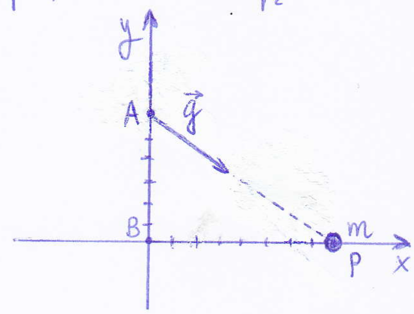
A.1.- $m = 50g = 0{,}05\ kg$ en $P:(8,0)\ m$

a) V_g potencial gravitatorio. Se define como la energía potencial por unidad de masa en un punto del campo gravitatorio. $V_g = \frac{E_p}{m'} = \int \vec{F} d\vec{r} = -G\frac{m}{r}$; con $\vec{F} = -G\frac{mm'}{r^2}\vec{u}_r$ Ley de gravitación universal.



En el punto $A:(0,6)\ m$; $r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{8^2+6^2} = 10\ m$

$$V_{gA} = -G\frac{m}{r} = -6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{0{,}05}{10} = -3{,}34\cdot10^{-13}\ J/kg$$

$\vec{g}$ intensidad de campo gravitatorio $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$

$$\vec{g} = -G\frac{m}{r^2}\vec{u}_r ; \quad \vec{r} = (0,6) - (8,0) = (-8,\ 6)\ m ; \quad \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{(-8,6)}{10} = (-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}) ; \quad \vec{u}_r = -\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}$$

$$\vec{g} = -G\frac{m}{r^2}\vec{u}_r = -6{,}67\cdot10^{-11}\frac{0{,}05}{10^2}(-\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}) = 2{,}67\cdot10^{-14}\vec{i} - 2{,}00\cdot10^{-14}\vec{j}\ (N/kg)$$

b) El teorema de la energía potencial:

$$W = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB} = m'(V_{gA} - V_{gB}) ; \quad m' = 20g = 0{,}02\ kg ; \quad B:(0,0) ; \quad r = 8\ m$$

$$V_{gB} = -G\frac{m}{r} = -6{,}67\cdot10^{-11}\frac{0{,}05}{8} = -4{,}17\cdot10^{-13}\ J/kg$$

$$W = m'(V_{gA} - V_{gB}) = 0{,}02\cdot[-3{,}34\cdot10^{-13} - (-4{,}17\cdot10^{-13})] = 1{,}66\cdot10^{-15}\ J$$

A.2.- $P = 20\ mW \quad t = 1{,}5\ s$

a) $r = v_s\cdot t = 340\cdot1{,}5 = 510\ m$ ya que el sonido se transporta a velocidad constante

Para una onda esférica $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{20\cdot10^{-3}}{4\pi\ 510^2} = 6{,}12\cdot10^{-9}\ W m^{-2}$

b) La intensidad sonora cumple el principio de superposición $I_T = 10\cdot I$

$$I_T = 10\cdot I = 10\cdot 6{,}12\cdot10^{-9} = 6{,}12\cdot10^{-8}\ W m^{-2}$$

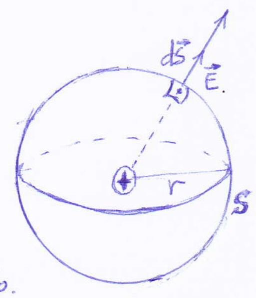
Nivel de intensidad sonora $\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\cdot\log\frac{6{,}12\cdot10^{-8}}{10^{-12}} = 47{,}9\ dB$

A.3.- $q = 2\mu C = 2\cdot 10^{-6} C$ en $(0,0)$

a) El teorema de Gauss establece: $\phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

El flujo es independiente de la superficie cerrada S, solo depende de la carga encerrada en su interior. $q_{int} = q$ Es una carga puntual que está dentro de la superficie gaussiana.

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{2\cdot 10^{-6}}{8{,}85\cdot 10^{-12}} = \underline{2{,}26\cdot 10^{5}\ N\cdot m^2\cdot C^{-1}}$$



b) Como el campo tiene simetría esférica:

$$\phi \underset{①}{=} \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} \underset{②}{=} \oint_S E\cdot ds \underset{③}{=} E\cdot \oint_S ds \underset{④}{=} E\cdot S \underset{⑤}{=} E\cdot 4\pi r^2$$

1. Definición de flujo eléctrico; 2. $\vec{E}$ y $d\vec{s}$ tienen la misma dirección y sentido.

3. E vale lo mismo en todos los puntos de la superficie esférica S

4. $\oint_S ds = S$ la suma de todos los ds da el área total de la esfera gaussiana

5. Área de la esfera de radio r; $S = 4\pi r^2$

$$\phi = E\cdot 4\pi r^2 \Rightarrow \quad E = \frac{\phi}{4\pi r^2} = \frac{2{,}26\cdot 10^5}{4\pi\cdot(5\cdot 10^{-3})^2} = \underline{7{,}19\cdot 10^{8}\ N/C}$$

A.4.- $y = 2\,mm$ $s = -15\,cm$ $P = 40\,D$; $P = \frac{1}{f'}$; $f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{40} = 0{,}025\,m = 2{,}5\,cm$

a) Ecuación fundamental de las lentes delgadas $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; Aumento lateral $\beta = \frac{y'}{y}$

Aumento lateral debido a una lente delgada $\beta = \frac{s'}{s}$;

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{2{,}5} + \frac{1}{-15} = \frac{6}{15} - \frac{1}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3};\quad \underline{s' = 3\,cm} \text{ posición de la imagen}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{3}{-15} = -\frac{1}{5} = -0{,}2;\quad y' = \beta\cdot y = -0{,}2\cdot 2 = \underline{-0{,}4\ mm}$$

b) $f'_2 = 6\,cm$; La imagen debida a la primera lente debe formarse en el foco de la segunda.

