SOLUCIONES

<u>OPCIÓN A</u>

<u>Pregunta1.</u>

a) La ecuación del movimiento es:

$$-kx = ma \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\left[\frac{2\pi}{T}\right]^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \Rightarrow k = \frac{4\times\pi^2\times 0{,}1}{0{,}25^2} = 63{,}16\ \mathrm{Nm^{-1}}$$

La función solución es:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$en\ t = 0 \quad x = A \ \text{ y } \ \mathrm{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos(\varphi) = 1 \Rightarrow \varphi = 2n\pi \Rightarrow \varphi = 0$$

Determinación de la amplitud:

La fuerza elástica es conservativa y por ello el trabajo que se realiza contra la fuerza elástica se almacena en forma de energía potencial. La energía mecánica se conserva. En t=0, la energía mecánica es únicamente elástica.

$$E_p = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \left[\frac{2E_p}{k}\right]^{1/2} = \left[\frac{2\times 2}{63{,}16}\right]^{1/2} = 0{,}25\ \mathrm{m}$$

Función solución:

$$x = 0{,}25\cos(8\pi t)\ \mathrm{m}$$

b) Energía cinética a los 0,1s

Se determina la velocidad:

$$v = -A\omega sen(\omega t) \Rightarrow v = -0{,}25\times 8\times \pi sen(8\times\pi\times 0{,}1) = -3{,}69\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}\times 0{,}1\times(-3{,}69)^2 = 0{,}68\ \mathrm{J}$$

<u>Pregunta 2.</u>

a) La energía mecánica del satélite queda determinada por la expresión:

$$E_m = -G\frac{M_T m}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{R}$$

Trabajo a realizar para cambiar de órbita:

$$W = E_m(5R_T) - E_m\left(\frac{5}{2}R_T\right) = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{5R_T} + \frac{1}{2}\frac{GM_T m}{(5/2)R_T} = \frac{GM_T m}{R_T}\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{5}\right)$$

$$W = \frac{GM_T m}{10R_T} = \frac{6{,}67\times 10^{-11}\times 5{,}98\times 10^{24}\times 400}{10\times 6370\times 10^3} = 2{,}5\times 10^9\,\mathrm{J}$$

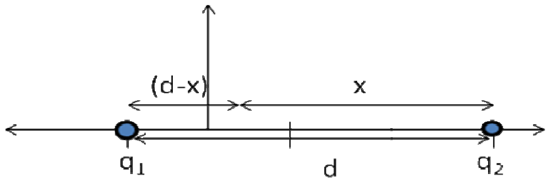
b) Periodo de rotación

$$\frac{GM_T m}{(5R_T)^2} = m\omega^2(5R_T) \Rightarrow \omega = \left(\frac{GM_T}{(5R_T)^3}\right)^{1/2} = \left(\frac{6,67\times 10^{-11}\times 5,98\times 10^{24}}{5^3\times 6370^3\times 10^9}\right)^{1/2} = 0,000111 \text{ rad s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{0,000111} = 56605,27 \text{ s} = 15,72 \text{ h}$$

__Pregunta 3.__

a) Potencial eléctrico



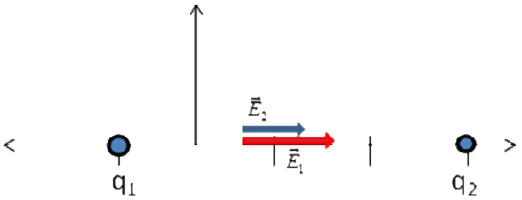
$$V(x,0) = 0 = k\frac{q_1}{d-x} + k\frac{q_2}{x}$$

$$\frac{q_1}{d-x} = -\frac{q_2}{x} \Rightarrow \frac{2\times 10^{-3}}{d-x} = -\frac{-4\times 10^{-3}}{x} \Rightarrow \frac{2}{d-x} = \frac{4}{x}$$

$$x = 2(d-x) \Rightarrow x = \frac{2d}{3} = \frac{8}{3} = 2,66 \text{ cm}$$

Posición de potencial nulo (3-2,66, 0) = **(0,34, 0) cm**

b) En ese punto el campo eléctrico es la suma de ambos campos



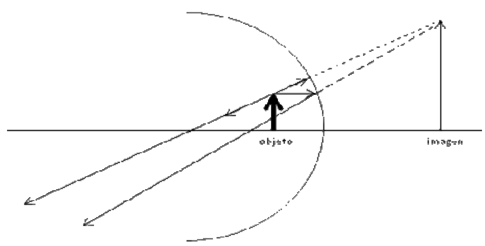
$$\vec{E}(0,33,0,0) = 9\times 10^9 \times \frac{2\times 10^{-3}}{1,33^2\times 10^{-4}}\vec{i} + 9\times 10^9\times\frac{(-4\times 10^{-3})}{2,66^2 10^{-4}}(-\vec{i})$$

$$\vec{E}(0,33,0,0) = 9\times 10^{10}\left(\frac{2}{1,33^2} + \frac{4}{2,66^2}\right)\vec{i} = 1,53\times 10^{11}\vec{i} \text{ NC}^{-1}$$

__Pregunta 4.__

1.- a) El foco de un espejo cóncavo es el punto del eje principal en el que se cortan los rayos reflejados que corresponden a los rayos incidentes paralelos al eje principal. Se encuentra a una distancia igual a la mitad del radio de curvatura.

b) Si el objeto está a una distancia menor que su distancia focal, la imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño.



