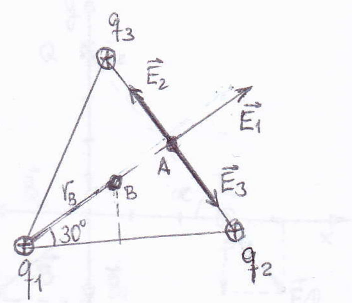
EJERCICIOS DE REPASO

1.

$q = 2{,}5\,\mu C$; $l = 2\,m$



a) Como $q_2 = q_3$ y $r_2 = r_3$ $\vec{E}_2 = -\vec{E}_3$

$E_1 = k\dfrac{q_1}{r_1^2}$; $r_1^2 + 1^2 = 2^2$; $r_1 = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}\,m$

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} = 9\cdot 10^9 \frac{2{,}5\cdot 10^{-6}}{(\sqrt{3})^2} = 7500\ N/C$$

Así pues aplicando el principio de superposición $\vec{E} = \vec{E}_1 + \cancel{\vec{E}_2} + \cancel{\vec{E}_3}$

$\vec{E} = \vec{E}_1 \Rightarrow E = 7500\ N/C$

Para el potencial en el punto A también se cumple el principio de superposición $V_A = V_1 + V_2 + V_3 = k\dfrac{q_1}{r_1} + k\dfrac{q_2}{r_2} + k\dfrac{q_3}{r_3}$; $r_2 = r_3 = \dfrac{l}{2}$

$V_1 = k\dfrac{q_1}{r_1} = 9\cdot 10^9 \dfrac{2{,}5\cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 1{,}3\cdot 10^4\,V$; $V_2 = V_3$; $V_2 = k\dfrac{q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9 \dfrac{2{,}5\cdot 10^{-6}}{1} = 2{,}25\cdot 10^4\,V$

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 = 1{,}3\cdot 10^4 + 2{,}25\cdot 10^4 + 2{,}25\cdot 10^4 = 5{,}80\cdot 10^4\,V$$

b) Teorema de la energía potencial $W = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$

El trabajo realizado por la fuerza eléctrica es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

$W = q(V_A - V_B)$; $V_B = 3V_{1B}$ ya que $V_{1B} = V_{2B} = V_{3B}$, $\cos 30° = \dfrac{1}{r_B}$

$r_B = \dfrac{1}{\sqrt{3}/2} = 2\sqrt{3}/3\,m$

$$V_{1B} = k\frac{q_1}{r_B} = 9\cdot 10^9 \frac{2{,}5\cdot 10^{-6}}{2\cdot\sqrt{3}/3} = 1{,}95\cdot 10^4\,V$$

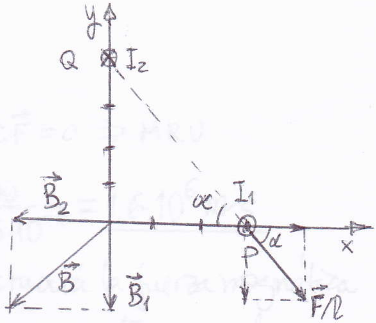
$$V_B = 3\cdot V_{1B} = 3\cdot 1{,}95\cdot 10^4 = 5{,}85\cdot 10^4\,V$$

$$W = q(V_A - V_B) = 10^{-6}(5{,}80\cdot 10^4 - 5{,}85\cdot 10^4) = -4{,}67\cdot 10^{-4}\,J$$

Como dice que calculemos el trabajo que hay que realizar entendemos que lo realiza una fuerza externa opuesta a la eléctrica.

$$W_{ext} = -W = \underline{4{,}67\cdot 10^{-4}\,J}$$

2. $I_1 = I_2 = 2\ A$



$\cos\alpha = \frac{3}{5}$; $\operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{5}$

