

Vibraciones y Ondas

Madrid -18

7.- Se realizan dos mediciones de la intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera de 100 dB a una distancia x del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más. La distancia x a la que se ha realizado la primera medición es (en m):

- a) 1,0 b) 10,0 c) 11,1 d) 111,1

7. Respuesta c) 11,1. Los 100 dB suponen $10^{-12} \cdot 10^{10} = 10^{-2} \text{ W/m}^2$ y que 80 dB suponen $10^{-12} \cdot 10^8 = 10^{-4} \text{ W/m}^2$. Si planteamos que la intensidad es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia y que el foco es el mismo en ambos casos

$$\frac{I_x}{I_{x+100}} = \frac{(x+100)^2}{x^2} \Rightarrow x^2 = (x+100)^2 \frac{I_{x+100}}{I_x} \Rightarrow x = \pm (x+100) \sqrt{\frac{I_{x+100}}{I_x}}$$

$$x = \pm (x+100) \cdot \sqrt{\frac{10^{-4}}{10^{-2}}} = \pm (x+100) \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow x = \frac{100}{9} \approx 11,1 \text{ m}$$

Madrid -17

10.- Se realizan dos mediciones de la intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera 100 dB a una distancia x del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más. La potencia sonora del foco (en W) tiene un valor de:

- a) 7,8 b) 8,6 c) 15,5 d) 17,2

10. Respuesta c) 15,5. Utilizando la variación de la intensidad con la distancia, usando A para el punto asociado a 100 dB y B para el punto asociado a 80 dB.

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{r_B^2}{r_A^2} \Rightarrow \frac{I_0 10^{\frac{100}{10}}}{I_0 10^{\frac{80}{10}}} = \frac{(x+100)^2}{x^2} \Rightarrow 100x^2 = x^2 + 200x + 10000 \Rightarrow -99x^2 + 200x + 10000 = 0$$

$$x = \frac{-200 \pm \sqrt{200^2 - 4 \cdot (-99) \cdot 10000}}{2 \cdot (-99)} = \frac{-200 \pm 2000}{-198} = \frac{11,1 \text{ m}}{\text{negativo}}$$

Asumiendo propagación isótropa con ondas esféricas

$$I_A = I_0 10^{\frac{100}{10}} = 10^{-2} \text{ W/m}^2 \Rightarrow I_A = \frac{P}{4\pi x^2} \Rightarrow P = I_A \cdot 4\pi x^2 = 10^{-2} \cdot 4\pi (11,1)^2 \approx 15,5 \text{ W}$$

Madrid-16

7. Un oscilador tiene una masa m y oscila con un período T y una amplitud de 5,0 cm. Si otro oscilador, con la masa doble que el anterior, oscila con un período $T/2$, y tiene la misma energía mecánica que el primero, su amplitud debe ser (en cm):

- a) 1,8 b) 2,5 c) 3,1 d) 3,8

7. Respuesta a) 1,8. Para un oscilador $E_m = \frac{1}{2} k A^2$, $k = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$, $E_m = \frac{1}{2} m 4\pi^2 \frac{A^2}{T^2}$

$$\text{lanteamos } E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow \frac{1}{2} m 4\pi^2 \frac{A_1^2}{T^2} = \frac{1}{2} 2m 4\pi^2 \frac{A_2^2}{(T/2)^2} \Rightarrow A_1^2 = 8A_2^2 \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \approx 1,8 \text{ cm}$$

8. Si el máximo nivel sonoro admisible en una cafetería no debe superar a los 84 dB, y cada exprimidora para zumos genera una sonoridad de 79 dB, el número máximo de exprimidores que pueden estar funcionando a la vez es:

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

8. Respuesta a) 3. $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ Aplicando superposición y que los sonidos no son coherentes,

$$I_{total} = N \cdot I, \text{ luego } \beta_{total} = 10 \log \left(N \frac{I}{I_0} \right) = 10 \log N + 10 \log \frac{I}{I_0} = 84 = 10 \log N + 79 \Rightarrow N = 10^{\frac{84-79}{10}} \approx 3$$