Pregunta 5.

a) Se determina la frecuencia de la luz a partir de la conservación de la energía:

$$h\nu = h\nu_o + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\nu = \frac{2,5\times1,6\times10^{-19}}{6,63\times10^{-34}} + \frac{9,11\times10^{-31}\times1,5^2\times10^{12}}{2\times6,63\times10^{-34}} \Rightarrow \nu = 2,15\times10^{15}\ \text{Hz}$$

La longitud de onda de De Broglie de los electrones

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63\times10^{-34}}{9,11\times10^{-31}\times1,5\times10^{6}} = 4,85\times10^{-10}\ \text{m}$$

b) **Longitud de onda de la luz de emisión**

$$h\nu' = (2,5+1,9)\times1,6\times10^{-19} = 4,4\times1,6\times10^{-19} \Rightarrow \nu' = \frac{4,4\times1,6\times10^{-19}}{6,63\times10^{-34}} = 1,06\times10^{15}\,\text{Hz}$$

$$\lambda' = \frac{3\times10^{8}}{1,06\times10^{15}} = 283\ \text{nm}$$

OPCIÓN B

Pregunta 1.

a) **Expresión matemática de la onda**

$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx + \phi)$$

Frecuencia y longitud de onda

$$\omega = 2\pi\upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{4\pi}{2\pi} = 2\ \text{Hz} \ \ ; \quad \lambda = \frac{40}{2} = 20\ \text{cm}$$

Condiciones iniciales

y(0,0) = +2,3cm ; v(0,0)=27 cm s^{-1}

$$+2,3 = Asen(\phi)$$

$$27 = A\omega\cos(\phi) \Rightarrow tg(\phi) = \frac{2,3\times\omega}{27} = \frac{2,3\times4\times\pi}{27} = 1,07$$

$$\phi = 0,82\,\text{rad} = 47^{o}$$

$$A = \frac{+2.3}{sen(0,82)} = 3.14\ \text{cm}$$

Solución:

$$y(x,t) = 3,14sen(4\pi t - \frac{\pi}{10}x + 0,82)\ \text{m}$$

b**) Instante en el que la elongación es máxima en x=0**

$$3,14 = 3,14sen(4\pi t + 0,820,75) \Rightarrow sen(4\pi t + 0,82) = 1$$

$$4\pi t - 0,82 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{0,75}{4\pi} = 0,06\ \text{s}$$

Pregunta 2.

a) La Energía mecánica debe ser cero para que un satélite escape de la atracción gravitatoria

$$E_m = -G\frac{M_L m}{R_L} + \frac{1}{2}mv_{escape}^2 = 0 \Rightarrow v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2\times 6,67\times 10^{-11}\times M_L}{0,273\times 6370\times 10^3}} = \sqrt{7,67\times 10^{-17} M_L}$$

Determinación de la masa de la luna

$$g_L = 0,166 g_T \Rightarrow \frac{GM_L}{R_L^2} = 0,166\frac{GM_T}{R_T^2} \Rightarrow M_L = 0,166\frac{R_L^2 M_T}{R_T^2} = 0,166\frac{0,273^2 R_T^2 M_T}{R_T^2} = 0,0124 M_T$$

$$M_L = 0,0124\times 5,98\times 10^{24} = 7,40\times 10^{22}\text{ kg}$$

velocidad de escape

$$v_{escape} = \sqrt{7,67\times 10^{-17}\times 7,40\times 10^{22}} = 2382,28\text{ ms}^{-1}$$

b) **Radio de la órbita**

$$\frac{GM_L m}{R_o^2} = \frac{mv^2}{R_o} \Rightarrow R_o = \frac{GM_L}{v^2} = \frac{6,67\times 10^{-11}\times 7,40\times 10^{22}}{1500^2} = 2193,68\text{ km}$$

Pregunta 3.

