FÍSICA MODERNA EvAU

2. $m = 3kg$ 5% de C-14 $\lambda = 1{,}24 \cdot 10^{-4}$ años^{-1} $10^{-4}\%$ en C-14

a) $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1{,}24 \cdot 10^{-4}} = \underline{8{,}06 \cdot 10^3 \text{ años}}$; Ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \; ; \; t = \frac{Ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{Ln(1/0{,}05)}{1{,}24 \cdot 10^{-4}} = \underline{24159 \text{ años}}$$

5% $N = 0{,}05 N_0$;

$m = 3000 \cdot \frac{10^{-4}}{100} = 3 \cdot 10^{-3}$ g de C-14 $\quad N = \frac{m}{M_m} \cdot N_A = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{14} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 1{,}29 \cdot 10^{20}$ átomos de Carbono 14

$A = \lambda \cdot N$; $\lambda = 1{,}24 \cdot 10^{-4}$ años^{-1} $\frac{1 \text{año}}{365 \text{días}} \frac{1 \text{día}}{24 h} \frac{1 h}{3600 s} = 3{,}93 \cdot 10^{-12}$ s

$$A = \lambda \cdot N = 3{,}93 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}29 \cdot 10^{20} = \underline{5{,}07 \cdot 10^8 \text{ Bq}}$$

Definición de periodo de semidesintegración. Es el tiempo que tarda la muestra radiactiva en reducirse a la mitad. $N = \frac{1}{2} N_0$ $\quad N = N_0 e^{-\lambda t}$; $\frac{1}{2} \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$

$Ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2}$ $\quad Ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$; $\quad T_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{Ln2}{1{,}24 \cdot 10^{-4}} = \underline{5590 \text{ años}}$

19. $T_{1/2} = 4{,}47 \cdot 10^9$ años U-238 $\quad m = 2{,}74$ mg de U-238 $\quad 1{,}12$ mg de Pb-206

a) $N = \frac{m}{M_m} \cdot N_A = \frac{2{,}74 \cdot 10^{-3}}{238{,}05} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 6{,}93 \cdot 10^{18}$ átomos de U-238

$N = \frac{m}{M_m} N_A = \frac{1{,}12 \cdot 10^{-3}}{205{,}97} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}27 \cdot 10^{18}$ átomos de Pb-206

$N_0 = N_1 + N_2 = 6{,}93 \cdot 10^{18} + 3{,}27 \cdot 10^{18} = \underline{1{,}02 \cdot 10^{19} \text{ átomos de U-238 iniciales}}$

b) $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$; $\quad t = \frac{Ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{Ln(1{,}02 \cdot 10^{19}/6{,}93 \cdot 10^{18})}{1{,}55 \cdot 10^{-10}} = \underline{2{,}49 \cdot 10^9 \text{ años}}$

$\lambda = \frac{Ln2}{T_{1/2}} = \frac{Ln2}{4{,}47 \cdot 10^9} = 1{,}55 \cdot 10^{-10}$ años^{-1}; $\lambda = 4{,}92 \cdot 10^{-18}$ s^{-1}

$$A = \lambda \cdot N = 4{,}92 \cdot 10^{-18} \cdot 6{,}93 \cdot 10^{18} = 34{,}1 \text{ Bq}$$

29. $N = \frac{1}{8} N_0 \quad t = 5 h$

a) λ; $\quad N = N_0 e^{-\lambda t}$; $\quad t = \frac{Ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{Ln 8}{\lambda} = 5$; $\quad \lambda = \frac{Ln8}{5} = 0{,}416 \; h^{-1}$

$\lambda = 1{,}16 \cdot 10^{-4} \; s^{-1}$

$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0{,}416} = 24{,}05 h$

b) $N = 0{,}1 N_0 \quad t = \frac{Ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{Ln(1/0{,}1)}{0{,}416} = 5{,}53 h$

38. $r = 3 m \quad N_0 = 5 \cdot 10^{12}$ átomos/cm^3 $\quad N = 2{,}5 \cdot 10^{12}$ átomos/cm^3; $\tau = 4{,}51 \cdot 10^9$ años

a) $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{4{,}51 \cdot 10^9} = 2{,}22 \cdot 10^{-10}$ años^{-1} $= 7{,}03 \cdot 10^{-18}$ s^{-1}

b) Como $N = \frac{1}{2} N_0 \quad t = T_{1/2}$; $\quad t = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{Ln2}{2{,}22 \cdot 10^{-10}} = 3{,}12 \cdot 10^9$ años

