RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE FÍSICA MODERNA 2

9. a) Longitud de onda de De Broglie $\lambda = \frac{h}{mv}$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2;\ v=\sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 4}{2\cdot 10^{-2}}} = 20\ m/s\ ;\ \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{2\cdot 10^{-2}\cdot 20} = \underline{1{,}66\cdot 10^{-33}\ m}$$

16. Longitud de onda de un fotón

a) $E = h\cdot f = \frac{hc}{\lambda}$; $E = 0{,}02\ MeV\ \frac{10^6\ eV}{1\ MeV}\cdot\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\ J}{1\ eV} = 3{,}2\cdot 10^{-15}\ J$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{3{,}2\cdot 10^{-15}} = 6{,}22\cdot 10^{-11}\ m$$

$$p = \frac{h}{\lambda};\ v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 6{,}22\cdot 10^{-11}} = 1{,}17\cdot 10^7\ m/s\ ;\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1{,}17\cdot 10^7}{3\cdot 10^8}\right)^2}} = 1{,}0007$$

b) $E = \gamma m_0 c^2 = 1{,}0007\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}(3\cdot 10^8)^2 = \underline{8{,}20\cdot 10^{-14}\ J}$; $p = \gamma\cdot m_0 v = 1{,}0007\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}17\cdot 10^7 = \underline{1{,}07\cdot 10^{-23}\ \frac{kg\,m}{s}}$

17. a) $E_c = 40\ eV\ \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\ J}{1\ eV} = 6{,}4\cdot 10^{-18}\ J$; $v = \sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}4\cdot 10^{-18}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}} = 3{,}75\cdot 10^6\ m/s$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}11\cdot 10^{-34}\cdot 3{,}75\cdot 10^6} = \underline{1{,}94\cdot 10^{-10}\ m}$$

b) $E_c = 2\ GeV$; $E_c = E - E_0 = (\gamma - 1)m_0c^2$; $\gamma = \frac{E_c}{m_0c^2} + 1 = \frac{3{,}2\cdot 10^{-10}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot(3\cdot 10^8)^2} + 1 = 3908$

$$E_c = 2\ GeV\ \frac{10^9\ eV}{1\ GeV}\ \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\ J}{1\ eV} = 3{,}2\cdot 10^{-10}\ J$$

$$m = \gamma m_0;\ \gamma = \frac{m}{m_0} = \underline{3908}$$

21. a) $\lambda = 4\cdot 10^{-13}\ m$ $\quad \lambda = \frac{h}{mv};\ v = \sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m}};\ \lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}}\ ;\ \lambda^2 = \frac{h^2}{2mE_c}$

$$E_c = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(6{,}63\cdot 10^{-34})^2}{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot(4\cdot 10^{-13})^2} = 8{,}23\cdot 10^{-16}\ J;$$

$$E_c = 8{,}23\cdot 10^{-16}\ J\ \frac{1\ eV}{1{,}6\cdot 10^{-19}\ J}\ \frac{10^{-3}\ keV}{1\ eV} = 5{,}14\ keV$$

24. $\lambda = 150\ nm$ $\quad V_0 = 1{,}25\ V$; $\lambda = 150\ nm\ \frac{10^{-9}\ m}{1\ nm} = 1{,}5\cdot 10^{-7}\ m$

a) $E = h\cdot f = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{1{,}5\cdot 10^{-7}} = \underline{1{,}33\cdot 10^{-18}\ J}$

$$E_{cmax} = q_e\cdot V_0 = 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 1{,}25 = \underline{2\cdot 10^{-19}\ J}$$

b) $\lambda = \frac{h}{mv};\ E_{cmax} = \frac{1}{2}mv^2;\ \lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_{cmax}}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{cmax}}}$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\cdot m\,E_{cmax}}} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 2\cdot 10^{-19}}} = \underline{1{,}099\cdot 10^{-9}\ m}$$

33. a) Fotón $E = 1{,}3\ eV\cdot\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\ J}{1\ eV} = 2{,}08\cdot 10^{-19}\ J$; $E = hf;\ f = \frac{c}{\lambda}$; $E = \frac{hc}{\lambda};\ \lambda = \frac{hc}{E}$

$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{2{,}08\cdot 10^{-19}} = 9{,}56\cdot 10^{-7}\ m$, $\lambda = \frac{h}{mv}$ hipótesis de De Broglie

$$v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 9{,}56\cdot 10^{-7}} = \underline{762\ m/s}$$

b) $\lambda = \underline{9{,}56\cdot 10^{-7}\ m}$

36. $E = 17{,}55\ MeV$

a) $E_c = 0{,}25\ E_c = 0{,}25 \cdot 17{,}55 = 4{,}39 MeV$

$E_c = 4{,}39\ MeV \dfrac{10^6 eV}{1 MeV} \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19} J}{1 eV} = 7{,}02 \cdot 10^{-13} J$

