FÍSICA DEL SIGLO XX

Método y recomendaciones

◊ PROBLEMAS

● Efecto fotoeléctrico

1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4{,}8\cdot10^{-19}$ J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:
   a) La velocidad máxima de los electrones emitidos.
   b) La longitud de onda de la radiación incidente.
   c) Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.
   DATOS: $|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s⁻¹; c=$3\cdot10^8$ m ·s⁻¹. *(A.B.A.U. Jul. 19)*
   Rta.: a) $v = 8{,}4\cdot10^5$ m/s; b) λ =250 nm

Datos	***Cifras significativas: 2***
Trabajo de extracción del metal	$W_e = 4{,}8\cdot10^{-19}$ J
Potencial de frenado	$V = 2{,}0$ V
Constante de Planck	$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}0\cdot10^8$ m/s
Carga del electrón	$\|y\| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidad máxima de los electrones emitidos	v
Longitud de onda de la radiación incidente	λ
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \|y\| \cdot V$

Solución:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos se calcula a partir del potencial de frenado:

$$E_c = |e| \cdot V = 1{,}6\cdot10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 2{,}0\ [\text{V}] = 3{,}2\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

La velocidad se calcula a partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_c = ½\, m \cdot v^2 \Longrightarrow \qquad v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}2\cdot 10^{-20}\ [\text{J}]}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ [\text{kg}]}}=8{,}4\cdot 10^{5}\ \text{m/s}$$

b) Se calcula la energía de la radiación empleando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}8\cdot10^{-19}\ [\text{J}] + 3{,}2\cdot10^{-19}\ [\text{J}] = 8{,}0\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

La frecuencia de los fotones incidentes se calcula usando la ecuación de Planck:

$$E_f=h\cdot f \Rightarrow \quad f=\frac{E_f}{h} \ =\frac{8{,}0\cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]}=1{,}2\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}=1{,}2\cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

La longitud de onda de los fotones se calcula usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

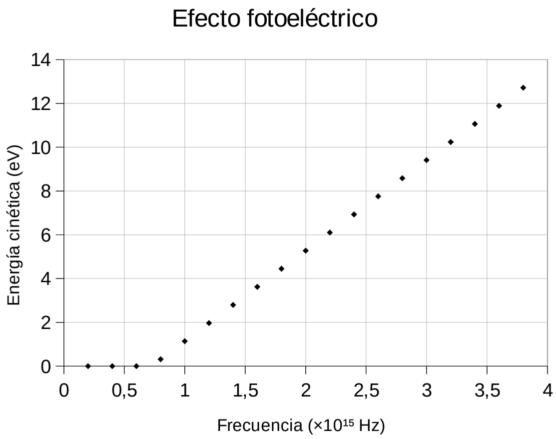
$$f=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow \quad \lambda=\frac{c}{f} \ =\frac{3{,}0\cdot 10^{8}\ [\text{m/s}]}{1{,}2\cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}}=2{,}5\cdot 10^{-7}\ \text{m}=250\ \text{nm}$$

c) Se calcula la frecuencia umbral combinando las ecuaciones de Planck y Einstein:

$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{4,8 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6,63 \cdot 10^{-24}\ \text{J·s}} = 7,2 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

Por debajo de la frecuencia umbral no hay electrones.
Se hace una tabla con valores de la frecuencia mayores al valor de la frecuencia umbral, y se calcula la energía cinética de los electrones con la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico.
La gráfica podría ser como la siguiente:



2. Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda de 600 nm penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es $3,2 \cdot 10^{-19}$ J. Calcula:
   a) La longitud de onda umbral para el cesio.
   b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
   c) El potencial de frenado.
   DATOS: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m *(A.B.A.U. Jun. 18)*
   Rta.: a) λ_0 = 621 nm; b) $E_c = 1,1 \cdot 10^{-20}$ J; c) V = 0,069 V

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	$\lambda = 600$ nm $= 6,00 \cdot 10^{-7}$ m
Trabajo de extracción del metal	$W_e = 3,20 \cdot 10^{-19}$ J
Constante de Planck	$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s
Carga del electrón	$q_e = -1,60 \cdot 10^{-19}$ C
Incógnitas	
Longitud de onda umbral	λ_0
Energía cinética máxima con la que son emitidos los electrones	E_c
Potencial de frenado	V
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) La longitud de onda umbral corresponde a una radiación con la energía mínima para provocar el efecto fotoeléctrico. Combinando las ecuaciones de Planck y Einstein, se obtiene la frecuencia umbral:

$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{3,20 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6,62 \cdot 10^{-24}\ \text{J·s}} = 4,83 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

La longitud de onda umbral:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3,00 \cdot 10^8\ \text{m·s}^{-1}}{4,83 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 6,21 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 621\ \text{nm}$$

c) La energía cinética máxima de los electrones emitidos se calcula a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía de los fotones, después de sustituir la frecuencia por su expresión en función de la longitud de onda, es:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\,[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{6{,}00 \cdot 10^{-7}\,[\mathrm{m}]} = 3{,}31 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

La energía cinética máxima de los electrones emitidos vale:

$$E_c = 3{,}31 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{J}] - 3{,}20 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{J}] = 1{,}1 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{J}$$

b) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow \quad V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-20}\,[\mathrm{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{C}]} = 0{,}069\ \mathrm{V}$$

3. El trabajo de extracción del cátodo metálico en una célula fotoeléctrica es 3,32 eV. Sobre él incide radiación de longitud de onda λ = 325 nm. Calcula:
   a) La velocidad máxima con la que son emitidos los electrones.
   b) El potencial de frenado.
   Datos: constante de Planck h = 6,63·10⁻³⁴ J·s, c = 3·10⁸ m/s, 1 nm =10⁻⁹ m, 1 eV = 1,60·10⁻¹⁹ J, e = -1,60·10⁻¹⁹ C, m_e = 9,11·10⁻³¹ kg *(P.A.U. Jun. 05)*
   Rta.: a) v = 4,2·10⁵ m/s, b) V = 0,51 V

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	λ = 325 nm = 3,25·10⁻⁷ m
Trabajo de extracción del metal	W_e = 3,32 eV = 5,31·10⁻¹⁹ J
Constante de Planck	h = 6,63·10⁻³⁴ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	c = 3,00·10⁸ m/s
Masa del electrón	m_e = 9,11·10⁻³¹ kg
Incógnitas	
Velocidad máxima con la que son emitidos los electrones	v
Potencial de frenado	V
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) Se obtiene la velocidad máxima con la que son emitidos los electrones a partir de la energía cinética.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos se calcula a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía de los fotones, después de sustituir la frecuencia por su expresión en función de la longitud de onda, es:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\,[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{3{,}25 \cdot 10^{-7}\,[\mathrm{m}]} = 6{,}12 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

La energía cinética máxima de los electrones emitidos vale:

$$E_c = 6{,}12 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{J}] - 5{,}31 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{J}] = 8{,}1 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{J}$$

Se calcula la velocidad a partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}1 \cdot 10^{-20}\,[\mathrm{J}]}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,[\mathrm{kg}]}} = 4{,}2 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m/s}$$

b) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow \quad V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{8{,}1 \cdot 10^{-20}\ [\text{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]} = 0{,}51\ \text{V}$$

4. La longitud de onda máxima capaz de producir efecto fotoeléctrico en un metal, es 4500 Å:
   a) Calcula el trabajo de extracción.
   b) Calcula el potencial de frenado si la luz incidente es de λ = 4000 Å.
   c) ¿Habría efecto fotoeléctrico con luz de $5 \cdot 10^{14}$ Hz?
   Datos: $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s ; 1 Å = 10^{-10} m; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s *(P.A.U. Jun. 10)*
   Rta.: a) $W_0 = 4{,}4 \cdot 10^{-19}$ J; b) V = 0,34 V

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda umbral	λ_0 = 4500 Å = $4{,}50 \cdot 10^{-7}$ m
Longitud de onda	λ = 4000 Å = $4{,}00 \cdot 10^{-7}$ m
Frecuencia de la radiación	$f = 5{,}00 \cdot 10^{14}$ Hz
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Carga del electrón	$e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Incógnitas	
Trabajo de extracción	W_e
Potencial de frenado	V
Energía de un fotón de $f = 5 \cdot 10^{14}$ Hz	E_f
Otros símbolos	
Energía cinética máxima de los electrones emitidos	E_c
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción	$W_e = h \cdot f_0$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Relación entre potencial de frenado y energía cinética	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) Se calcula el trabajo de extracción a partir de la longitud de onda umbral:

$$W_e = h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{J}}{4{,}50 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 4{,}42 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

b) El potencial de frenado se calcula a partir de la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
Se calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía de los fotones, después de sustituir la frecuencia por su expresión en función de la longitud de onda, es:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m·s}^{-1}]}{4{,}00 \cdot 10^{-7}\ [\text{m}]} = 4{,}97 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La energía cinética máxima de los electrones emitidos vale:

$$E_c = 4{,}97 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] - 4{,}42 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] = 5{,}5 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

Se calcula el potencial de frenado a partir de la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow \quad V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{5{,}5 \cdot 10^{-20}\ [\text{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]} = 0{,}35\ \text{V}$$

c) Una luz producirá efecto fotoeléctrico si su energía es mayor que el trabajo de extracción.

Se calcula la energía de la radiación de $f = 5,00·10^{14}$ Hz

$$E_f = h \cdot f = 6,63·10^{-34} \text{ [J·s]} \cdot 5,00·10^{14} \text{ [s}^{-1}\text{]} = 3,32·10^{-19} \text{ J}$$

Se compara con el trabajo de extracción:

$$(E_f = 3,32·10^{-19} \text{ J}) < (W_e = 4,42·10^{-19} \text{ J})$$

Como la energía de la radiación es menor que el trabajo de extracción, no se producirá efecto fotoeléctrico.

5. Un rayo de luz produce efecto fotoeléctrico en un metal. Calcula:
   a) La velocidad de los electrones si el potencial de frenado es de 0,5 V.
   b) La longitud de onda necesaria si la frecuencia umbral es $f_0 = 10^{15}$ Hz y el potencial de frenado es 1 V.
   c) ¿Aumenta la velocidad de los electrones incrementando la intensidad de la luz incidente?
   Datos: $c = 3·10^8$ m·s⁻¹; $e = -1,6·10^{-19}$ C; $m_e = 9,1·10^{-31}$ kg; $h = 6,63·10^{-34}$ J·s *(P.A.U. Jun. 11)*
   Rta.: a) $v = 4,2·10^5$ m/s; b) $\lambda = 242$ nm

Datos	***Cifras significativas: 3***
Potencial de frenado a	$V_a = 0,500$ V
Frecuencia umbral	$f_0 = 1,00·10^{15}$ Hz
Potencial de frenado b	$V_b = 1,00$ V
Constante de Planck	$h = 6,63·10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3,00·10^8$ m/s
Carga del electrón	$e = -1,60·10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_e = 9,10·10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidad de los electrones	v
Longitud de onda	λ
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción	$W_e = h \cdot f_0$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½ \, m \cdot v^2$
Relación entre potencial de frenado V y energía cinética	$E_c = \lvert e \rvert \cdot V$

Solución:

a) Se calcula la velocidad máxima de los electrones emitidos igualando las expresiones de la energía cinética en función de la velocidad y en función del potencial de frenado:

$$½ \, m_e \cdot v^2 = \lvert e \rvert \cdot V$$

$$v=\sqrt{\frac{2\lvert e\rvert \cdot V_a}{m_e}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}\text{ [C]} \cdot 0,500\text{ [V]}}{9,10 \cdot 10^{-31}\text{ [kg]}}}=4,19 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) Para determinar la longitud de onda necesaria para producir efecto fotoeléctrico en un metal, se usa la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_f = W_e + E_c$$

Se calcula el trabajo de extracción a partir de la longitud de onda umbral:

$$W_e = h \cdot f_0 = 6,63·10^{-34} \text{ [J·s]} \cdot 1,00·10^{15} \text{ [s}^{-1}\text{]} = 6,63·10^{-19} \text{ J}$$

Se calcula la energía cinética a partir de su expresión en función del potencial de frenado

$$E_c = \lvert e \rvert \cdot V_b = 1,60·10^{-19} \text{ [C]} \cdot 1,00 \text{ [V]} = 1,60·10^{-19} \text{ J}$$

Se calcula la energía del fotón a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 6,63·10^{-19} \text{ [J]} + 1,60·10^{-19} \text{ [J]} = 8,23·10^{-19} \text{ J}$$

Se calcula la frecuencia del fotón a partir de la ecuación de Planck

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{8{,}23 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]} = 1{,}24 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} = 1{,}24 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

Se calcula la longitud de onda

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ [\text{m·s}^{-1}]}{1{,}24 \cdot 10^{15}\ [\text{s}^{-1}]} = 2{,}42 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

c) La intensidad de la luz no afecta a la velocidad de los electrones que solo depende de la frecuencia de la luz. Es una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico, explicada por la interpretación de Einstein que dice que la luz es un haz de partículas llamadas fotones. Cuando un fotón choca con un electrón, le comunica toda su energía. Por la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f$$

Si la energía es suficiente para arrancar el electrón del metal ($E_f > W_e$),la energía restante queda en forma de energía cinética del electrón. Cuanto mayor sea la frecuencia del fotón, mayor será la velocidad del electrón.
Al aumentar la intensidad de la luz, lo que se conseguiría sería un mayor número de fotones, que, de tener la energía suficiente, arrancarían más electrones, produciendo una mayor intensidad de corriente eléctrica.

6. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:
   a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de $1{,}00 \cdot 10^{7}$ m·s⁻¹.
   b) El potencial de frenado.
   c) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal con velocidad máxima.

   Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}; $|q(e)| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m ; $m(e) = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

   (A.B.A.U. Sep. 18)

   Rta.: a) λ = 4,33 nm; b) V = 284 V; c) λ_B = 72,9 pm.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Trabajo de extracción del sodio	W_e = 2,50 eV
Velocidad de los electrones emitidos	$v = 1{,}00 \cdot 10^{7}$ m/s
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s
Masa del electrón	$m_e = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg
Carga del electrón	$\vert q_e \vert = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Incógnitas	
Longitud de onda incidente para que la velocidad de los electrones emitidos sea $1{,}00 \cdot 10^{7}$ m/s	λ
Potencial de frenado	V
Longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones	λ_B
Otros símbolos	
Energía del fotón	E_f
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción	$W_e = h \cdot f_0$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Longitud de onda de De Broglie	$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

Solución:

a) Se calcula el trabajo de extracción en unidades del S.I.:

$$W_e = 2{,}50\,[\text{eV}] \cdot \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\,[\text{C}]}{1\,[\text{e}]} = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{C·V} = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_c = m \cdot v^2 / 2 = 9{,}10 \cdot 10^{-31}\,[\text{kg}] \cdot (1{,}00 \cdot 10^7\,[\text{m/s}])^2 / 2 = 4{,}55 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Se calcula la energía de la radiación empleando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\,[\text{J}] + 4{,}55 \cdot 10^{-17}\,[\text{J}] = 4{,}59 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Se calcula la frecuencia de los fotones incidentes usando la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{4{,}59 \cdot 10^{-17}\,[\text{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,[\text{J·s}]} = 6{,}93 \cdot 10^{16}\ \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda de los fotones usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8\,[\text{m/s}]}{6{,}93 \cdot 10^{16}\ \text{s}^{-1}} = 4{,}32 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 4{,}32\ \text{nm}$$

b) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow \quad V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{4{,}55 \cdot 10^{-17}\,[\text{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\,[\text{C}]} = 284\ \text{V}$$

c) Se calcula la longitud de onda asociada a los electrones usando la ecuación de De Broglie

$$\lambda_B = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,[\text{J·s}]}{9{,}10 \cdot 10^{-31}\,[\text{kg}] \cdot 1{,}00 \cdot 10^7\,[\text{m/s}]} = 7{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 72{,}9\ \text{pm}$$

7. La frecuencia umbral del volframio es $1{,}30 \cdot 10^{15}$ Hz.
   a) Justifica que, si se ilumina su superficie con luz de longitud de onda $1{,}50 \cdot 10^{-7}$ m, se emiten electrones.
   b) Calcula la longitud de onda incidente para que la velocidad de los electrones emitidos sea de $4{,}50 \cdot 10^5$ m·s⁻¹.
   c) ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos con la velocidad de $4{,}50 \cdot 10^5$ m·s⁻¹?

   Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg *(P.A.U. Sep. 15)*

   Rta.: a) Si; b) $\lambda_2 = 208$ nm; c) $\lambda_3 = 1{,}62$ nm

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia umbral del volframio	$f_0 = 1{,}30 \cdot 10^{15}$ Hz
Longitud de onda	$\lambda_1 = 1{,}50 \cdot 10^{-7}$ m
Velocidad de los electrones emitidos	$v = 4{,}50 \cdot 10^5$ m/s
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Masa del electrón	$m_e = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Energía de un fotón de $\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ m	E_f
Longitud de onda incidente para que la velocidad de los electrones emitidos sea $4{,}50 \cdot 10^5$ m/s	λ
Longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones	λ_3
Otros símbolos	
Trabajo de extracción	W_e
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción	$W_e = h \cdot f_0$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$

Ecuaciones

Longitud de onda de De Broglie $\lambda=\frac{h}{m\cdot v}$

Solución:

a) Una luz producirá efecto fotoeléctrico si su energía es mayor que el trabajo de extracción.
Se calcula el trabajo de extracción a partir de la frecuencia umbral:

$$W_e=h\cdot f_0 = 6,63\cdot10^{-34}\ [\text{J·s}]\cdot 1,30\cdot10^{15}\ [\text{Hz}] = 8,61\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la energía de la radiación de λ = 1,50·10⁻⁷ m, combinando la ecuación de Planck con la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$E_f=h\cdot f=h\cdot\frac{c}{\lambda}=\frac{6,63\cdot10^{-34}\ [\text{J·s}]\cdot3,00\cdot10^{8}\ [\text{m·s}^{-1}]}{1,50\cdot10^{-7}\ [\text{m}]}=1,32\cdot10^{-18}\ \text{J}$$

Se compara la energía de la radiación con el trabajo de extracción:

$$(E_f = 1,32\cdot10^{-18}\ \text{J}) > (W_e = 8,61\cdot10^{-19}\ \text{J})$$

Se producirá efecto fotoeléctrico porque la energía de la radiación de $\lambda = 1,50\cdot10^{-7}$ m es mayor que el trabajo de extracción. Por tanto se emitirán electrones.

b) Se calcula la energía cinética de los electrones emitidos:

$$E_c = m\cdot v^2 / 2 = 9,10\cdot10^{-31}\ [\text{kg}]\cdot(4,50\cdot10^{5}\ \text{m/s}])^2 / 2 = 9,22\cdot10^{-20}\ \text{J}$$

Se calcula la energía de los fotones usando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_f = W_e + E_c = 8,61\cdot10^{-19}\ [\text{J}] + 9,22\cdot10^{-20}\ [\text{J}] = 9,54\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la frecuencia de los fotones incidentes usando la ecuación de Planck:

$$E_f=h\cdot f\Rightarrow\ f=\frac{E_f}{h}=\frac{9,54\cdot10^{-19}\ [\text{J}]}{6,63\cdot10^{-34}\ [\text{J·s}]}=1,44\cdot10^{15}\ \text{s}^{-1}=1,44\cdot10^{15}\ \text{Hz}$$

Se calcula la longitud de onda de los fotones usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$f=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow\ \lambda=\frac{c}{f}=\frac{3,00\cdot10^{8}\ [\text{m/s}]}{1,44\cdot10^{15}\ \text{s}^{-1}}=2,08\cdot10^{-7}\ \text{m}=208\ \text{nm}$$

c) Se calcula la longitud de onda asociada a los electrones usando la ecuación de De Broglie

$$\lambda_3=\frac{h}{m\cdot v}=\frac{6,63\cdot10^{-34}\ [\text{J·s}]}{9,10\cdot10^{-31}\ [\text{kg}]\cdot4,50\cdot10^{5}\ [\text{m/s}]}=1,62\cdot10^{-9}\ \text{m}=1,62\ \text{nm}$$

● Desintegración radiactiva

1. El ^{131}I es un isótopo radiactivo que se utiliza en medicina para el tratamiento del hipertiroidismo. Su periodo de semidesintegración es de 8 días. Si inicialmente se dispone de una muestra de 20 mg de ^{131}I:
   a) Calcula la masa que queda sin desintegrar después de estar almacenada en un hospital 50 días.
   b) Representa en una gráfica, de forma cualitativa, la variación de la masa en función del tiempo.
   c) ¿Cuál es la actividad inicial de 2 mg de ^{131}I?
   DATO: N_A = 6,022·10²³ mol⁻¹. *(A.B.A.U. Jun. 18)*
   Rta.: a) m = 0,263 mg; c) A = 9,22·10¹² Bq

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½}$ = 8,00 días = 6,91·10⁵ s
Masa de la muestra	m_0 = 20,0 mg = 2,00·10⁻⁵ kg
Número de Avogadro	N_A = 6,02·10²³ mol⁻¹

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa atómica del yodo	M = 131 g/mol
Tiempo transcurrido	t = 50 días = $4{,}32 \cdot 10^{6}$ s
Incógnitas	
Masa que queda sin desintegrar después de 50 días	m
Actividad inicial de 2 mg de ^{131}I	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d} N / \mathrm{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{6{,}91 \cdot 10^{5}\,[\mathrm{s}]} = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1}$$

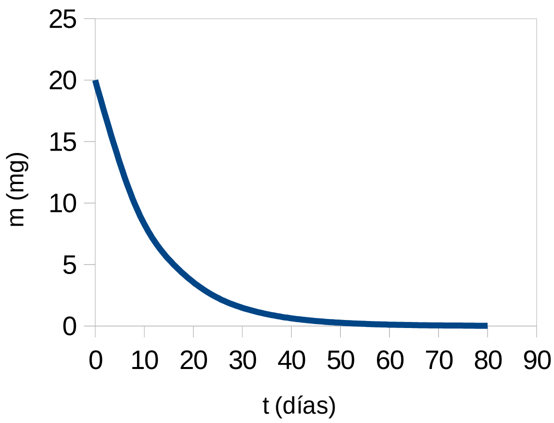
La ley de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, puede escribirse en función de la masa porque el número de átomos de un elemento es proporcional a su masa.
La constante de proporcionalidad es: N_A / M, el número de átomos que hay en la unidad de masa de ese elemento, donde N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} e^{-\lambda t}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = 20{,}0\,[\mathrm{mg}] \cdot e^{-1{,}00 \cdot 10^{-6}\,[\mathrm{s}^{-1}] \cdot 4{,}32 \cdot 10^{6}\,[\mathrm{s}]} = 0{,}263\ \mathrm{mg}$$

b) La gráfica es una función exponencial decreciente.



c) Para calcular la actividad se calcula primero el número de átomos que hay en 2 mg de ^{131}I.

$$N = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{g}\ {}^{131}\mathrm{I} \frac{1\ \mathrm{mol}\ {}^{131}\mathrm{I}}{131\ \mathrm{g}\ {}^{131}\mathrm{I}} \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ {}^{131}\mathrm{I}}{1\ \mathrm{mol}\ {}^{131}\mathrm{I}} \frac{1\ \text{núcleo}\ {}^{131}\mathrm{I}}{1\ \text{átomo}\ {}^{131}\mathrm{I}} = 9{,}19 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}\ {}^{131}\mathrm{I}$$

La actividad será:

$$A = \lambda \cdot N = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\,[\mathrm{s}^{-1}] \cdot 9{,}19 \cdot 10^{18}\,[\text{núcleos}] = 9{,}22 \cdot 10^{12}\ \mathrm{Bq}$$

2. En 2012 se encontró en el Sáhara un meteorito que contenía restos de U-238. Sabemos que en el momento de su formación había una concentración de $5{,}00 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm^3, mientras que

en la actualidad a concentración medida es de $2,50·10^{12}$ átomos de U-238 por cm³. Si el tiempo de semidesintegración de este isótopo es de $4,51·10^9$ años, determina:
a) La constante de desintegración del U-238.
b) La edad del meteorito.
c) Sabiendo que el gas radón resulta de la desintegración del U-238. completa la siguiente serie radiactiva con las correspondientes partículas hasta llegar al gas radón:
$^{238}_{92}U + ... \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + ... \longrightarrow {}^{234}_{91}Pala + ... \longrightarrow {}^{234}_{92}U + ... \longrightarrow {}^{230}_{90}Th + ... \longrightarrow {}^{226}_{88}Rana + ... \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn$

(A.B.A.U. Sep. 17)

Rta.: a) $\lambda = 4,87·10^{-18}$ s⁻¹; b) $t = 4,51·10^9$ años; c) $^{238}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}Th \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}Pa \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}Th \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}Ra \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}Rn$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 4,51·10^9$ años $= 1,42·10^{17}$ s
Átomos iniciales	$N_0 = 5,00·10^{12}$ átomos/cm³
Átomos actuales	$N = 2,50·10^{12}$ átomos/cm³
Número de Avogadro	$N_A = 6,022·10^{23}$ mol⁻¹
Incógnitas	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Edad del meteorito	t
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T$, $N = N_0 / 2$	$T = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{1,42 \cdot 10^{17}\ [\mathrm{s}]} = 4,87 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{s}^{-1}$$

b) Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{\ln(5,00 \cdot 10^{12} / 2,50 \cdot 10^{12})}{4,87 \cdot 10^{-18}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 1,42 \cdot 10^{17}\ \mathrm{s} = 4,51 \cdot 10^{9}\ \text{años}$$

Análisis: Puesto que en ese tiempo la muestra se redujo a la mitad, transcurrió 1 *período de semidesintegración que son* $4,51·10^9$ *años.*

c) Los procesos de emisión de partículas son

$$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

$$^{234}_{90}Th \longrightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$$

$$^{234}_{91}Pa \longrightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{-1}e$$

$$^{234}_{92}U \longrightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

$$^{230}_{90}Th \longrightarrow {}^{226}_{88}Ra + {}^{4}_{2}He$$

$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

Estas ecuaciones cumplen las leyes de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.
Sabiendo que una partícula alfa es un núcleo de helio-4 ($\alpha = {}^{4}_{2}He$) y una partícula beta(-) es un electrón ($\beta^- = {}^{0}_{-1}e$),el proceso puede resumirse:

$$^{238}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}\text{Pa} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\text{Rn}$$

3. El periodo de semidesintegración del $^{90}_{38}$Sr es 28 años. Calcula:
   a) La constante de desintegración radiactiva expresada en s^{-1}.
   b) La actividad inicial de una muestra de 1 mg.
   c) El tiempo necesario para que esa muestra se reduzca a 0,25 mg.
   Datos: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹; masa atómica del $^{90}_{38}$Sr = 90 g·mol⁻¹. *(A.B.A.U. Jun. 17)*
   Rta.: a) $\lambda = 7{,}84 \cdot 10^{-10}$ s⁻¹; b) $A_0 = 5{,}25 \cdot 10^{9}$ Bq; c) t = 56 años

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½}$ = 28,0 años = $8{,}84 \cdot 10^{8}$ s
Masa de la muestra	m = 1,00 mg = $1{,}00 \cdot 10^{-3}$ g
Masa atómica del $^{90}_{38}$Sr	M = 90,0 g·mol⁻¹
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹
Incógnitas	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Actividad inicial de una muestra de 1 mg.	A_0
Tiempo necesario para que la masa se reduzca de 1 mg a 0,25 mg	t
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T$, $N = N_0 / 2$	$T = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\text{d} N / \text{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{8{,}84 \cdot 10^{8} \text{ [s]}} = 7{,}84 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

b) Se calculan cuántos átomos hay en 1 mg de Sr

$$N = 1{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ g } {}^{90}_{38}\text{Sr} \; \frac{1 \text{ mol } {}^{90}_{38}\text{Sr}}{90{,}0 \text{ g } {}^{90}_{38}\text{Sr}} \; \frac{6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ átomos } {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1 \text{ mol } {}^{90}_{38}\text{Sr}} \; \frac{1 \text{ núcleo } {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1 \text{ átomo } {}^{90}_{38}\text{Sr}} = 6{,}69 \cdot 10^{18} \text{ núcleos } {}^{90}_{38}\text{Sr}$$

