FÍSICA RELATIVISTA

TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD.

En 1905 Einstein formuló la teoría especial de la relatividad partiendo de dos postulados.

1. Todas las leyes de la física son las mismas en cualquier sistema de referencia inercial. (sistema de referencia inercial es aquel que no tiene aceleración)
2. La velocidad de la luz en el vacío no depende del sistema de referencia con el que se mida. Su valor es $c = 299.792{,}458$ km/s $\quad c \simeq 3\cdot10^8$ m/s

Transformaciones de Lorentz.

Para que la expresión matemática de las leyes físicas sea la misma en todos los sistemas de referencia inerciales Hendrik Antoon Lorentz obtuvo las expresiones que relacionan la posición y el tiempo para dos sistemas de referencia distintos

$t\,;\quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ S.R. en reposo $\longrightarrow \vec{r}\,' = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ S.R. en movimiento con v.

$$\left.\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \text{ con } \boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

γ: factor de Lorentz $\gamma > 1$

o bien $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ con $\boxed{\beta = \dfrac{v}{c}}$ relación de velocidades $\beta < 1$

Efectos relativistas

De las transformaciones de Lorentz, que Einstein dedujo a partir de sus postulados, se deducen los tres efectos siguientes.

- Dilatación del tiempo $\quad \Delta t' = \gamma\cdot\Delta t \quad$ Un observador ve dos relojes uno en reposo y otro en movimiento con respecto a él, a una velocidad próxima a la de la luz. Para un mismo intervalo de tiempo medido por ambos relojes el observador ve que el reloj que está en movimiento tarda γ veces más que el reloj que está en reposo. Es como si se moviera a cámara lenta.

Por ejemplo para un cuerpo que se mueva a 261000 km/s $\beta = \dfrac{v}{c} = \dfrac{261000}{300000} = 0{,}87$

o sea con una velocidad que es el 87% de la de la luz en el vacío.

$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-0{,}87^2}} \simeq 2$. Entonces el tiempo que tarda el reloj que está en movimiento a $v = 0{,}87c$ en medir un intervalo $\Delta t'$ es el doble que el intervalo Δt medido por el reloj en reposo.

$\beta = 0{,}1$	$\gamma = 1{,}005$	$\beta = 0{,}6$	$\gamma = 1{,}25$	$\beta = 0{,}999$	$\gamma = 22{,}37$
$\beta = 0{,}2$	$\gamma = 1{,}02$	$\beta = 0{,}7$	$\gamma = 1{,}40$	$\beta = 0{,}9999$	$\gamma = 70{,}71$
$\beta = 0{,}3$	$\gamma = 1{,}05$	$\beta = 0{,}8$	$\gamma = 1{,}67$	$\beta = 0{,}99999$	$\gamma = 223{,}61$
$\beta = 0{,}4$	$\gamma = 1{,}09$	$\beta = 0{,}9$	$\gamma = 2{,}29$	$\beta = 0{,}999999$	$\gamma = 707{,}11$
$\beta = 0{,}5$	$\gamma = 1{,}15$	$\beta = 0{,}99$	$\gamma = 7{,}09$	$\beta = 0{,}9999999$	$\gamma = 2236$ Protones en el LHC
		$\beta = 0{,}995$	$\gamma = 10{,}01$		

- **Contracción de la longitud** $L' = \frac{L}{\gamma}$ como $\gamma > 1 \Rightarrow L' < L$

L será la longitud propia que es la longitud de un objeto medida por un observador que está en reposo con respecto al objeto.

L' longitud medida por un observador que está en movimiento con respecto al objeto que mide.

El acortamiento se produce solo en la dirección del movimiento y no en las demás dimensiones del objeto. Por ejemplo un objeto esférico con una velocidad muy próxima a la de la luz sería lenticular (como una lenteja) o si va más deprisa como un disco.

Eso es lo que les ocurre a los protones acelerados en el LHC del CERN cuya longitud en la dirección del movimiento se acorta más de **2000** veces.

- **Aumento de la masa** $\boxed{m = \gamma \cdot m_0}$ $\begin{cases} m: \text{masa de un cuerpo en movimiento} \\ m_0: \text{masa del cuerpo en reposo.} \end{cases}$

Aunque esta interpretación está anticuada es más intuitiva que la que considera este efecto como aumento de energía con la velocidad.

Este efecto pone de manifiesto la dificultad de aumentar la velocidad, cada vez mayor cuanto más se aproxima esta a la velocidad de la luz.

También el momento lineal que depende de la masa será: $p = mv$ en módulo

$\boxed{p = \gamma m_0 v}$ con $v = \beta \cdot c$ siendo β el tanto por uno de la velocidad de la luz.