$d = s'_1 - s_2$; $s_2 = f_2 = -6\,cm$; $d = s'_1 - s_2 = 3 - (-6) = \underline{9\,cm}$

La segunda lente debe estar a 9 cm de la primera

Si $s'_2 = \infty$ $\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'_2}$; $\frac{1}{\infty} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{6}$; $s_2 = -6\,cm$

A.5.- a) La diferencia de energía entre el primer nivel y el fundamental es la energía de los fotones emitidos en el decaimiento $E_{01} = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{600\cdot 10^{-9}} = \underline{3{,}32\cdot 10^{-19}\,J}$

Entre el segundo nivel y el nivel fundamental $E_{02} = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{450\cdot 10^{-9}} = \underline{4{,}42\cdot 10^{-19}\,J}$

b) La energía por unidad de tiempo emitida es $P = \frac{E_T}{t}$; La energía total es: $E_T = N\cdot E_{01}$

$$P = \frac{E_T}{t} = \frac{N\cdot E_{01}}{t} = \frac{N}{t}\cdot E_{01} = 4\cdot 10^{15}\cdot 3{,}32\cdot 10^{-19} = \underline{1{,}33\cdot 10^{-3}\ J/s} \ \text{ó}\ 1{,}33\cdot 10^{-3}\,W$$

B.1.- $m = 3500\,kg$ $T = 36\,h = 36 \cdot 3600 = 1{,}296 \cdot 10^5\,s$

a) Ley de gravitación universal $F_g = G\frac{mM}{r^2}$; Fuerza centrípeta $F_c = \frac{mv^2}{r}$

MCU: $v = \frac{2\pi r}{T}$; $F_c = F_g$; $\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} = G\frac{\cancel{m}M}{r^{\cancel{2}}}$; $v^2 = G\frac{M}{r}$; $v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

$G\frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$; $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ 3ª Ley de Kepler

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}68 \cdot 10^{26}(1{,}296 \cdot 10^5)^2}{4\pi^2}} = 2{,}53 \cdot 10^8\,m$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 2{,}53 \cdot 10^8}{1{,}296 \cdot 10^5} = \underline{1{,}22 \cdot 10^4\,m/s}$$ con dirección tangente a la trayectoria.

La energía mecánica es: $E_m = E_c + E_p$; $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mG\frac{M}{r} = \frac{1}{2}G\frac{mM}{r}$; $E_p = -G\frac{mM}{r}$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}G\frac{mM}{r} - G\frac{mM}{r} = -\frac{1}{2}G\frac{mM}{r} = -\frac{1}{2}6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3500 \cdot 5{,}68 \cdot 10^{26}}{2{,}53 \cdot 10^8} = \underline{-2{,}62 \cdot 10^{11}\,J}$$

b) La energía mínima será la diferencia entre la energía que tendrá en el infinito en reposo y la que tiene en la órbita $E = E_\infty - E_m = 0 - (-2{,}62 \cdot 10^{11}) = \underline{2{,}62 \cdot 10^{11}\,J}$

$E_\infty = E_{c\infty} - E_{p\infty}$; $E_{c\infty} = 0$ si llega al infinito con velocidad nula;

$E_{p\infty} = 0$, $E_{p\infty} = -G\frac{mM}{r} = -G\frac{mM}{\infty} = 0$

B.2.- $E(x,t) = 4 \cdot \cos(3{,}43 \cdot 10^{15}\,t - 1{,}52 \cdot 10^7 x)\ NC^{-1}$

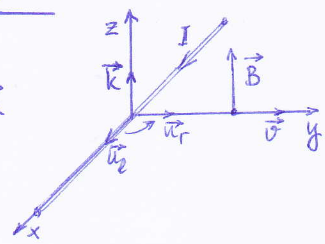
a) $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$; $\omega = 2\pi f$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$;

identificando términos $\omega = 3{,}43 \cdot 10^{15}\,\frac{rad}{s}$; $k = 1{,}52 \cdot 10^7\,rad/m$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3{,}43 \cdot 10^{15}}{2\pi} = \underline{5{,}46 \cdot 10^{14}\,Hz}$; $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1{,}52 \cdot 10^7} = \underline{4{,}13 \cdot 10^{-7}\,m}$

b) $v = \frac{\omega}{k} = \frac{3{,}43 \cdot 10^{15}}{1{,}52 \cdot 10^7} = \underline{2{,}26 \cdot 10^8\,m/s}$; $n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}26 \cdot 10^8} = \underline{\mathbf{1{,}33}}$