Después se calcula la actividad radiactiva

$$A = \lambda \cdot N = 7{,}84 \cdot 10^{-10} \text{ [s}^{-1}\text{]} \cdot 6{,}69 \cdot 10^{18} \text{ [núcleos]} = 5{,}25 \cdot 10^{9} \text{ Bq}$$

c) Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Como la masa es proporcional a la cantidad de núcleos, $m = M \cdot N / N_A$, se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radiactiva, en la que aparece la masa en vez de la cantidad de átomos:

$$m \cdot \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \cdot \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} e^{\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (m / m_0) = \ln (m_0 / m) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(m_0 / m)}{\lambda} = \frac{\ln\left(1{,}00 \text{ mg} {}^{90}_{38}\text{Sr} / 0{,}25 \text{ mg} {}^{90}_{38}\text{Sr}\right)}{7{,}84 \cdot 10^{-10} \left[\text{s}^{-1}\right]} = 1{,}77 \cdot 10^{9} \text{ s} = 56 \text{ años}$$

Análisis: Puesto que en ese tiempo la muestra se ha reducido a la cuarta parte = $\left(\frac{1}{2}\right)^2$*, han transcurrido* 2 *períodos de semidesintegración que son* 56 *años.*

4. El ^{210}Po tiene una vida media τ = 199,09 días. Calcula:
   a) El tiempo necesario para que se desintegre el 70 % de los átomos iniciales.
   b) Los miligramos de ^{210}Po al cabo de 2 años si inicialmente había 100 mg.
   N_A = 6,02·10²³ mol⁻¹ *(P.A.U. Sep. 06)*
   Rta.: a) t = 240 días b) m = 2,55 mg

Datos	***Cifras significativas: 3***
Vida media	τ = 199 días = 1,72·10⁷ s
Porcentaje de la muestra que se ha desintegrado	d = 70,00 %
Masa inicial de la muestra	m = 100 mg = 1,00·10⁻⁷ kg
Tiempo para calcular la masa que queda	t = 2,00 años = 6,31·10⁷ s
Masa atómica del ^{210}Po	M = 210 g/mol
Número de Avogadro	N_A = 6,02·10²³ mol⁻¹
Incógnitas	
Tiempo necesario para que se desintegre el 70 %	t
Masa (mg) al cabo de 2 años	m
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$ $\lambda = \ln(N_0 / N) / t$
Vida media	$\tau = 1 / \lambda$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir de la vida media

$$\lambda=\frac{1}{\tau}=\frac{1}{1{,}72\cdot 10^7\,[\mathrm{s}]}=5{,}81\cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Si se ha desintegrado el 70,0 %, solo queda el 30,0 %.
Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln(N/N_0) = \ln(N_0/N) = \lambda\cdot t$$

$$t=\frac{\ln(N_0/N)}{\lambda}=\frac{\ln(100/30{,}0)}{5{,}81\cdot 10^{-8}\,[\mathrm{s}^{-1}]}=2{,}07\cdot 10^7\ \mathrm{s}=240\ \text{días}$$

b) La ley de desintegración radiactiva, $N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$, puede escribirse en función de la masa porque el número de átomos de un elemento es proporcional a su masa.
La constante de proporcionalidad es: N_A / M, el número de átomos que hay en la unidad de masa de ese elemento, donde N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.

$$N = m\cdot N_A / M$$

$$m\frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}}=m_0\frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}}e^{-\lambda\, t}$$

$$m=m_0 e^{-\lambda\, t}=100\,[\mathrm{mg}]\cdot e^{-5{,}81\cdot 10^{-8}[\mathrm{s}]\cdot 6{,}31\cdot 10^{7}[\mathrm{s}^{-1}]}=2{,}55\ \mathrm{mg}$$

5. El período $T_{½}$ del elemento radiactivo $^{60}_{27}Co$ es 5,3 años y se desintegra emitiendo partículas β. Calcula:
   a) El tiempo que tarda la muestra en convertirse en el 70 % de la original.
   b) ¿Cuántas partículas β emite por segundo una muestra de 10⁻⁶ gramos de ^{60}Co?
   Dato: N_A = 6,02·10²³ mol⁻¹ *(P.A.U. Sep. 05)*
   Rta.: a) t = 2,73 años; b) A = 4,1·10⁷ Bq

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 5{,}3$ año $= 1{,}67·10^8$ s
Porcentaje que queda sin desintegrar de la muestra	70,00 %
Masa de la muestra	$m = 1{,}00·10^{-6}$ g $= 1{,}00·10^{-9}$ kg
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02·10^{23}$ mol⁻¹
Incógnitas	
Tiempo transcurrido	t
Partículas β emitidas por segundo	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T$, $N = N_0 / 2$	$T = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d} N / \mathrm{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}67 \cdot 10^8 \text{ [s]}} = 4{,}14 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(N_0 / N)}{\lambda} = \frac{\ln(100/70{,}0)}{4{,}14 \cdot 10^{-9} \text{ [s}^{-1}]} = 8{,}62 \cdot 10^7 \text{ s} = 2{,}73 \text{ años}$$

Análisis: Puesto que aún no se ha desintegrado ni la mitad de la muestra, el tiempo transcurrido debe ser menor que el período de semidesintegración.

b) Si la ecuación de desintegración es ${}^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni} + {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{0}_{0}\bar{\nu}_e$, el número de partículas β (e^-) emitidas por segundo es igual al número de desintegraciones por segundo, o sea, a la actividad radiactiva.
Se calcula primero la cantidad de átomos.

$$N = 1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ g } {}^{60}_{27}\text{Co} \frac{1 \text{ mol } {}^{60}_{27}\text{Co}}{60 \text{ g } {}^{60}_{27}\text{Co}} \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ átomos } {}^{60}_{27}\text{Co}}{1 \text{ mol } {}^{60}_{27}\text{Co}} \frac{1 \text{ núcleo } {}^{60}_{27}\text{Co}}{1 \text{ átomo } {}^{60}_{27}\text{Co}} = 1{,}0 \cdot 10^{16} \text{ núcleos } {}^{60}_{27}\text{Co}$$

Después se calcula la actividad radiactiva

$$A = \lambda \cdot N = 4{,}14 \cdot 10^{-9} \text{ [s}^{-1}] \cdot 1{,}0 \cdot 10^{16} \text{ [núcleos]} = 4{,}1·10^7 \text{ Bq} = 4{,}1·10^7 \text{ partículas } \beta \text{ / s}$$

6. Una muestra radiactiva disminuye desde 10^{15} a 10^9 núcleos en 8 días. Calcula:
   a) La constante radiactiva λ y el período de semidesintegración $T_{½}$.
   b) La actividad de la muestra una vez transcurridos 20 días desde que tenía 10^{15} núcleos.

(P.A.U. Jun. 04)

Rta.: a) $\lambda = 2·10^{-5}$ s⁻¹; $T_{½} = 9$ horas; b) $A(20 \text{ días}) \approx 0$

Datos	***Cifras significativas: 1***
Cantidad inicial	$N_0 = 10^{15}$ núcleos
Cantidad al cabo de 8 días	$N = 10^9$ núcleos
Tiempo transcurrido	$t = 8$ días $= 7·10^5$ s
Tiempo para el cálculo de la actividad	$t' = 20$ días $= 2·10^6$ s
Incógnitas	
Constante de desintegración radiactiva	λ

Incógnitas
Período de semidesintegración $T_{½}$
Actividad radiactiva A
Ecuaciones
Ley de la desintegración radiactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
$\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$ $T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva $A = -\mathrm{d} N / \mathrm{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante de desintegración radiactiva λ en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$\lambda = \ln (N_0 / N) / t = \ln (10^6) / 7 \cdot 10^5 \text{ [s]} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$T_{½} = \ln 2 / \lambda = 3 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 9 \text{ horas}$$

b) Para calcular la actividad se calcula primero el número de átomos que quedan al cabo de 20 días,

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 10^{15} \cdot e^{-40} = 1 \text{ núcleo}$$

*Este resultado indica que la ley estadística de la desintegración deja de ser válida, ya que el número de átomos es demasiado pequeño. (Es como si se quisiera aplicar el dato de la esperanza de vida de una mujer (*83 *años) para deducir que una mujer concreta – María – moriría a los* 83 *años). Para un átomo en concreto, solo se puede decir que la probabilidad de que se desintegre en el período de semidesintegración es del* 50 %.
Como no se puede calcular la cantidad de núcleos que quedan (pueden ser unos pocos o ninguno), la actividad tampoco se puede calcular (unas 10^{-4} o 10^{-5} Bq o ninguna). teniendo en cuenta de 10^{-4} Bq es una desintegración cada 3 horas, un contador Geiger no detectaría actividad en la muestra al cabo de esos 20 días)

7. El Cobalto 60 es un elemento radiactivo utilizado en radioterapia. La actividad de una muestra se reduce a la milésima parte en 52,34 años. Calcula:
   a) El periodo de semidesintegración.
   b) La cantidad de muestra necesaria para que la actividad sea de $5 \cdot 10^6$ desintegraciones/segundo.
   c) La cantidad de muestra que queda al cabo de 2 años.
   Datos N_A= $6,02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹; masa atómica del ^{60}Co = 60 g·mol⁻¹; 1 año = $3,16 \cdot 10^7$ s *(P.A.U. Jun. 16)*
   Rta.: a) $T_{1/2}$ = 5,25 años; b) m = 0,12 µg; c) m_2 = 0,091 µg

Datos ***Cifras significativas: 3***
Actividad al cabo de 52,34 años $A = 0{,}00100\ A_0$
Tiempo transcurrido t = 52,34 años = $1{,}65 \cdot 10^9$ s
Actividad para el cálculo de la cantidad del apartado b $A_b = 5 \cdot 10^6$ Bq
Tiempo para el cálculo de la cantidad del apartado c t_c = 2,00 años = $6{,}32 \cdot 10^7$ s
Incógnitas
Período de semidesintegración $T_{½}$
Cantidad de muestra para que la actividad sea de $5 \cdot 10^6$ Bq m
Cantidad de muestra que queda al cabo de 2 años m_2
Otros símbolos
Constante de desintegración radiactiva λ
Ecuaciones
Ley de la desintegración radiactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
$\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$ $T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva $A = -\mathrm{d} N / \mathrm{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante de desintegración radiactiva λ en la ecuación de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$\lambda = \frac{\ln(N_0 / N)}{t} = \frac{\ln(\lambda \cdot N_0 / \lambda \cdot N)}{t} = \frac{\ln(A_0 / A)}{t} = \frac{\ln(1000)}{1{,}65 \cdot 10^9 \text{ [s]}} = 4{,}18 \cdot 10^{-9} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

Se calcula el período de semidesintegración a partir de la constante de desintegración radiactiva:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{4{,}18 \cdot 10^{-9} \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 1{,}653 \cdot 10^9 \text{ s} = 5{,}25 \text{ años}$$

b) Se calcula el número de átomos a partir de la actividad

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{5{,}00 \cdot 10^6 \text{ Bq}}{4{,}18 \cdot 10^{-9} \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 1{,}20 \cdot 10^{15} \text{ átomos}$$

Con el número de Avogadro y la masa atómica se calcula la masa de cobalto-60

$$m = 1{,}20 \cdot 10^{15} \text{ átomos } {}^{60}\text{Co} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ átomos}} \cdot \frac{60 \text{ g } {}^{60}\text{Co}}{1 \text{ mol } {}^{60}\text{Co}} = 1{,}19 \cdot 10^{-7} \text{ g} = 0{,}119 \ \mu\text{g}$$

c) Se calcula la masa que queda con la ecuación de desintegración radiactiva.
La ley de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, puede escribirse en función de la masa porque el número de átomos de un elemento es proporcional a su masa.
La constante de proporcionalidad es: N_A / M, el número de átomos que hay en la unidad de masa de ese elemento, donde N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} e^{-\lambda\ t}$$

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$m_2 = 1{,}19 \cdot 10^{-7} \text{ [g]} \cdot e^{-4{,}18 \cdot 10^{-9} \text{ [s}^{-1}\text{]} \cdot 6{,}32 \cdot 10^7 \text{ [s]}} = 9{,}15 \cdot 10^{-8} \text{ g} = 0{,}091\ 5 \mu\text{g}$$

8. En una muestra de ${}^{131}_{53}\text{I}$ radiactivo con un periodo de semidesintegración de 8 días había inicialmente $1{,}2 \cdot 10^{21}$ átomos y actualmente solo hay $0{,}2 \cdot 10^{20}$. Calcula:
   a) La antigüedad de la muestra.
   b) La actividad de la muestra transcurridos 50 días desde el instante inicial.

