UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2020-21**

MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).
TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- Consideremos un sistema completamente aislado formado por una bola de 6 kg de masa y un perdigón de 0,35 g. Si dicho perdigón describe una trayectoria circular de radio 2,5 m en torno a la bola y únicamente se considera la interacción gravitatoria entre ambas partículas, calcule:

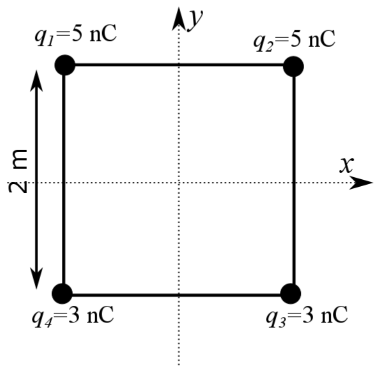
a) El periodo de revolución del perdigón alrededor de la bola.
b) La energía extra mínima que habría que suministrar al perdigón para que escape del campo gravitatorio de la bola.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Pregunta A.2.- Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje *x* con una velocidad de 2 m s^{-1}. La onda tiene una amplitud de 2 cm y una frecuencia angular de $\pi/2$ rad s^{-1}. Si en el instante t = 0 s el punto situado en el origen de coordenadas tiene una aceleración máxima y positiva, calcule:

a) La expresión matemática de la onda.
b) La velocidad de oscilación de un punto situado en x = 3 m en el instante t = 10 s.

Pregunta A.3.- En los vértices de un cuadrado de lado 2 m y centrado en el origen de coordenadas se sitúan cuatro cargas eléctricas, tal y como se muestra en la figura.



a) Obtenga el campo eléctrico creado por las cargas en el centro del cuadrado.
b) Si desde el centro del cuadrado se lanza un electrón con una velocidad $\vec{v} = 3\cdot10^4\ \vec{j}$ m s^{-1}, calcule el módulo de la velocidad que llevará el electrón en el instante en el que salga del cuadrado por el punto medio del lado superior.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}*; Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1,6\cdot10^{-19}$ C*; Masa del electrón,* $m_e = 9,1\cdot10^{-31}$ kg.

Pregunta A.4.- Un sistema óptico está formado por dos lentes convergentes A y B de distancias focales 4 cm y 7 cm respectivamente. La lente B está situada 25 cm a la derecha de A. Situamos un objeto de tamaño 2 mm a una distancia de 5 cm a la izquierda de la lente A.

a) Calcule el tamaño y la posición de la imagen final.
b) Realice el correspondiente trazado de rayos de la formación de la imagen.

Pregunta A.5.- Se ilumina un material con luz visible de longitud de onda 500 nm. Sabiendo que el trabajo de extracción para el efecto fotoeléctrico de dicho material es 1,8 eV, determine:

a) La energía cinética máxima de los electrones y la longitud de onda de corte para el efecto fotoeléctrico de este material.
b) La longitud de onda de de Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6\cdot10^{-19}$ C*; Masa del electrón,* $m_e = 9,1\cdot10^{-31}$ kg*; Constante de Planck,* $h = 6,63\cdot10^{-34}$ J s; *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}.

Pregunta B.1.- Michael Mayor y Didier Queloz son dos planetólogos suizos, que en 2019 recibieron el premio Nobel de Física por descubrir el primer exoplaneta que orbitaba en torno a una estrella similar al Sol. Este exoplaneta, *51 Pegasus b*, tiene una masa 51 veces mayor que Júpiter, y describe una órbita de radio 100 veces menor que la de Júpiter. Sabiendo que el periodo de revolución de Júpiter es de 12 años, mientras que el de *51 Pegasus b*, es de 4 días y considerando ambas órbitas como circulares, calcule:

a) La masa de la estrella en torno a la que orbita el exoplaneta *51 Pegasus b*.
b) La energía mecánica de *51 Pegasus b*.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa del Sol*, $M_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg; *Masa de Júpiter*, $M_J = 1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg.

Pregunta B.2.- Una fuente sonora tiene una potencia de 8 μW. Si nos situamos en un punto P, a una cierta distancia de dicha fuente, detectamos un nivel de intensidad sonora de 20 dB. Calcule:

a) El número mínimo de fuentes similares a la original que necesitaríamos situar en el mismo punto que la primera fuente, para que sin movernos detectásemos un nivel de intensidad sonora doble al anterior.
b) La distancia que debemos alejarnos del punto P si queremos dejar de oír las fuentes.