B.3.- $I = 25\,A$



a) Según la ley de Biot y Savart $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\ell \times \vec{u}_r$; $\vec{u}_\ell = \vec{i}$; $\vec{u}_r = \vec{j}$; $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\ell \times \vec{u}_r = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25}{2\pi \cdot 0{,}05}\vec{k} = \underline{10^{-4}\,\vec{k}\ (T)}$$

b) $\vec{v} = 10^3\,\vec{j}\,(m/s)$; Ley de Lorentz $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3\vec{j} \times 10^{-4}\vec{k} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}\,\vec{j} \times \vec{k} = \underline{-1{,}6 \cdot 10^{-20}\,\vec{i}\ (N)}$$

B.4.- $\lambda_0 = 488\ nm$; $n = 1{,}55$

a) como $c = \lambda_0 \cdot f$; $f = \dfrac{c}{\lambda_0} = \dfrac{3\cdot 10^8}{4{,}88\cdot 10^{-7}} = \underline{6{,}15\cdot 10^{14}\ Hz}$ en el aire o en el vacio.

Dentro del medio material la frecuencia es la misma, lo que cambia es la longitud de onda. λ y la velocidad de propagación que se reduce con respecto al vacio $n = \dfrac{c}{v}$

$$\left.\begin{array}{l} c = \lambda_0 f \\ v = \lambda \cdot f \end{array}\right\} n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 \cancel{f}}{\lambda \cancel{f}};\quad n = \frac{\lambda_0}{\lambda};\quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{488}{1{,}55} = \underline{315\ nm}$$

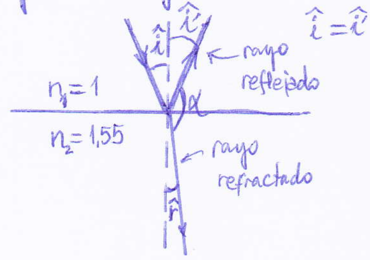
La longitud de onda en el aire es la misma que en el vacio $\lambda_0 = 488\ nm$

b) Según la ley de reflexión el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión

Si suman 60° el ángulo de incidencia será de 30°

Ley de Snell $n_1 \cdot sen\,\hat{i} = n_2 \cdot sen\,\hat{r}$

$1 \cdot sen 30° = 1{,}55 \cdot sen\,\hat{r}$; $sen\,\hat{r} = \dfrac{0{,}5}{1{,}55}$



$\hat{r} = arcsen\,\dfrac{0{,}5}{1{,}55} = 18{,}9°$

como $\hat{i}' + \alpha + \hat{r} = 180°$; $\alpha = 180° - \hat{i}' - \hat{r} = 180° - 30° - 18{,}9° = \underline{131{,}2°}$

No existirá ningún ángulo de incidencia $\hat{i}$ desde el aire sobre el material para el que sufra reflexión total. Según la ley de Snell $n_1 \cdot sen\,\hat{i} = n_2 \cdot sen\,\hat{r}$; si $n_2 > n_1 \Rightarrow \hat{i} > \hat{r}$ puesto que $\hat{i}$ no puede ser mayor de 90° siempre habrá refracción además de reflexión. Para que haya reflexión total $n_2 > n_1$ lo cual no se da en este caso, salvo que el rayo viajara desde el medio material de indice de refracción 1,55 hacia el aire.

B.5.- $T_{1/2} = 5730\ años\ \dfrac{365\ días}{1\ año}\ \dfrac{24\ h}{1\ día}\ \dfrac{3600\ s}{1\ h} = 1{,}807\cdot 10^{11}\ s$

a) $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$; vida media: tiempo que, en promedio tarda un núcleo en desintegrarse

Ley de desintegración radiactiva. $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$ λ: constante radiactiva

Si $A = \frac{1}{2} A_0$; $t = T_{1/2}$; $Ln\,\dfrac{A}{A_0} = Ln\,e^{-\lambda t}$; $Ln\,\dfrac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2}$; $T_{1/2} = \dfrac{Ln 2}{\lambda}$

$\lambda = \dfrac{Ln 2}{T_{1/2}} = \dfrac{Ln 2}{5730} = \underline{1{,}21\cdot 10^{-4}\ años^{-1} = 3{,}84\cdot 10^{-12}\ s^{-1}}$; $\tau = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{1{,}21\cdot 10^{-4}} = \underline{8267\ años}$

b) $A_0 = \lambda \cdot N_0 = 3{,}84\cdot 10^{-12} \cdot 5\cdot 10^{20} = \underline{1{,}92\cdot 10^{9}\ Bq}$

t para que $A = \dfrac{A_0}{10}$; $\dfrac{A_0}{A} = 10$; $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$; $t = \dfrac{Ln(A_0/A)}{\lambda}$

$t = \dfrac{Ln(A_0/A)}{\lambda} = \dfrac{Ln(10)}{1{,}21\cdot 10^{-4}} = \underline{19035\ años = 6{,}00\cdot 10^{11}\ s}$