3. Determina el valor del periodo de semidesintegración del U-234 si en una muestra de 2,5 g de Uranio del que solo el $5{,}07 \cdot 10^{-3}$ % es U-234 la actividad radiactiva pasa de valer $2{,}88 \cdot 10^4$ Bq a $2{,}17 \cdot 10^4$ Bq en 100 000 años.

4. Si el periodo de semidesintegración del U-235 es de $7{,}04 \cdot 10^8$ años halla el número de núcleos de U-235 que tenía una roca de granito de $1{,}65 \cdot 10^3$ kg hace $4{,}28 \cdot 10^8$ años. En la actualidad la roca tiene una actividad radiactiva de $1{,}79 \cdot 10^7$ Bq.

RESOLUCIÓN

1. Hallamos el defecto de masa $\Delta m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_N$; $N = A - Z = 14 - 6 = 8$

$$\Delta m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_N = 6 \cdot 1{,}0073 + 8 \cdot 1{,}0087 - 14{,}0032 = 0{,}1102\ u$$

Pasamos de umas a kilogramos (S.I.)

$$\Delta m = 0{,}1102\ u \ \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg}{1u} = 1{,}8403 \cdot 10^{-28}\ kg$$

Utilizamos la equivalencia masa/energía de Einstein

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 1{,}8403 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1{,}656 \cdot 10^{-11}\ J$$ y pasamos a MeV

$$\Delta E = 1{,}656 \cdot 10^{-11}\ J \ \frac{1\ eV}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J} \ \frac{1\ MeV}{10^6\ eV} = 103{,}5\ MeV$$

$$\frac{\Delta E}{A} = \frac{103{,}5}{14} = \underline{7{,}39\ MeV/nucleón}$$

2. Hallamos primero la energía de enlace ΔE del núcleo de hierro-56

$\frac{\Delta E}{A} = 8{,}8$ MeV/nucleón ; $\Delta E = 8{,}8 \cdot 56 = 492{,}8$ MeV y pasamos a Julios

$$\Delta E = 492{,}8\ MeV \ \frac{1\ eV}{10^{-6}\ MeV} \ \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J}{1\ eV} = 7{,}885 \cdot 10^{-11}\ J$$

Hallamos el defecto de masa Δm ; $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$; $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{7{,}885 \cdot 10^{-11}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 8{,}76 \cdot 10^{-28}$ kg

Y teniendo en cuenta las masas de los nucleones en umas.

$$\Delta m = m_p \cdot Z + m_n \cdot N - M_N ; \quad M_N = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - \Delta m ,$$

$$\Delta m = 8{,}76 \cdot 10^{-28}\ kg \ \frac{1\ u}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg} = 0{,}5246\ u ; \quad N = A - Z = 56 - 26 = 30$$

$$M_N = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - \Delta m = 26 \cdot 1{,}0073 + 30 \cdot 1{,}0087 - 0{,}5246 = \underline{55{,}93\ u}$$

Como no nos piden el resultado en una unidad concreta podríamos haberlo dado en kg

$$M_N = 55{,}93\ u \ \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg}{1u} = 9{,}34 \cdot 10^{-26}\ kg$$

Desintegración radiactiva

(3) Se pide $T_{1/2}$ del U-234 $A_o = 2{,}88 \cdot 10^4$ Bq $A = 2{,}17 \cdot 10^4$ Bq ; $t = 10^5$ años

La ley de desintegración radiactiva en función de las actividades es:

$$A = A_o e^{-\lambda t} \Rightarrow Ln\frac{A}{A_o} = -\lambda \cdot t ;\ \lambda = -\frac{Ln(A/A_o)}{t} \text{ o } \lambda = \frac{Ln(A_o/A)}{t}$$

$$\lambda = \frac{Ln(A_o/A)}{t} = \frac{Ln(2{,}88 \cdot 10^4 / 2{,}17 \cdot 10^4)}{10^5 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 8{,}98 \cdot 10^{-14}\ s^{-1}$$

$T_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda}$; El periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ es el tiempo que tarda la muestra en reducirse a la mitad $A = \frac{1}{2}A_o$

$$T_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{Ln2}{8{,}98 \cdot 10^{-14}} = 7{,}72 \cdot 10^{12}\ s$$; y si se da en años sería:

$$T_{1/2} = 7{,}72 \cdot 10^{12} s \frac{1h}{3600 s} \frac{1 \text{ día}}{24 h} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} = 244\,800 \text{ años}$$

Vemos que la masa y el porcentaje son datos que no se necesitan.

(4) El U-235 tiene $T_{1/2} = 7{,}04 \cdot 10^8$ años ; $t = 4{,}28 \cdot 10^8$ años ; $A = 1{,}79 \cdot 10^7$ Bq

Como $A = \lambda \cdot N$ y $T_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda}$ podremos hallar A_o y de ahí N_o a partir de la ley de desintegración radiactiva $A = A_o \cdot e^{-\lambda t}$; $A_o = \frac{A}{e^{-\lambda t}} = A \cdot e^{\lambda t}$

Tanto λ como $T_{1/2}$ dan la misma información acerca del grado de radiactividad que emite un determinado isótopo. Hallamos λ a partir de $T_{1/2}$

$$T_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{Ln2}{T_{1/2}} = \frac{Ln2}{7{,}04 \cdot 10^8} = 9{,}85 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$, como t está en años no es necesario pasar λ a s^{-1}. Lo importante es que $\lambda \cdot t$ sea adimensional, si t está en s entonces λ irá en s^{-1}. Si t está en días λ estará en días^{-1}.

Hallamos A_o : $A_o = A \cdot e^{\lambda t}$; $A_o = A e^{\lambda t} = 1{,}79 \cdot 10^7 e^{9{,}85 \cdot 10^{-10} \cdot 4{,}28 \cdot 10^8} = 2{,}73 \cdot 10^7$ Bq

Y el número de núcleos de U-235 inicial requiere que λ esté en s^{-1} ya que A_o está en Bq

$A_o = \lambda \cdot N_o$; $N_o = \frac{A_o}{\lambda}$; $\lambda = 9{,}85 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \frac{1 \text{ día}}{24 h} \frac{1h}{3600 s} = 3{,}12 \cdot 10^{-17} s^{-1}$

$$N_o = \frac{A_o}{\lambda} = \frac{2{,}73 \cdot 10^7}{3{,}12 \cdot 10^{-17}} = 8{,}74 \cdot 10^{23} \text{ núcleos}$$

De nuevo vemos que la masa de la roca de granito no se utiliza. Esto no es muy habitual, pero ha ocurrido alguna vez en selectividad.