ENERGÍA RELATIVISTA

En 1905 Einstein publicó un artículo en el que completaba la teoría especial de la relatividad publicada unos meses antes. En este artículo exponía su famosa fórmula en la que se relacionan masa y energía

$$\boxed{E = mc^2}$$

con $m = \gamma m_0$. La energía de un cuerpo de masa m_0 en reposo será: $\boxed{E_0 = m_0 c^2}$ (energía de un cuerpo en reposo)

Así pues podemos expresar la energía en movimiento como:

$$E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 = \gamma \cdot E_0$$

Energía cinética relativista La expresión para velocidades $v \ll c$ $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ NO VALE para velocidades próximas a las de la luz.

La energía cinética para velocidades relativistas es la diferencia entre la energía del cuerpo en movimiento a velocidad v y la energía del cuerpo en reposo.

$\boxed{E_c = E - E_0}$ $E_c = \gamma E_0 - E_0 = (\gamma - 1) E_0$

$$\boxed{E_c = (\gamma - 1) E_0}$$

EJERCICIOS DE RELATIVIDAD

- Un electrón lleva una velocidad de 273000 km/s. Halla la masa relativista del electrón

Datos: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

$m = \gamma m_0$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta = \frac{v}{c} = \frac{2{,}73 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0{,}91$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}91^2}} = 2{,}41$

$m = \gamma m_0 = 2{,}41 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} = \underline{2{,}20 \cdot 10^{-30} \text{ kg}}$

- Halla el aumento de masa de un protón cuando se acelera desde el reposo hasta una velocidad $v = 0{,}9995 \cdot c$. Dato: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

$\Delta m = m - m_0 = \gamma m_0 - m_0 = (\gamma - 1) m_0$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\beta = \frac{v}{c} = \frac{0{,}9995c}{c} = 0{,}9995$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}9995^2}} = 31{,}6$ $\Delta m = (\gamma - 1) m_0 = (31{,}6 - 1) \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} = \underline{5{,}11 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}$

- Determina el momento lineal de un ion de Plomo acelerado hasta el 99,5% de la velocidad de la luz en el vacío. Datos: $M(Pb) = 3{,}46 \cdot 10^{-25}$ kg ; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

$p = m v$; $v = \beta \cdot c = 0{,}995 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2{,}985 \cdot 10^8$ m/s

$m = \gamma \cdot m_0$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}995^2}} = 10{,}01$

$m = \gamma \cdot m_0 = 10{,}01 \cdot 3{,}46 \cdot 10^{-25} = 3{,}46 \cdot 10^{-24}$ kg

$p = m \cdot v = 3{,}46 \cdot 10^{-24} \cdot 2{,}985 \cdot 10^8 = \underline{1{,}03 \cdot 10^{-15} \text{ kg m/s}}$

- Halla la energía en reposo del electrón en MeV. Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

$E_0 = m_0 c^2 = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8{,}199 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 8{,}199 \cdot 10^{-14} \text{ J} \, \frac{1 \text{ eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \, \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = \underline{0{,}512 \text{ MeV}}$

- Determina la energía de un muon que llega a la superficie terrestre con una velocidad $v = 0{,}9999 \cdot c$ Datos: Masa del muon $m_\mu = 1{,}88 \cdot 10^{-28}$ kg ; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

$E = m \cdot c^2$; $m = \gamma \cdot m_0$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}9999^2}} = 70{,}7$

$m = \gamma \cdot m_0 = 70{,}7 \cdot 1{,}88 \cdot 10^{-28} = 1{,}33 \cdot 10^{-26}$ kg

$E = m \cdot c^2 = 1{,}33 \cdot 10^{-26} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1{,}20 \cdot 10^{-9}$ J

- Compara la energía cinética de un protón que va a 150000 km/s hallada con la expresión no relativista y la hallada con la fórmula relativista. Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg ; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1{,}67 \cdot 10^{-27} (1{,}5 \cdot 10^8)^2 = 1{,}88 \cdot 10^{-11}$ J

$E_c = E - E_0 = m \cdot c^2 - m_0 c^2 = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 = (\gamma - 1) m_0 c^2$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta = \frac{v}{c} = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 0{,}5$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}5^2}} = 1{,}15$; $E_c = (\gamma - 1) m_0 c^2 = (1{,}15 - 1) \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2{,}33 \cdot 10^{-11}$ J

$\frac{E_c}{E_{c\,rel}} = \frac{1{,}88 \cdot 10^{-11}}{2{,}33 \cdot 10^{-11}} = 0{,}809$;   La expresión clásica da un valor que es un 80% del valor real, que es el de la expresión relativista