45. $T_A = 1600$ años ; $T_B = 1000$ años $\quad N_{0A} = N_{0B}$

a) $N_A = 2N_B$; $N_A = N_{0A} \cdot e^{-\lambda_A t}$; $N_B = N_{0B} \cdot e^{-\lambda_B t}$

$$N_{0A} \cdot e^{-\lambda_A t} = 2 N_{0B} \cdot e^{-\lambda_B t} \; ; \; N_{0A} = N_{0B} \quad e^{-\lambda_A t} = 2 \cdot e^{-\lambda_B t}$$

$$\frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}} = 2 \; ; \; e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} = 2 \; ; \; (\lambda_B - \lambda_A)t = \ln 2$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_A &= \frac{\ln 2}{T_A} = \frac{\ln 2}{1600} = 4{,}33 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \\ \lambda_B &= \frac{\ln 2}{T_B} = \frac{\ln 2}{1000} = 6{,}93 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \end{aligned}\right\}$$

$$t = \frac{\ln 2}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{\ln 2}{6{,}93 \cdot 10^{-4} - 4{,}33 \cdot 10^{-4}} = \underline{2{,}67 \cdot 10^3 \text{ años}}$$

b) $t = 2500$ años $\quad N_A = N_{0A} \cdot e^{-\lambda_A t}$; $N_B = N_{0B} \cdot e^{-\lambda_B t}$; $N_{0A} = N_{0B}$

$$\left.\begin{aligned} A_A &= \lambda_A N_A = \lambda_A \cdot \cancel{N_{0A}} \cdot e^{-\lambda_A t} \\ A_B &= \lambda_B N_B = \lambda_B \cdot \cancel{N_{0B}} \cdot e^{-\lambda t} \end{aligned}\right| \quad \frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{(\lambda_B - \lambda_A)t}$$

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{4{,}33 \cdot 10^{-4}}{6{,}93 \cdot 10^{-4}} e^{(6{,}93 \cdot 10^{-4} - 4{,}33 \cdot 10^{-4}) \cdot 2500} = 1{,}2 \; ; \; \underline{A_A > A_B}$$

47. $\Delta t = 3$ meses $\quad N_{0A} = 2 N_{0B} \quad A_A = A_B = 2000$ desint/h ; $N_A = N_B$

a) $N_A = N_{0A} \cdot e^{-\lambda t}$, $\quad N_B = N_{0B} \cdot e^{-\lambda(t-3)}$

$$N_{0A} \cdot e^{-\lambda t} = N_{0B} \cdot e^{-\lambda(t-3)} ; \quad 2 \cancel{N_{0B}} \cdot e^{-\lambda t} = \cancel{N_{0B}} \cdot e^{-\lambda(t-3)}$$

$$2 = \frac{e^{-\lambda(t-3)}}{e^{-\lambda t}} ; \; 2 = e^{+\lambda[t-(t-3)]} ; \; 2 = e^{3\lambda} ; \; \ln 2 = 3\lambda$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{3} = 0{,}231 \text{ mes}^{-1} = 8{,}91 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} = 2{,}8 \text{ años}^{-1} = 3{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ h}$$

$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0{,}231} = \underline{3 \text{ meses}}$ se preparó 3 meses después y tenía $N = \frac{1}{2} N_0$

b) $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = 2000 \cdot e^{-2{,}8 \cdot 1} = \underline{120 \text{ desint/h}}$

51. $\tau = 25$ años $\quad$ Reducción al 70% $\quad A = 0{,}7 A_0$; $A_0/A = 1/0{,}7$

a) $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{\ln(A_0/A)}{\lambda}$; $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{25} = 0{,}04 \text{ años}^{-1}$

$$t = \frac{\ln(1/0{,}7)}{0{,}04} = \underline{8{,}92 \text{ años}}$$

b) Actividad radiactiva en desintegraciones/min para $N = 10^9$ núcleos

$$\lambda = 0{,}04 \text{ años}^{-1} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 7{,}61 \cdot 10^{-8} \text{ min}^{-1}$$

$$A = \lambda \cdot N = 7{,}61 \cdot 10^{-8} \cdot 10^9 = \underline{76{,}1 \frac{\text{desint}}{\text{min}}}$$

62. $\lambda = 0{,}13$ años^{-1} $M = 59{,}93\,u$ del Co-60 ; $\lambda = 0{,}13\text{ años}^{-1}\,\dfrac{1\text{año}}{365\text{ días}}\,\dfrac{1\text{día}}{24\text{h}}\,\dfrac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 4{,}12\cdot 10^{-9}\,s^{-1}$

a) $T_{1/2} = \dfrac{Ln2}{\lambda} = \dfrac{Ln2}{0{,}13} = \underline{5{,}33\text{ años}}$

b) $\tau = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{0{,}13} = \underline{7{,}69\text{ años}}$

c) $m = 20g$ $N = n\,N_A = \dfrac{m}{M}N_A = \dfrac{20}{59{,}93}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23} = 2{,}01\cdot 10^{23}$ átomos de Co-60