Madrid-15

6.- Cuando un objeto de masa m_1 se cuelga de un muelle ideal, que está sujeto en el techo de una habitación, oscila con una frecuencia de 10,0 Hz. Si otro objeto de masa m_2 se colgase del mismo muelle, junto a m_1 , el conjunto oscilaría con una frecuencia de 5,0 Hz. El cociente m_2/m_1 vale:

- a) 2 b) 3 c) 1/2 d) 1/3

6. Respuesta b) 3. Como el muelle es el mismo, tiene una constante elástica única, y podemos plantear

$$K = m_1 \cdot \omega_1^2 = m_1 \cdot (2\pi \cdot 10)^2$$

$$K = (m_1 + m_2) \cdot \omega_2^2 = (m_1 + m_2) \cdot (2\pi \cdot 5)^2$$

$$m_1 \cdot 100 = (m_1 + m_2) \cdot 25 \Rightarrow 100 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) 25 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{100 - 25}{25} = 3$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{103}{10}} = 0,02 \text{ W/m}^2$$

7.- A una distancia de 3,8 m de una sirena el nivel sonoro es de 103 dB. Considerando que la emisión del sonido es isótropa, la energía (en J) emitida durante 10 s es: ($I_{umbral} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$):

- a) 12,1 b) 18,1 c) 36,2 d) 137,6

7. Respuesta c) 36,2. $I = \frac{P}{S} \Rightarrow P = I \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 0,02 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 3,8^2 = 3,63 \text{ W}$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t = 36,3 \text{ J}$$

Madrid-14

8.- Un objeto está unido a un muelle de constante elástica $2,0 \times 10^4 \text{ Nm}^{-1}$. Despreciando el rozamiento determinar la máxima fuerza (en N) que actúa sobre el objeto si la energía inicial del oscilador es de 25 J.

- a) 1000 b) 800 c) 50 d) 500

8. Respuesta a) 1000. Se indica energía inicial y que se desprecia el rozamiento, por lo que se está dando la energía total del oscilador que se mantiene constante. La energía mecánica total es igual a la energía

potencial máxima, por lo que $E_{m\text{máx}} = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2 E_{m\text{máx}}}{K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{2,0 \cdot 10^4}} = 0,05 \text{ m}$

La máxima fuerza recuperadora está asociada a la elongación máxima, y usando ley de Hooke

$$|F_{máx}| = K A = 2,0 \cdot 10^4 \cdot 0,05 = 1000 \text{ N}$$

9.- En un medio elástico se propaga una onda armónica con una velocidad de fase de 20 m/s. Si en un punto dado la variación de fase es $3\pi/5$ en 0,3 s, la distancia entre dos puntos (expresada en metros) entre los que, en un instante dado, se da la misma variación de fase anterior es:

- a) 3 b) 6 c) 12 d) 20

9. Respuesta b) 6. Para el mismo punto del espacio tenemos $\Delta\phi = \omega \Delta t \Rightarrow \omega = \frac{3\pi/5}{0,3} = 2\pi \text{ rad/s}$

Para el mismo instante de tiempo tenemos $\Delta\phi = k \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{3\pi/5}{k}$

Utilizamos la relación $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v}$, sustituyendo $\Delta x = \frac{3\pi/5}{2\pi/20} = 6 \text{ m}$

2.- (2 puntos) Una partícula de 10 g está realizando un MAS de 10,0 cm de amplitud y 15,0 s de período. Comienza a oscilar desde la posición de elongación máxima +10,0 cm, pero el cronómetro se dispara cuando la elongación de la partícula es por primera vez +2,0 cm. Calcular la aceleración (en cm/s^2) de la partícula cuando el cronómetro marque 2,0 s.

Problema 2.

Realizamos los cálculos teniendo en cuenta las cifras significativas de los datos del enunciado.