$v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 7{,}02 \cdot 10^{-13}}{6{,}62 \cdot 10^{-27}}} = 1{,}46 \cdot 10^7 m/s$

$\lambda = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{6{,}62 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}46 \cdot 10^7} = \underline{6{,}88 \cdot 10^{-15} m}$

b) $E_f = 0{,}75 \cdot E = 0{,}75 \cdot 17{,}55 = 13{,}16\ MeV \dfrac{10^6 eV}{1 MeV} \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19} J}{1 eV} = 2{,}11 \cdot 10^{-12} J$

$E_f = \dfrac{hc}{\lambda};\ \lambda = \dfrac{hc}{E_f} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2{,}11 \cdot 10^{-12}} = \underline{9{,}44 \cdot 10^{-14} m}$

42. $\lambda = 500 nm \quad P = 1W$

a) $E = hf = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = \underline{3{,}99 \cdot 10^{-19} J}$

$E_T = N \cdot E;\ E_T = P_T \cdot t;\ P_T \cdot t = N \cdot E;\ \dfrac{N}{t} = \dfrac{P_T}{E} = \dfrac{1}{3{,}99 \cdot 10^{-19}} = \underline{2{,}51 \cdot 10^{18} \dfrac{fotones}{s}}$

74. $E_{c1} = E_{c2} \quad \lambda_1 = \dfrac{h}{m_1 v_1};\ \lambda_2 = \dfrac{h}{m_2 v_2};\ E_{c1} = \dfrac{1}{2} m_1 v_1^2;\ E_{c2} = \dfrac{1}{2} m_2 v_2^2$

a) si $m_1 = 50\ m_2 \qquad \dfrac{1}{2} m_1 v_1^2 = \dfrac{1}{2} m_2 v_2^2;\ m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2;\ 50 \cancel{m_2} v_1^2 = \cancel{m_2} v_2^2$

$v_2 = \sqrt{50}\, v_1 \qquad \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \dfrac{\frac{h}{m_1 v_1}}{\frac{h}{m_2 v_2}} = \dfrac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = \dfrac{\cancel{m_2} \sqrt{50} \cancel{v_1}}{50 \cancel{m_2} \cancel{v_1}} = \dfrac{\sqrt{50}}{50} = \dfrac{1}{\sqrt{50}} = \dfrac{1}{5\sqrt{2}} = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt{2}}{10}}}$

b) $\lambda_1 = 500 \lambda_2 \qquad \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\frac{h}{m_1 \lambda_1}}{\frac{h}{m_2 \lambda_2}} = \dfrac{m_2 \lambda_2}{m_1 \lambda_1} = \dfrac{v_1^2 \lambda_2}{v_2^2 \lambda_1};\ \dfrac{v_1 v_2^2}{v_2 v_1^2} = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1};\ \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}$

$\dfrac{m_2}{m_1} = \dfrac{v_1^2}{v_2^2}$

$\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \dfrac{500 \lambda_2}{\lambda_2} = \underline{500}$

87. $\lambda = 500 nm \quad W_0 = 2{,}1 eV$

a) $E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 3{,}99 \cdot 10^{-19} J;\ W_0 = 2{,}1 eV \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19} J}{1 eV} = 3{,}36 \cdot 10^{-19} J$

$E = W_0 + E_{cmax};\ E_{cmax} = E - W_0 = 3{,}99 \cdot 10^{-19} - 3{,}36 \cdot 10^{-19} = 6{,}18 \cdot 10^{-20} J$

$\lambda = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{h}{\sqrt{2 m E_c}} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 6{,}18 \cdot 10^{-20}}} = \underline{1{,}98 \cdot 10^{-9} m}$

Como λ de De Broglie de electrones con la Ecmax es $1{,}98 \cdot 10^{-9} m$ todos los electrones arrancados con Ec menor que Ecmax tendrán λ de De Broglie mayores que $1{,}98 \cdot 10^{-9} m$. Por tanto la afirmación es falsa ya que no podrán tener λ de De Broglie menores que $10^{-9} m$.