Dato: Valor umbral de la intensidad acústica, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Un solenoide de longitud 50 cm está formado por 1000 espiras de radio 5 cm. El flujo magnético a través de dicho solenoide es $50 \cdot 10^{-3}$ Wb.

a) Calcule la intensidad de corriente que circula por el solenoide.

A continuación, se sitúa en su interior una espira de radio 2 cm de modo que su vector superficie es paralelo al eje longitudinal del solenoide.

b) Determine la fuerza electromotriz inducida en la espira interior, si la corriente que circula por el solenoide se reduce de forma lineal hasta anularse en 5 milisegundos.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Pregunta B.4.- En el fondo de una piscina de profundidad 3 metros se encuentra un foco que emite luz en todas las direcciones con una longitud de onda de 680 nm en el agua. El haz de luz tiene una longitud de onda de 904,4 nm en el exterior.

a) Calcule el índice de refracción del agua de la piscina.

Ahora se sitúa en la superficie del agua, sobre la vertical del foco, un objeto circular opaco.

b) Determine el valor del radio del objeto para que un observador externo no vea la luz.

Datos: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$; *Velocidad de la luz en el vacío*, $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}.

Pregunta B.5.- El isótopo radiactivo ^{226}Ra emite una partícula α en cada proceso de desintegración. El periodo de semidesintegración de este isótopo del radio es de 1590 años.

a) Calcule su vida media y en qué porcentaje se reducirá la actividad de una cierta masa en este periodo de tiempo.
b) Si cada partícula α emitida tiene una energía de 3 MeV, calcule la energía que recibirá una persona por situarse al lado de una muestra radiactiva de ^{226}Ra de 1 mg durante diez años. Suponga que todas las partículas emitidas inciden sobre la persona por estar situada excesivamente cerca de la muestra.

Datos: Número de Avogrado, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón*, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Masa atómica del* ^{226}Ra, $M_{Ra} = 226$ u.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.

* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.

* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.

* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.

* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.

* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

FÍSICA

SOLUCIONES

(**Documento de trabajo orientativo**)

Pregunta A.1.- Consideremos un sistema completamente aislado formado por una bola de 6 kg de masa y un perdigón de 0,35 g. Si dicho perdigón describe una trayectoria circular de radio 2,5 m en torno a la bola y únicamente se considera la interacción gravitatoria entre ambas partículas, calcule:

a) El periodo de revolución del perdigón alrededor de la bola.
b) La energía extra mínima que habría que suministrar al perdigón para que escapase del campo gravitatorio de la bola.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) Aplicamos la Ley de gravitación universal a ambos objetos, y una vez deducida la velocidad de revolución obtenemos el periodo aplicando que la órbita es circular.

$$G\frac{Mm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}\rightarrow v^2=G\frac{M}{r}\rightarrow T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM}}=1{,}24\cdot 10^6\ \mathrm{s}$$

b) Cuando una partícula se escapa de la acción gravitatoria de una masa, su $E_m = 0$. Calculamos la energía que tiene el perdigón cuando está orbitando:

$$E_m=E_c+E_p=\frac{1}{2}mv^2-G\frac{Mm}{r}=\frac{1}{2}m\frac{GM}{r}-G\frac{Mm}{r}=-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}=-2{,}8\cdot 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

Y por lo tanto, para que la $E_m = 0$, la energía que deberemos suministrar al perdigón será $2{,}8\cdot 10^{-14}$ J.

Pregunta A.2.- Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje *x* con una velocidad de 2 m s^{-1}. La onda tiene una amplitud de 2 cm y una frecuencia angular de $\pi/2$ rad s^{-1}. Si en el instante *t* = 0 s el punto situado en el origen de coordenadas tiene una aceleración máxima y positiva, calcule:

a) La expresión matemática de la onda.
b) La velocidad de oscilación de un punto situado en *x* = 3 m en el instante *t* = 10 s.

Solución:

a) De la expresión de la frecuencia angular podemos obtener el periodo de la onda. Relacionando la velocidad de propagación con el periodo, se obtiene la longitud de onda.

