

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

La prueba **consta de dos opciones A y B**, cada una de las cuales incluye **cinco preguntas**.

El alumno deberá elegir **la opción A o la opción B**. **Nunca** se deben resolver preguntas de opciones distintas. Se podrá hacer uso de calculadora científica no programable.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta debidamente justificada y razonada con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos. Cada apartado tendrá una calificación máxima de 1 punto.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

OPCIÓN A

Pregunta 1.- Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un planeta cuyo radio es de 3000 km. El primero de ellos orbita a 1000 km de la superficie del planeta y su periodo orbital es de 2 h. La órbita del segundo tiene un radio 500 km mayor que la del primero. Calcule:

- El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.
- El periodo orbital del segundo satélite.

Pregunta 2.- Un altavoz emite sonido como un foco puntual. A una distancia d , el sonido se percibe con un nivel de intensidad sonora de 30 dB. Determine:

- El factor en el que debe incrementarse la distancia al altavoz para que el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 20 dB.
- El factor en el que debe incrementarse la potencia del altavoz para que a la distancia d el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 70 dB.

Dato: Umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

Pregunta 3.- Se quiere obtener una imagen derecha y virtual, de 25 cm de altura, de un objeto de 10 cm de altura que se sitúa a una distancia de 1 m de una lente delgada.

- Calcule la potencia, en dioptrías, de la lente que habría que usar así como el tipo de lente.
- Realice el diagrama de rayos correspondiente.

Pregunta 4.- Dos muestras de material radioactivo, A y B , se prepararon con tres meses de diferencia. La muestra A , que se preparó en primer lugar, contenía doble cantidad de cierto isótopo radioactivo que la B . En la actualidad, se detectan 2000 desintegraciones por hora en ambas muestras. Determine:

- El periodo de semidesintegración del isótopo radioactivo.
- La actividad que tendrán ambas muestras dentro de un año.

Pregunta 5.- Se tiene un plano infinito con una densidad de carga superficial positiva σ .

- Deduzca, utilizando el teorema de Gauss, el vector campo eléctrico generado por la distribución.
- Calcule la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos, en el mismo semiespacio, separados una distancia d en la dirección perpendicular al plano cargado. Justifique si cambiaría su respuesta si la dirección fuera paralela al plano cargado.

OPCIÓN B

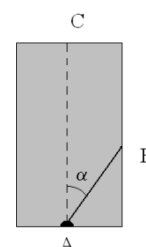
Pregunta 1.- Dos planetas, A y B , tienen la misma densidad. El planeta A tiene un radio de 3500 km y el planeta B un radio de 3000 km. Calcule:

- La relación que existe entre las aceleraciones de la gravedad en la superficie de cada planeta.
- La relación entre las velocidades de escape en cada planeta.

Pregunta 2.- La velocidad de una partícula que describe un movimiento armónico simple alcanza un valor máximo de 40 cm s^{-1} . El periodo de oscilación es de 2,5 s. Calcule:

- La amplitud y la frecuencia angular del movimiento.
- La distancia a la que se encuentra del punto de equilibrio cuando su velocidad es de 10 cm s^{-1} .

Pregunta 3.- Se tiene un prisma rectangular de vidrio de índice de refracción 1,48. Del centro de su cara A se emite un rayo que forma un ángulo α con el eje vertical del prisma, como muestra la figura. La anchura del prisma es de 20 cm y la altura de 30 cm.



- Si el medio exterior es aire, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara B ? Justifique la respuesta.
- Si el medio exterior es agua, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara B ? Para este valor de α , ¿cuál es el ángulo con el que emerge de la cara C ?

Datos: Índice de refracción del aire, $n_{\text{aire}}=1$; Índice de refracción del agua, $n_{\text{agua}}=1,33$

Pregunta 4.-

- Calcule la longitud de onda de un fotón que posea la misma energía que un electrón en reposo.
- Calcule la frecuencia de dicho fotón y, a la vista de la tabla, indique a qué tipo de radiación correspondería.