   (P.A.U. Jun. 06)

   Rta.: a) t = 47 días; b) A = $1{,}6 \cdot 10^{13}$ Bq

Datos	***Cifras significativas: 2***
Cantidad inicial	$N_0 = 1{,}2 \cdot 10^{21}$ núcleos
Cantidad actual	$N = 0{,}20 \cdot 10^{20}$ núcleos
Período de semidesintegración	$T_{½} = 8{,}0$ días $= 6{,}9 \cdot 10^5$ s
Tiempo para el cálculo de la actividad	$t' = 50$ días $= 4{,}3 \cdot 10^6$ s
Incógnitas	
Tiempo transcurrido	t
Actividad radiactiva	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\text{d} N / \text{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante de desintegración radiactiva del yodo-131 a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}69}{6{,}9 \cdot 10^5 \text{ [s]}} = 1{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln\left(\dfrac{N_0}{N}\right)}{\lambda} = \frac{\ln\left(\dfrac{1{,}2 \cdot 10^{21} \text{ [núcleos]}}{0{,}20 \cdot 10^{20} \text{ [núcleos]}}\right)}{1{,}0 \times 10^{-6} \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 4{,}1 \cdot 10^6 \text{ s} = 47 \text{ días}$$

b) Para calcular la actividad se calcula primero el número de átomos que quedan al cabo de 50 días

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1{,}2 \cdot 10^{21} \text{ [núcleos]} \cdot e^{-1{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ [s]} \cdot 4{,}3 \cdot 10^6 \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 1{,}6 \cdot 10^{19} \text{ núcleos}$$

La actividad será:

$$A = \lambda \cdot N = 1{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ [s}^{-1}\text{]} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{19} \text{ [núcleos]} = 1{,}6 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

9. El tritio ($^3_1$H) es un isótopo del hidrógeno inestable con un período de semidesintegración $T_{½}$ de 12,5 años, y se desintegra emitiendo una partícula beta. El análisis de una muestra en una botella de agua lleva a que la actividad debida al tritio es el 75 % de la que presenta el agua en el manantial de origen. Calcula:
   a) El tiempo que lleva embotellada el agua de la muestra.
   b) La actividad de una muestra que contiene 10^{-6} g de $^3_1$H.
   $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹ *(P.A.U. Sep. 04)*
   Rta.: a) $t = 5{,}2$ años; b) $A = 4 \cdot 10^8$ Bq

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 12{,}5$ año $= 3{,}94 \cdot 10^8$ s
Actividad de la muestra	$A = 75{,}0$ % A_0
Masa de la muestra	$m = 1{,}00 \cdot 10^{-6}$ g $= 1{,}00 \cdot 10^{-9}$ kg
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Incógnitas	
Tiempo transcurrido	t
Actividad radiactiva	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\text{d} N / \text{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0,693}{3,94\cdot 10^{8}\ [\mathrm{s}]}=1,76\cdot 10^{-9}\ \mathrm{s}^{-1}$$

Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Como la actividad radiactiva es proporcional a la cantidad de núcleos, $A = \lambda \cdot N$, se obtiene una expresión similar en la que aparece la actividad en vez de la cantidad de átomos:

$$\lambda\, t=\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)=\ln\left(\frac{A_0/\lambda}{A/\lambda}\right)$$

$$t=\frac{\ln(A_0/A)}{\lambda}=\frac{\ln(100/75,0)}{1,76\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{s}^{-1}]}=1,64\cdot 10^{8}\ \mathrm{s}=5,19\ \text{años}$$

Análisis: Puesto que aún no se ha desintegrado ni la mitad de la muestra, el tiempo transcurrido debe ser menor que el período de semidesintegración.

b) Para calcular la actividad se calcula primero el número de átomos que hay 10^{-6} g de ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$

$$N=1,00\cdot 10^{-6}\ \mathrm{g}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}\frac{1\ \mathrm{mol}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}}{3\ \mathrm{g}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}}\ \frac{6,02\cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}}{1\ \mathrm{mol}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}}\ \frac{1\ \text{núcleo}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}}{1\ \text{átomo}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}}=2,01\cdot 10^{17}\ \text{núcleos}\ {}^{3}_{1}\mathrm{H}$$

La actividad será:

$$A = \lambda \cdot N = 1,76\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{s}^{-1}] \cdot 2,01\cdot 10^{17}\ [\text{núcleos}] = 3,53\cdot 10^{8}\ \mathrm{Bq}$$

10. El carbono-14 tiene un período de semidesintegración $T_{½}$ = 5730 años. Una muestra tiene una actividad de $6\cdot 10^{8}$ desintegraciones/minuto. Calcula:
    a) La masa inicial de la muestra.
    b) Su actividad dentro de 5000 años.
    c) Justifica por qué se usa este isótopo para estimar la edad de yacimientos arqueológicos.
    Datos: $N_A = 6,02\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$; masa atómica del $^{14}\mathrm{C}$ = 14 g *(P.A.U. Sep. 10)*
    Rta.: a) $m = 6,04\cdot 10^{-5}$ g; b) $A = 5,46\cdot 10^{6}$ Bq

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½}$ = 5 730 años = $1,81\cdot 10^{11}$ s
Actividad de la muestra	$A_0 = 6,00\cdot 10^{8}$ des/min = $1,00\cdot 10^{7}$ Bq
Tiempo para calcular la actividad	t = 5 000 años = $1,58\cdot 10^{11}$ s
Masa atómica del $^{14}\mathrm{C}$	M = 14,0 g/mol
Número de Avogadro	$N_A = 6,02\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Incógnitas	
Masa inicial de la muestra	m_0
Actividad radiactiva a los 5000 años	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}N / \mathrm{d}t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se puede calcular el número de átomos N a partir de la expresión de la actividad radiactiva: $A = \lambda \cdot N$.
Antes hay que calcular la constante λ de desintegración radiactiva, a partir del período de semidesintegración.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}81 \cdot 10^{11}\ [\mathrm{s}]} = 3{,}83 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1} = 0{,}000\,175\ \text{año}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1{,}00 \cdot 10^{7}\ [\mathrm{Bq}]}{3{,}83 \cdot 10^{-12}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 2{,}61 \cdot 10^{18}\ \text{átomos}$$

La masa es proporcional a la cantidad de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A} \cdot M = \frac{2{,}61 \cdot 10^{18}\ [\text{átomos}]}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ [\text{átomos/mol}]} \cdot 14\ [\mathrm{g/mol}] = 6{,}06 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{g} = 60{,}6\ \mu\mathrm{g}$$

b) Como la actividad radiactiva es proporcional a la cantidad de núcleos, $A = \lambda \cdot N$, se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, en la que aparece la actividad en vez de la cantidad de átomos:

$$m \cdot \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \cdot \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1{,}00 \cdot 10^{7}\ [\mathrm{Bq}] \cdot e^{-0{,}000175\ [\text{año}]^{-1} \cdot 5000\ [\text{año}]} = 5{,}46 \cdot 10^{6}\ \mathrm{Bq} = 3{,}28 \cdot 10^{8}\ \text{des/min}$$

c) Por el valor del período de semidesintegración, el carbono-14 se emplea para datar restos (que necesariamente deben contener carbono, normalmente restos orgánicos como madera, huesos, etc.) relativamente recientes, de menos de 50 000 años, (tiempo en el que la actividad radiactiva original habrá disminuido a la milésima parte).
El método del carbono-14 se basa en el hecho de que la proporción de carbono-14 en las plantas vivas se mantiene constante al largo de su vida, ya que el carbono desintegrado se compensa por el asimilado en la fotosíntesis, y que el carbono-14 atmosférico se restituye por la radiación cósmica que convierte el nitrógeno atmosférico en carbono-14. Cuando la planta muere, el carbono que se desintegra ya no se repone y, con la ecuación anterior, podemos determinar el tiempo transcurrido midiendo su actividad radiactiva y comparándola con la que tiene una planta viva.

11. Una muestra de carbono-14 tiene una actividad de $2{,}8 \cdot 10^{8}$ desintegraciones/s. El período de semidesintegración es $T_{½} = 5730$ años. Calcula:
    a) La masa de la muestra en el instante inicial.
    b) La actividad al cabo de 2000 años.
    c) La masa de muestra en ese instante.
    $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$; masa atómica del ^{14}C = 14 g/mol; 1 año = $3{,}16 \cdot 10^{7}$ s *(P.A.U. Jun. 12)*
    Rta.: a) $m_0 = 1{,}7$ mg; b) $A = 2{,}2 \cdot 10^{8}$ Bq; c) $m = 1{,}3$ mg

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 5\,730$ años $= 1{,}81 \cdot 10^{11}$ s
Actividad de la muestra	$A_0 = 2{,}80 \cdot 10^{8}$ Bq
Tiempo para calcular la actividad	$t = 2000$ años $= 6{,}31 \cdot 10^{10}$ s
Masa atómica del ^{14}C	$M = 14{,}0$ g/mol
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Incógnitas	
Masa inicial de la muestra	m_0
Actividad radiactiva a los 2000 años	A
Masa de la muestra a los 2000 años	m
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$

Ecuaciones

Actividad radiactiva $A = –\mathrm{d}\, N / \mathrm{d}\, t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se puede calcular el número de átomos *N* a partir de la expresión de la actividad radiactiva: $A = \lambda \cdot N$. Antes hay que calcular la constante λ de desintegración radiactiva, a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}81 \cdot 10^{11}\ [\mathrm{s}]} = 3{,}83 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1} = 0{,}000\,175\ \text{año}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{2{,}80 \cdot 10^{8}\ [\mathrm{Bq}]}{3{,}83 \cdot 10^{-12}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 7{,}30 \cdot 10^{19}\ \text{átomos}$$

La masa es proporcional a la cantidad de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_\mathrm{A}} \cdot M = \frac{7{,}30 \cdot 10^{19}\ [\text{átomos}]}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ [\text{átomos/mol}]} \cdot 14{,}0\ [\mathrm{g/mol}] = 1{,}70 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{g} = 1{,}70\ \mathrm{mg}$$

b) Como la actividad radiactiva es proporcional a la cantidad de núcleos, $A = \lambda \cdot N$, se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, en la que aparece la actividad en vez de la cantidad de átomos:

$$m \cdot \frac{\cancel{N_\mathrm{A}}}{\cancel{M}} = m_0 \cdot \frac{\cancel{N_\mathrm{A}}}{\cancel{M}} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$A = A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 1{,}00 \cdot 10^{7}\ [\mathrm{Bq}] \cdot \mathrm{e}^{-0{,}000175\ [\text{año}]^{-1} \cdot 2000\ [\text{año}]} = 2{,}20 \cdot 10^{8}\ \mathrm{Bq}$$

c) Como la masa también es proporcional a la cantidad de núcleos se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, en la que aparece la masa en vez de la cantidad de átomos. La constante de proporcionalidad es: N_A / M, el número de átomos que hay en la unidad de masa de ese elemento, donde N_A es el número de Avogadro y *M* es la masa atómica del elemento.

$$N = m \cdot N_\mathrm{A} / M$$

$$m \cdot \frac{\cancel{N_\mathrm{A}}}{\cancel{M}} = m_0 \cdot \frac{\cancel{N_\mathrm{A}}}{\cancel{M}} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 1{,}70\ [\mathrm{mg}] \cdot \mathrm{e}^{-0{,}000175\ [\text{año}]^{-1} \cdot 2000\ [\text{año}]} = 1{,}33\ \mathrm{mg}$$

● Energía nuclear

1. Para el núcleo de uranio, $^{238}_{92}\mathrm{U}$, calcula:
   a) El defecto de masa.
   b) La energía de enlace nuclear.
   c) La energía de enlace por nucleón.
   Datos: $m(^{238}_{92}\mathrm{U}) = 238{,}051$ u; 1 g = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ u; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}; $m(\mathrm{p}) = 1{,}007277$ u; $m(\mathrm{n}) = 1{,}008665$ u
   (A.B.A.U. Sep. 18)
   Rta.: a) $\Delta m = 1{,}883$ u = $3{,}128 \cdot 10^{-27}$ kg; b) $E_e = 2{,}81 \cdot 10^{-10}$ J/átomo; c) $E_{en} = 1{,}18 \cdot 10^{-12}$ J/nucleón

Datos		***Cifras significativas: 3***
Masa:	uranio-238	$m(^{238}_{92}\mathrm{U}) = 238{,}051$ u
	protón	$m(^{1}_{1}\mathrm{H}) = 1{,}007277$ u
	neutrón	$m(^{1}_{0}\mathrm{n}) = 1{,}008665$ u
Unidad de masa atómica		1 g = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ u
Velocidad de la luz en el vacío		$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s
Incógnitas		
Defecto de masa		Δm

Incógnitas

Energía de enlace	E_e
Energía de enlace por nucleón	E_{en}
Ecuaciones	
Equivalencia masa energía de Einstein	$E = m \cdot c^2$

Solución:

a) El defecto de masa es la diferencia entre la masa del núcleo de uranio-238 y la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman. El número de protones es el número atómico, 92, y el de neutrones es 146, la diferencia entre el número másico 238 y el número de protones 92.

$$\Delta m = m(^{238}{}_{92}\text{U}) - 92 \cdot m(^1_1\text{H}) - 146 \cdot m(^1_0\text{n}) = 238{,}051\ [\text{u}] - 92 \cdot 1{,}0073\ [\text{u}] - 146 \cdot 1{,}008665\ [\text{u}] = -1{,}883\ \text{u}$$

$$\Delta m = -1{,}883\ [\text{u}] \cdot \frac{1\ [\text{g}]}{6{,}02 \times 10^{23}\ [\text{u}]} \cdot \frac{1\ [\text{kg}]}{10^3\ [\text{g}]} = -3{,}13 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

b) La energía equivalente se calcula con la ecuación de Einstein

$$E_e = m \cdot c^2 = 3{,}13 \cdot 10^{-27}\ [\text{kg}] \cdot (3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m/s}])^2 = 2{,}81 \cdot 10^{-10}\ \text{J/átomo U}$$

c) La energía de enlace por nucleón se calcula dividiendo entre el número de nucleones

$$E_{\text{en}} = \frac{2{,}81 \cdot 10^{-10}\ [\text{J/átomo U}]}{238\ [\text{nucleones/átomo U}]} = 1{,}18 \cdot 10^{-12}\ \text{J/nucleón}$$

2. El isótopo del boro $^{10}_5\text{B}$ es bombardeado por una partícula α y se produce $^{13}_6\text{C}$ y otra partícula.
   a) Escribe la reacción nuclear.
   b) Calcula la energía liberada por núcleo de boro bombardeado.
   c) Calcula la energía liberada si se considera 1 g de boro.
   Datos: masa atómica($^{10}_5\text{B}$) = 10,0129 u; masa atómica($^{13}_6\text{C}$) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u; masa(protón) = 1,0073 u; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; 1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg. *(P.A.U. Sep. 16)*
   Rta.: a) $^{10}_5\text{B} + ^4_2\text{He} \longrightarrow ^{13}_6\text{C} + ^1_1\text{H}$; b) $E = 7{,}15 \cdot 10^{-13}$ J/átomo; c) $E_2 = 43{,}1$ GJ/g