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\pi/2}=4\ \mathrm{s}\rightarrow\lambda=v\mathrm{T}=8\ \mathrm{m}$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\pi}{4}\ \mathrm{rad\,m^{-1}}$$

Por lo tanto la ecuación de la onda nos quedará:

$$y(x,t)=0{,}02\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{4}x+\varphi_0\right)\mathrm{m}$$

Para determinar el valor de φ_0, consideramos la condición que nos dice que el punto situado en origen tiene aceleración máxima en el instante *t* = 0 s, por lo tanto

$$a(x,t)=\frac{d^2y(x,t)}{dt^2}=-A\omega^2\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{4}x+\varphi_0\right)\rightarrow a(0,0)=-A\omega^2\mathrm{sen}\left(\varphi_0\right)$$

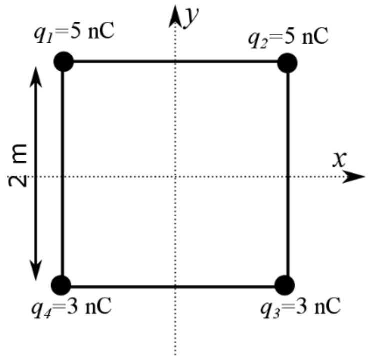
Lo que nos indica que $\varphi_0 = -\pi/2$ ó $3\pi/2$ y por lo tanto la ecuación de la onda queda:

$$y(x,t)=0{,}02\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{m}$$

b) Para calcular la velocidad de oscilación del punto situado en x = 3 m en el instante t = 10 s, simplemente debemos obtener la ecuación de la velocidad y sustituir los valores de x y t que nos da el enunciado.

$$v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=A\omega\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow v(3,10)=0{,}022\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Pregunta A.3.- En los vértices de un cuadrado de lado 2 m y centrado en el origen de coordenadas, se sitúan cuatro cargas eléctricas tal y como se muestra en la figura.



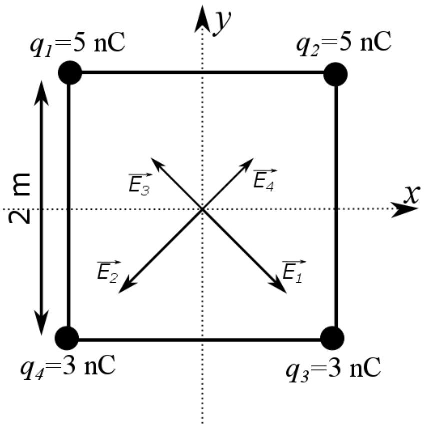
a) Obtenga el campo eléctrico creado por las cargas en el centro del cuadrado.

b) Si desde el centro del cuadrado se lanza un electrón con una velocidad $\vec{v}=3\cdot10^4\,\vec{j}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, calcule el módulo de la velocidad que llevará el electrón en el instante en el que salga del cuadrado por el punto medio del lado superior.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ N m² C⁻²; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Masa del electrón, $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

Solución:

a) Para calcular el campo realizaremos el dibujo de los campos eléctricos generados por cada una de las cargas. Observando el dibujo, podemos comprobar que, debido a la simetría de los campos, las componentes *x* se anulan y por lo tanto sólo tenemos que calcular la suma de las componentes *y*. También debemos calcular la distancia d desde los vértices hasta el centro del cuadrado.



$$d^2=1^2+1^2=2\ \mathrm{m}^2\Rightarrow d=\sqrt{2}\ \mathrm{m}$$

$$\vec{E}_T=K\,\frac{q_1+q_2-q_3-q_4}{d^2}\cos(45^\circ)\,(-\vec{j})$$

$$\vec{E}_T=K\,\frac{(5+5-3-3)}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,(-\vec{j})=9\sqrt{2}\,(-\vec{j})\ \mathrm{N\,C^{-1}}$$

b) Para calcular la velocidad de salida por el punto que nos indica el enunciado, podemos aplicar la conservación de la energía mecánica, pues las fuerzas que actúan son conservativas:

$$E_i=\frac{1}{2}mv_i^2+(-e)V_i=E_f=\frac{1}{2}mv_f^2+(-e)V_f$$

donde *e* es la carga del electrón

Despejando, obtenemos:

$$\frac{1}{2}mv_f^2=\frac{1}{2}mv_i^2+(-e)\left(V_i-V_f\right)\Rightarrow v_f=\sqrt{\frac{2(-e)}{m}(V_i-V_f)+v_i^2}$$