a**) masa del ión potasio, K^+**

La fuerza magnética al ser perpendicular a la velocidad provoca un movimiento circular uniforme al catión

$$q(\vec{v}\times\vec{B}) = \frac{mv^2}{R}\vec{u}_\perp \Rightarrow \vec{F} = 1,6\times 10^{-19}\times(8\times 10^4\vec{i}\times 0,1\vec{k}) = -1,28\times 10^{-15}\vec{j}\text{ N}$$

$$m = \frac{1,28\times 10^{-15}\times 0,65}{8^2\times 10^8\times 2} = 6,5\times 10^{-26}\text{ kg}$$

b) Si la fuerza magnética está dirigida según el eje Y y sentido negativo, la fuerza eléctrica llevará sentido contrario y por tanto también el **campo eléctrico** al estar actuando sobre una carga positiva

$$\vec{F}_{magnética} + \vec{F}_{eléctrica} = 0 \Rightarrow -1,28\times 10^{-15}\vec{j} + q\vec{E}_{eléctrico} = 0 \Rightarrow \vec{E} = \frac{1,28\times 10^{-15}}{1,6\times 10^{-19}}\vec{j} = 8000\vec{j}\text{ NC}^{-1}$$

Pregunta 4.

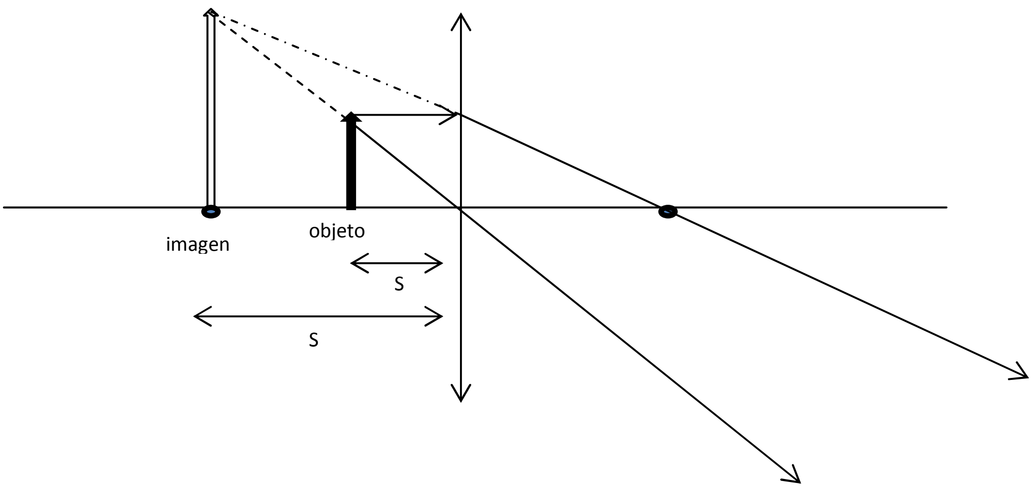
a) Imagen derecha.

Criterio de signos: negativo a la izquierda de la lente y positivo a la derecha

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

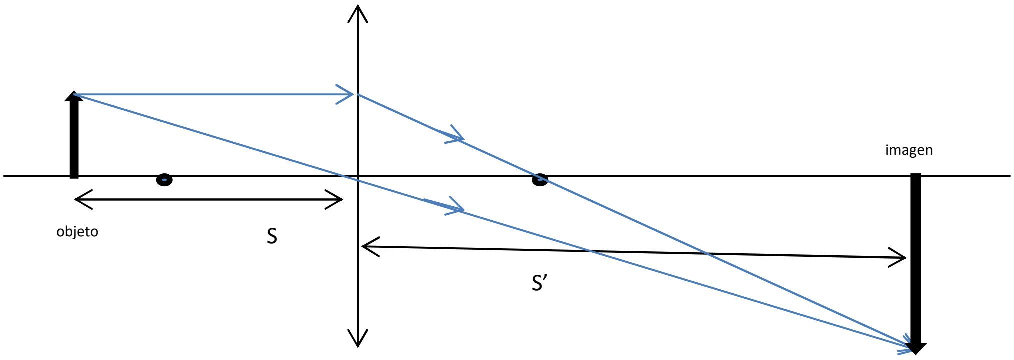
$$\frac{2y}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = 2s; \Rightarrow \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{10} \Rightarrow s = -\frac{10}{2} = -5\text{ cm} \Rightarrow s' = -10\text{ cm}$$

La imagen es virtual, se forma con la prolongación de los rayos



b) Imagen invertida. La imagen es real

$$-\frac{2y}{y}=\frac{s'}{s} \Rightarrow s'=-2s; \Rightarrow \frac{1}{-2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10} \Rightarrow s=-\frac{30}{2}=-15\text{ cm} \Rightarrow s'=+30\text{ cm}$$



Pregunta 5.

a**) masa de isótopo**

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0,693}{1840}=0,00037\,año^{-1}$$

$$m=m_o e^{-\lambda t}=30e^{-0,00037\times 500}=24,85g$$

b) **tiempo**

$$3=30e^{-0,00037t} \Rightarrow \frac{3}{30}=e^{-0,00037t} \Rightarrow \ln(0,1)=-0,00037t \Rightarrow t=6223,2\text{ años}$$