Como al comenzar a oscilar la elongación es máxima, podríamos plantear como ecuación del movimiento armónico simple $x(t') = A \cos(\omega t')$, de modo que para $t'=0$, fuese $x=A$. Sin embargo se nos indica que para $t=0$, $x=2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, luego podemos plantear $x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0)$ con $t=t'+t_0$ de modo que cuando $t=0$ se tiene $t'=-t_0$, siendo t_0 el tiempo que ha tardado en avanzar desde $x=10,0 \text{ cm}$ hasta $x=2,0 \text{ cm}$. La cantidad $-\omega t_0$ la podemos ver también como el desfase inicial, ϕ_0 en la expresión $x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0)$

$$x(t' = -t_0) = 2,0 \cdot 10^{-2} = 1,00 \cdot 10^{-1} \cos\left(\frac{2\pi}{1,50 \cdot 10^1}(-t_0)\right) \Rightarrow t_0 \approx -3,27 \text{ s}, \phi_0 \approx -1,37 \text{ rad}$$

En todo momento podemos plantear usando la ley de Hooke y la segunda ley de Newton que $ma = -Kx$, luego siendo $t = 2,0 \text{ s}$. (Plantemos directamente $a = -\omega^2 x$, sin necesidad de calcular antes K ; realmente el dato de la masa del enunciado no lo utilizamos)

$$a(t) = \frac{-K}{m} A \cdot \cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 A \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$a(t = 2,0 \text{ s}) = -\left(\frac{2\pi}{1,50 \cdot 10^1}\right)^2 \cdot 1,00 \cdot 10^{-1} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{1,50 \cdot 10^1} 2 - 1,37\right) = -0,0151 \text{ m/s}^2 = -1,51 \text{ cm/s}^2$$

La aceleración es negativa, tiene el mismo sentido que la fuerza, la elongación es positiva y la fuerza recuperadora intenta llevar a la partícula al equilibrio, y está dirigida hacia x negativas.

Madrid-13

9. El desplazamiento x de un oscilador frente al tiempo viene dada por la expresión: $x = 0,12 \sin(2,5t + \pi/2)$ expresado en unidades SI. El valor de la velocidad máxima del oscilador expresada en u. SI, es:

- a) 0,048 b) 0,12 c) 0,19 d) 0,30 e) 2,5

9. Respuesta d) 3,0. La velocidad máxima es $A\omega = 0,12 \cdot 2,5 = 0,30 \text{ m/s}$

10. Una fuerza elástica recuperadora λx actúa sobre una partícula de masa m , siendo x la distancia a la posición de equilibrio. Sabiendo que oscila con una amplitud a , la expresión de la energía total de la partícula será:

- a) $\frac{1}{2}(\lambda a^2)$ b) λa^2 c) $\frac{1}{2}(ma^2)$ d) $\frac{1}{2}(m\lambda a^2)$ e) $\frac{1}{2}(m\lambda a)$

10. Respuesta a) $\frac{1}{2}(\lambda a^2)$. Se trata de un movimiento armónico simple, y la energía total es igual a la energía potencial máxima, $\frac{1}{2}Kx^2$, y en este caso la constante recuperadora es λ , y para $x=a$ que es la elongación máxima se tiene $E_{\text{máx}} = E_{\text{total}} = \frac{1}{2} \lambda a^2$

11. La distancia mínima entre dos puntos de una onda transversal que se encuentran a una diferencia de fase de $\pi/3$ rad es 0,050 m. Sabiendo que la frecuencia de la onda es de 500 Hz, cuál será la velocidad de la onda expresada en ms^{-1} :

- a) 25 b) 75 c) 150 d) 833 e) 1666

11. Respuesta c) 150. $\Delta\phi = k \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 0,050 \Rightarrow \lambda = 0,3 \text{ m}$
 $v = \lambda \cdot f = 0,3 \cdot 500 = 150 \text{ m/s}$

Madrid-12

15. Una partícula se mueve en el eje OX alrededor del punto $x = 30$ cm describiendo un MAS de período 2,0 s. En $t = 0$ s se encuentra en el punto de equilibrio moviéndose hacia el origen de coordenadas. Sabiendo que la fuerza máxima que actúa sobre la partícula es de 0,050 N y la energía total de 0,020 J, la coordenada x de la partícula (expresada en centímetros) cuando su energía potencial elástica es el doble que la cinética es:

- a) - 95 b) 0 c) 35 d) 95

15. Respuesta d. El punto de equilibrio es $x=30$ cm, pero usamos las expresiones habituales con equilibrio en $x=0$ y luego lo contemplamos al final. La fuerza máxima se produce en los puntos de máxima elongación $|F_{\text{máx}}| = k \cdot A$. La energía mecánica total coincide con la energía potencial elástica máxima y con la energía cinética máxima, luego podemos plantear

$$E_m = E_{p\text{máx}} = \frac{1}{2} k A^2 \quad \text{Sustituyendo} \quad E_m = \frac{1}{2} |F_{\text{máx}}| A = 0,020 = \frac{1}{2} 0,050 \cdot A \Rightarrow A = \frac{0,020 \cdot 2}{0,050} = 0,8 \text{ m}$$

De ahí podemos despejar $k = m\omega^2 = |F_{\text{máx}}|/A = 0,050/0,8 = 0,0625 \text{ N/m}$

Si $E_{pe} = 2E_c$, como $E_m = E_c + E_{pe} = E_c + 2E_c$ tenemos que

$$E_m = 3E_c = 3 \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) \Rightarrow 0,020 = \frac{3}{2} 0,0625 (0,8^2 - x^2) \Rightarrow x^2 = 0,8^2 - \frac{0,020 \cdot 2}{3 \cdot 0,0625} \Rightarrow x = \pm 0,65 \text{ m}$$

Pero esa distancia es respecto al punto de equilibrio, que es $x=0,3$ m, luego serían $+0,95$ m y $-0,35$ m. Entre las opciones que se proporcionan, la única válida es la d.

Comentario: no se usa explícitamente información enunciado asociada "t=0" ni valor periodo 2,0 s.

16. Un atleta de 80,0 kg de masa que realiza un salto de puenting utiliza una cuerda de longitud 50,0 m que se alarga otros 20,0 m más cuando el atleta alcanza la posición más baja en el salto. La constante elástica del material (expresada en N m^{-1}) es de :

- a) 182 b) 215 c) 275 d) 400

16. Respuesta c. La cuerda se estira hasta el punto en el que toda la energía potencial gravitatoria (que es cinética parcialmente durante la caída) que tiene el saltador se almacena en energía potencial elástica de la cuerda en la posición más baja del salto. Tomando como referencia para energía potencial 0 en el punto en el que el saltador se detiene, antes del salto $E_{pg} = mgh = 80 \cdot 9,81 \cdot (50+20) = 54936 \text{ J}$. Si igualamos energías

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot 54936}{20^2} = 275 \text{ N/m}$$

17. Un foco sonoro de 5,0 W de potencia se encuentra en un medio isótropo sin que se produzca absorción. Si deseamos que la distancia a la que no se oiga el sonido sea el doble que con este único foco, debemos añadir otro con una potencia (expresada en vatios) de:

- a) 1,5 b) 2,0 c) 2,5 d) 4,0

(Dato: $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$)

17. “Respuesta b” (ver comentarios). Si la propagación es isotrópica, la distancia a la que se puede escuchar

el sonido de un foco sonoro $I_0 = \frac{P}{4\pi r_{\text{máx}}^2} \Rightarrow r_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}}$

Si queremos que la distancia $r_{\text{máx P}}$ sea el doble que $r_{\text{máx 5W}}$, podemos plantear

$$r_{\text{máx P}} = 2 r_{\text{máx 5W}} \Rightarrow \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}} = 2 \sqrt{\frac{5}{4\pi I_0}} \Rightarrow P = 4 \cdot 5 = 20 \text{ W}$$

Con este planteamiento no usamos el I_0 , que se usaría para cálculos intermedios que no nos interesan. Si lo usásemos

$$r_{\text{máx 5W}} = \sqrt{\frac{5}{4\pi \cdot 10^{-12}}} = 6,3 \cdot 10^5 \text{ m} \quad 2 \cdot 6,3 \cdot 10^5 = \sqrt{\frac{P}{4\pi \cdot 10^{-12}}} \Rightarrow P = (2 \cdot 6,3 \cdot 10^5)^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-12} \approx 20 \text{ W}$$

Si la potencia total son 20 W, hay que añadir una potencia en el foco de 15 W

El valor no coincide con ninguno de los 4 propuestos, pero tomamos el valor numéricamente asociado que sería b (sería válido si enunciado indicase 0,5 W)