Los potenciales inicial y final son:

$$V_i=V(0,0)=K\,\frac{5\ \mathrm{nC}+5\ \mathrm{nC}+3\ \mathrm{nC}+3\ \mathrm{nC}}{d}=K\,\frac{16\ \mathrm{nC}}{\sqrt{2}}=72\sqrt{2}=101{,}82\ \mathrm{V}$$

$$V_f=V(1,0)=K\,\frac{5\ \mathrm{nC}+5\ \mathrm{nC}}{1}+K\,\frac{3\ \mathrm{nC}+3\ \mathrm{nC}}{\sqrt{5}}=114{,}15\ \mathrm{V}$$

Sustituyendo los valores en la expresión de la velocidad final, obtenemos:

$$v_f=\sqrt{\frac{2q}{m}(V_i-V_f)+v_i^2}=\sqrt{\frac{2\cdot(-1{,}6\cdot10^{-19})}{9{,}1\cdot10^{-31}}(72\sqrt{2}-114{,}15)+(3\cdot10^4)^2}=2{,}08\cdot10^6\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

Pregunta A.4.- Un sistema óptico está formado por dos lentes convergentes A y B de distancias focales 4 cm y 7 cm respectivamente. La lente B está situada 25 cm a la derecha de A. Situamos un objeto de tamaño 2 mm a una distancia de 5 cm a la izquierda de la lente A.

a) Calcule el tamaño y la posición de la imagen final.
b) Realice el correspondiente trazado de rayos de la formación de la imagen.

Solución:

a) Calculemos la posición y tamaño de la imagen generada por la primera lente.

$$\frac{1}{f'_A} = \frac{1}{s'_A} - \frac{1}{s_A} \rightarrow \frac{1}{4\text{ cm}} = \frac{1}{s'_A} - \frac{1}{-5\,\text{cm}} \rightarrow s'_A = 20\,\text{cm}$$

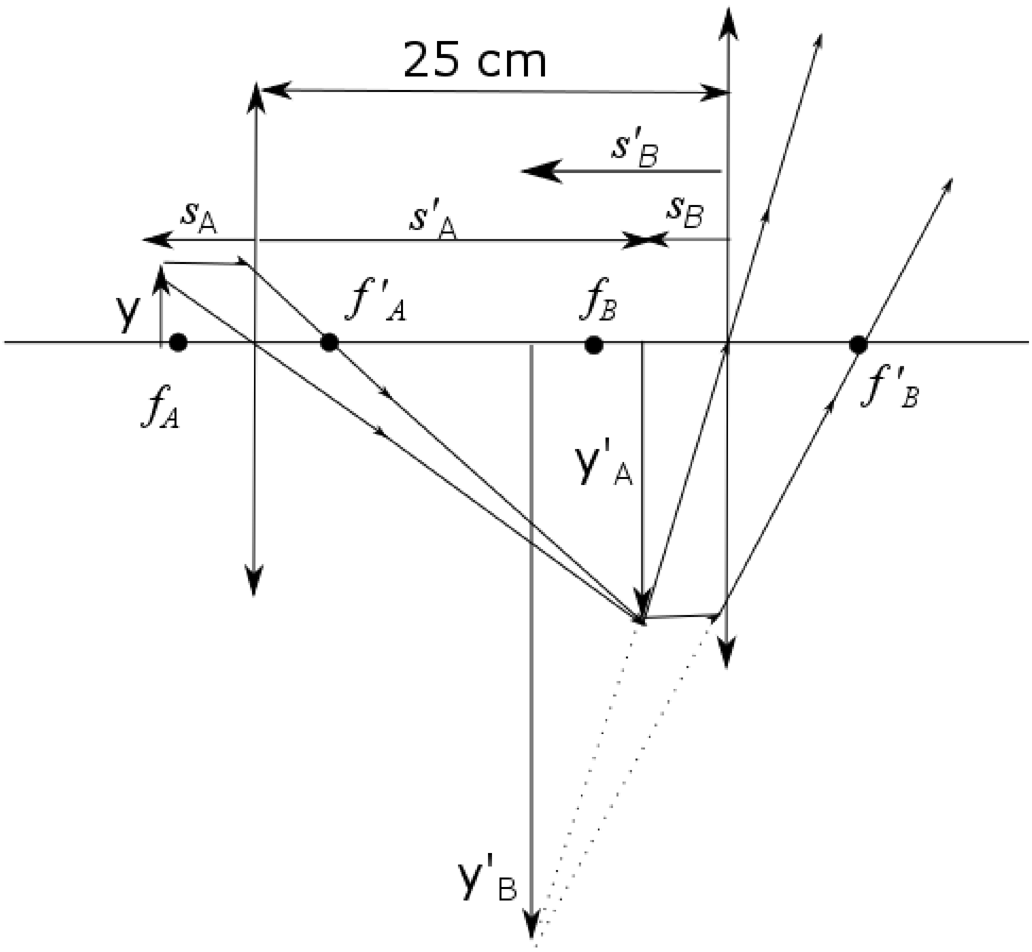
$$\frac{y'_A}{y_A} = \frac{s'_A}{s_A} \rightarrow y'_A = 2\,\text{mm}\frac{20}{-5} = -8\,\text{mm}$$