Ultravioleta	Entre $7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ y $3 \times 10^{17} \text{ Hz}$
Rayos-X	Entre $3 \times 10^{17} \text{ Hz}$ y $3 \times 10^{19} \text{ Hz}$
Rayos gamma	Más de $3 \times 10^{19} \text{ Hz}$

Datos: Masa del electrón, $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$;
Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

Pregunta 5.- Dos partículas idénticas A y B , de cargas $3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ y masas $6,4 \times 10^{-27} \text{ kg}$, se mueven en una región donde existe un campo magnético uniforme de valor: $\vec{B}_0 = (\vec{i} + \vec{j}) \text{ T}$.

En un instante dado, la partícula A se mueve con velocidad $\vec{v}_A = (-10^3 \vec{i} + 10^3 \vec{j}) \text{ m s}^{-1}$ y la partícula B con velocidad $\vec{v}_B = (-10^3 \vec{i} - 10^3 \vec{j}) \text{ m s}^{-1}$.

- Calcule, en ese instante, la fuerza que actúa sobre cada partícula.
- Una de ellas realiza un movimiento circular; calcule el radio de la trayectoria que describe y la frecuencia angular del movimiento.

FÍSICA

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

- * Las preguntas deben contestarse razonadamente valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- * Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- * En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- * Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el sistema internacional.
- * Cada pregunta debidamente justificada y razonada con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos.
- * En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación será la misma para cada uno de ellos.

OPCIÓN A

Pregunta 1.-

$$a) \quad g = \frac{GM}{R_p^2}; \quad \frac{GM}{R_{s1}^2} = \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 R_{s1} \Rightarrow GM = \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 R_{s1}^3$$

sustituyendo:

$$g = \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 \frac{R_{s1}^3}{R_p^2} = \left(\frac{2\pi}{2 \times 3.6 \times 10^3} \right)^2 \times \frac{4^3 \times 10^{18}}{3^2 \times 10^{12}} = 5,41 \text{ ms}^{-2}$$

$$b) \text{ usando } \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{GM}{R^3} \text{ para cada satélite y dividiendo:}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 = \frac{R_2^3}{R_1^3} \Rightarrow T_2 = T_1 \sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}} = 2 \sqrt{\left(\frac{4.5}{4} \right)^3} = 2,39h.$$

Pregunta 2.-

$$a) \quad I \propto 1/R^2 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1 d^2}{(d')^2} \Rightarrow \frac{d'}{d} = A = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}, \text{ donde hemos llamado } I_1 \text{ a la intensidad del}$$

sonido en la primera posición, d , y análogamente con la segunda posición. Donde hemos llamado d' a la distancia siendo A el factor que se pide. Tendremos

$$30dB = 10 \times \log \frac{I_1}{I_0} \text{ y } 20dB = 10 \times \log \frac{I_2}{I_0} \text{ restando: } 10 = 10 \times \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 10I_2 = I_1, \text{ por lo}$$

$$\text{tanto: } A = \sqrt{\frac{10I_2}{I_2}} = \sqrt{10} = 3,16.$$

$$b) \quad I_1 = \frac{P_1}{4\pi d^2} \text{ siendo } P_1 \text{ la potencia inicial, por otro lado:}$$

$$30dB = 10 \times \log \frac{P_1}{4\pi d^2 I_0} \text{ y } 70dB = 10 \times \log \frac{P_2}{4\pi d^2 I_0},$$

$$\text{restando: } 40dB = 10 \times \log \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10^4.$$

Pregunta 3.-

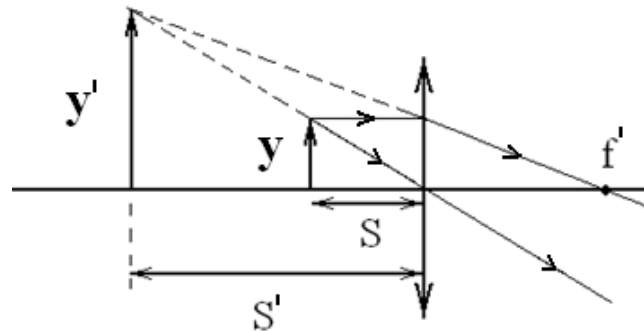
a) Criterio:

$$\text{Aumento lateral: } A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{25}{10} = \frac{s'}{-1} \Rightarrow s' = -2.5 \text{ m}$$

$$\text{Ecuación fundamental de las lentes delgadas: } \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-2.5} - \frac{1}{-1} \Rightarrow P = 0.6 \text{ dioptrias}$$