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa: boro-10	$m(^{10}_5\text{B}) = 10{,}0129$ u
carbono-13	$m(^{13}_6\text{C}) = 13{,}0034$ u
partícula α	$m(^4_2\text{He}) = 4{,}0026$ u
protón	$m(^1_1\text{H}) = 1{,}0073$ u
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Unidad de masa atómica	1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Incógnitas	
Energía liberada por núcleo de boro bombardeado	E
Energía liberada / g de boro	E_2
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Equivalencia masa energía de Einstein	$E = m \cdot c^2$

Solución:

a) Se escribe la reacción nuclear aplicando los principios de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.

$$^{10}_5\text{B} + ^4_2\text{He} \longrightarrow ^{13}_6\text{C} + ^1_1\text{H}$$

b) Se calcula el defecto de masa

$$\Delta m = m(^{13}_6\text{C}) + m(^1_1\text{H}) - (m(^{10}_5\text{B}) - m(^4_2\text{He})\ ) = 13{,}0034\ [\text{u}] + 1{,}0073\ [\text{u}] - (10{,}0129\ [\text{u}] + 4{,}0026\ [\text{u}]) = -0{,}00480\ \text{u}$$

$$\Delta m = -0{,}00480\ \text{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg/u} = -7{,}97 \cdot 10^{-30}\ \text{kg}$$

Se calcula la energía equivalente según la ecuación de Einstein

$$E = m \cdot c^2 = 7{,}97 \cdot 10^{-30} \text{ [kg]} \cdot (3{,}00 \cdot 10^8 \text{ [m/s]})^2 = 7{,}15 \cdot 10^{-13} \text{ J/átomo B}$$

c) Se calcula la cantidad de átomos de boro que hay en 1 g de boro.

$$N = 1{,}00 \text{ g B } \frac{1 \text{ mol B}}{10{,}0129 \text{ g B}} \frac{6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol}} = 6{,}01 \cdot 10^{22} \text{ átomos B}$$

Se calcula la energía para 1 g de boro

$$E_2 = 7{,}15 \cdot 10^{-13} \text{ [J/átomo B]} \cdot 6{,}01 \cdot 10^{22} \text{ [átomos B/g B]} = 4{,}31 \cdot 10^{10} \text{ J} = 43{,}1 \text{ GJ/g B}$$

◊ CUESTIONES

● Relatividad

1. Un astronauta (A) se acerca a una estrella con una velocidad de 200 000 km/s y otro astronauta (B) se aleja de ella con la misma velocidad con la que se acerca (A). La velocidad con que estos astronautas perciben la velocidad de la luz de la estrella es:
A) Mayor para el astronauta (A) y menor para el (B).
B) Menor para el astronauta (A) y mayor para el (B).
C) Igual para los dos astronautas.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: C

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde lo que se mida.

2. Un vehículo espacial se aleja de la Tierra con una velocidad de 0,5 c (c = velocidad de la luz). Desde la Tierra se envía una señal luminosa y la tripulación mide la velocidad de la señal obteniendo el valor:
A) 0,5 c
B) c
C) 1,5 c

(P.A.U. Sep. 07, Jun. 04)

Solución: B

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde el que se mida.

3. La energía relativista total de una masa en reposo:
A) Relaciona la longitud de onda con la cantidad de movimiento.
B) Representa la equivalencia entre materia y energía.
C) Relaciona las incertidumbres de la posición y del momento.

(P.A.U. Sep. 12)

Solución: B

La ecuación de Einstein establece la relación entre masa y energía.

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

E_0 representa la energía en reposo de una partícula y m_0 es la masa en reposo de la partícula, Esta ecuación permite expresar la masa de las partículas en unidades de energía. Por ejemplo, la masa de un protón es de 938 MeV, o la del electrón 0,511 MeV.

Las otras opciones:
A. Falsa. La ecuación que relaciona la longitud de onda λ con la cantidad de movimiento p es la ecuación de Luis De Broglie, de la dualidad onda-partícula.

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m \cdot v}$$

Permite calcular la longitud de onda asociada a una partícula de masa m que se mueve con una velocidad v.
C. Falsa. El principio de indeterminación (antes conocido como principio de incertidumbre) de Heisenberg podía interpretarse como la imposibilidad de conocer con precisión absoluta dos magnitudes cuyo producto tuviese las unidades de energía · tiempo («acción»). La incertidumbre en la posición de una partícula Δx multiplicado por la incertidumbre en su momento (cantidad de movimiento) Δp_x era superior a la constante h de Planck dividida entre 4 π.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \frac{h}{4 \pi}$$

4. La ecuación de Einstein $E = m \cdot c^2$ implica que:
   A) Una determinada masa m necesita una energía E para ponerse en movimiento.
   B) La energía E es la que tiene una masa m que se mueve a la velocidad de la luz.
   C) E es la energía equivalente a una determinada masa.

(P.A.U. Sep. 05)

Solución: C

La ecuación $E = m \cdot c^2$ da la energía total de una partícula (en ausencia de campos que puedan comunicarle una energía potencial). Aunque la partícula esté en reposo, tendrá una energía:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

Siendo m_0 la masa en reposo de la partícula.
Una aplicación de esa ecuación es para el cálculo de la energía que puede obtenerse en la desintegración nuclear, es decir de la energía nuclear. Un gramo ($1 \cdot 10^{-3}$ kg) de masa, si se «aniquila» totalmente, produce una energía de:

$$E = m \cdot c^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ [m/s]})^2 = 9 \cdot 10^{13} \text{ J} = 2{,}5 \cdot 10^7 \text{ kW·h} = 250 \text{ GW·h}$$

Energía que cubriría las necesidades energéticas de una ciudad mediana durante un mes.

● Física cuántica

1. La luz generada por el Sol:
   A) Está formada por ondas electromagnéticas de diferente longitud de onda.
   B) Son ondas que se propagan en el vacío a diferentes velocidades.
   C) Son fotones de la misma energía.

(P.A.U. Sep. 04)

Solución: A

La luz del Sol es luz blanca. Newton ya demostró que, al pasar a través de un prisma de vidrio, se dispersaba en varias colores que al pasar de nuevo por un segundo prisma, orientado adecuadamente, recomponían de nuevo la luz blanca. Aunque Newton pensaba que la luz estaba formada por un chorro de partículas, fue la hipótesis ondulatoria de su rival Huygens la que se fue comprobando a lo largo de los siglos. Así Young consiguió figuras de interferencia al hacer pasar luz a través de una doble rendija. Maxwell unificó la fuerza eléctrica y la magnética y vio que el valor de la velocidad de la luz en el vacío se obtenía de la expresión que combina la permitividad eléctrica ε_0 y la permeabilidad magnética μ_0 del vacío:

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

Maxwell demostró que la luz es una superposición de un campo eléctrico oscilante que generaba un campo magnético oscilante perpendicular al eléctrico que se propagaba por el vacío la 300 000 km/s.
Una luz monocromática tiene una longitud de onda determinada (entre 400 y 700 nm). Los colores del arco iris corresponden a una dispersión de la luz en sus componentes monocromáticas.

Las otras opciones:
La opción B no puede ser correcta, ya que uno de los postulados de Einstein de la relatividad especial dice que la velocidad de la luz en el vacío es una constante, independientemente del sistema de referencia desde el que se mida.
La opción C tampoco es la correcta. Cuando la naturaleza ondulatoria de la luz estaba probada, la interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico demostró que la luz monocromática era también un chorro de partículas a las que llamó fotones, que tenían una energía dada por la ecuación de Planck

$$E = h \cdot f$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y f la frecuencia de la luz monocromática. En las experiencias del efecto fotoeléctrico se vio que al iluminar el cátodo con luz monocromática de distintas frecuencias, obtenidas por ejemplo, dispersando la luz blanca con un prisma, existía una frecuencia mínima o frecuencia umbral para que se produjese el efecto fotoeléctrico. Según la interpretación de Einstein, la luz que no producía el efecto fotoeléctrico era porque cada no de los fotones no tenía la energía suficiente.

● Efecto fotoeléctrico.

1. Un determinado haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Si aumentamos la intensidad del haz incidencia:
   A) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados, así como su energía cinética.
   B) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados sin modificarse su energía cinética.
   C) El número de fotoelectrones arrancados no varía, pero su energía cinética aumenta.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: h = 6,63·10⁻³⁴ J·s

Al aumentar la intensidad de la luz, aumenta el número de fotones que llega al cátodo, y, como cada fotón arranca un electrón, aumentará el número de electrones emitidos. Pero la energía cinética de los electrones no depende de la intensidad de la luz sino de su frecuencia.

2. El efecto fotoeléctrico se produce si:
A) La intensidad de la radiación incidente es muy grande.
B) La longitud de onda de la radiación es grande.
C) La frecuencia de la radiación es superior a la frecuencia umbral.

(A.B.A.U. Sep. 17)

Solución: C

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Las otras opciones:
A. Falsa. Si la intensidad de la luz es muy grande habrá un gran número de fotones. Pero si cada uno de ellos no tiene energía suficiente, no se producirá efecto fotoeléctrico.
B. Falsa. La longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia. A mayor longitud de onda, menor frecuencia y, por tanto, menor energía de los fotones. Con menos energía es menos probable que se supere el trabajo de extracción.

3. Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm):
A) No se produce efecto fotoeléctrico.
B) Los electrones emitidos se mueven más rápidamente.
C) Se emiten más electrones pero a la misma velocidad.

(P.A.U. Jun. 14)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto menor sea su longitud de onda, mayor será la frecuencia y mayor será la energía del fotón.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea la energía de los fotones, mayor será la energía cinética (y la velocidad) de los electrones emitidos.

Las otras opciones:
A. Falsa. Si la luz roja produce efecto fotoeléctrico es que sus fotones tienen energía suficiente para extraer los electrones del metal. Como los fotones de luz amarilla tienen más energía (porque su longitud de onda es menor), también podrán producir efecto fotoeléctrico.
C. Falsa. Como ya se dijo, el efecto fotoeléctrico se produce cuándo cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía. Para producir más electrones tendría que haber más fotones. La cantidad de fotones está relacionada con la intensidad de la luz, pero no tiene que ver con la energía de los fotones.

4. Si se duplica la frecuencia de la radiación que incide sobre un metal:
   A) Se duplica la energía cinética de los electrones extraídos.
   B) La energía cinética de los electrones extraídos no experimenta modificación.
   C) No es cierta ninguna de las opciones anteriores.

(P.A.U. Sep. 14)

Solución: C

La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

Por lo tanto, si se duplica la frecuencia de la radiación incidente, se duplica la energía de los fotones, y se hace mayor la energía cinética (y la velocidad) de los electrones emitidos.
Por tanto, la opción B es falsa.
Pero como no hay proporcionalidad entre la energía cinética y la energía del fotón, la opción A también es falsa.

5. Se produce efecto fotoeléctrico cuando fotones de frecuencia f, superior a una frecuencia umbral f_0, inciden sobre ciertos metales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
   A) Se emiten fotones de menor frecuencia.
   B) Se emiten electrones.
   C) Hay un cierto retraso temporal entre el instante de la iluminación y el de la emisión de partículas.

(P.A.U. Jun. 13)

Solución: B

Las otras opciones:

A. Falsa. El fenómeno por el que algunas sustancias emiten radiación de menor frecuencia al ser iluminadas se conoce como fluorescencia, pero no tiene nada que ver con el efecto fotoeléctrico.
C. Falsa. Una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico dice que la emisión de electrones por el metal es instantánea al ser iluminado con la frecuencia adecuada. No existe ningún retraso.

6. Para producir efecto fotoeléctrico no se usa luz visible, sino ultravioleta, y es porque la luz UV:
A) Calienta más la superficie metálica.
B) Tiene mayor frecuencia.
C) Tiene mayor longitud de onda.

(P.A.U. Sep. 09)

Solución: B

Una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico dice que, empleando luz monocromática, solo se produce efecto fotoeléctrico si la frecuencia de la luz supera un valor mínimo, llamado frecuencia umbral. Como la luz ultravioleta tiene mayor frecuencia que la luz visible, es más seguro que se produzca efecto fotoeléctrico con luz ultravioleta que con luz visible, aunque existen metales empleados como cátodos en células fotoeléctricas en los que luz visible, de alta frecuencia como azul o violeta, puede hacerlas funcionar.

7. Para el efecto fotoeléctrico, razona cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
A) La frecuencia umbral depende del número de fotones que llegan a un metal en cada segundo.
B) La energía cinética máxima del electrón emitido por un metal no depende de la frecuencia de la radiación incidente.
C) El potencia de frenado depende de la frecuencia de la radiación incidente.

(P.A.U. Sep. 16)

Solución: C

Es una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico. Estas son:
1. Empleando luz monocromática, solo se produce efecto fotoeléctrico si la frecuencia de la luz supera un valor mínimo, llamado frecuencia umbral.
2. Es instantáneo.
3. La intensidad de la corriente de saturación es proporcional a la intensidad de la luz incidente.
4. La energía cinética máxima de los electrones emitidos por el cátodo, medida como potencial de frenado, depende solo de la frecuencia de la luz incidente.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

La energía cinética E_c máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V$$

La energía de los fotones depende de su frecuencia (ecuación de Planck).

$$E_f = h \cdot f$$

La ecuación de Einstein queda

$$h \cdot f = W_e + |e| \cdot V$$

$$V = (h \cdot f - W_e) / |e|$$

8. Se produce efecto fotoeléctrico, cuando fotones más energéticos que los visibles, como por ejemplo luz ultravioleta, inciden sobre la superficie limpia de un metal. ¿De qué depende el que haya o no emisión de electrones?:
A) De la intensidad de la luz.

B) De la frecuencia de la luz y de la naturaleza del metal.
C) Solo del tipo de metal.