La imagen que proporciona la lente A actúa como objeto para la segunda. Como s'_A es 20 cm, y la distancia entre las lentes son 25 cm, la distancia s_B será (25 cm - s'_A) = 5 cm y el tamaño del objeto para la lente B será el tamaño de la imagen generada por la lente A, $y_B = y'_A$ = - 8 mm. Procediendo de forma similar:

$$\frac{1}{f'_B} = \frac{1}{s'_B} - \frac{1}{s_B} \rightarrow \frac{1}{7\text{ cm}} = \frac{1}{s'_B} - \frac{1}{-5\,\text{cm}} \rightarrow s'_B = -17{,}5\,\text{cm}$$

$$\frac{y'_B}{y_B} = \frac{s'_B}{s_b} \rightarrow y'_B = -8\,\text{mm}\frac{-17{,}5}{-5} = -28\,\text{mm}$$

b)



Pregunta A.5.- Se ilumina un material con luz visible de longitud de onda 500 nm. Sabiendo que el trabajo de extracción para el efecto fotoeléctrico de dicho material es 1,8 eV, determine:

a) La energía cinética máxima de los electrones y la longitud de onda de corte para el efecto fotoeléctrico de este material.

b) La longitud de onda de de Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6·10^{-19} C; *Masa del electrón,* m_e *= 9,1·10*$^{-31}$ kg; *Constante de Planck, h = 6,63·10*$^{-34}$ J s; *Velocidad de la luz en el vacío, c = 3·10*^{8} m s^{-1}.

Solución:

a) La energía del fotón incidente es:

$$E_\gamma = h\frac{c}{\lambda} = 3,98 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = 2,49\,\mathrm{eV}$$

Para calcular la energía cinética máxima obtendremos la diferencia entre la energía del fotón, $E\gamma$, y el trabajo de extracción, W:

$$E_{c,max} = E_\gamma - W = 2,49\,\mathrm{eV} - 1,8\,\mathrm{eV} = 0,69\,\mathrm{eV} = 1,10 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

La longitud de onda de corte es la longitud de onda de los fotones que tienen la energía de extracción

$$W = \frac{hc}{\lambda_{corte}} \Rightarrow \lambda_{corte} = \frac{hc}{W} = 6,91 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

b) Para calcular la longitud de onda de de Broglie, lo primero que debemos calcular es la velocidad de los electrones, para lo cual hacemos uso de su energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 4,92 \cdot 10^5\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

Aplicando la ecuación de la longitud de onda de de Broglie obtenemos:

$$\lambda_{deBroglie} = \frac{h}{mv} = 1,48 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