$r = \sqrt{3^2+4^2} = 5\ m$

a) $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2}{2\pi\cdot 3} = 1{,}33\cdot 10^{-7}\ T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2}{2\pi\cdot 4} = 10^{-7}\ T$$

$$\vec{B} = -10^{-7}\vec{i} - 1{,}33\cdot 10^{-7}\vec{j}\ (T)$$

b) ley de Biot y Savart ; ley de Laplace

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\vec{u}_l \times \vec{u}_r) \qquad \vec{F} = I(\vec{l}\times\vec{B}) \qquad \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

$$\frac{|\vec{F}|}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 2}{2\pi\cdot 5} = 1{,}6\cdot 10^{-7}\ N/m$$

$$\frac{\vec{F}}{l} = 1{,}6\cdot 10^{-7}\cos\alpha\,\vec{i} - 1{,}6\cdot 10^{-7}\operatorname{sen}\alpha\,\vec{j} = 9{,}6\cdot 10^{-8}\vec{i} - 1{,}28\cdot 10^{-7}\vec{j}\ (N/m)$$

3. $r = 2\ cm$, $B = 0{,}5\ T$; $\omega = 120\ rpm = 120\cdot\frac{2\pi}{60} = 4\pi\ rad/s$

$R = 10\,\Omega$ en $t=0$ flujo máximo $\varphi_0 = 0$

a) MCU: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ $\quad \phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\varphi$

$$\phi = B\cdot S\cdot\cos(\omega t) = 0{,}5\cdot\pi\cdot 0{,}02^2\cdot\cos(4\pi\cdot t) = 6{,}28\cdot 10^{-4}\cos(4\pi t)\ Wb$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}[6{,}28\cdot 10^{-4}\cdot\cos(4\pi t)] = 6{,}28\cdot 10^{-4}\cdot 4\pi\cdot\operatorname{sen}(4\pi t) = 7{,}90\cdot 10^{-3}\operatorname{sen}(4\pi t)\ V$$

b) ley de Ohm $\mathcal{E} = R\cdot I$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{7{,}90\cdot 10^{-3}\operatorname{sen}(4\pi t)}{10} = 7{,}90\cdot 10^{-4}\operatorname{sen}(4\pi t)\ A$$

$$I(0{,}05\ s) = 7{,}90\cdot 10^{-4}\operatorname{sen}(4\pi\cdot 0{,}05) = 4{,}64\cdot 10^{-4}\ A$$

4. $E = 400 N/C$; $B = 2{,}5\cdot 10^{-4} T$

a) Para que la trayectoria sea rectilínea $\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow$ MRU

$F_e = F_m \quad \cancel{q}E = \cancel{q}vB;\ v = \frac{E}{B} = \frac{400}{2{,}5\cdot 10^{-4}} = \underline{1{,}6\cdot 10^6\ m/s}$

b) Si se anula el campo eléctrico solo actuará la fuerza magnética

$F_m = F_c$ La fuerza magnética solo tiene componente normal

$q\cancel{v}B = m\frac{v^{\cancel{2}}}{R};\quad R = \frac{mv}{qB} = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}6\cdot 10^6}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2{,}5\cdot 10^{-4}} = \underline{3{,}64\cdot 10^{-2}\ m}$

5. $v = 2\ m/s$ $f = 0{,}5\ Hz$; $A = 2{,}5\ m$

si en $t=0$ y $x=0$ $y_0 = -2{,}5\ m$

a) $y = A\,\text{sen}(\omega t + kx + \varphi_0)$; $A = 2{,}5\ m$; $\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 0{,}5 = \pi\ \frac{rad}{s}$

$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi}{2}\ rad/m$

Si $t=0$ y $x=0$ $\quad y_0 = A\cdot \text{sen}\,\varphi_0$; $-2{,}5 = 2{,}5\cdot\text{sen}\,\varphi_0$; $\text{sen}\,\varphi_0 = -1$

$\varphi_0 = \text{Arcsen}(-1) = \frac{3\pi}{2}\ rad$

$y = 2{,}5\ \text{sen}(\pi t + \frac{\pi}{2}x + \frac{3}{2}\pi)$ en u. del S.I.