$A = \lambda\cdot N = 4{,}12\cdot 10^{-9}\cdot 2{,}01\cdot 10^{23} = \underline{8{,}28\cdot 10^{14}\text{ Bq}}$

d) $m_0 = 20g$ $m = 5g$ Se podría resolver de la siguiente manera. como $\dfrac{m}{m_0} = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$

Al reducirse la muestra inicial a la cuarta parte, quiere decir que ha tardado un tiempo $T_{1/2} = 5{,}33$ años en reducirse a la mitad. Y esa mitad ha tardado un tiempo $T_{1/2} = 5{,}33$ años en volver a reducirse a la mitad. O sea se ha reducido a la cuarta parte de la cantidad inicial en dos periodos de semidesintegración $t = 2\cdot T_{1/2}$

$t = 2\cdot T_{1/2} = 2\cdot 5{,}33 = 10{,}66$ años.

También usando la ley de desintegración radiactiva $m = m_0\, e^{-\lambda t}$

$$t = \frac{Ln(m_0/m)}{\lambda} = \frac{Ln4}{0{,}13} = \underline{10{,}66\text{ años}}$$

70. $M_N = 3{,}016\,u$ H-3 $Z=1$; $A=3$ $N = A-Z = 3-1 = 2$ neutrones

a) El defecto de masa es la diferencia que hay entre la masa de los protones y neutrones libres y la masa de esos protones y neutrones unidos formando un núcleo.

$$\Delta m = Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - M_n$$

$$\Delta m = Z\,m_p + N\,m_n - M_N = 1\cdot 1{,}0073 + 2\cdot 1{,}0087 - 3{,}016 = \underline{0{,}0087\,u}$$

b) La energía media de enlace por nucleón se define como el cociente entre la energía de enlace de un núcleo y su número másico. Y la energía de enlace de un núcleo es la que libera al unirse sus nucleones para formarlo. Se obtiene por la equivalencia masa-energía de Einstein correspondiente al defecto de masa de dicho núcleo.

$$\Delta m = 0{,}0087u\,\frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\,kg}{1u} = 1{,}45\cdot 10^{-29}\,kg$$

$$\Delta E = \Delta m\cdot c^2 = 1{,}45\cdot 10^{-29}\cdot(3\cdot 10^8)^2 = 1{,}31\cdot 10^{-12}\,J$$

$$\Delta E = 1{,}31\cdot 10^{-12}\,J\,\frac{1\,eV}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,J}\,\frac{1\,MeV}{10^6\,eV} = 8{,}17\,MeV;\quad \frac{\Delta E}{A} = \frac{8{,}17}{3} = \underline{2{,}72\,\frac{MeV}{nucleón}}$$

79. $A_{A0}=1{,}6\cdot 10^{11}\,Bq$ $\quad T_{1/2}=8{,}983\cdot 10^{5}\,s$ Fuente radiactiva A

$A_{B0}=8{,}5\cdot 10^{11}\,Bq$ Fuente radiactiva B en $t=0$ inicialmente

$t=45$ días $\quad A_A=A_B$

a) $\lambda_A=\dfrac{Ln2}{T_{1/2}}=\dfrac{Ln2}{8{,}983\cdot 10^5}=\underline{7{,}72\cdot 10^{-7}\,s^{-1}}$

b) $A=\lambda\cdot N$; $N_{A0}=\dfrac{A_{A0}}{\lambda}=\dfrac{1{,}6\cdot 10^{11}}{7{,}72\cdot 10^{-7}}=\underline{2{,}07\cdot 10^{17}}$ núcleos iniciales de A

c) $N=N_0\,e^{-\lambda\cdot t}$; $t=45\text{ días}\,\dfrac{24\,h}{1\,día}\,\dfrac{3600\,s}{1\,h}=3{,}888\cdot 10^6\,s$

$N=N_0\,e^{-\lambda t}=2{,}07\cdot 10^{17}\cdot e^{-7{,}72\cdot 10^{-7}\cdot 3{,}888\cdot 10^6}=2{,}07\cdot 10^{17}\cdot e^{-3}=1{,}03\cdot 10^{16}$ núcleos

$A=\lambda\cdot N=7{,}72\cdot 10^{-7}\cdot 1{,}03\cdot 10^{16}=\underline{7{,}96\cdot 10^{9}\,Bq}$ la misma para A y para B.