Pregunta B.1.- Michael Mayor y Didier Queloz son dos planetólogos suizos, quen 2019 recibieron el premio Nobel de Física por descubrir el primer exoplaneta que orbitaba en torno a una estrella similar al Sol. Este exoplaneta, *51 Pegasus b*, tiene una masa 51 veces mayor que Júpiter, y describe una órbita de radio 100 veces menor que la de Júpiter. Sabiendo que el periodo de revolución de Júpiter es de 12 años, mientras que el de *51 Pegasus b*, es de 4 días y considerando ambas órbitas como circulares, calcule:

a) La masa de la estrella en torno a la que gira el exoplaneta *51 Pegasus b*.
b) La energía mecánica de *51 Pegasus b*.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa del Sol,* $M_s = 1,99\cdot10^{30}$ kg; *Masa de Júpiter,* $M_J = 1,90\cdot10^{27}$ kg.

Solución:

a) Los datos que nos aporta el enunciado son: $R_{\text{Jupiter}} = 100R_{\text{Pegasus}}$, $T_{\text{Jupiter}} = 12$ años = 4380 días y $T_{\text{Pegasus}} = 4$ días. Si aplicamos la ley de gravitación a un planeta de masa m_x orbitando en torno a una estrella de masa M_y, obtenemos la velocidad de revolución.

$$\frac{GM_y m_x}{R_x^{\ 2}} = m_x \frac{v_x^2}{R_x} \rightarrow v_x = \sqrt{\frac{GM_y}{R_x}}$$

Teniendo en cuenta que hemos considerado que las órbitas son circulares podemos relacionar su velocidad de revolución con el periodo

$$T_x = \frac{2\pi R_x}{v_x} = \frac{2\pi R_x}{\sqrt{GM_y/R_x}} = \frac{2\pi R_x^{3/2}}{\sqrt{GM_y}}$$

Si aplicamos los datos que nos proporciona el problema obtenemos el radio de la órbita de Júpiter.

$$T_{Júpiter} = \frac{2\pi R_{Júpiter}^{3/2}}{\sqrt{GM_{Sol}}} \rightarrow R_{Júpiter} = 7,84\cdot10^{11}\,\text{m}$$

Con esta misma ecuación para Pegasus 51 y teniendo en cuenta la relación que hay entre sus radios obtendremos:

$$T_{Pegasus} = 4\cdot24\cdot3600 = \frac{2\pi R_{Pegasus}^{3/2}}{\sqrt{GM_{Estrella}}} = \frac{2\pi\left(R_{Jupiter}/100\right)^{3/2}}{\sqrt{GM_{Estrella}}} \rightarrow M_{Estrella} = 2,39\cdot10^{30}\,\text{kg}$$

b) Para calcular la energía energía mecánica podemos aplicar la definición de energía mecánica

$$E_m = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} = \frac{1}{2}m\frac{GM}{R} - G\frac{Mm}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

Sustituimos los valores numéricos que nos proporciona el enunciado y el valor del radio de *Pegasus 51* que obtenemos por la relación que tiene con el radio de Júpiter:

$$E_{Pegasus} = -\frac{1}{2}G\frac{M_{Estrella}m_{Pegasus}}{R_{Pegasus}} = -\frac{1}{2}G\frac{M_{Estrella}51m_{Jupiter}}{\frac{R_{Jupiter}}{100}} = -9,85\cdot10^{38}\,\text{J}$$

Pregunta B.2.- Una fuente sonora tiene una potencia de 8 μW. Si nos situamos en un punto P, a una cierta distancia de dicha fuente, detectamos un nivel de intensidad sonora de 20 dB. Calcule:

a) El número mínimo de fuentes similares a la original que necesitaríamos situar en el mismo punto que la primera fuente, para que sin movernos detectásemos un nivel de intensidad sonora doble al anterior.

b) La distancia que debemos alejarnos del punto P si queremos dejar de oír las fuentes.