89. a) $E = 10^4\,eV$; $E = 10^4\,eV \dfrac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,J}{1\,eV} = 1{,}6\cdot 10^{-15}\,J$ $\quad E = hf$; $c = \lambda\cdot f$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{1{,}6\cdot 10^{-15}} = \underline{1{,}24\cdot 10^{-10}\,m} \; ; \; \lambda = \frac{h}{mv}; \; v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{h^2}{m^2\lambda^2} = \frac{1}{2}\frac{h^2}{m\lambda^2} = \frac{1}{2}\frac{(6{,}63\,10^{-34})^2}{9{,}1\cdot 10^{-31}(1{,}24\cdot 10^{-10})^2} = 1{,}57\cdot 10^{-17}\,J$$

$$E_c = 1{,}57\cdot 10^{-17}\,J\,\frac{1\,eV}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = \underline{98{,}1\,eV}$$

b) $$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{8\cdot 10^{-2}\cdot 2} = \underline{4{,}14\cdot 10^{-33}\,m}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}8\cdot 10^{-2}\cdot 2^2 = \underline{0{,}16\,J}$$

90. Si se mueve con velocidad constante es que se dan las condiciones del selector de velocidad $\vec{F}_e = -\vec{F}_m$ $\; q\vec{E} = -q\,\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow \vec{E} = -\vec{v}\times\vec{B}$ $\quad$ En módulo $E = v\cdot B\cdot \operatorname{sen} 90^\circ$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{4\cdot 10^5}{2} = 2\cdot 10^5\,m/s$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 2\cdot 10^5} = \underline{1{,}99\cdot 10^{-12}\,m}$$

95. b) Si $\lambda = 5\cdot 10^{-13}\,m$ $\quad v = \dfrac{h}{m\lambda} = \dfrac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 5\cdot 10^{-13}} = 7{,}94\cdot 10^5\,m/s$

Principio de conservación de la energía $Em_1 = Em_2$ $\quad \cancel{E_{c1}}^{0} + E_{p1} = E_{c2} + \cancel{E_{p2}}^{0}$

$$q_e V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2; \quad V_1 = \frac{m\cdot v_2^2}{q_e\cdot 2} = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}(7{,}94\cdot 10^5)^2}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2} = \underline{3{,}29\cdot 10^3\,V}$$

99. $E_{c\alpha} = E_{cp}$ $\quad m_\alpha = 4\,m_p$ $\quad \lambda_\alpha/\lambda_p$ $\quad \lambda_\alpha = \dfrac{h}{m_\alpha\cdot v_\alpha}$; $\lambda_p = \dfrac{h}{m_p v_p}$; $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2mE_c}}$

b) $$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2\cdot m_\alpha E_{c\alpha}}}}{\frac{h}{\sqrt{2\cdot m_p E_{cp}}}} = \frac{\sqrt{2m_p E_{cp}}}{\sqrt{2m_\alpha E_{c\alpha}}} = \sqrt{\frac{2\,m_p\cdot E_{cp}}{2\,m_\alpha E_{c\alpha}}} = \sqrt{\frac{\cancel{m_p}\cdot \cancel{E_{cp}}}{4\cancel{m_p}\cancel{E_{cp}}}} = \frac{1}{2}$$

103.

a) La masa de la partícula y su velocidad $\lambda = h/mv$

Dos partículas que tengan diferente velocidad pueden tener la misma longitud de onda de De Broglie si sus masas guardan la relación.

$$\lambda_1 = \lambda_2 \quad \frac{h}{m_1 v_1} = \frac{h}{m_2 v_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

b) $E_{c1} = 2\,eV$ $\quad E_{c2} = 8\,eV$ $\quad E_{c2} = 4\,E_{c1}$ $\quad \lambda_1/\lambda_2$ $\quad \lambda = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{h}{\sqrt{2mE_c}}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2m_1E_{c1}}}}{\frac{h}{\sqrt{2m_2E_{c2}}}} = \frac{\sqrt{2m_2E_{c2}}}{\sqrt{2m_1E_{c1}}} = \sqrt{\frac{2\,m_2E_{c2}}{2\,m_1E_{c1}}} = \sqrt{\frac{\cancel{m_2}\,4\cancel{E_{c1}}}{\cancel{m_1}\,\cancel{E_{c1}}}} = 2; \quad m_1 = m_2 \text{ dos electrones}$$

106. d) Aplicando el principio de conservación de la energía $\cancel{E_{c1}}^{0} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$

$$\frac{Kq_1q_2}{r_1} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{Kq_1q_2}{r_2}; \quad v = \sqrt{\frac{2Kq_1q_2}{m}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = \sqrt{\frac{-2\cdot 9\cdot 10^9(1{,}6\cdot 10^{-19})^2}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\left(\frac{1}{2\cdot 10^{-6}} - \frac{1}{10^{-6}}\right)} = 1{,}59\cdot 10^4\,\frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}59\cdot 10^4} = \underline{4{,}58\cdot 10^{-8}\,m}$$

