \text{ MeV/nucleón}$

d) $\lambda = \frac{h}{m v} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_c}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot 2,0136 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}} = 4,52 \cdot 10^{-13} \text{ m}$