Dato: Valor umbral de la intensidad acústica, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) Lo primero que debemos calcular es la intensidad que recibimos cuando detectamos 20 dB. Para ello aplicamos la definición:

$$\beta(\mathrm{dB}) = 10\log_{10} I / I_0$$

Por lo tanto:

$$I_1 = I_0 10^{\beta/10} = 10^{-12} 10^2 = 10^{-10}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$$

La potencia de una onda esférica viene expresada de la forma:

$$P = 4\pi d^2 I$$

de donde, y utilizando P = 8 μW, se obtiene:

$$d_1 = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_1}} = 79,79\ \mathrm{m}$$

Una vez que sabemos a qué distancia estamos, calcularemos la intensidad que nos generará un nivel de intensidad sonora doble que la original (40 dB) y a partir de este valor deducimos la potencia que se nos pide:

$$I_2 = I_0 10^{\beta/10} = I_0 10^{40/10} = 10^{-12} 10^4 = 10^{-8}\ \mathrm{W\ m^{-2}} \rightarrow P' = I_2 4\pi d_1^2 = 8{\cdot}10^{-4}\ \mathrm{W}$$

$$nP = 8{\cdot}10^{-4}\ \mathrm{W} \Rightarrow n = \frac{8\cdot 10^{-4}}{P} = 100$$

Por lo tanto necesitaremos 100 fuentes similares a la anterior. (cuidado, según el redondeo del alumno podría darle una cantidad ligeramente mayor de 8·10^{-4} y entonces necesitaría 101 fuentes).

Otra forma de obtener este resultado sería trabajando directamente con la definición de nivel intensidad sonora.

$$\left.\begin{array}{l} \beta(\mathrm{dB}) = 10\log_{10} I_1 / I_0 \\ \\ 2\beta(\mathrm{dB}) = 10\log_{10} I_2 / I_0 \end{array}\right\} 2(\log_{10} I_1 - \log_{10} I_0) = \log_{10} I_2 - \log_{10} I_0 \rightarrow 2\log_{10} I_1 - \log_{10} I_0 = \log_{10} I_2$$

$$\frac{I_1^2}{I_0} = I_2 \rightarrow I_2 = 1{\cdot}10^{-8} = NI_1 = N1{\cdot}10^{-10} \rightarrow N = 100$$

b) Si queremos dejar de oír las fuentes sonoras deberemos alejarnos hasta que la intensidad que detectemos sea 10^{-12} W m^{-2}. Para ello y teniendo en cuenta que la potencia de todas las fuentes es 8·10^{-4} W.

$$d_{final} = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}} = \sqrt{\frac{8{\cdot}10^{-4}}{4\pi 10^{-12}}} = 7978,84\ \mathrm{m}$$

Por lo tanto deberemos alejarnos 7978,84 – 79,79 = 7899,06 m.

Pregunta B.3.- Un solenoide de longitud 50 cm está formado por 1000 espiras de radio 5 cm. El flujo magnético a través de dicho solenoide es $50\cdot10^{-3}$ Wb.

a) Calcule la intensidad de corriente que circula por el solenoide.

A continuación, se sitúa en su interior una espira de radio 2 cm de modo que su vector superficie es paralelo al eje longitudinal del solenoide.

b) Determine la fuerza electromotriz inducida en la espira interior si la corriente que circula por el solenoide se reduce de forma lineal hasta anularse en 5 milisegundos.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución

a) Para calcular la intensidad de corriente que circula por el solenoide, debemos tener en cuenta que el problema nos da el flujo magnético que atraviesa la superficie del solenoide. Utilizando la definición de flujo magnético, podemos calcular el valor del campo magnético en su interior.

$$\phi_m = \vec{B}\cdot\vec{S}_{Total} = \vec{B}\cdot N\vec{S}_{espira} = BN\pi r^2 \Rightarrow 50\cdot10^{-3}\ \text{Wb} = B\,1000\pi\ 0{,}05^2 \Rightarrow B = 6{,}37\cdot10^{-3}\ \text{T}$$

Una vez que tenemos el valor del campo magnético, aplicamos la fórmula que nos determina el campo magnético generado por un solenoide.

$$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I \rightarrow I = \frac{Bl}{\mu_0 N} = \frac{6{,}37\cdot10^{-3}\cdot0{,}5}{4\pi\cdot10^{-7}\cdot1000} = 2{,}53\,\text{A}$$

b) Para calcular la f.e.m. inducida aplicaremos la Ley de Faraday teniendo en cuenta que la corriente (y por lo tanto el flujo magnético) se reduce de forma lineal hasta anularse.