b) $v_y = \frac{dy}{dt} = 2{,}5\cdot\pi\cdot\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}x + \frac{3\pi}{2})$ en u. del S.I.

en $t = 0{,}05\ s$ y $x = 1{,}5\ m$; $v = 2{,}5\pi\cdot\cos(\pi\cdot 0{,}05 + \frac{\pi}{2}\cdot 1{,}5 + \frac{3\pi}{2}) = 4{,}62\ \frac{m}{s}$

$a = \frac{dv_y}{dt} = -2{,}5\pi^2\ \text{sen}(\pi t + \frac{\pi}{2}x + \frac{3\pi}{2})$ en u. del SI

en $t = 0{,}05\ s$ y $x = 1{,}5\ m$; $a = -2{,}5\cdot\pi^2\,\text{sen}(\pi\cdot 0{,}05 + \frac{\pi}{2}\cdot 1{,}5 + \frac{3}{2}\pi) = -19{,}96\ \frac{m}{s^2}$

6. $r = 10\,m \quad \beta = 89\,dB$

a) $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$; $I = I_0\, 10^{\beta/10} = 10^{-12} \cdot 10^{89/10} = \underline{7{,}94 \cdot 10^{-4}\, W m^{-2}}$

$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2 = 7{,}94 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^2 = \underline{0{,}998\, W}$

b) $\beta = 0 \Rightarrow I = I_0$; $P = I_0 \cdot 4\pi r_0^2$; $r_0 = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}}$

$r_0 = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}} = \sqrt{\frac{0{,}998}{4\pi \cdot 10^{-12}}} = 2{,}82 \cdot 10^5\, m$

c) $I_T = 2\,I = 2 \cdot 7{,}94 \cdot 10^{-4} = 1{,}59 \cdot 10^{-3}\, W m^{-2}$

$\beta = 10 \log \frac{I_T}{I_0} = 10 \log \frac{1{,}59 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = \underline{92\, dB}$

7. $f = 4{,}5 \cdot 10^{14}\, Hz$; $\hat{r} = 40°$

a) Aplicando la ley de Snell $n_1 \cdot sen\,\hat{i} = n_2 \cdot sen\,\hat{r}$

$sen\,\hat{i} = \frac{n_2}{n_1} \cdot sen\,\hat{r} = \frac{1{,}36}{1} \cdot sen\,40° = 0{,}874$; $\hat{i} = arcsen\,0{,}874 = \underline{60{,}9°}$

b) Ángulo límite: es el ángulo de incidencia sobre una superficie que separa un medio más refringente de otro menos refringente, tal que el ángulo de refracción es de 90°.

$n_1 \cdot sen\,\hat{i} = n_2 \cdot sen\,\hat{r}$; si $\hat{r} = 90° \Rightarrow \hat{i} = l$; $sen\,l = \frac{n_2}{n_1} \cdot sen\,90°$

$l = arcsen\,\frac{n_2}{n_1} = arcsen\,\frac{1}{1{,}36} = \underline{47{,}3°}$

Por tanto para ángulos de incidencia mayores que 47,3° y menores que 90° se producirá reflexión total.

c) $n = \frac{c}{v}$; $v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}36} = 2{,}206 \cdot 10^8\, m/s$

$v = \lambda \cdot f$; $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2{,}206 \cdot 10^8}{4{,}5 \cdot 10^{14}} = \underline{4{,}90 \cdot 10^{-7}\, m}$

8. $\beta = \frac{3}{4}$; $s = -20$ cm

a) una imagen derecha, virtual y menor solo la puede producir una lente divergente.

Ecuación fundamental de las lentes delgadas

$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$; aumento lateral $\beta = \frac{s'}{s}$;

$s' = \beta \cdot s = \frac{3}{4} \cdot (-20) = -15$ cm es la posición de la imagen

$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-15} - \frac{1}{-20} = -\frac{4}{60} + \frac{3}{60} = \frac{-1}{60}$; $\underline{f' = -60 \text{ cm}}$

b)