d) Ley de desintegración radiactiva $A=A_0\cdot e^{-\lambda t}$; $\lambda=\dfrac{Ln(A_0/A)}{t}$

$\lambda_B=\dfrac{Ln(A_{B0}/A_B)}{t}=\dfrac{Ln(8{,}5\cdot 10^{11}/7{,}96\cdot 10^{9})}{3{,}888\cdot 10^6}=\underline{1{,}2\cdot 10^{-6}\,s^{-1}}$

80. $T_A=1600$ años $\quad T_B=1000$ años $\quad N_{0A}=N_{0B}=10^{15}$ núcleos

a) $\lambda_A=\dfrac{Ln2}{T_A}=\dfrac{Ln2}{1600\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}=1{,}37\cdot 10^{-11}\,s^{-1}=4{,}33\cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}$

$\lambda_B=\dfrac{Ln2}{T_B}=\dfrac{Ln2}{1000\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}=2{,}20\cdot 10^{-11}\,s^{-1}=6{,}93\cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}$

$\dfrac{A_{A0}}{A_{B0}}=\dfrac{\lambda_A\cdot \cancel{N_{A0}}}{\lambda_B\cdot \cancel{N_{B0}}}=\dfrac{\lambda_A}{\lambda_B}=\dfrac{1{,}37\cdot 10^{-11}}{2{,}20\cdot 10^{-11}}=0{,}623$; por tanto $A_{A0}<A_{B0}$

b) $N=N_0\,e^{-\lambda\cdot t}$; $\quad N_A=N_{A0}\cdot e^{-\lambda_A\cdot t}=10^{15}\cdot e^{-4{,}33\cdot 10^{-4}\cdot 3000}=2{,}73\cdot 10^{14}$ núcleos

$N_B=N_{B0}\cdot e^{-\lambda_B t}=10^{15}\cdot e^{-6{,}93\cdot 10^{-4}\cdot 3000}=1{,}25\cdot 10^{14}$ núcleos

$\dfrac{A_A}{A_B}=\dfrac{\lambda_A N_A}{\lambda_B N_B}=\dfrac{1{,}37\cdot 10^{-11}\cdot 2{,}73\cdot 10^{14}}{2{,}20\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}25\cdot 10^{14}}=1{,}36$ por tanto $A_A>A_B$

82. Ra-228 ; $T_{1/2}=5{,}76$ años ; Ra-224 ; $T_{1/2}=3{,}66$ días

a) $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}=\dfrac{Ln2/T_1}{Ln2/T_2}=\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{3{,}66}{5{,}76\cdot 365}=0{,}00174$

b) $\dfrac{\tau_1}{\tau_2}=\dfrac{1/\lambda_1}{1/\lambda_2}=\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}=\dfrac{1}{0{,}00174}=574$

c) $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 N_2}=\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\,\dfrac{\frac{m_1}{M_1}\cdot N_A}{\frac{m_2}{M_2}\cdot N_A}=\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\,\dfrac{m_1 M_2}{m_2 M_1}=0{,}00174\,\dfrac{1\cdot 224}{1\cdot 228}=0{,}00171$

d) $\dfrac{T_{1/4\,1}}{T_{1/4\,2}}=\dfrac{2\cdot T_1}{2\cdot T_2}=\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\tau_1\cdot Ln2}{\tau_2\,Ln2}=\dfrac{\tau_1}{\tau_2}=\underline{574}$

88. a) $Z=1\quad A=2$ $\quad$ b) $\Delta m=Z\,m_p+N\,m_n-M_N=1\cdot 1{,}0073+1\cdot 1{,}0087-2{,}0136=\underline{0{,}0024\,u}$

c) $\Delta m=0{,}0024\,u\,\dfrac{1{,}67\cdot 10^{-27}\,kg}{1\,u}=4{,}008\cdot 10^{-30}\,kg$; $\Delta E=\Delta m\cdot c^2=4{,}008\cdot 10^{-3}\cdot(3\cdot 10^8)^2=3{,}61\cdot 10^{-13}\,J$

$\Delta E=3{,}61\cdot 10^{-13}\,J\,\dfrac{1\,eV}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,J}\,\dfrac{1\,MeV}{10^6\,eV}=2{,}25\,MeV$; $\dfrac{\Delta E}{A}=\dfrac{2{,}25}{2}=\underline{1{,}13\,MeV/\text{nucleón}}$

d) $\lambda=\dfrac{h}{mv}=\dfrac{h}{\sqrt{2\cdot m\cdot E_c}}=\dfrac{h}{\sqrt{2\cdot m\cdot q_e V}}=\dfrac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 2{,}0136\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2000}}=\underline{4{,}52\cdot 10^{-13}\,m}$