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi_m}{dt}\right| = \left|\frac{d(\vec{B}\cdot\vec{S})}{dt}\right| = \left|\frac{\mu_0 nI\pi r_{espira}^2}{\Delta t}\right| = \frac{\mu_0 \frac{N}{l} I\pi r_{espira}^2}{\Delta t} = \frac{\mu_0 \frac{1000}{0{,}5} 2{,}53\ \pi\ 0{,}02^2}{5\cdot10^{-3}} = 1{,}59\cdot10^{-3}\ \text{V}$$

Pregunta B.4.- En el fondo de una piscina de profundidad 3 metros se encuentra un foco que emite luz en todas las direcciones con una longitud de onda de 680 nm en el agua. El haz de luz tiene una longitud de onda de 904,4 nm en el exterior.

a) Calcule el índice de refracción del agua de la piscina.

Ahora se sitúa en la superficie del agua, sobre la vertical del foco, un objeto circular opaco.

b) Determine el valor del radio del objeto para que un observador externo no vea la luz.

Datos: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$*; Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}.

Solución:

a) Aplicando la definición de índice de refracción $n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{c}{\lambda_2 f}$ y teniendo en cuenta que la frecuencia de la onda es constante, podemos igualar las expresiones de *c* con lo que obtenemos:

$$c = n_1\lambda_1 f = n_2\lambda_2 f \rightarrow n_1 = \frac{1\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{904{,}4}{680} = 1{,}33$$

b) En este caso aplicamos la definición de ángulo límite entre ambos medios

$$1\,\text{sen}(90^\circ) = 1{,}33\ \text{sen}(\alpha_{\text{lim}}) \rightarrow \alpha_{\text{lim}} = 48{,}75^\circ$$

Usando el triángulo generado por el rayo, la profundidad y el radio del objeto obtenemos:

$$tg(\alpha_{\text{lim}}) = \frac{r}{3} \rightarrow r = 3{,}42\,\text{m}$$

Pregunta B.5.- El isótopo radiactivo ^{226}Ra emite una partícula α en cada proceso de desintegración. El periodo de semidesintegración de este isótopo del radio es de 1590 años.

a) Calcule su vida media y en qué porcentaje se reducirá la actividad de una cierta masa en este periodo de tiempo.

b) Si cada partícula α emitida tienen una energía de 3 MeV, calcule la energía que recibirá una persona por situarse al lado de una muestra radiactiva de ^{226}Ra de 1 mg durante diez años. Suponga que todas las partículas emitidas inciden sobre la persona por estar situada excesivamente cerca de la muestra.

Datos: Número de Avogrado, $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; *Masa atómica del* ^{226}Ra, $M_{\mathrm{Ra}} = 226$ u.

Solución:

a) La constante de desintegración radiactiva se puede hallar a partir del tiempo de semidesintegración, mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 4{,}36\cdot10^{-4}\ \text{años}^{-1}$$

Por lo tanto la vida media será:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 2293{,}58\,\text{años}$$

Ahora aplicamos la definición de actividad

$$A(\tau) = A_0 e^{-\lambda\tau} = A_0 e^{-1} = \frac{A_0}{e} = 0{,}37 A_0$$

$$A_0 - A(\tau) = A_0(1-0{,}37) = 0{,}63\ A_0$$

Por lo tanto la actividad se reduce en un 63%.

b) Inicialmente el número de átomos radiactivos presentes en la muestra es:

$$N_0 = \frac{6{,}02\cdot10^{23}\cdot1\cdot10^{-3}}{226} = 2{,}66\cdot10^{18}$$

Para calcular el número de desintegraciones que se han producido en 10 años, simplemente debemos calcular el número de átomos que quedan transcurridos esos 10 años y restar de los iniciales.

$$N_f = N_0 e^{-\lambda t} = 2{,}66\cdot10^{18} e^{-4{,}36\cdot10^{-4}\cdot10} = 2{,}648\cdot10^{18}$$

Por lo tanto el número de desintegraciones que se han producido en estos diez años son:

$$N_0 - N_f = 2{,}66\cdot10^{18} - 2{,}648\cdot10^{18} = 1{,}2\cdot10^{16}\ \text{desintegraciones}$$

Así que la energía recibida por la persona será:

$$E = 1{,}2\cdot10^{16}\cdot3\ \text{MeV} = 3{,}6\cdot10^{22}\ \text{eV} = 5760\ \text{J}$$