Como la imagen es virtual y mayor que el objeto eso implica que la lente es convergente.

b)

**Pregunta 4.-**

a) La actividad de la muestra A es: $A_A = \lambda N = \lambda 2N_0 e^{-\lambda(t+t_0)}$ y la de la muestra B: $A_B = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$, donde t_0 son 3 meses y A_A y A_B valen lo mismo por lo que dividiendo:

$$1 = \frac{\lambda 2N_0 e^{-\lambda(t+t_0)}}{\lambda N_0 e^{-\lambda t}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_0} \Rightarrow \lambda t_0 = \ln 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_0}, \text{ el periodo de semidesintegración es:}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{3}{\ln 2} \ln 2 = 3 \text{ meses.}$$

b) Las dos muestras tienen, desde que se preparó B, siempre la misma actividad ya que tienen la misma actividad y contienen el mismo isótopo.

$$\text{Fijándonos en B: } A_B = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\ln 2 \times 12/3} = A_0 \times 0,0625 = 125 \text{ desintegraciones por hora.}$$

Pregunta 5.-

a) En primer lugar, por consideraciones de simetría, el campo sólo puede ser perpendicular al plano y su sentido hacia afuera del plano ya que la carga es positiva.

Escogemos una superficie gaussiana, de tal manera que su superficie lateral sea perpendicular al plano cargado y sus "tapas" sean paralelas al plano. En principio las tapas equidistan del plano. Al ser el plano infinito, el campo no depende de la distancia al mismo.

En este caso la carga encerrada por esta superficie es $Q = \sigma S$, siendo S el área de las tapas.

El teorema de Gauss dice:

$\frac{Q}{\epsilon_0} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$. A la integral de superficie sólo contribuyen las tapas, ya que el vector

superficie de la cara lateral es perpendicular al campo. En las tapas, el vector superficie es paralelo al campo y el campo en ellas es constante ya que todos sus puntos equidistan del plano:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2ES \Rightarrow 2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \text{ Este es el valor del módulo y su sentido debe}$$

ser hacia afuera tanto a la derecha como a la izquierda del plano cargado.

b) La diferencia de potencial entre dos puntos viene dada por:

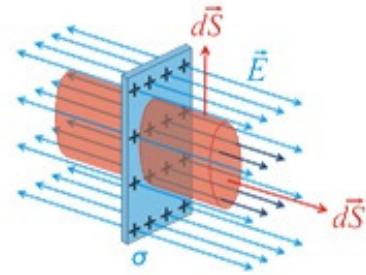
$$V(x_A) - V(x_B) = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = -E(x_A - x_B) \text{ ya que el camino de } x_A \text{ a } x_B \text{ es paralelo al campo.}$$

Como $x_A - x_B$ es la distancia entre los puntos, que hemos llamado d , tenemos que la diferencia

$$\text{de potencial es: } V(x_A) - V(x_B) = -Ed = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} d.$$

(no es importante que explique el signo ya que no se especifica en el enunciado si la distancia d es alejándose o no).

Cuando nos movemos de x_A a x_B en dirección paralela al plano la diferencia de potencial es cero ya que el campo y el camino en la integral son perpendiculares.



OPCIÓN B

Pregunta 1.-

La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta viene dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A R_B^2}{R_A^2 M_B}, \text{ y la densidad: } \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \text{ sustituyendo}$$

$$\text{queda: } \frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A R_B^2}{R_A^2 M_B} = \frac{R_A^3 R_B^2}{R_B^3 R_A^2} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{3500}{3000} = 1,167.$$

b) La velocidad de escape de un satélite se obtiene igualando la energía mecánica a cero, ya que la energía potencial tiende a cero en el infinito y queremos que el satélite llegue allí:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \text{ por tanto: } \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{R_B M_A}{M_B R_A}}, \text{ sustituyendo la expresión de}$$

$$\text{la densidad: } \sqrt{\frac{R_B R_A^3}{R_A R_B^3}} = \frac{R_A}{R_B} = 1,167.$$