110. a) $\lambda_e = 200\,\lambda_n \quad E_c = 6\,eV\,\frac{1{,}6\cdot10^{-19}\,J}{1\,eV} = 9{,}6\cdot10^{-19}\,J\ ;\ E_c = \frac{1}{2}mv^2$

$$v_n = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot9{,}6\cdot10^{-19}}{1{,}7\cdot10^{-27}}} = 3{,}36\cdot10^{4}\,m/s\ ;\ \lambda_n = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{1{,}7\cdot10^{-27}\cdot3{,}36\cdot10^{4}} = 1{,}16\cdot10^{-11}\,m$$

$$\lambda_e = 200\,\lambda_n = 200\cdot1{,}16\cdot10^{-11} = 2{,}32\cdot10^{-9}\,m$$

$$v_e = \frac{h}{m_e\lambda_e} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot2{,}32\cdot10^{-9}} = \underline{3{,}14\cdot10^{5}\,m/s}$$

112.

$\lambda_1 = \lambda_2 \quad m_2 = 3\cdot m_1$

a) $\lambda_1 = \frac{h}{p_1}\ ;\ \lambda_2 = \frac{h}{p_2} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \quad \frac{h}{p_1} = \frac{h}{p_2} \Rightarrow \underline{p_1 = p_2}$

b) $p_1 = m_1 v_1$ y $p_2 = m_2 v_2$ si $p_1 = p_2 \quad m_1 v_1 = m_2 v_2$

$\cancel{m_1} v_1 = 3\,\cancel{m_1}\,v_2 \qquad v_1 = 3\,v_2 \qquad \frac{v_1}{v_2} = \underline{3}$

116. a) $\lambda_v = 390\,nm = 3{,}9\cdot10^{-7}\,m\ ;\ \lambda_r = 740\,nm = 7{,}4\cdot10^{-7}\,m$

$E = hf\ ;\ c = \lambda\cdot f\ ;\ E = \frac{hc}{\lambda}\ ;\ E_v = \frac{hc}{\lambda_v} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{3{,}9\cdot10^{-7}} = 5{,}1\cdot10^{-19}\,J = 3{,}19\,eV$

$E_r = \frac{hc}{\lambda_r} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{7{,}4\cdot10^{-7}} = 2{,}69\cdot10^{-19}\,J\ \frac{1\,eV}{1{,}6\cdot10^{-19}\,J} = 1{,}68\,eV$

El intervalo va desde 1,68 eV para el rojo hasta 3,19 eV para el violeta.

117. Principio de indeterminación de Heisemberg.

Es imposible determinar simultáneamente la posición y la velocidad de una partícula con absoluta precisión. Esta relación se extiende a otros pares de magnitudes conjugadas como la energía y el tiempo.

Para conocer la posición de una partícula, p.ej. un electrón es necesario que un fotón impacte con él y de esa interacción deduciríamos la posición del electrón. Pero esa posición ha cambiado en el momento del impacto así como su velocidad. De manera que si se conoce una con mucha precisión habrá mucha incertidumbre en la otra magnitud.

119. $\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e}\ ;\ \lambda_p = \frac{h}{m_p v_p}$; si a) $v_e = v_p \quad \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{h/m_e v_e}{h/m_p v_p} = \frac{m_p}{m_e}$; como $m_p > m_e$

$\lambda_e > \lambda_p$

b) si $E_{cp} = E_{ce} \quad \lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2 m_e E_{ce}}}\ ;\ \lambda_p = \frac{h}{\sqrt{2 m_p E_{cp}}}$

$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{h/\sqrt{2 m_e E_{ce}}}{h/\sqrt{2 m_p E_{cp}}} = \sqrt{\frac{\cancel{2} m_p \cancel{E_{cp}}}{\cancel{2} m_e \cancel{E_{ce}}}} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$ como $m_p > m_e \Rightarrow \lambda_e > \lambda_p$

En ambos casos es menor la longitud de onda de De Broglie del protón

120. a) $I = \frac{P}{S}\ ;\ S = \pi r^2 = \pi\cdot(0{,}5)^2 = 0{,}785\,mm^2 = 7{,}85\cdot10^{-7}\,m^2\ ;\ I = \frac{P}{S} = \frac{10^{-2}}{7{,}85\cdot10^{-7}} = 1{,}27\cdot10^{4}\,W\,m^{-2}$

b) $E = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{6{,}3\cdot10^{-7}} = 3{,}16\cdot10^{-19}\,J$

$E_T = N\,E\ ;\ E_T = P\cdot t\ ;\ P\cdot t = N\cdot E\ ;\ \frac{N}{t} = \frac{P}{E} = \frac{10^{-2}}{3{,}16\cdot10^{-19}} = 3{,}16\cdot10^{16}$ fotones/segundo