(P.A.U. Sep. 08)

Solución: B

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Para que ocurra efecto fotoeléctrico debe haber electrones con energía suficiente para llegar al anticátodo. Esto depende de que la energía de los fotones supere al trabajo de extracción, que es una característica del metal. La energía de los fotones depende de su frecuencia (ecuación de Planck).

$$E_f = h \cdot f$$

9. Con un rayo de luz de longitud de onda λ no se produce efecto fotoeléctrico en un metal. Para conseguirlo se debe aumentar:
A) La longitud de onda λ.
B) La frecuencia f.
C) El potencial de frenado.

(P.A.U. Jun. 11)

Solución: B

Cuanto mayor sea la frecuencia, mayor será la energía del fotón.
Si no se produce efecto fotoeléctrico con el rayo de luz original, habrá que emplear otro de mayor energía, o sea, de mayor frecuencia.

10. En el efecto fotoeléctrico, la representación gráfica de la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente es:
A) Una parábola.
B) Una línea recta.
C) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

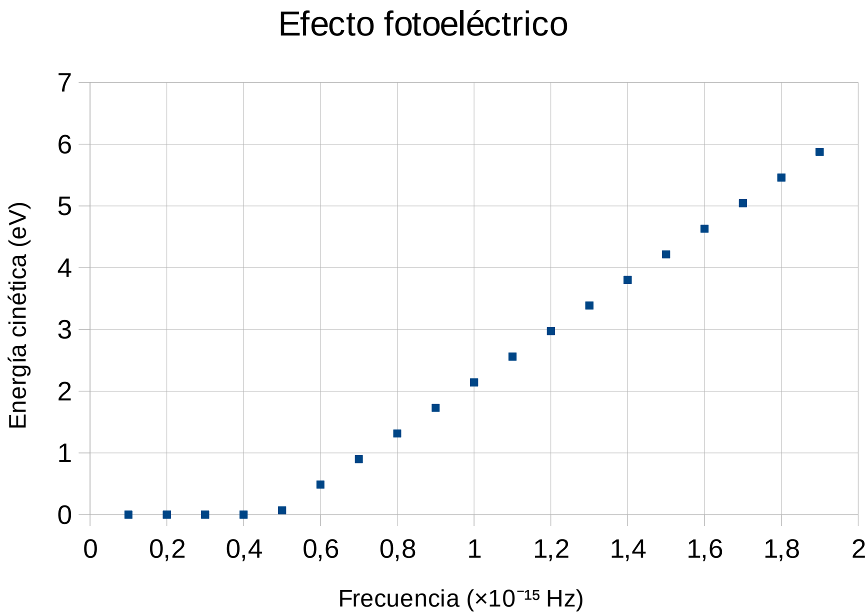
(P.A.U Jun. 16)

Solución: B

La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$

La representación gráfica de la energía cinética frente a la frecuencia de la radiación incidente es una línea recta cuya pendiente es la constante de Planck. Teniendo en cuenta que para energías inferiores al trabajo de extracción no se produce efecto fotoeléctrico, la energía cinética vale cero hasta que la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción. La representación sería parecida a la de la figura.



11. Un metal cuyo trabajo de extracción es 4,25 eV, se ilumina con fotones de 5,5 eV. ¿Cuál es la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos?
A) 5,5 eV
B) 1,25 eV
C) 9,75 eV

(P.A.U. Sep. 07)

Solución: B

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
Sustituyendo valores queda:

$$E_c = E_f - W_e = 5{,}5 - 4{,}25 = 1{,}2 \text{ eV}$$

12. En una célula fotoeléctrica, el cátodo metálico se ilumina con una radiación de λ = 175 nm y el potencial de frenado es de 1 V. Cuando usamos una luz de 250 nm, el potencial de frenado será:
A) Mayor.
B) Menor.
C) Igual.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución: B

La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto mayor sea su longitud de onda, menor será la frecuencia y menor será la energía del fotón.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía del fotón, que depende de la frecuencia f, se escribe en función de la longitud de onda λ.

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

La energía cinética E_c máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V$$

La ecuación de Einstein queda

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_e + |e| \cdot V$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea su longitud de onda menor será la energía de los fotones y la energía cinética y el potencial de frenado de los electrones emitidos.

Si tuviésemos todos los datos para hacer los cálculos (la constante de Planck, la velocidad de la luz en el vacío y la carga del electrón) descubriríamos que la radiación de 250 nm no produciría efecto fotoeléctrico.
El trabajo de extracción es:

$$W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \cdot V = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 [\text{m/s}]}{175 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} - 1{,}60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1 [\text{V}] = 9{,}74 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Y la energía del fotón de 250 nm vale:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 [\text{m/s}]}{250 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} = 7{,}95 \cdot 10^{-19} [\text{J}]$$

Energía menor que el trabajo de extracción. No sería suficiente para producir efecto fotoeléctrico.

13. Una radiación monocromática, de longitud de onda 300 nm, incide sobre cesio. Si la longitud de onda umbral del cesio es 622 nm, el potencial de frenado es:
A) 12,5 V
B) 2,15 V
C) 125 V
Datos: 1 nm = 10^9 m; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C *(P.A.U. Sep. 13)*

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	λ = 300 nm = $3{,}00 \cdot 10^{-7}$ m
Longitud de onda umbral del cesio	λ_0 = 622 nm = $6{,}22 \cdot 10^{-7}$ m
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Carga del electrón	$e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Incógnitas	
Potencial de frenado	V
Otros símbolos	
Frecuencia umbral	f_0
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía de un fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = |e| \cdot V$

Solución: B

Partiendo de la ecuación de Einstein y sustituyendo en ella las de Planck y la relación entre longitud de onda y frecuencia, queda

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda} - \frac{h \cdot c}{\lambda_0} = h \cdot c \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$E_c=6{,}62\cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ [\text{m·s}^{-1}]\left(\frac{1}{3{,}00\cdot 10^{-7}\ [\text{m}]}-\frac{1}{6{,}22\cdot 10^{-7}\ [\text{m}]}\right)=3{,}43\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Usando la relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow \quad V=\frac{E_c}{|e|}=\frac{3{,}43\cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{1{,}6\cdot 10^{-19}\ [\text{C}]}=2{,}14\ \text{V}$$

14. Cuando se dispersan rayos X en grafito, se observa que emergen fotones de menor energía que la incidente y electrones de alta velocidad. Este fenómeno puede explicarse por una colisión :
    A) Totalmente inelástica entre un fotón y un átomo.
    B) Elástica entre un fotón y un electrón.
    C) Elástica entre dos fotones.

(P.A.U. Sep. 05)

Solución: B

Se conoce como efecto Compton, que, junto a la interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico, sentó las bases de la naturaleza corpuscular de la luz (aunque sin abandonar su carácter ondulatorio).
En el efecto Compton los electrones débilmente ligados a los átomos de carbono son golpeados por los fotones en un choque elástico. (Se conserva la energía, y también el momento lineal). Los rayos X dispersados salen con una energía menor, y, por tanto, su longitud de onda aumenta.

$$\lambda_f-\lambda_0=\frac{h}{m\cdot c}(1-\cos\theta)$$

La ecuación permite calcular la variación de la longitud de onda de la radiación emergente λ_f respecto a la emergente λ_0 en función del ángulo de dispersión θ. El término $h / (m \cdot c)$ tiene dimensión de longitud y recibe el nombre de longitud de onda de Compton.
La opción A no puede ser correcta porque en un choque inelástico las partículas quedan pegadas. Cuando un fotón incide en un átomo, y la energía no llega para expulsar un electrón, se provoca un salto del electrón a un nivel de energía superior, y luego se emite un fotón cuando el electrón retorna a su nivel de energía más bajo.
La opción C tampoco es correcta. En un choque entre dos fotones, si la energía es suficiente y las condiciones adecuadas, se producirá un par electrón-positrón, de acuerdo con la ecuación de equivalencia entre masa y energía de Einstein: $E = m \cdot c^2$.

15. La hipótesis de De Broglie se refiere a que:
    A) Al medir con precisión la posición de una partícula atómica se altera su energía.
    B) Todas las partículas en movimiento llevan asociada una onda.
    C) La velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente emisora de luz.

(A.B.A.U. Jun. 17)

Solución: B

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
Como h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento, la longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

Las otras opciones.
A. Falsa. Es una consecuencia del principio de indeterminación de Heisenberg.
C. Falsa. Es uno de los postulados de la teoría de la relatividad especial de Einstein.

16. Según la hipótesis de De Broglie, se cumple que:
   A) Un protón y un electrón con la misma velocidad tienen asociada la misma onda.
   B) Dos protones a diferente velocidad tienen asociada la misma onda.
   C) La longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

(P.A.U. Sep. 12)

Solución: C

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
Como h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento, la longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

Las otras opciones.
A. Falsa. De la expresión anterior se deduce que la longitud de onda depende de la masa además de la velocidad. Como la masa de un protón es mucho mayor que la del electrón, la longitud de onda asociada a un protón que se mueve a la misma velocidad que un electrón es mucho menor.
B. Falsa. El protón más rápido tendrá menor longitud de onda.

17. La relación entre la velocidad de una partícula y la longitud de onda asociada se establece:
   A) Con la ecuación de De Broglie.
   B) Por medio del principio de Heisenberg.
   C) A través de la relación de Einstein masa-energía.

(P.A.U. Jun. 05)

Solución: A

La interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico demostró que la luz se comporta como un chorro de partículas llamadas fotones de energía:

$$E = h \cdot f$$

En el efecto Compton, el fotón se comporta como una partícula de momento lineal:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{h}{\lambda}$$

Como ya estaba establecido que la luz se propaga como una onda, se propuso que el comportamiento era dual: en algunos experimentos el comportamiento de la luz parece ser corpuscular y en otros, ondulatorio.
De Broglie propuso que este comportamiento dual también afecta a cualquier partícula. En algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck, m la masa de la partícula y v su velocidad.
En pocos años esta hipótesis quedó confirmada por los experimentos de difracción de electrones.

18. De la hipótesis de De Broglie, dualidad onda-corpúsculo, se deriva como consecuencia:
   A) Que las partículas en movimiento pueden mostrar comportamiento ondulatorio.
   B) Que la energía total de una partícula es $E = m \cdot c^2$.

C) Que se puede medir simultáneamente y con precisión ilimitada la posición y el momento de una partícula.

(P.A.U. Jun. 08)

Solución: A. Ver la respuesta a la cuestión de junio de 2005

19. La longitud de onda asociada a un electrón de 100 eV de energía cinética es:
A) $2,3·10^{-5}$ m
B) $1,2·10^{-10}$ m
C) 10^{-7} m
Datos: $h = 6,63·10^{-34}$ J·s; $m_e = 9,1·10^{-31}$ kg; $e = -1,6·10^{-19}$ C *(P.A.U. Sep. 13)*

Solución: B

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck, m la masa de la partícula y v su velocidad.
La energía cinética de 100 eV es:

$$E_c = 100 \cdot 1,6·10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot 1\ [\mathrm{V}] = 1,6·10^{-17}\ \mathrm{J}$$

Un electrón con esa energía cinética se mueve a una velocidad de:

$$v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1,6\cdot 10^{-17}\ [\mathrm{J}]}{9,1\cdot 10^{-31}\ [\mathrm{kg}]}}=5,93\cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

Sustituyendo en la ecuación de De Broglie, queda

$$\lambda=\frac{h}{m\cdot v}=\frac{6,63\cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J{\cdot}s}]}{9,1\cdot 10^{-31}\ [\mathrm{kg}]\cdot 5,93\cdot 10^{6}\ [\mathrm{m/s}]}=1,23\cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

● Radiactividad

1. El estroncio-90 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra de dos moles del dicho isótopo, el número de átomos de estroncio-90 que quedarán en la muestra después de 112 años será:
A) 1/8 N_A.
B) 1/16 N_A.
C) 1/4 N_A.
DATO: $N_A = 6,022·10^{23}$ partículas/mol. *(A.B.A.U. Jun. 19)*

Solución: A

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que sólo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.
La ley de desintegración radiactiva puede resumirse en la ecuación:

$$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración.
Para encontrar la relación con el período $T_{½}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln (N / N_0) = \lambda \cdot t$$

Para t = $T_{½}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln \frac{(N_0/2)}{N_0} = \lambda\, T_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 0\frac{,693}{28\ [\text{ano}]} = 0{,}0248\ \text{año}^{-1}$$

Dos moles son $2 \cdot N_A$. Pasados 112 años quedarán

$$N = 2 \cdot N_A \cdot e^{-0{,}024\,8\,\text{año}^{-1} \cdot 112\ \text{año}} = \frac{N_A}{8}$$

Análisis: Como el período de semidesintegración es de 28 años, al cabo de 112 / 28 = 4 períodos de semidesintegración quedarán $2 \cdot N_A \cdot (1 / 2)^4 = 2 / 16\ N_A = 1 / 8\ N_A$.

2. Un isótopo radiactivo tiene un periodo de semidesintegración de 10 días. Si se parte de 200 gramos del isótopo, se tendrán 25 gramos del mismo al cabo de:
 A) 10 días.
 B) 30 días.
 C) 80 días.