Pregunta 2.-

a) La posición y velocidad de un MAS vienen dadas por:

$$x = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v = A \omega \cos(\omega t + \phi) \text{ por tanto, la velocidad máxima se corresponde con } A \cdot \omega$$

$$\text{La frecuencia angular la obtenemos del periodo: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2.5} = 2.51 \text{ rad s}^{-1} \text{ Como;}$$

$$v_{\max} = A \omega \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{40}{2.15} = 15,92 \text{ cm.}$$

(También se puede hacer por la conservación de la energía).

b) A partir de la conservación de la energía:

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{k}{m}A^2 = \frac{1}{2}\frac{k}{m}x^2 + \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow \omega^2 A^2 = \omega^2 x^2 + v^2, \text{ despejando x:}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 A^2 - v^2}{\omega^2}} = \pm \sqrt{\frac{40^2 - 10^2}{2.51^2}} = \pm 15,41 \text{ cm}$$

por lo que la distancia al punto de equilibrio $d = 15,41 \text{ cm}$

Pregunta 3.-

a) El ángulo máximo para que no salga por la cara B es el correspondiente a la reflexión total en B:

$$n_1 \sin \beta = n_2 \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{1.48} = 0,6757 \Rightarrow \beta = 42,51^\circ, \text{ lo que}$$

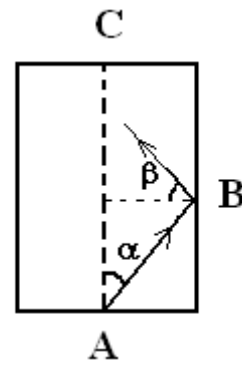
significa que $\alpha = 47,49^\circ$

b) Este caso es análogo al anterior, pero ahora la condición de reflexión total es:

$$n_1 \sin \beta = n_2 \Rightarrow \sin \beta = \frac{1.33}{1.48} = 0,8986 \Rightarrow \beta = 63,98^\circ, \text{ lo que}$$

significa que $\alpha = 26,02^\circ$, la reflexión ocurrirá a una altura de 20,48 cm de la base, este rayo incidirá en la cara C con un ángulo de $90^\circ - 63,98^\circ = 26,02^\circ$. Este ángulo es inferior al de reflexión total y por tanto saldrá por la cara C. Para calcular el ángulo con el que emerge por la cara C

aplicamos la ley de Snell: $n_1 \sin 26,02^\circ = n_2 \sin \gamma \Rightarrow \sin \gamma = \frac{1,48 \times \sin 26,02^\circ}{1,33} \Rightarrow \gamma = 29,22^\circ$.

**Pregunta 4.-**

a) la energía de un fotón vale $h\nu$, y la energía de un electrón en reposo: $m_e c^2$. Por otro lado $\lambda = c/\nu$, sustituyendo tenemos:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{m_e c^2} = \frac{h}{m_e c} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{9,11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m. (longitud de onda de Debroglie)}$$

b) La frecuencia será: $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{2,43 \times 10^{-12}} = 1,23 \times 10^{20} \text{ Hz}$, que corresponde a los rayos gamma.

Pregunta 5.-

a) para la partícula A la fuerza será:

$$\vec{F}_A = q\vec{v} \times \vec{B} = q \times 10^3 (-\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) = -3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \cdot 2\vec{k} = -6,4 \cdot 10^{-16} \vec{k} \text{ N, y para la partícula B:}$$

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = q \times 10^3 (-\vec{i} - \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j}) = 0 \text{ N}$$

b) Efectivamente, la partícula A experimenta una fuerza perpendicular a la velocidad y por tanto describe un movimiento circular, el módulo de la fuerza centrípeta será:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{6,4 \times 10^{-27} \times 10^3 \times \sqrt{2}}{3,2 \times 10^{-19} \times \sqrt{2}} = 2 \times 10^{-5} \text{ m. La velocidad angular viene}$$

$$\text{dada por: } \omega = \frac{v}{R} = \frac{\sqrt{2} 10^3}{2 \times 10^{-5}} = 7,07 \times 10^7 \text{ rad/s}$$