(P.A.U. Jun. 08)

Solución: B

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.
Si se parte de 200 g del isótopo, al cabo de 10 días quedarán 100 g (la mitad) sin desintegrar. Al cabo de otros 10 días quedarán 50 g y al cabo de otros 10 días solo habrá 25 g.
El tiempo transcurrido es de 10 + 10 + 10 = 30 días.
Es una consecuencia de la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración, relacionada con el período $T_{½}$ de semidesintegración por:

$$\lambda = \ln 2 \ /\ T_{½}$$

3. El $^{237}_{94}Pu$ se desintegra, emitiendo partículas alfa, con un período de semidesintegración de 45,7 días. Los días que deben transcurrir para que la muestra inicial se reduzca la octava parte son:
 A) 365,6
 B) 91,4
 C) 137,1

(P.A.U. Sep. 08)

Solución: C

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.
Si se parte de una masa m de isótopo, al cabo de un período quedará la mitad sin desintegrar, al cabo de otro período quedará la cuarta parte y al cabo de un tercer período solo habrá la cuarta parte.
El tiempo transcurrido es de 3 períodos = 3 · 45,7 = 137 días.
Es una consecuencia de la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración, relacionada con el período $T_{½}$ de semidesintegración por:

$$\lambda = \ln 2 \ /\ T_{½}$$

4. El periodo de semidesintegración de un elemento radiactivo que se desintegra emitiendo una partícula alfa es de 28 años. ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir para que la cantidad de muestra sea el 75 % de la inicial?
A) 4234 años.
B) 75 años.
C) 11,6 años.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución: C

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.
Si la cantidad de muestra que queda sin desintegrar al cabo de un tiempo es el 75 %, significa que aún no ha transcurrido un período de desintegración. La opción C es la única que propone un tiempo inferior al período de semidesintegración.
Es una consecuencia de la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración.
Para encontrar la relación con el período $T_{½}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln (N / N_0) = \lambda \cdot t$$

Para $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln \frac{(N_0/2)}{N_0} = \lambda \, T_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{28\ [\text{año}]} = 0{,}024\ 8\,\text{año}^{-1}$$

Despejando el tiempo t en la ecuación de logaritmos

$$t = \frac{-\ln (N / N_0)}{\lambda} = \frac{-\ln 0{,}75}{0{,}024\ 8\,[\text{año}^{-1}]} = 11{,}6\ \text{años}$$

5. Una masa de átomos radiactivos tarda tres años en reducir su masa al 90 % de la masa original. ¿Cuántos años tardará en reducirse al 81 % de la masa original?:
A) Seis.
B) Más de nueve.
C) Tres.

(P.A.U. Sep. 09)

Solución: A

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.
La ecuación que da la la cantidad N de substancia que quieta al fin y al cabo de un tiempo t es:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración radiactiva.
Escribiendo esta ecuación con logaritmos y sustituyendo los datos se pode calcular la constante λ:

$$\ln N = \ln N_0 - \lambda \cdot t$$

$$\ln 0{,}90\ N_0 = \ln N_0 - \lambda \cdot 3$$

$$\ln 0{,}90 = -\lambda \cdot 3$$

$$\lambda=\frac{-\ln 0{,}90}{3}=0{,}015 \text{ año}^{-1}$$

Con el dato del 81 % despejamos t y queda:

$$t=\frac{-\ln 0{,}81}{\lambda}=\frac{-\ln 0{,}81}{0{,}015 \text{ año}^{-1}}=6 \text{ años}$$

También se podría resolver notando que el 81 % de la muestra original es el 90 % del que quedaba a los 3 años. Por tanto tendrían que transcurrir 3 años más.

6. La vida media de un núclido radiactivo y el período de semidesintegración son:
 A) Conceptualmente iguales.
 B) Conceptualmente diferentes pero valen lo mismo.
 C) Diferentes, la vida media es mayor.

(A.B.A.U. Sep. 18)

Solución: C

La vida media τ es la esperanza de vida de una substancia radiactiva. Es el valor medio de los tiempos que tardarían en desintegrarse todos los núclidos de una muestra.

$$\tau=\frac{\int_{N_0}^{0} t\cdot dN}{N_0}=\frac{\int_{0}^{\infty} t\cdot(-\lambda N)\,dt}{N_0}$$

Como $N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$

$$\tau=\frac{\int_0^\infty t\cdot N_0\cdot e^{-\lambda}t\,dt}{N_0}=\int_0^\infty t\cdot e^{-\lambda}t\,dt$$

Debemos realizar una integración por partes.

$$\int u\,dv=u\cdot v-\int v\,d u$$

Llamando: $u = t \quad \Rightarrow \mathrm{d}u = 1$

$\mathrm{d}v=e^{-\lambda t}\mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad v=-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}$

queda

$$\tau=\int_0^\infty t\cdot e^{-\lambda}t\,dt=\left[-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^\infty-\int_0^\infty\frac{-1}{\lambda}e^{-\lambda t}\mathrm{d}t=\left[\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^\infty=\frac{1}{\lambda}$$

El período de semidesintegración es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad a cantidad de muestra. Poniendo en la ecuación de desintegración N_0 / 2 en el lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\frac{N_0}{2}=N_0\,e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \qquad \frac{1}{2}=e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Aplicando logaritmos

$$-\ln 2 = -\lambda\, T_{1/2} \Rightarrow \qquad T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}$$

Como ln 2 = 0,693, $\tau > T_{1/2}$.

7. Si la vida media de un isótopo radiactivo es $5{,}8\cdot 10^{-6}$ s, el periodo de semidesintegración es:
 A) $1{,}7\cdot 10^{5}$ s
 B) $4{,}0\cdot 10^{-6}$ s
 C) $2{,}9\cdot 10^{5}$ s

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: B

La respuesta más simple es por semejanza. Aunque período de semidesintegración y vida media no son lo mismo, son del mismo orden de magnitud.
La vida media es la «esperanza de vida» de un núcleo. Es un término estadístico igual a la suma de los productos del tiempo de vida de cada núcleo por el número de núcleos que tienen ese tiempo dividido por el total de núcleos.

$$\tau=\frac{\int_0^{N_0} t\,\mathrm{d}N}{N_0}=\frac{1}{\lambda}$$

Donde λ es la constante de desintegración radiactiva, que aparece en la ecuación exponencial de desintegración:

$$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

El período de semidesintegración es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad la cantidad de núcleos de sustancia radiactiva. Si en la ecuación de desintegración sustituimos N por N_0 / 2, t = $T_{½}$.

$$\frac{N_0}{2}=N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda T_{1/2}}$$

Extraemos logaritmos:

$$\ln(1/2) = -\lambda \cdot T_{½}$$

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}$$

El período de semidesintegración es algo menor (ln 2 = 0,693) que la vida media τ.

$$T_{½} = \tau \cdot \ln 2$$

Esto se cumple con la opción B.

$$\frac{4{,}0\cdot 10^{-6}\;[\mathrm{s}]}{5{,}8\cdot 10^{-6}\;[\mathrm{s}]}=0{,}69\approx\ln 2$$

8. Indica, justificando la respuesta, cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
A) La actividad de una muestra radiactiva es el número de desintegraciones que tienen lugar en 1 s.
B) Período de semidesintegración y vida media tienen el mismo significado.
C) La radiación gamma es la emisión de electrones por parte del núcleo de un elemento radiactivo.
(P.A.U. Sep. 15)

Solución: A

La actividad radiactiva es el número de desintegraciones por segundo y es proporcional a la cantidad de isótopo radiactivo

$$A = -\,\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$$

Donde λ es la constante de desintegración radiactiva, que aparece en la ecuación exponencial de desintegración:

$$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

La actividad radiactiva disminuye con el tiempo. Multiplicando ambos miembros de la ecuación anterior por λ queda:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Las otras opciones:
B: Falsa. La vida media es la «esperanza de vida» de un núcleo. Es un término estadístico igual a la suma de los productos del tiempo de vida de cada núcleo por el número de núcleos que tienen ese tiempo dividido por el total de núcleos.

$$\tau = \frac{\int_0^{N_0} t \, \mathrm{d} N}{N_0} = \frac{1}{\lambda}$$

Donde λ es la constante de desintegración radiactiva, que aparece en la ecuación exponencial de desintegración:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

El período de semidesintegración es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad la cantidad de núcleos de sustancia radiactiva. Si en la ecuación de desintegración sustituimos N por N_0 / 2, $t = T_{½}$.

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda T_{1/2}}$$

Al extraer logaritmos:

$$\ln(1/2) = -\lambda \cdot T_{½}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

La relación entre el período de semidesintegración y la vida media es:

$$T_{½} = \tau \cdot \ln 2$$

C: Falsa. La radiación gamma γ es una radiación electromagnética de alta energía, mientras que la emisión de electrones por parte del núcleo de un elemento radiactivo es la desintegración β.

9. Una roca contiene el mismo número de núcleos de dos isótopos radiactivos A y B, de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente. Para estos isótopos se cumple que:
A) A tiene mayor actividad radiactiva que B.
B) B tiene mayor actividad que A.
C) Ambos tienen la misma actividad.

(P.A.U. Sep. 11)

Solución: B

La actividad radiactiva es el número de desintegraciones por segundo y es proporcional a la cantidad de isótopo radiactivo

$$A = -\mathrm{d} N / \mathrm{d} t = \lambda \cdot N$$

Siendo λ la constante de desintegración radiactiva.
Integrando la ecuación anterior, se encuentra la relación entre λ y el período de semidesintegración $T_{½}$.

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln (N_0 / N) / t$$

Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0$ / 2

$$\lambda = \ln 2 / T_{½}$$

Tendrá una constante λ de desintegración mayor el isótopo de menor período de semidesintegración.

10. La actividad en el instante inicial de medio mol de una sustancia radiactiva cuyo período de semidesintegración es de 1 día, es:
A) $2{,}41\cdot10^{18}$ Bq
B) $3{,}01\cdot10^{23}$ Bq
C) 0,5 Bq
Dato: $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ *(P.A.U. Sep. 13)*

Solución: A

La actividad radiactiva es el número de desintegraciones por segundo y es proporcional a la cantidad de isótopo radiactivo

$$A = -\,\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$$

Siendo λ la constante de desintegración radiactiva.
Integrando la ecuación anterior, se encuentra la relación entre λ y el período de semidesintegración $T_{½}$

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \frac{\ln(N_0/N)}{t}$$

Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$

$$\lambda = \ln 2 / T_{½}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1\,[\text{día}]\cdot 24\,[\text{h/día}]\cdot 3600\,[\text{s/h}]} = 8{,}02\cdot10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

$$A = \lambda \cdot N = 8{,}02\cdot10^{-6}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 0{,}500\ [\text{mol}] \cdot 6{,}022\cdot10^{23}\ [\text{mol}^{-1}] = 2{,}42\cdot10^{18}\ \text{Bq}$$

● Reacciones nucleares

1. En la desintegración beta(–):
A) Se emite un electrón de la parte externa del átomo.
B) Se emite un electrón desde el núcleo.
C) Se emite un neutrón.
(P.A.U. Sep. 11)

Solución: B

Las leyes de Soddy dicen que cuando un átomo emite radiación β(-), el átomo resultante tiene el mismo número másico pero una unidad más de número atómico.

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Cuando se analizó la radiación β(-) se descubrió que estaba constituida por electrones. Como la desintegración es debida a la inestabilidad del núcleo, los electrones proceden del núcleo aunque el núcleo está constituido solo por neutrones y protones. Pero se sabe que un neutrón aislado se descompone por interacción débil en poco tiempo (una vida media de unos 15 min) en un protón, un electrón y un antineutrino electrónico.

$${}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + {}^{0}_{0}\bar{\nu}_{e}$$

Por lo que se puede suponer que los electrones nucleares proceden de una desintegración semejante.
Las otras opciones:
A: Falsa. Si un átomo emitiese electrones de su envoltura, se obtendría un átomo del mismo número atómico y másico, solo que una carga positiva (un catión).

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X}^{+} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}^{-}$$

B: Falsa. La emisión de un neutrón no es una desintegración natural del núcleo. Solo ocurre cuando es bombardeado por otras partículas (incluso neutrones). Las formas de desintegración natural (radiactividad natural) son la desintegración alfa (α = núcleo de helio-4), desintegración beta (β = electrón) y la emisión de radiación gamma (γ = radiación electromagnética de alta energía).

2. En una reacción nuclear de fisión:
A) Se funden núcleos de elementos ligeros (deuterio o tritio).
B) Es siempre una reacción espontánea.
C) Se libera gran cantidad de energía asociada al defecto de masa.

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: C

En las reacciones nucleares se libera mucha energía que es equivalente al defecto de masa, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Las reacciones de fisión se producen al bombardear un núcleo pesado, uranio o plutonio, con neutrones térmicos, que se mueven a la velocidad adecuada para producir la fragmentación del núcleo en dos núcleos más pequeños y la emisión de dos o tres neutrones que producen una reacción en cadena (si no se controla).

Las otras opciones:
A: Falsa. El proceso propuesto corresponde a una reacción de fusión. Concretamente la que ocurre en el interior de las estrellas para producir helio.
B: Falsa. Los procesos de fisión deben ser provocados. Aunque es cierto que algunos isótopos del uranio emiten espontáneamente neutrones, se necesita enriquecer el uranio para que la emisión de neutrones sea capaz de mantener la reacción. Y se necesita que se acumule suficiente cantidad de uranio para superar la masa crítica que podría provocar la reacción de fisión.

3. El $^{232}_{90}\text{Th}$ se desintegra emitiendo 6 partículas α y 4 partículas β, lo que da lugar a un isótopo estable del plomo de número atómico:
A) 82.
B) 78.
C) 74.

(A.B.A.U. Jul. 19)

Solución: A

Las partículas alfa son núcleos de helio ^4_2He, las partículas beta electrones $^{\ 0}_{-1}\text{e}$ y las radiaciones gamma fotones $_0{}^0\gamma$.
Escribiendo la reacción nuclear

$$^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow 6\,^4_2\text{He} + 4\,^{\ 0}_{-1}\text{e} + ^A_Z\text{D}$$

Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$232 = 6 \cdot 4 + \text{A} \Rightarrow \text{A} = 208$$

$$90 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 82$$

4. Si un núcleo atómico emite una partícula α, dos partículas β^- y dos partículas γ, su número atómico:
A) Disminuye en dos unidades.
B) Aumenta en dos unidades.
C) No varía.

(P.A.U. Jun. 07)

Solución: C

Las propiedades del núcleo resultante después de una emisión alfa, beta o gamma pueden deducirse por la naturaleza de estas radiaciones y las leyes de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.
Una partícula alfa es un núcleo de helio-4 ($\alpha = {}^4_2He$), una partícula beta(-) es un electrón ($\beta^- = {}^{0}_{-1}e$) y la radiación gamma es radiación electromagnética de alta energía ($\gamma = {}^0_0\gamma$).
Escribiendo las reacciones del enunciado y aplicando las leyes de conservación mencionadas

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{-1}e + 2\,{}^{0}_{0}\gamma + {}^{A-4}_{Z}Y$$

5. Si un núcleo atómico emite una partícula α y dos partículas β, su número atómico *Z* y másico *A*:
   A) *Z* aumenta en dos unidades y *A* disminuye en dos.
   B) *Z* no varía y *A* disminuye en cuatro.
   C) *Z* disminuye en dos y *A* no varía.

(P.A.U. Jun. 12)

Solución: B

Las propiedades del núcleo resultante después de una emisión alfa o beta pueden deducirse por la naturaleza de estas radiaciones y las leyes de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.
Una partícula alfa es un núcleo de helio-4 ($\alpha = {}^4_2He$) y una partícula beta(-) es un electrón ($\beta^- = {}^{0}_{-1}e$)
Escribiendo las reacciones del enunciado y aplicando las leyes de conservación mencionadas

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{-1}e + {}^{A-4}_{Z}Y$$

6. El elemento radioactivo ${}^{232}_{90}Th$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es:
   A) ${}^{227}_{88}X$
   B) ${}^{228}_{89}Y$
   C) ${}^{228}_{90}Z$

(P.A.U. Jun. 11)

Solución: C

Las partículas alfa son núcleos de helio ${}^4_2He$, las partículas beta electrones ${}^{0}_{-1}e$ y las radiaciones gamma fotones ${}^0_0\gamma$.
Escribiendo la reacción nuclear

$${}^{232}_{90}Th \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\gamma + {}^{A}_{Z}D$$

Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$232 = 4 + A \Rightarrow A = 228$$

$$90 = 2 + 2 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 90$$

7. Cuando se bombardea nitrógeno ${}^{14}_{7}N$ con partículas alfa se genera el isótopo ${}^{17}_{8}O$ y otras partículas. La reacción es:
   A) ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{17}_{8}O + p$
   B) ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{17}_{8}O + n + \beta$
   C) ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{17}_{8}O + p + n + \gamma$

(P.A.U. Jun. 06)

Solución: A

Partícula	Alfa α	Beta β	Protón p	Neutrón n	Radiación γ
N.º bariónico	4	0	1	1	0
Carga	+2	−1	+1	0	0
Símbolo	${}_{2}^{4}He$	${}_{-1}^{0}e$	${}_{1}^{1}H$	${}_{0}^{1}n$	${}_{0}^{0}\gamma$

Por los principios de conservación del número bariónico (n.º nucleones = n.º de protones + n.º neutrones) y de la carga, la única solución posible es la A, ya que el número bariónico total antes de la reacción nuclear es:

$$14 + 4 = 18$$

La carga total es:

$$7 + 2 = +9$$

Reacción	N.º bariónico	Carga
A: ${}_{7}^{14}N+{}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{8}^{18}O+{}_{1}^{1}H$	18 + 1 = 19	8 + 1 = +9
B: ${}_{7}^{14}N+{}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{8}^{18}O+{}_{0}^{1}n+{}_{-1}^{0}e$	18 + 1 + 0 = 19	8 + 0 − 1 = +7
C: ${}_{7}^{14}N+{}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{8}^{18}O+{}_{1}^{1}H+{}_{0}^{1}n+{}_{0}^{0}\gamma$	18 + 1 + 1 = 20	8 + 1 + 0 + 0 = +9

8. En la desintegración β^-.
   A) El número atómico aumenta una unidad.
   B) El número másico aumenta una unidad.
   C) Ambos permanecen constantes.

(P.A.U. Jun. 05)

Solución: A

Una desintegración β− es una emisión de un electrón del núcleo, que se produce por la transformación de un neutrón en un protón.

$${}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}H+{}_{-1}^{0}e+{}_{0}^{0}\bar{\nu}_e$$

Por las leyes de conservación de la carga y el número másico

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y+{}_{-1}^{0}e$$

9. ¿Cuál de las siguientes reacciones nucleares representa el resultado de la fisión del ${}_{92}^{235}U$ cuando absorbe un neutrón?
   A) ${}_{82}^{209}Pb+5\alpha+3p+4n$
   B) ${}_{62}^{90}Sr+{}_{54}^{140}Xe+6n+\beta$
   C) ${}_{56}^{141}Ba+{}_{36}^{92}Kr+3n$

(P.A.U. Sep. 06)

Solución: C

Una reacción de fisión se produce cuando un núcleo absorbe un neutrón y se rompe (fisiona) en dos fragmentos emitiendo dos o tres neutrones.

$${}_{92}^{235}U+{}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{56}^{141}Ba+{}_{36}^{92}Kr+3\,{}_{0}^{1}n$$

Cumple los principios de conservación del número bariónico y de la carga eléctrica:

$$235 +1 = 141 + 92 + 3 =236$$

$$92 + 0 = 56 + 36 + 0 = 92$$

Las otras opciones:
A: Falsa. El tamaño de los fragmentos $^{209}_{82}Pb$ y α ($^{4}_{2}He$) es muy diferente, se produce un número de neutrones (4) excesivo, se emiten protones y no se cumple el principio de conservación de la carga eléctrica: 82 + 5 · 2 + 3 · 1 ≠ 92.
B: Falsa. Se produce un número de neutrones (6) excesivo, se producen además electrones β y no se cumple el principio de conservación de la carga eléctrica: 62 + 54 + 6 · 0 + (−1) ≠ 92.

10. ¿Cuál de estas reacciones nucleares es posible?:
    A) $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He$
    B) $^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$
    C) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 2\,^{1}_{0}n$

(P.A.U. Jun. 07)

Solución: B

Por los principios de conservación del número bariónico (n.º nucleones = n.º de protones + n.º neutrones) y de la carga, la única solución posible es la B, ya que el número bariónico total antes y después es:

$$14 + 4 = 17 + 1 = 18$$

Reacción	N.º bariónico	Carga
A: $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He$	2 + 3 ≠ 4	1 + 1 = 2
B: $^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$	14 + 4 = 17 + 1	7 + 2 = 8 + 1
C: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 2\,^{1}_{0}n$	235 + 1 ≠ 141 + 92 + 2 · 1	92 + 0 = 56 + 36 + 2 · 0

11. ¿Cuál de las siguientes reacciones nucleares es correcta?
    A) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3\,^{1}_{0}n$
    B) $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + 2\,^{1}_{0}n$
    C) $^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{2}_{1}H$

(P.A.U. Jun. 10)

Solución: A

Por los principios de conservación del número bariónico (n.º de nucleones = n.º de protones + n.º de neutrones) y de la carga, la única solución posible es la A, ya que el número bariónico total antes y después es:
235 + 1 = 141 + 92 + 3·1 = 236

Reacción	N.º bariónico	Carga
A: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3\,^{1}_{0}n$	235 + 1 = 141 + 92 + 3·1 = 236	92 + 0 = 56 + 36 + 3 · 0
B: $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + 2\,^{1}_{0}n$	2 + 3 ≠ 4 + 2 · 1	1 + 1 = 2 + 2·0
C: $^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{2}_{1}H$	10 + 1 ≠ 7 + 2	5 + 0 ≠ 3 + 1

12. En la formación del núcleo de un átomo:
    A) Disminuye la masa y se desprende energía.
    B) Aumenta la masa y se absorbe energía.
    C) En unos casos sucede la opción A y en otros casos la B.

(P.A.U. Sep. 14)

Solución: A

La masa del núcleo es siempre inferior a la suma de las masas de los nucleones que lo componen. La diferencia entre la masa del núcleo y los nucleones se llama defecto de masa «Δm».
El proceso hipotético de la formación de un núcleo a partir de la unión de los protones y neutrones que lo forman desprende una gran cantidad de energía que procede de la transformación del defecto de masa «Δm» en energía «E», según la ecuación de Einstein.

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Siendo c la velocidad de la luz en el vacío.
A esta energía se la conoce como energía de enlace y, dividida por en número de nucleones, como energía de enlace por nucleón.
Esta energía de enlace por nucleón aumenta con el número atómico en los núcleos más ligeros hasta alcanzar un máximo en el hierro, a partir del cual desciendo ligeramente. Esto indica que el núcleo de hierro es el más estable.
En realidad los núcleos de los átomos se forman por reacciones de fusión nuclear o bien en el interior de las estrellas, los anteriores al hierro, o bien en la explosión de supernovas, los posteriores.

13. En una fusión nuclear:
    A) No se precisa energía de activación.
    B) Intervienen átomos pesados.
    C) Se libera energía debida al defecto de masa.

(P.A.U. Sep. 10)

Solución: C

El proceso de fusión nuclear consiste en la reacción entre núcleos ligeros para producir otros más pesados.
Es el proceso que proporciona la energía las estrellas y que se produce en la bomba de hidrógeno.
Una reacción de fusión sería la que ocurre entre los isótopos tritio y deuterio para producir helio y un neutrón.

$$^{3}_{1}\mathrm{H} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Las reacciones nucleares producen una gran cantidad de energía que procede de la transformación del defecto de masa «Δm» en energía «E », según la ecuación de Einstein.

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Siendo c la velocidad de la luz en el vacío.
La suma de las masas del helio-4 y del neutrón es inferior a la suma de las masas del tritio ^{3}H y del deuterio ^{2}H.
La energía de activación es un concepto de la cinética química que mide la energía necesaria para iniciar un proceso, como la que aporta la llama de una cerilla para iniciar la combustión del papel. Las reacciones nucleares de fusión necesitan una gran energía para acercar los núcleos a distancias muy cortas venciendo la repulsión eléctrica entre ellos. La temperatura que necesitaría un gas de átomos de isótopos de hidrógeno para que los choques entre ellos fueran eficaces y los núcleos produjeran helio es de la orden del millón de grados. El proceso ocurre en el interior de las estrellas donde la energía gravitatoria produce enormes temperaturas. En las pruebas nucleares de la bomba H de hidrógeno, se empleaba una bomba atómica de fisión como detonante. En la actualidad los experimentos para producir energía nuclear de fusión emplean láseres de alta energía que comuniquen a átomos individuales la energía suficiente para superar la barrera de repulsión eléctrica, y aunque se han obtenido resultados positivos, no se ha diseñado un sistema rentable de producir energía a gran escala.

14. En la reacción $^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{141}_{56}\mathrm{Ba} + ^{A}_{Z}\mathrm{X} + 3\,^{1}_{0}\mathrm{n}$ se cumple que:
    A) Es una fusión nuclear.

B) Se libera energía correspondiente al defecto de masa.
C) El elemento X es $^{92}_{35}X$.

(P.A.U. Jun. 13)

Solución: B

En las reacciones nucleares se libera energía. Esta energía proviene de la transformación de masa en energía que sigue la ley de Einstein.

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Siendo Δm el defecto de masa y c la velocidad de la luz en el vacío.

Las otras opciones:
A: Falsa. El proceso de fusión nuclear consiste en la reacción entre núcleos ligeros para producir otros más pesados. Esta reacción nuclear consiste en romper un núcleo pesado en otros más ligeros: es una fisión.
C: Cumple el principio de conservación del número bariónico (n.º nucleones = n.º de protones + n.º neutrones)

$$235 + 1 = 141 + A + 3 \cdot 1$$

$$A = 92$$

Pero no el de conservación de la carga eléctrica:

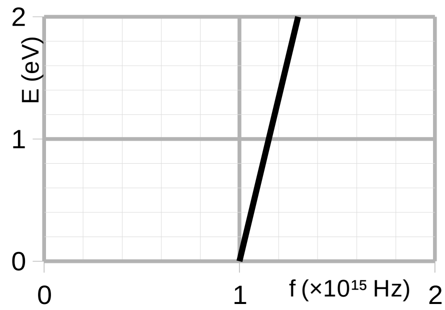
$$92 + 0 = 56 + Z + 3 \cdot 0$$

$$Z = 36 \neq 35$$

◊ LABORATORIO

1. Se puede medir experimentalmente la energía cinética máxima de los electrones emitidos al hacer incidir luz de distintas frecuencias sobre una superficie metálica. Determina el valor de la constante de Planck a partir de los resultados que se muestran en la gráfica adjunta. DATO: 1 eV = 1,6·10⁻¹⁹ J.

(A.B.A.U. Sep. 18)



Solución:

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.
Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta es la ecuación de una recta en la que E_c es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), y h sería la pendiente m.
La pendiente puede calcularse:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{\Delta E_c}{\Delta f}$$

Leyendo en la gráfica los valores:

$f_1 = 1{,}0·10^{15}$ Hz $E_{c1} = 0$ eV = 0 J

$f_2 = 1{,}3·10^{15}$ Hz $E_{c1} = 2$ eV = $3{,}2·10^{-19}$ J

$$h=\frac{\Delta E_c}{\Delta f}=\frac{(3{,}2\cdot 10^{-19}-0)\text{ J}}{(1{,}3\cdot 10^{15}-1{,}0\cdot 10^{15})\text{ s}^{-1}}=\frac{(3{,}2\cdot 10^{-19}-0)\text{ J}}{3\cdot 10^{14}\text{ s}^{-1}}=1\cdot 10^{-33}\text{ J·s}$$

Análisis: El resultado de nuestro cálculo tiene una sola cifra significativa porque el denominador sólo tiene una cifra significativa. El valor de la constante de Planck es $h = 6{,}63·10^{-34}$ J·s *como puede verse en los datos del problema 1 de la opción B. Es del mismo orden de magnitud.*

ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz: $3·10^8$ m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar $3·10^8$ que 299 792 458 m/s).
Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como $c = 3·10^8$ m/s y lo reescribo como:
Cifras significativas: 3
$c = 3{,}00·10^8$ m/s
Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ($3·10^8$ m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisible. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 17/04/20

Sumario

FÍSICA DEL SIGLO XX

Método y recomendaciones

Índice de pruebas A.B.A.U. y P.A.U.